บทที่ 2
ค่าสถิติการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

1. ความหมายของค่าสถิติ และค่าพารามิเตอร์

เมื่อผู้อำนวยการโรงเรียนต้องการทราบข้อมูลของนักเรียนในโรงเรียนของเขาเปรียบเทียบกับนักเรียนในระดับชาติหรือในระดับจังหวัด ต่อผลการทดสอบโอเนต การทดสอบความรู้ในสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ ช่วยให้เห็นระดับความสามารถในสาระต่าง ๆของนักเรียนเทียบกับนักเรียนในระดับชาติหรือในระดับจังหวัด ช่วยให้เห็นการกระจายของคะแนนของนักเรียนสองกลุ่ม แต่คำตอบที่ได้เป็นเพียงการประมาณคำตอบ โดยการหาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของแต่ละกลุ่ม

การวัดแบบนี้เรียกว่า การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measure of Central Tendency) เป้าประสงค์คือหาค่าค่าหนึ่งที่อธิบายค่ากลางของการกระจายของค่าสังเกตได้ดีที่สุด ค่ากลางนี้มีประโยชน์ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลการสอบโอเนต สำหรับโรงเรียนดังกล่าวกับระดับชาติหรือระดับจังหวัด ซึ่งผู้อำนวยการสามารถใช้ข้อมูลดังกล่าวบ่งชี้ว่ากลุ่มของนักเรียนในโรงเรียนนี้ จำเป็นต้องได้รับการส่งเสริมหรือปรับปรุงแก้ไขการสอนในสาระใด

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางยังช่วยให้การเปรียบเทียบของกลุ่มสองกลุ่ม หรือมากกว่าสองกลุ่มที่ทดสอบภายใต้เงื่อนไขที่แตกต่างกันทำได้ง่ายขึ้น ยกตัวอย่าง เราอาจสนใจว่า เกมวีดิทัศน์สามารถปรับปรุงด้านการดำเนินการด้านความคิด (mental) หรือด้านร่างกายในผู้ใหญ่ หรือไม่ ในการศึกษาหนึ่งนักบริหารจิตวิทยาด้านการทดสอบ IQ กับอาสาสมัคร 11 คน ที่มีอายุตั้งแต่ 60 ถึง 70 ปี โดยให้เวลา 30 นาที ในการเล่มเกมวีดิทัศน์ สองครั้งต่อสัปดาห์ เป็นเวลาสองเดือน แล้วทดสอบอีกครั้ง ค่าเฉลี่ย IQ เป็น 101.8 ก่อน การทดลอง หลังการทดลองมีค่าเฉลี่ย IQ เป็น108.3 (Drew & Waters,1985) เราจำเป็นต้องรู้มากกว่านี้ที่จะสรุปว่า เกมวีดิทัศน์ ช่วยปรับปรุงความคิดในผู้ใหญ่ แต่ในขั้นแรกการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มบ่งชี้ว่ามันอาจเป็นไปได้

มีวิธีการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางหลายแบบ สำหรับทางด้านการศึกษาเรามักจะใช้ค่ากลางเพียงสามแบบคือค่ามัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม เราจะได้เรียนรู้สมบัติที่แตกต่างกันเพื่อจะได้รู้ว่าเมื่อไรเราจึงจะใช้ค่ากลางนั้น และจะตีความว่าอย่างไร เราจะกล่าวโดยสรุป ในแต่ละชนิดและจะได้อภิปรายสมบัติของแต่ละชนิดอีกครั้ง

2. ค่ามัชฌิมเลขคณิต (The Arithmetic Mean)

ค่ามัชฌิมเลขคณิตหรือเรียกสั้นๆว่าค่าเฉลี่ย(Mean) คือผลบวกของข้อมูลทุกค่าหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

ให้ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวนจากประชากร (population) หรือให้ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวนจากกลุ่มตัวอย่าง (sample) ซึ่งใช้เป็นตัวแทนของประชากร

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของประชากร

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N}$$

ค่ามัชฌิมของกลุ่มตัวอย่าง

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

สำหรับสัญลักษณ์ μ อ่านว่า มิว สัญลักษณ์ $\overline{X}$ อ่านว่า x–bar ในการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต เรามักใช้สัญลักษณ์ $\sum$ แทนการบวก กล่าวคือ $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N$ เขียนแทนด้วย $\sum_{i=1}^{N} x_i$ อ่านว่า ซิกม่าเอ็กซ์ไอ ไอเท่ากับหนึ่งถึง N เช่นเดียวกัน $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$ เขียนแทนด้วย $\sum_{i=1}^{n} x_i$ อ่านว่า ซิกม่าเอ็กซ์ไอ ไอเท่ากับหนึ่งถึง n

ถ้าเราให้ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ แทนข้อมูลซึ่งมีอยู่ N ค่าของประชากร ดังนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลประชากรสามารถเขียนได้เป็น

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ เป็นข้อมูล n จำนวนจากกลุ่มตัวอย่าง ดังนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างคือ

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

ตัวอย่างที่ 1 ในการสอบซ่อมวิชาคณิตศาสตร์ของประชากรนักเรียน 12 คนซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ได้คะแนนดังนี้

8, 7, 4, 5, 3, 6, 7, 9, 7, 7, 8, 4

เนื่องจากมีข้อมูล 12 ค่า ดังนั้น ค่ามัชฌิมเลขคณิต คือ

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

$$= \frac{8+7+4+5+3+6+7+9+7+7+8+4}{12}$$

$$= \frac{75}{12}$$

$$= 6.25$$

สมบัติของ $\sum$ บางประการ

ถ้า c และ d เป็นค่าคงตัวใดๆ

1. $\sum_{i=1}^{N} c$ = Nc

2. $\sum_{i=1}^{N} cx_i$ = c$\sum_{i=1}^{N} x_i$

3. $\sum_{i=1}^{N}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i + \sum_{i=1}^{N} y_i$

4. $\sum_{i=1}^{N}(x_i - y_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i - \sum_{i=1}^{N} y_i$

