บทที่ 13

สถิติทดสอบที่ไม่อิงพารามิเตอร์อื่น ๆ

การใช้สถิติทดสอบ f^2 ที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 12 นั้นเป็นสถิติที่ไม่อิงพารามิเตอร์ ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงสถิติทดสอบอื่น ๆที่ไม่อิงพารามิเตอร์เพิ่มอีก 3 การทดสอบ คือ Binomial test, Kolmogorov-Smirnov one sample test และ One-sample runs test

1. Binomial test

Binomial test เป็นสถิติทดสอบที่ว่าด้วยเรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ หรือ กลุ่มบุคคล 2 กลุ่ม ซึ่งถ้าเรารู้สัดส่วนของเหตุการณ์หนึ่งหรือกลุ่มหนึ่งแล้ว เช่น มีสัดส่วนเป็น P ดังนั้นเราจะรู้ได้ว่าเหตุการณ์อีกเหตุการณ์หนึ่งหรือกลุ่มคนอีกกลุ่มมีสัดส่วนเป็นเท่า 1 – P ซึ่งเราจะใช้สัญลักษณ์ว่า Q

สูตรความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์หนึ่ง x ครั้ง จากเหตุการณ์ทั้งหมด N ครั้ง เขียนได้ดังนี้

$$p(x) = \binom{N}{x} P^x Q^{N-x} \qquad \text{.......... (13.1)}$$

ตัวอย่างในการโยนลูกเต๋า 5 ครั้ง โอกาสที่จะเกิดแต้มเป็น "หก" 2 ครั้ง เป็นเท่าไร ในที่นี้ $N = 5$ และ $x = 2$ P = สัดส่วนของการเกิดแต้มเป็น "หก" ในการโยน 1 ครั้ง $= \frac{1}{6}$ และ "ไม่เกิดหก" คือ $Q = 1 - P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ เมื่อแทนค่าลงในสูตร 13.1 จะได้

$$p(x) = \binom{N}{x} P^x Q^{N-x}$$

$$p(2) = \binom{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^{5-2}$$

$$p(2) = \left(\frac{5!}{2!3!}\right)\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$= .16$$

และเมื่อให้ x ซึ่งเป็นจำนวนครั้งที่จะเกิด "หก" มีค่าเป็น $x \leq 2$ ก็จะรวมค่าความน่าจะเป็น

$$p(x \leq 2) = \sum_{i=0}^{x} \binom{N}{i} P^{i} Q^{N-i}$$

ตัวอย่างการใช้ Binomial test

ในการศึกษาเรื่องความเครียดโดยการทดสอบกับนักเรียนจำนวน 18 คนให้เรียนวิธีผูกปมเงื่อน 2 วิธี โดยให้กลุ่มแรก 9 คน เรียนวิธีผูกปมเงื่อนวิธี A ก่อน แล้วจึงสอนวิธีผูกปมเงื่อนวิธี B ส่วนกลุ่มที่สองอีก 9 คน ให้เรียนวิธีผูกปมเงื่อน B ก่อน แล้วจึงให้เรียนวิธีผูกปมเงื่อนวิธี A ผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมุติฐานวิจัยที่ว่าเมื่อนักเรียนอยู่ในภาวะความตึงเครียดจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้แบบแรกที่ได้รับการสอนก่อน ดังนั้นเมื่อสอนเสร็จทั้ง 18 คน แล้วผู้วิจัยก็ทำให้นักเรียนเกิดความเครียดที่จะต้องใช้วิธีผูกปมเงื่อนในการแก้ปัญหา ผลการทดลองได้ข้อมูลดังนี้

ตารางข้อมูล แสดงจำนวนนักเรียนที่ตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหา

	วิธีที่เลือก		รวม
	วิธีที่เรียนก่อน	วิธีที่เรียนหลัง	
จำนวนนักเรียน	16	2	18

สมมุติฐานสถิติ $H_0 : p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$

$H_1 : p_1 \rangle p_2$

$\alpha = .01$

ใช้สูตร $$p(x \leq 2) = \sum_{i=0}^{x} \binom{N}{i} P^{i} Q^{N-i}$$

โดยที่ $P = Q = \frac{1}{2}$

N จำนวนคนทั้งหมด 18 คน

นักศึกษาอาจใช้ตาราง ข้างล่างนี้แทนการคำนวณก็ได้ เมื่อ $P = Q = \frac{1}{2}$ และ N ไม่เกิน 25

