

บทที่ 12

การทดสอบด้วยไคกำลังสอง (The Chi-Square Test)

วิธีทางสถิติที่ทดสอบการอ้างอิงเกี่ยวกับพารามิเตอร์ประชากร ซึ่งได้อภิปรายมาแล้ว ทั้งการทดสอบ t และการทดสอบ F ใช้กับการวัดแบบช่วงหรือมาตราอัตราส่วน และมาตราอัตราส่วน ใช้กับการวัดที่ต่อเนื่อง และนำเสนอ อย่างไรก็ตาม ไม่ใช่ทุกคำถามการวิจัยสามารถตอบโดยใช้การวัดแบบต่อเนื่อง แทนที่จะถามว่า “มากเท่าไร” กับข้อมูลแบบต่อเนื่อง แต่คำถามการวิจัยจำนวนมากจะถาม “มากเท่าไร” ที่ใช้กับข้อมูลแบบไม่ต่อเนื่อง เนื่องจากสถานการณ์วิจัยเป็นตัวอย่างซึ่งข้อมูลอยู่ในรูปของการนับความถี่

1. นักจิตวิทยาพัฒนาการตั้งสมมุติฐานว่า การกลั้วคนแปลกหน้าจะปรากฏขึ้นบ่อยๆที่อายุหนึ่ง การชักตัวอย่างแบบสุ่มของเด็กอายุ 2-6 ปี แจกรายการของเด็กอายุต่างๆนั้น นับจำนวนของเด็กที่กลั้วคนแปลกหน้า ตัวแปรตามไม่ใช่เด็กกลั้วอย่างไร แต่เป็นเด็กที่กลั้วมีเท่าไร เด็กแต่ละคนถูกจัดกลุ่มด้วยเกณฑ์ที่ขึ้นกับการกลั้วหรือไม่กลั้ว

2. นักจิตวิทยาทางสุขภาพ ตั้งสมมุติฐานว่าจำนวนร้อยละของผู้อาศัยในเมือง ที่ทำกิจกรรมบุคลิกภาพแบบ A เป็น 75% และ 30% ของผู้อาศัยอยู่ในชนบท เป็นแบบ A ชักตัวอย่างแบบสุ่มของผู้อาศัยอยู่ในเมืองและผู้อยู่ในชนบท เพื่อประเมินลักษณะ A นับจำนวนความถี่ (ร้อยละ) ของแบบ A ในแต่ละสิ่งแวดล้อมและเขียนนำเสนอด้วยตาราง

3. นักจิตวิทยาสังคม สนใจความสัมพันธ์ระหว่างการเชื่อฟัง และบุคคลที่รับใช้ในกองทัพ ชักตัวอย่างแบบสุ่มได้พนักงานบริการที่เคยทำงานในกองทัพมาก่อน และบุคคลผู้ซึ่งไม่เคยทำงานในกองทัพ งานทดลองคือ นักวิจัยประเมินว่าสมาชิกของกลุ่มตัวอย่างจะปฏิบัติตามคำสั่งที่ไม่เต็มใจ รวบรวมข้อมูลในรูปของความถี่ โดยนับจำนวนของสมาชิกผู้ซึ่งเชื่อฟังและไม่เชื่อฟังคำสั่ง

4. นักจิตวิทยาคลินิก ตั้งสมมุติฐานว่าผู้ที่ เป็นโรคจิตเภทที่ได้รับการติดตามชี้แนะบางประการ หลังจากออกจากโรงพยาบาลดูเหมือนจะกลับเข้าโรงพยาบาลอีกค่อนข้างน้อย เปรียบเทียบคนไข้ที่เป็นโรคจิตเภท ที่ไม่ได้รับการติดตามชี้แนะบางประการ หนึ่งปี

หลังจากออกจากโรงพยาบาล จำนวนของคนไข้ที่ได้รับการชี้แนะ และไม่ได้รับการชี้แนะ ผู้ซึ่งไม่กลับเข้าโรงพยาบาลอีกโดยการนับ

ในแต่ละบริบทของการวิจัย ข้อมูลอยู่ในรูปของการนับความถี่ ซึ่งแจกแจงรายการโดยตาราง นอกจากนั้น สังเกตว่าการนับความถี่ของข้อมูล เป็นประเภทไม่ต่อเนื่อง หรือคุณภาพอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งจากบทที่กล่าวมาแล้วข้อมูลนามบัญญัติจะจัดกระทำในรูปรายการ ข้อมูลนามบัญญัติจะเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า categorical data