ค่ามัชฌิมเลขคณิตสำหรับข้อมูลที่จัดกลุ่ม (Mean for grouped data)

สูตรหาค่ามัชฌิมเลขคณิต สำหรับข้อมูลที่จัดกลุ่ม (Grouped data) มีความซับซ้อนกว่าสูตรที่ใช้กับข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่ม (ungrouped data) สำหรับข้อมูลที่จัดกลุ่ม เราไม่รู้ข้อมูลแต่ละตัวเนื่องจากจะกำหนดความถี่ของข้อมูลในแต่ละช่วง ดังนั้นสูตรนี้จะให้ค่าประมาณของค่ามัชฌิมเลขคณิต เราจะใช้สัญลักษณ์เช่นเดียวกับการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่ม

ถ้าข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง มี k อันตรภาคชั้น และ

x_i เป็นค่ากึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i เป็นความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

$\sum_{i=1}^{k} f_i$ (หรือ n) เป็นจำนวนทั้งหมดของข้อมูล

แล้ว $$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$$

ถ้าค่าจากการสังเกตของประชากรเป็น x_1, x_2, x_3, ..., x_k มีความถี่ f_1, f_2, f_3, ..., f_k ตามลำดับแล้ว ค่ามัชฌิมเลขคณิต μ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\mu = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{N}$$

เมื่อ $\sum_{i=1}^{k} f_i$ = N เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตทั้งหมด

x_i เป็นจุดกึ่งกลางของชั้นที่ i

k เป็นจำนวนชั้นของอันตรภาคชั้น

ตัวอย่างที่ 2 ผลการสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน นำเสนอด้วยตารางแจกแจงความถี่ดังนี้

คะแนน	ความถี่
0 - 2	3
3 - 5	6
6 - 8	8
9 - 11	6
12 - 14	5
15 - 17	2
รวม	30

จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบย่อยของกลุ่มตัวอย่างนี้

วิธีทำ เขียนค่ากึ่งกลาง (x_i) ความถี่ (f_i) และผลคูณของความถี่และค่ากึ่งกลาง ($f_i x_i$) ของแต่ละอันตรภาคชั้นและหาค่ามัชฌิมเลขคณิตดังนี้

คะแนน	x_i	f_i	$f_i \times x_i$
0 - 2	1	3	3
3 - 5	4	6	24
6 - 8	7	8	56
9 - 11	10	6	60
12 - 14	13	5	65
15 – 17	16	2	32
รวม	30	รวม	240

ดังนั้น $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$

$= \dfrac{240}{30}$

$= 8$

การหาค่ามัชฌิมเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (Weighted arithmetic mean)

ถ้า $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_k$ เป็นค่าน้ำหนักหรือความสำคัญของค่าจากการสังเกต $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$ ตามลำดับแล้ว ค่ามัชฌิมเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\mu = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \ldots + w_kx_k}{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} w_i}$$

ตัวอย่างที่ 3 ในการสอบวัดความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้แบ่งให้คะแนนตามความสำคัญ ถ้านักเรียนคนหนึ่งได้คะแนนในแต่ละด้าน และความสำคัญในแต่ละด้านกำหนดดังตาราง จงหาคะแนนเฉลี่ยของการสอบวัดความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ด้าน	คะแนนที่ได้	ความสำคัญ
ความรู้ความจำ	18	24
ความเข้าใจ	16	22
วิเคราะห์	15	20
สังเคราะห์	14	18
ประเมินค่า	12	16
รวม		100

วิธีทำ เนื่องจาก $w_1 = 24$, $w_2 = 22$, $w_3 = 20$, $w_4 = 18$ และ $w_5 = 16$ เป็นค่าน้ำหนักหรือความสำคัญของคะแนนในด้านต่าง ๆและ $x_1 = 18$, $x_2 = 16$, $x_3 = 15$, $x_4 = 14$ และ $x_5 = 12$ เป็นคะแนนที่สอบได้ในด้านต่าง ๆ

ดังนั้น ค่ามัชฌิมเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\mu = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \ldots + w_5x_5}{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_5}$$

$$= \frac{(24\times18)+(22\times16)+(20\times15)+(18\times14)+(16\times12)}{24+22+20+18+16}$$

$$= \frac{432+352+300+252+192}{100}$$

$$= \frac{1528}{100} = 15.28$$

ดังนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนักของคะแนนสอบวัดความสามารถด้านคณิตศาสตร์เป็น 15.28

ค่ามัชฌิมเลขคณิตรวม (Combined arithmetic mean)

ถ้า $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$, $\overline{X}_3$, ..., $\overline{X}_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1, 2, 3, ..., k ตามลำดับ

n_1, n_2, n_3, ..., n_k เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตในข้อมูลชุดที่ 1 ถึง k ตามลำดับ

ค่ามัชฌิมเลขคณิตรวม $$\overline{X} = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2 + n_3\overline{X}_3 + \ldots + n_k\overline{X}_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\overline{X}_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ข้อมูลในระดับประชากรก็หาค่าเฉลี่ยได้ในทำนองเดียวกัน ซึ่งจะได้

ค่ามัชฌิมเลขคณิตรวม $$\mu_{\text{รวม}} = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3 + \ldots + N_k\mu_k}{N_1 + N_2 + N_3 + \ldots + N_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i}$$

ตัวอย่างที่ 4 คะแนนเฉลี่ยของการสอบวัดมาตรฐานของโรงเรียนสามโรงเป็น 446, 475 และ 420 ถ้าจำนวนผู้เข้าสอบของโรงเรียนสามโรงนี้เป็น 214, 226 และ 154 คนตามลำดับ จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนของโรงเรียนสามโรงนี้

วิธีทำ โดยใช้วิธีการหาคะแนนรวมของแต่ละโรงเรียน นำคะแนนรวมของแต่ละโรงเรียนมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนนักเรียนทุกคนจากสามโรงเรียนที่สอบวัดมาตรฐาน