TABLE D. TABLE OF PROBABILITIES ASSOCIATED WITH VALUES AS SMALL AS OBSERVED VALUES OF x IN THE BINOMIAL TEST*

Given in the body of this table are one-tailed probabilities under H_0 for the binomial test when $P = Q = \frac{1}{2}$. To save space, decimal points are omitted in the p's.

N \ x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	031	188	500	812	969	†										
6	016	109	344	656	891	984	†									
7	008	062	227	500	773	938	992	†								
8	004	035	145	363	637	855	965	996	†							
9	002	020	090	254	500	746	910	980	998	†						
10	001	011	055	172	377	623	828	945	989	999	†					
11		006	033	113	274	500	726	887	967	994	†	†				
12		003	019	073	194	387	613	806	927	981	997	†	†			
13		002	011	046	133	291	500	709	867	954	989	998	†	†		
14		001	006	029	090	212	395	605	788	910	971	994	999	†	†	
15			004	018	059	151	304	500	696	849	941	982	996	†	†	†
16			002	011	038	105	227	402	598	773	895	962	989	998	†	†
17			001	006	025	072	166	315	500	685	834	928	975	994	999	†
18			001	004	015	048	119	240	407	593	760	881	952	985	996	999
19				002	010	032	084	180	324	500	676	820	916	968	990	998
20				001	006	021	058	132	252	412	588	748	868	942	979	994
21				001	004	013	039	095	192	332	500	668	808	905	961	987
22					002	008	026	067	143	262	416	584	738	857	933	974
23					001	005	017	047	105	202	339	500	661	798	895	953
24					001	003	011	032	076	154	271	419	581	729	846	924
25						002	007	022	054	115	212	345	500	655	788	885

* Adapted from Table IV, B, of Walker, Helen, and Lev, J. 1953. *Statistical inference.* New York: Holt, p. 458, with the kind permission of the authors and publisher.

† 1.0 or approximately 1.0.

หมายเหตุ: ที่มา Siegel & Castellan (Siegel & Castellan, 1956.P250)

ผลการคำนวณหรือดูจากตารางที่ N =18 และ $x = 2$ ได้ค่า $p(x \leq 2)$=.001 นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะเลือกใช้วิธีที่เรียนหลังในการแก้ปัญหาเท่ากับ .001 ซึ่งน้อยกว่าค่า α ที่ตั้งไว้ .01

ในกรณีที่ N มีค่าเกินกว่า 25 ก็ให้ใช้สูตร z ดังนี้

$$z = \frac{(x \pm 5)NP}{\sqrt{NPQ}} \qquad \text{..........(13.2)}$$

2. Kolmogorov-Smirnov one sample test

การทดสอบด้วยสถิติ Kolmogorov-Smirnov one sample test หรือ K-S ใช้กรณีต้องพิสูจน์ผลการแจกแจงของจำนวนคนหรือสิ่งของว่ามีการแจกแจงของความถี่สะสมเป็นไปตามทฤษฎีของการแจกแจงความถี่สะสมหรือไม่ กำหนดให้

$F_0(X)$ = ฟังชั่นของการแจกแจงความถี่สะสม นั่นคือสำหรับทุกค่าของ X ค่าของ $F_0(X)$ เป็นสัดส่วนของคนที่คาดหวังว่าจะได้คะแนนเท่ากับหรือน้อยกว่า X

และให้ $S_N(X)$ = การแจกแจงของความถี่สะสมจากกลุ่มตัวอย่างที่ได้มาอย่างสุ่มที่มีจำนวนเท่ากับ N โดยที่ X จะเป็นไปได้เมื่อ สมการ $S_N(X) = k/N$ เมื่อ k คือจำนวนข้อมูลที่เท่ากับหรือน้อยกว่า X