ค่ามัชฌิมเลขคณิตรวม μ รวม = $\dfrac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3}{N_1 + N_2 + N_3}$

$$= \frac{(214 \times 446) + (226 \times 475) + (154 \times 420)}{214 + 226 + 154}$$

$$= \frac{95,444 + 107,350 + 64,680}{594}$$

$$= \frac{267,474}{594} \approx 450.29$$

ดังนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนของโรงเรียนสามโรงนี้ประมาณ 450.29

สมบัติที่สำคัญของค่ามัชฌิมเลขคณิต

(1) $\sum_{i=1}^{N} x_i$ = Nμ และ $\sum_{i=1}^{n} x_i$ = n$\overline{X}$

(2) $\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)$ = 0

$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{X})$ = 0

(3) ผลรวมของผลต่างกำลังสองของแต่ละค่าของข้อมูลกับจำนวนจริง M ใด ๆจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ M เท่ากับค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น นั่นคือ

$\sum_{i=1}^{N} (x_i - M)^2$ น้อยที่สุดเมื่อ M = μ

$\sum_{i=1}^{n} (x_i - M)^2$ น้อยที่สุดเมื่อ M = $\overline{X}$

หรือเขียนได้เป็น

$$\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2 \le \sum_{i=1}^{N}(x_i-M)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})^2 \le \sum_{i=1}^{n}(x_i-M)^2$$ เมื่อ M เป็นจำนวนจริงใดๆ

(4) ค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใดๆ มีค่าอยู่ระหว่างค่าจากการสังเกตตัวที่น้อยที่สุด และตัวที่มากที่สุด นั่นคือ

$$x_{min} < \mu < x_{max}$$

และ $x_{min} < \overline{X} < x_{max}$

เมื่อ x_{min} และ x_{max} เป็นค่าจากการสังเกตที่น้อยที่สุดและมากที่สุดตามลำดับ

(5) ถ้าตัวแปร Y และ X มีความสัมพันธ์กันในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น

ถ้า $Y_i = aX_i + b$ เมื่อ a และ b เป็นค่าคงตัวแล้ว

$$\mu_y = a\mu_x + b$$

และ $\overline{Y} = a\overline{X} + b$

ในที่นี้จะแสดงวิธีพิสูจน์สมบัติข้อ 3 ในกรณีข้อมูลระดับกลุ่มตัวอย่างขนาด n หน่วยส่วนข้ออื่นๆจะละไว้ให้ผู้เรียนพิสูจน์เอง

พิสูจน์ (3) ให้ M เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X} + \overline{X} - M)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[(x_i - \overline{X}) + (\overline{X} - M)]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[(x_i - \overline{X})^2 + 2(x_i - \overline{X})(\overline{X} - M) + (\overline{X} - M)^2]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 + 2(\overline{X} - M)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}) + \sum_{i=1}^{n}(\overline{X} - M)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 + \sum_{i=1}^{n}(\overline{X} - M)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 + n(\overline{X} - M)^2$$

เนื่องจาก ($2(\overline{X} - M)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}) = 0$

ซึ่งเป็นผลมาจาก $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}) = 0$

และ $\sum_{i=1}^{n}(\overline{X} - M)^2 = n(\overline{X} - M)^2$)

ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 + n(\overline{X} - M)^2$

แต่เนื่องจาก $\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2$, $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2$, และ $n(\overline{X} - M)^2 \geq 0$ เสมอ

ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2 \geq \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2$

หรือ $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 \leq \sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2$

3. มัธยฐาน (The Median)

เราอาจกล่าวถึงมัธยฐาน เช่น มัธยฐานของการกระจายคือจุดที่มีคะแนนต่ำกว่าจุดนั้นอยู่ 50% ของคะแนนทั้งหมด หรือมัธยฐานคือค่าที่แสดงตำแหน่งP_{50} หรือ มัธยฐานเป็นค่าที่แบ่งการกระจายของข้อมูลออกเป็นอย่างละครึ่งนั่นคือ

มัธยฐานของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่ง เป็นค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น เมื่อค่าจัดเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือ จากมากไปน้อย

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนมัธยฐานคือ Mdn

ในการหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ขั้นแรกเราเรียงคะแนนตามลำดับจากน้อยไปมาก (หรือจากมากไปน้อยซึ่งรวมถึงคะแนนที่เป็นศูนย์ด้วย) ถ้า n (หรือ N) เป็นจำนวนคี่ มัธยฐานจะเป็นคะแนนที่มีคะแนนที่ต่ำกว่าและคะแนนที่สูงกว่าอยู่จำนวนเท่ากัน ยกตัวอย่าง คะแนนต่อไปนี้

0, 8, 9, 12, 16, 17, 21

มัธยฐานคือ 12

เมื่อมีข้อมูลเป็นจำนวนคู่ จะไม่มีคะแนนที่อยู่ตรงกลาง ดังนั้นมัธยฐานคือ จุดที่แบ่งครึ่งระหว่างคะแนนสองตัวที่อยู่ติดกันในตำแหน่งตรงกลาง ยกตัวอย่าง สำหรับกลุ่มของคะแนน :

13, 15, 16, 19, 20, 21

มัธยฐานคือ $\frac{16+19}{2}$ = 17.5

สำหรับกรณีที่มีคะแนนซ้ำๆกัน ยกตัวอย่างต้องการหามัธยฐานของคะแนน

6, 8, 9, 9, 9, 9

มัธยฐานคือครึ่งทางระหว่างคะแนนตัวแรกคือ 9 และคะแนนตัวที่สองคือ 9 ดังนั้น

มัธยฐานคือ 9

สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่หามัธยฐานได้ดังตัวอย่าง

ผลการชั่งน้ำหนักเป็นกิโลกรัมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน เขียนเป็นตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

ตารางแจกแจงความถี่

น้ำหนัก(กิโลกรัม)	ความถี่(คน)
50 - 52	2
53 - 55	8
56 - 58	11
59 - 61	13
62 - 64	17
65 - 67	5
68 - 70	4
รวม	**60**

จากตารางหามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้ดังนี้ มัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ คือค่าของข้อมูลที่ต่ำกว่าค่านี้อยู่ร้อยละ 50 ซึ่งค่านี้อยู่ ณ ตำแหน่ง $\frac{N}{2}$ ดังนั้น ต้องหาความถี่สะสมและเทียบอัตราส่วนได้ดังตาราง

น้ำหนัก(กิโลกรัม)	ความถี่(คน)	ความถี่สะสม
50 - 52	2	2
53 - 55	8	10
56 - 58	11	21
59 - 61	13	34
62 - 64	17	51
65 - 67	5	56
68 - 70	4	60

ตำแหน่งที่ 30 อยู่ในอันตรภาคชั้น 59 - 61 ซึ่งในอันตรภาคชั้นนี้มีความถี่เป็น 13 และความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 61.5 - 58.5 = 3 จึงใช้วิธีเทียบอัตราส่วนดังนี้

ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น 34 - 21 = 13 ในขณะที่น้ำหนักเพิ่มขึ้น 61.5 - 58.5 = 3 กิโลกรัม

ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น 30 - 21 = 9 ในขณะที่น้ำหนักเพิ่มขึ้น $\frac{3\times 9}{13}$ ≈ 2.08 กิโลกรัม

ดังนั้น Mdn ≈ 58.5 + 2.08 = 60.58 กิโลกรัม

การหามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่โดยใช้สูตร

$$\text{Mdn} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M}\right) I$$

เมื่อ Mdn แทน median หรือมัธยฐาน

L แทนขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานตกอยู่

$\sum_{i=1}^{k} f_i$ = N แทนผลรวมของความถี่ทั้งหมด

$\sum f_L$ แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่เป็นช่วงคะแนนต่ำกว่าชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

f_M แทนความถี่ของชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

I แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น

สมบัติของมัธยฐาน

สมบัติที่สำคัญประการหนึ่งของมัธยฐานคือ ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างข้อมูลแต่ละค่ากับมัธยฐานของข้อมูลชุดนั้นมีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ

$\sum_{i=1}^{N} / x_i - Mdn /$ มีค่าน้อยที่สุด

ตัวอย่าง ข้อมูล 2, 3, 3,4, 5, 7, 7, 8, 10

มี $\overline{X}$ = 4.9 และมี Mdn = 5

เปรียบเทียบ $\sum_{i=1}^{9} / x_i - Mdn /$ กับ $\sum_{i=1}^{9} / x_i - \overline{X} /$

$$\sum_{i=1}^{9} / x_i - Mdn / = / 2-5/+/3-5/+/3-5/+/4-5/+/5-5/+/7-5/+/7-5/+/8-5/+/10-5/$$

$$= 3+2+2+1+2+2+3+5$$

$$= 20$$

$$\sum_{i=1}^{9} / x_i - \overline{X} / = 2.9+1.9+1.9+0.9+0.1+2.1+2.1+3.1+5.1$$

$$= 20.1$$

กรณีนี้จะพบว่า $\sum_{i=1}^{9} / x_i - Mdn / < \sum_{i=1}^{9} / x_i - \overline{X} /$

4. ฐานนิยม (The Mode)

ความหมายโดยทั่วไปของฐานนิยมคือ "เป็นสมัยนิยม" (fashionable) และมันเป็นสิ่งที่ถูกเลือกเหมือนกันมากที่สุด ในสถิติกรณีที่ข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม (ungrouped) ฐานนิยมเป็นคะแนนที่ปรากฏมีความถี่มากที่สุด หรือกล่าวได้ว่า

ฐานนิยมของค่าการวัดเป็นข้อมูลที่ปรากฏบ่อยที่สุด หรือมีความถี่สูงสุด สัญลักษณ์ที่ใช้แทนฐานนิยมคือ Mo

พิจารณาตารางต่อไปนี้

ตาราง 2.1. คะแนนสอบกลางภาควิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 50 คน

84	80	68	87	**86**	70	79	90	67	80
82	62	87	85	**86**	**86**	61	**86**	91	78
72	96	89	84	78	88	78	78	82	76
70	**86**	85	88	70	79	75	89	73	**86**
72	68	82	89	81	69	77	81	77	83

จากตาราง 2.1 เนื่องจาก 86 มีความถี่มากที่สุดคือมีความถี่เป็น 6 ส่วนคะแนนอื่นๆมีความถี่น้อยกว่า 6 ดังนั้นฐานนิยมคือ 86

ถ้าเราไม่ทราบคะแนนดิบ (Raw score) แต่เราทราบข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่ ในข้อมูลที่แจกแจงความถี่เราจะหาฐานนิยมจากจุดกึ่งกลาง (mid point) ของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด

พิจารณาตาราง 2.2

ตาราง 2.2 คะแนนผลการทดสอบปลายภาควิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 50 คน

คะแนน	ความถี่
60 - 64	2
65 - 69	7
70 - 74	7
75 - 79	14
80 - 84	16
85 - 89	9
90 - 94	1
	N = 50

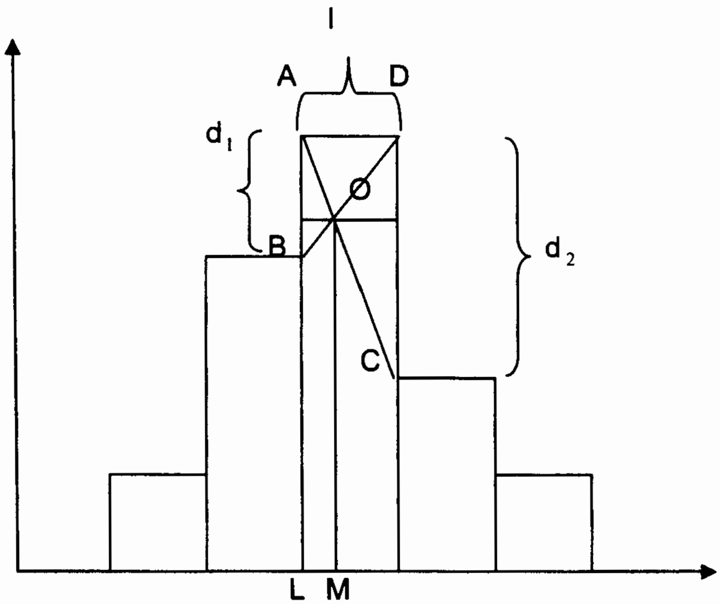
จากตาราง 2.2 อันตรภาคชั้น 80 - 84 มีความถี่สูงสุด ค่าฐานนิยมคือค่าจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น 80 - 84 ดังนั้น ฐานนิยมคือ 82 นอกจากนั้น หนังสือบางเล่มหาฐานนิยมของข้อมูลที่แจกแจงความถี่จากสูตร

$$\text{Mo} = \text{L} + \text{I}\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$

เมื่อ Mo คือฐานนิยม

- L คือขอบล่างของชั้นที่มีฐานนิยม
- I คือความกว้างของอันตรภาคชั้น
- d_1 คือผลต่างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยมกับอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่า
- d_2 คือผลต่างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยมกับอันตรภาคชั้นที่สูงกว่า

โดยสูตรมีที่มาดังนี้



ให้ L เป็นขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยม จากรูป $\overline{AC}$ ตัด $\overline{BD}$ ที่ O ลากเส้นจากจุด O มาตั้งฉากกับแกนนอน และตัดแกนนอนที่ M ให้ระยะ LM = x

ดังนั้น Mo = $L + x$

คำนวณหาค่า x ได้ดังนี้

ให้ Δ AOB มีความสูงเท่ากับ x หน่วย และฐาน AB = d_1

ดังนั้น Δ COD มีความสูงเท่ากับ $I - x$ หน่วย และฐาน CD = d_2

เนื่องจาก Δ AOB และ Δ COD เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

จะได้ $$\frac{x}{d_1} = \frac{I-x}{d_2}$$

$$d_2 x = d_1(I - x)$$

$$(d_1 + d_2)x = d_1 I$$

$$x = \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)I$$

นั่นคือ $\text{Mo} = L + I\left(\dfrac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$

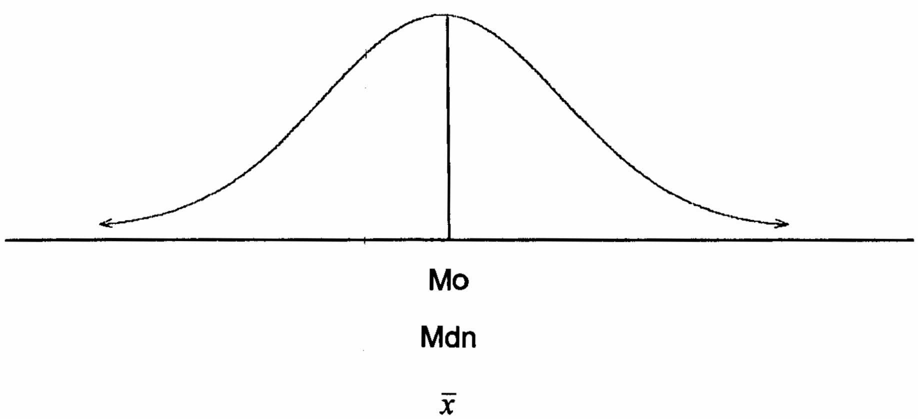
ในกรณีใช้สูตร $\text{Mo} = L + I\left(\dfrac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$ หาฐานนิยมจากตาราง 1.2 จะได้ว่า

$$\text{Mo} = 74.5 + 5\left(\frac{7}{7+2}\right)$$

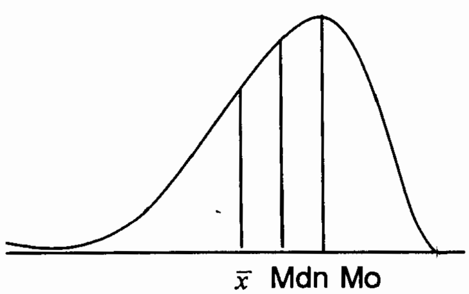
$$\approx 74.5 + 3.89$$

$$\approx 78.39$$

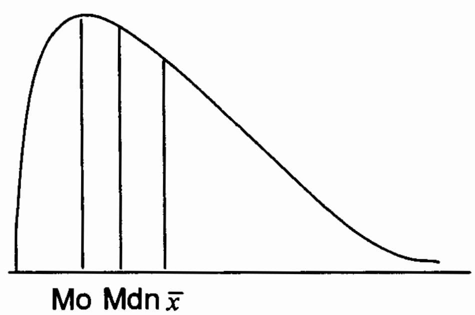
ในการศึกษาความสัมพันธ์ของค่ามัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน และ ฐานนิยมจากโค้งของความถี่ จะพบว่าโค้งของความถี่มีความสัมพันธ์กันดังนี้



(ก) ถ้าการแจกแจงเป็นรูปสมมาตร



(ข) ถ้าการแจกแจงเป็นรูปเบ้ซ้าย



(ค) ถ้าการแจกแจงเป็นรูปเบ้ขวา

การแจกแจงเป็นรูปเบ้ซ้าย ค่าฐานนิยมจะมีค่ามากที่สุด ค่ามัธยฐานและค่ามัชฌิมเลขคณิตอยู่ทางด้านซ้ายของฐานนิยม โดยค่ามัธยฐานอยู่ระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตและฐานนิยม และค่ามัธยฐานจะอยู่ห่างจากค่าฐานนิยมประมาณสองในสามของระยะทางจากฐานนิยมไปยังค่ามัชฌิมเลขคณิต

การแจกแจงเป็นรูปเบ้ขวา ค่าฐานนิยมจะมีค่าต่ำสุด ค่ามัธยฐานและค่ามัชฌิมลขคณิตอยู่ทางด้านขวาของฐานนิยม โดยค่ามัธยฐานอยู่ระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตและฐานนิยม และค่ามัธยฐานจะอยู่ห่างจากค่าฐานนิยมประมาณสองในสามของระยะทางจากฐานนิยมไปยังค่ามัชฌิมเลขคณิต