สมมุติฐานว่างตั้งไว้ว่า ความแตกต่างระหว่าง $S_N(X)$ กับ $F_0(X)$ จะมีค่าน้อยและอยู่ในลิมิตของความคลาดเคลื่อนสุ่ม

Kolmogorov-Smirnov one sample test จะเน้นที่ค่าความต่างที่มากที่สุดของ $F_0(X) - S_N(X)$ ใช้สัญลักษณ์ D โดยที่

$$D = \text{maximm}\left|F_0(X) - S_N(X)\right| \qquad \text{..........(13.3)}$$

โดยที่การแจกแจงค่า D ภายใต้สมมุติฐานว่าเป็นไปตามตารางดังนี้

TABLE E. TABLE OF CRITICAL VALUES OF D IN THE KOLMOGOROV-SMIRNOV ONE-SAMPLE TEST*

Sample size (N)	Level of significance for D = maximum $\lvert F_0(X) - S_N(X) \rvert$				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	.900	.925	.950	.975	.995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	.708	.828
4	.494	.525	.564	.624	.733
5	.446	.474	.510	.565	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.457	.543
9	.339	.360	.388	.432	.514
10	.322	.342	.368	.410	.490
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.392
17	.250	.266	.286	.318	.381
18	.244	.259	.278	.309	.371
19	.237	.252	.272	.301	.363
20	.231	.246	.264	.294	.356
25	.21	.22	.24	.27	.32
30	.19	.20	.22	.24	.29
35	.18	.19	.21	.23	.27
Over 35	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

* Adapted from Massey, F. J., Jr. 1951. The Kolmogorov-Smirnov test for odness of fit. *J. Amer. Statist. Ass.*, 46, 70, with the kind permission of the author d publisher.

หมายเหตุ: ที่มา Siegel & Castellan (Siegel & Castellan,1988.P330)

ตัวอย่าง นักวิจัยคนหนึ่งสนใจว่า คนผิวดำจะเลือกรูปภาพตามระดับความเข้มของสีผิวหรือไม่ โดยให้คนผิวดำ 10 คน เลือกภาพคนที่มีระดับความเข้มของสีผิวจากดำมากที่สุดถึงสว่างมากที่สุด

ผลการเลือกเป็นดังตาราง

	ลำดับความเข้มของสีผิว (1 คือดำมากที่สุด)				
	1	2	3	4	5
f = จำนวนคนที่เลือกในแต่ละลำดับ	0	1	0	5	4
f_0 = สัดส่วนคนที่เลือกตามทฤษฎี	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
$F_0(X)$= ความถี่สะสมของสัดส่วนตามทฤษฎี	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{10}$
$S_{10}(X)$= ความถี่สะสมของสัดส่วนตามที่เก็บข้อมูลได้	$\frac{0}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{10}{10}$
$\lvert F_0(X)-S_{10}(X)\rvert$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{0}{10}$

ค่า D = max $\lvert F_0(X)-S_{10}(X)\rvert = \frac{5}{10} = .5$

จากตาราง ค่า D=.5 เมื่อ N =10 ไม่ปรากฏแต่จะสังเกตได้ว่า ค่า D = .490 เมื่อ N =10 มีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ดังนั้น ค่า D = .5 จึงเป็นค่าที่มีนัยสำคัญต่ำกว่า .01 ทำให้ต้องตัดสินใจปฏิเสธ H_0 ที่ว่า

$$H_0 : F_0(X) = S_{10}(5)$$

ดังนั้นจึงสรุปว่า การเลือกภาพของคนผิวดำไม่ได้มีการกระจายตามทฤษฎีความน่าจะเป็นคือเลือกแต่ละภาพไม่เท่ากัน

การใช้ Kolmogorov-Smirnov one sample test เพื่อการทดสอบการกระจายหรือการแจกแจงของข้อมูลเป็นแบบอื่นๆด้วยก็ได้ คำสั่ง Nonparametric ใน SPSS สามารถเลือกใช้ K-S one sample test .ในการตรวจสอบข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่เก็บรวบรวมมาได้ว่าเป็นโค้งปกติหรือไม่ นอกจากนี้ยังมีการทดสอบการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างเทียบกับการแจกแจงแบบ Binomial และการแจกแจงแบบ Exponential ด้วย