สมบัติบางประการของ ค่ามัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม

เพื่อให้นักศึกษาเห็นได้ว่าข้อมูลแบบใดควรเลือกใช้การวิเคราะห์โดยใช้ค่าฐานนิยม มัธยฐาน หรือ ค่ามัชฌิมเลขคณิต เพื่อให้การนำผลไปใช้ในการตัดสินใจ หรือวางแผนในการทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้เหมาะสมที่สุด จึงจะได้กล่าวถึงสมบัติบางประการของฐานนิยม มัธยฐาน และ ค่ามัชฌิมเลขคณิตพอสังเขป

สมบัติที่สำคัญของค่ามัชฌิมเลขคณิต

สมบัติอย่างหนึ่งของค่ามัชฌิมเลขคณิต คือ เมื่อนำข้อมูลแต่ละตัวลบด้วยค่ามัชฌิมเลขคณิตแล้วนำผลลัพธ์มารวมกันจะมีผลรวมเป็นศูนย์ ยกตัวอย่าง มีข้อมูล 5 ตัว คือ

3 4 5 8 10

ดังนั้น ค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ $\frac{3+4+5+8+10}{5} = 6$

และ $(3-6)+(4-6)+(5-6)+(8-6)+(10-6) = (-3)+(-2)+(-1)+2+4 = 0$

เนื่องจากการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตต้องหาจากผลบวกของข้อมูลทุกตัว หารด้วยจำนวนข้อมูล ดังนั้นทุกหน่วยของข้อมูลจึงมีความสำคัญที่จะทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไป เช่น ในกรณีที่สถาบันการศึกษาสอบวัดความสามารถในเรื่องใดเรื่องหนึ่งของนักเรียน หากนักเรียนบางคนมีความสามารถที่แตกต่างไปจากกลุ่มมาก อาจทำให้ค่าเฉลี่ยผิดไป และ

ทำให้การตีความคลาดเคลื่อนไปจากข้อเท็จจริงได้ แต่อย่างไรก็ตามค่ามัชฌิมเลขคณิตก็มีประโยชน์ เช่นเมื่อต้องการเปรียบเทียบข้อมูลของแต่ละกลุ่ม จะทำให้ทราบความแตกต่างของแต่ละกลุ่มได้ชัดเจน ในกรณีที่เก็บข้อมูลสองกลุ่มทั้งสองกลุ่มอาจมีมัธยฐานเท่ากัน แต่ค่ามัชฌิมเลขคณิตต่างกัน เป็นต้น การใช้ค่ามัธยฐานตีความกลุ่มสองกลุ่ม ก็จะผิดพลาดไปจากข้อเท็จจริงได้ เมื่อพิจารณาจากค่ามัชฌิมเลขคณิตก็จะทำให้ทราบในเบื้องต้นว่า โดยเฉลี่ยแล้วแต่ละกลุ่มเป็นอย่างไร หรือกลุ่มใดเก่งกว่า

สำหรับการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตจากข้อมูลดิบหรือข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่ม ค่าที่ได้จะเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตที่แท้จริง แต่การหาค่ามัชฌิมเลขคณิดจากข้อมูลที่จัดกลุ่ม ค่าที่ได้จะเป็นค่าโดยประมาณเนื่องจากเราต้องประมาณค่าทุกค่าในแต่ละอันตรภาคชั้นเป็นค่าจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นนั้น ดังนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตที่ได้จึงคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่แท้จริงบ้าง แต่ก็ไม่ส่งผลกับการตีความข้อมูลชุดนั้นๆมากนัก

สมบัติของมัธยฐาน

มัธยฐาน คือ ค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูล เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย นั่นคือมีข้อมูลที่มีค่าต่ำกว่าและสูงกว่าค่านั้นอยู่จำนวนเท่ากัน บางครั้งเราต้องเลือกใช้ค่ามัธยฐานเนื่องจากค่าบางค่าของข้อมูลแตกต่างไปจากค่าอื่นๆมาก

ตัวอย่าง **ทีมเบสบอลทีมหนึ่งในปีค.ศ.1989 มีข้อมูลเงินเดือนของผู้เล่น 27 คน ข้อมูลเงินเดือนมีหน่วยเป็นดอลลาร์**

2,000,000	1,729,167	886,667	662,500	485,000	405,000
400,000	370,000	322,500	272,500	145,000	125,000
125,000	124,500	117,500	95,000	86,000	82,000
82,000	71,500	70,500	68,000	68,000	68,000
68,000	68,000	68,000			

มัธยฐานของเงินเดือนของผู้เล่น 27 คน เป็น 124,555 ดอลลาร์ ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเงินเดือนของผู้เล่นชุดนี้เป็น 335,751.11 ดอลลาร์ ซึ่งเกือบเป็นสามเท่าของค่ามัธยฐานเนื่องจากมีสองคนที่เงินเดือนสูงกว่าคนอื่นๆมาก หากกล่าวว่าคนส่วนใหญ่ได้เงินเดือนประมาณ 335,751.11 ดอลลาร์ ก็จะคลาดเคลื่อนจากข้อเท็จจริงไปอย่างมาก ดังนั้นจึงควรนำค่ามัธยฐานมาใช้อธิบายเงินเดือนของผู้เล่นกลุ่มนี้

ในการศึกษาข้อมูลทางสังคมศาสตร์ บางครั้งอาจไม่สามารถบอกค่าที่แน่นอนของคะแนนในอันตรภาคชั้นสูงสุดได้ เช่นถ้าจัดกลุ่มเป็น 5 อันตรภาคชั้นเป็น 3 - 5, 6 - 8, 9 - 11, 12 - 14 และ ตั้งแต่ 15 ปี ขึ้นไป กรณีนี้เราจะไม่สามารถหาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นสูงสุด เพื่อนำไปใช้ในการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตได้ ดังนั้น จึงอาจต้องใช้ค่ามัธยฐานในการอธิบายข้อมูลชุดนี้

สมบัติของฐานนิยม

การหาฐานนิยมสำหรับข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่มทำได้โดยง่าย โดยดูว่าข้อมูลตัวใดมีความถี่สูงสุด ซึ่งบางครั้งข้อมูลบางชุดอาจมีฐานนิยมมากกว่า 1 ค่า การนำค่าฐานนิยมจากข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่มไปใช้ในการอธิบายและใช้ในการตัดสินใจ สามารถทำได้อย่างถูกต้องตรงกับข้อเท็จจริง แต่ถ้าเป็นข้อมูลที่จัดกลุ่ม ค่าฐานนิยมของข้อมูลชุดเดียวกันเมื่อสร้างตารางแจกแจงความถี่ให้มีความกว้างของอันตรภาคชั้นต่างกันไป เช่น สร้างตารางแจกแจงความถี่สามตารางจากข้อมูลชุดเดียวกัน ให้มีความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 2, 3 และ 4 ค่าฐานนิยมที่คำนวณได้มักมีค่าไม่เท่ากัน ดังนั้นหากนำค่าที่ได้ไปใช้ในการตัดสินใจหรือวางแผนเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อาจทำให้เกิดข้อผิดพลาดขึ้นได้ เช่นในกรณีของการสำรวจเบอร์สินค้ายอดนิยม แล้วนำมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ เมื่อหาค่าฐานนิยมจากตารางแจกแจงความถี่ อาจได้ค่าอื่นที่ใกล้เคียงกันกับค่าฐานนิยมที่แท้จริงและหากตัดสินใจผลิตสินค้าตามเบอร์ที่คิดคำนวณได้จากตารางแจกแจงความถี่ ก็อาจก่อให้เกิดความเสียหายได้มาก ดังนั้น ในกรณีนี้จึงควรหาค่าฐานนิยมจากข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่ม หรือหาจากข้อมูลดิบ

ในการสำรวจข้อคิดเห็นบางอย่างอาจใช้ค่าฐานนิยมช่วยในการตัดสินใจได้ เช่น สำรวจความพอใจของผู้บริโภคต่อรสชาติอาหารของร้านอาหาร ปรากฏว่า มีผู้ตอบว่า

มีรสชาติอร่อยมาก	19	คน
มีรสชาติอร่อย	15	คน
มีรสชาติพอใช้	25	คน
มีรสชาติไม่ถูกปาก	8	คน

กรณีนี้ถ้าพิจารณาจากฐานนิยม จะเห็นได้ว่าผู้ตอบว่ารสชาติอาหารพอใช้มีจำนวนมากที่สุด ถ้าเจ้าของร้านต้องการได้ลูกค้ากลุ่มนี้ไว้ก็ต้องปรับปรุงรสชาติอาหาร

การสำรวจข้อมูลบางอย่าง เช่น สีของนัยน์ตา สีที่คนนิยม เป็นต้น ไม่สามารถวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางโดยวิธีอื่นได้นอกจากใช้ฐานนิยม

แบบฝึกหัด 2

1. ถ้า $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 5, x_5 = 3, f_1 = 1, f_2 = 3, f_3 = 2, f_4 = 3, f_5 = 1$ และ $c = 3$ จงหาค่าของ

    1.1 $\sum_{i=1}^{5} c$ 1.2 $\sum_{i=1}^{5} (x_i - 3)^2$

    1.3 $\sum_{i=1}^{5} (f_i x_i - c)$ 1.4 $\sum_{i=1}^{5} (x_i - 2)(x_i + 2)$

2. ถ้า $\sum_{i=1}^{5} x_i = 15$ และ $\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 55$ จงหา

    2.1 $\sum_{i=1}^{5} (5x_i - 40)$ 2.2 $\sum_{i=1}^{5} (x_i - 3)$

    2.3 $\sum_{i=1}^{5} (x_i - 3)^2$

3. ถ้า $\sum_{i=1}^{5} x_i = 18$, $\sum_{i=1}^{5} y_i = -4$ และ $\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 2$ จงหา $\sum_{i=1}^{5} (3x_i - 1)(2y_i + 3)$

4. จงเขียนผลบวกของพจน์ต่อไปนี้โดยใช้เครื่องหมาย $\sum$

    4.1 $3y_1^2 + 3y_2^2 + 3y_3^2 + \ldots + 3y_{10}^2$

    4.2 $(x_1 - 4)f_1 + (x_2 - 4)f_2 + (x_3 - 4)f_3 + \ldots + (x_k - 4)f_k$

    4.3 $\frac{1}{n}[(x_1 - c)^2 f_1 + (x_2 - c)^2 f_2 + \ldots + (x_k - c)^2 f_k]$

5. จงแสดงว่า $\sum_{i=1}^{k} (cx_i + d)^2 = c^2 \sum_{i=1}^{k} x_i^2 + 2cd \sum_{i=1}^{k} x_i + kd^2$

6. ในการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 70 คน ปรากฏว่ามีนักเรียน 40 คนมีคะแนนอยู่ระหว่าง 40 - 60 คะแนน และมีนักเรียน 30 คนมีคะแนนระหว่าง 20 - 30คะแนน

6.1 จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยประมาณ ของการทดสอบครั้งนี้

6.2 ถ้าทราบว่านักเรียน 40 คนได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 48 และนักเรียน 30 คน ได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 27 จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตของการทดสอบย่อยครั้งนี้ ค่าที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับค่าที่คำนวณได้ในข้อ (1) หรือไม่

6.3 จากข้อมูลในข้อ 6.2 จงคำนวณหาคะแนนรวมของการทดสอบครั้งนี้

7. จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตจากคะแนนการสอบต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่
46-50	4
51-55	6
56-60	8
61-65	14
66-70	12
71-75	7
76-80	5

8. จงแสดงว่า $\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x}) = 0$

9. ผลการสอบวัดมาตรฐานจากกลุ่มโรงเรียนซึ่งประกอบด้วยโรงเรียนสามโรงเรียนเป็นดังนี้

โรงเรียนที่ 1	โรงเรียนที่ 2	โรงเรียนที่ 3
n = 220	n = 184	n = 194
$\bar{x}_1$ = 446	$\bar{x}_2$ = 451	$\bar{x}_3$ = 412

จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของกลุ่มโรงเรียนนี้

10. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุน (Q) และราคาขาย (S) ของสินค้าชนิดหนึ่งกำหนดด้วยสมการ S = 1.3Q+12

ถ้าต้นทุนของสินค้าในช่วง 10 วันมีหน่วยเป็นบาทต่อกิโลกรัมเป็นดังนี้

112, 114, 106, 115, 117, 104,105, 96, 94 และ 98

จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตของราคาสินค้าชนิดนี้

11. จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและมัธยฐานของโดยมีราคาเป็นบาทต่อหน่วย

1200, 1125, 1450, 1235, 1645, 1360

12. จงหามัธยฐานของของข้อมูลต่อไปนี้

12.1 8, 7, 15, 15, 15, 12

12.2 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

12.3 1.2, 4.3, 5.7, 7.4, 7.4

12.4 250, 255, 260, 260, 270, 270, 290

13. นายเก่งลงทะเบียนเรียนวิชาต่างๆ 6 กระบวนวิชา และมีผลคะแนนดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยการเรียน	ระดับคะแนน
ภาษาอังกฤษ	2	4
เคมี	1.5	3
ชีวะ	1.5	2
ฟิสิกส์	1.5	3
คณิตศาสตร์	2.5	4
ภาษาไทย	1	1

จงหาคะแนนเฉลี่ยของระดับคะแนนของนายเก่งในภาคเรียนนี้

14. จงหาค่ามัชฌิมลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูล 2(ก) และ 2(ข)

2(ก)

คะแนน	ความถี่
55 - 59	3
60 – 64	6
65 - 69	7
70 – 74	4

2(ข)

คะแนน	ความถี่
58 - 63	7
64 - 69	9
70 - 75	4

15. จงหาค่าเฉลี่ย และ มัธยฐานของอายุของประธานาธิบดีสหรัฐอเมริกาที่เข้ารับตำแหน่ง จากข้อมูลต่อไปนี้

ชื่อ	อายุ	ชื่อ	อายุ
George Washington	57	Chester A. Arthur	50
John Adams	61	Grover Cleveland	47
Thomas Jefferson	57	Benjamin Harrison	55
Jame Madison	57	Grover Cleveland	55
James Monroe	58	William McKinley	54
John Quincy Adams	57	Theodore Roosevelt	42
Andrew Jackson	61	William Howard Taft	51
Martin Van Buren	54	Woodrow Wilson	56
William H. Harrison	68	Warren G. Harding	55
John Tyler	51	Calvin Coolidge	51
James K. Pork	49	Herbert C. Hoover	54
Zachary Taylor	64	Franklin D. Roosevelt	51
Millard Fillmore	50	Harry S. Truman	60
Franklin Pierce	48	Dwight D. Eisenhower	62
James Buchanan	65	John F. Kennedy	43
Abraham Lincoln	52	Lyndon B. Johnson	55
Andrew Johnson	56	Richard M. Nixon	56
Ulysses S. Grant	46	Gerald R. Ford	61
Rutherford B. Hayes	54	Jimmy Carter	52
James A. Garfield	49	Ronald Reagan	60

(หนังสืออ้างอิง Marvin L. Bitting and J. Conrad Crown. Mathematics and Calculus with Applications, 1989.)

16. ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ เป็นข้อมูลที่เรียงจากน้อยไปมาก จงหามัธยฐานเมื่อ

16.1 n เป็นจำนวนคี่

16.2 n เป็นจำนวนคู่

17. จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของการแจกแจงต่อไปนี้

17.1 12, 12, 11, 10, 10, 9, 10

17.2 11, 10, 10, 9, 11, 8, 9, 7, 10

17.3 12, 12, 11, 11, 10, 8, 7, 0, 9, 12

17.4 8, 7, 5, 5, 5, 2, 2, 1, 3, 7, 8

18. คะแนนของคนสิบคนมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 50.0 และคะแนนของคนยี่สิบคนมี

18.1 ค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 40.0 ถ้ารวมคนสองกลุ่มเข้าด้วยกัน จะมี n = 30 ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงทั้งหมดเป็นเท่าไร

18.2 จงเขียนสูตรเพื่อคำนวณหาค่าเฉลี่ยจากสองกลุ่มนี้ เมื่อให้ $\bar{X}_1$ และ n_1 เป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตและขนาดของกลุ่มที่หนึ่ง และ $\bar{X}_2$ และ n_2 เป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตและขนาดของกลุ่มที่สอง

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถาม ข้อ 19. ถึง ข้อ 21 การแจกแจงของข้อมูล 10 ตัว ซึ่งมีข้อมูล 9 ตัวคือ 4, 6, 10, 2, 10 , 3, 1, 4 และ 10 คะแนนที่สิบซึ่งเป็นคะแนนที่ขาดหายไปมีค่ามากกว่า 6 แต่ไม่ใช่ 10

19. จากข้อมูลข้างต้นเป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาฐานนิยมของการแจกแจง

20. จากข้อมูลข้างต้นเป็นไปได้หรือไม่ที่จะหามัธยฐานของการแจกแจง

21. ถ้าค่าเฉลี่ยของการแจกแจงของข้อมูล 10 ตัวข้างต้นเป็น 5.8 ค่าของข้อมูลที่หายไปคือจำนวนใด จงอธิบาย

22. การแจกแจงหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็น 120 และมัธยฐานเป็น 130 เราจะอธิบายรูปร่างของการแจกแจงได้ว่าอย่างไร

23. จงอธิบายว่าข้อมูลลักษณะใดจึงควรใช้ค่ากลาง ที่เป็นค่ามัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน หรือฐานนิยม

24. การแจกแจงของข้อมูลอย่างไรที่เรียกว่าเบ้ซ้าย เบ้ขวา หรือสมมาตร