3. One-sample runs test

การทดสอบกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวโดยใช้สถิติทดสอบที่ชื่อว่า runs test นั้นก็เพื่อต้องการตอบคำถามที่ว่า เหตุการณ์หรือลักษณะ 2 อย่างที่เกิดขึ้นเป็นไปโดยสุ่มหรือไม่ ตัวอย่างการโยนเหรียญ 1 อัน 20 ครั้ง มีการเกิดหัวและเกิดก้อยเป็นไปอย่างสุ่มหรือไม่ ถ้าผลการโยนเหรียญออกมาเป็น 10 ครั้งแรกเป็นหัว 10 ครั้งหลังเป็นก้อย ดังนี้

H H H H H H H H H H T T T T T T T T T T

ค่า runs หรือ r จะเท่ากับ 2 ให้ลองเปรียบเทียบกับผลการเกิดหัวก้อยแบบสลับดังนี้

H T H T H T H T H T H T H T H T H T H T

จะได้ r = 20 คือเท่ากับ N ซึ่งเป็นจำนวนครั้งของการโยนเหรียญ หากใช้ตารางต่อไปนี้ในการตอบคำถาม ก็จะพบว่ากรณีตัวอย่างแรก

m = 10, n = 10 และ r = 2 เมื่อค่า m = 10, n = 10 จะพบว่าตารางค่า r อยู่ระหว่างค่า 6 และ 16 ดังตารางด้านล่าง

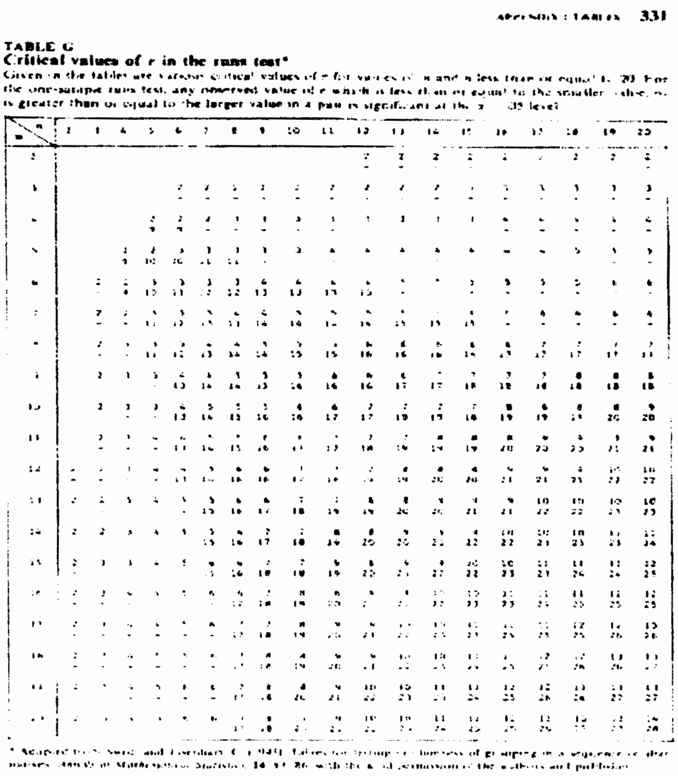

APPENDIX : TABLES 331

TABLE G
Critical values of r in the runs test*

m \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

หมายเหตุ: ที่มา Siegel & Castellan (Siegel & Castellan, 1988.P331)

จึงจะถือว่าการกระจายของหัว - ก้อยเป็นไปแบบสุ่ม แต่ค่า r .ในกรณีที่ r = 2 จึงถือว่าไม่เป็นไปตามแบบสุ่ม

ส่วนกรณีที่ได้หัวกับก้อยสลับกันได้ค่า r = 20 ก็จะพบว่าอยู่นอกช่วงเช่นเดียวกัน คำตอบก็คือการโยนเหรียญที่ให้ผลหัว – ก้อย สลับกันนั้นไม่เป็นไปแบบสุ่ม เพราะค่า r = 20 อยู่นอกช่วง 5 ถึง 16 จึงปฏิเสธ H_0 ที่ว่าการโยนเหรียญ 20 ครั้งทั้ง 2 กรณีเป็นไปแบบสุ่ม

กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

$n \le 20$ ใช้ตาราง G (m หรือ $n \le 20$) หาค่า run r แล้วเปิดตาราง G ที่ m และ n ค่า r ในตาราง

ค่า r ที่นับได้จากข้อมูลมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าที่น้อยในตาราง

หรือมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า r ที่มากในตาราง

จะปฏิเสธ H_0 คือข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงอย่างสุ่ม

ค่า r จากข้อมูลต้องอยู่ระหว่างค่า r ใน F_{I} และ r ใน F_{II}

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

M หรือ $n \ge 20$ การประมาณค่า (การแจกแจงแบบสุ่ม) ของ r เป็นการแจกแจงแบบปกติ (normal Dist)

Mean = $\mu_r = \dfrac{2mn}{N} + 1$ เมื่อ n = m + n

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2mn(2mn-n)}{n^2(n-1)}}$$

$$z = \frac{r-\mu_r}{\sigma_r} = r - \frac{r+h-2mn/n-1}{\sqrt{[2mn(2mn-n)]/[n^2(n-1)]}}$$

เมื่อ h = +.5 ถ้า r < 2mn/NH และ h = -.5 ถ้า r > 2mn/NH

แล้วเปิดตาราง z (ตาราง A)

ตัวอย่าง โจทย์คำถามวิจัย การเข้าแถวของคนที่หน้าห้องตั๋วมีทั้งชายและหญิง การเข้าคิวนี้มีชายกับหญิงเรียงลำดับกันเป็นแบบสุ่มหรือไม่

ตารางแสดงอันดับ (order) ของการเข้าแถวของผู้ชาย 30 คนกับผู้หญิง 20 คน

TABLE 4.6

Order of 30 males (M) and 20 females (F)

in queue before theater box office*

M F M F MMM FF M F M F
M F MMMM F M F M F MM
FFF M F M F M F MM F
MM F MMMM F M F MM

*Runs are indicated by underlining

ที่มา Siegel & Castellan, 1988.P63

H_0 : ลำดับของชายและหญิงในการเข้าคิวเป็นแบบสุ่ม

H_1 : ลำดับของชายและหญิงในการเข้าคิวไม่เป็นแบบสุ่ม

α = .05 n = 50, n_1 ผู้ชาย 30, n_2 ผู้หญิง 20

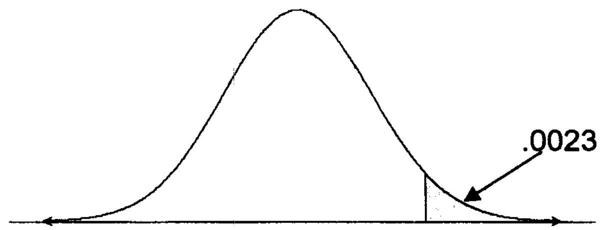
นับจาก r จากข้อมูลได้ r = 35

สูตรสถิติที่ใช้ คือ $z = \dfrac{35-0.5-2(30)(20)/50-1}{\sqrt{\{2(30)(20)[2(30)(20)-50\}]/[50^2(50-1)]}}$

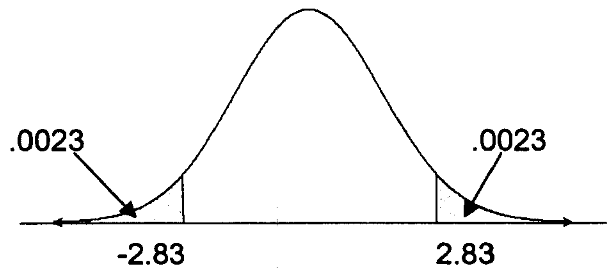
= 2.83

ค่า z ที่ 2.83 มีพื้นที่ มี(นัยสำคัญทางสถิติ) = .0023

ที่ one tai



ถ้าดู two tail



α ที่ตั้งไว้ = .05 ดังนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั้นคือ ชายและหญิงมีการแถวไม่เป็นไปแบบสุ่ม