การทดสอบทางสถิติที่วิเคราะห์รายการข้อมูลคือ การทดสอบไคกำลังสอง (the chi-square test) (ใช้สัญลักษณ์ χ^2) ความแตกต่างที่สำคัญอันหนึ่งระหว่างการทดสอบไคกำลังสองและการทดสอบ t (และการทดสอบ F) คือว่าการทดสอบไคกำลังสองไม่มีข้อดกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของประชากร หรือลักษณะของประชากร การทดสอบไคกำลังสองเป็นตัวอย่างหนึ่งของ การทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ (nonparametric test) การทดสอบที่ทำตามข้อดกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของประชากร รู้จักกันในชื่อ การทดสอบอิงพารามิเตอร์ (parametric tests) ยกตัวอย่าง ข้อดกลงเบื้องต้นของการทดสอบ F ที่การแจกแจงประชากรเป็นการแจกแจงปกติ และมีความแปรปรวนเท่ากัน ถ้ามีการฝ่าฝืนข้อดกลงเบื้องต้นนี้อย่างรุนแรง การตีความผลของการทดสอบอาจเกิดความผิดพลาด การทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ไม่ได้มีข้อดกลงเกี่ยวกับรูปร่างของการแจกแจงของประชากร ด้วยเหตุนี้เราจึงเรียกการทดสอบนี้ว่าเป็นการทดสอบที่ไม่ขึ้นกับการแจกแจง (distribution-free tests) ก็ได้ การจากการทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ ตามปกติจะเป็นการทดสอบที่ไม่มีพลังเหมือนการทดสอบอิงพารามิเตอร์ นั่นคือมันเป็นเรื่องยากที่จะปฏิเสธสมมุติฐานว่างเป็นเท็จ (reject a false null hypothesis) ถ้าให้เลือกใช้การทดสอบอิงพารามิเตอร์หรือไม่อิงพารามิเตอร์ ปกติมักเลือกแบบอิงพารามิเตอร์ แต่ถ้าข้อมูลนั้นเป็นมาตรานามบัญญัติ เราไม่มีทางเลือกเราก็ต้องใช้การทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดต่อไป แต่ในหัวข้อต่อไปนี้จะนำเสนอการทดสอบไคกำลังสอง ที่จะประยุกต์ในสองสถานการณ์ที่แตกต่างกันคือ การทดสอบสำหรับความพอเหมาะพอดี (goodness-of-fit) และการทดสอบสำหรับความอิสระ (independence)

1. การทดสอบไคกำลังสอง สำหรับการออกแบบทางเดียว (the chi-square test for one-way designs)

การทดสอบความเหมาะสมพอดี (the goodness-of-fit test) เป็นส่วนหนึ่งของ รายการของ ANOVA ที่ใช้สองหรือมากกว่าสองกลุ่ม ANOVA ถูกใช้เมื่อช่วงหรือมาตรา อัตราส่วนถูกใช้รวบรวมข้อมูล ในบทความนี้ได้นิยามการแจกแจงความถี่คือจำนวนของการ สังเกตสำหรับแต่ละคะแนนในการแจกแจง เมื่อใช้ข้อมูลนามบัญญัติ การแจกแจงความถี่ คือจำนวนของการสังเกตต่อรายการ การทดสอบไคกำลังสอง ใช้การแจกแจงความถี่ของ ตัวอย่าง ทำการอ้างอิงเกี่ยวกับการแจกแจงความถี่ของประชากร การทดสอบความ เหมาะสมพอดี ใช้การทดสอบไคกำลังสองวิเคราะห์ว่าข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างเหมาะสม เพียงใด (สมนัย) กับการแจกแจงความถี่เชิงสมมุติฐาน เมื่อใช้สถิติไคกำลังสองทดสอบ ความเหมาะสมพอดีของข้อมูลของคุณ ขั้นแรกคุณต้องกำหนดสมมุติฐานว่างว่าจะบ่งชี้ ข้อมูลอะไรของประชากรที่คุณคล้าย ถ้าไม่มีผล ความถี่ของการแจกแจงจะจำเพาะเจาะจง โดยสมมุติฐานว่างเรียกว่า ความถี่ที่คาดหวัง (expected frequencies) ใช้สัญลักษณ์ f_e ความถี่ของการแจกแจงได้จากกลุ่มตัวอย่างเรียก ความถี่จากการสังเกต (observed frequencies) ใช้สัญลักษณ์ f_o

สมมุติฐานว่างและสมมุติฐานแย้งของการทดสอบไคกำลังสองเพื่อทดสอบ ความเหมาะสมพอดี

การทดสอบความเหมาะสมพอดี ต้องการการระบุการแจกแจงความถี่ของ ประชากรที่จำเพาะเจาะจงที่ใช้เหมือนสมมุติฐานว่าง ความถี่เป็นแบบแผนการเสนอเช่น เปอร์เซ็นต์ คุณได้สมมุติฐานว่างมาอย่างไร นั่นคือ ความถี่อะไรที่จำเพาะเจาะจงสำหรับ แต่ละรายการ การกำหนดสมมุติฐานความถี่ของประชากรสามารถตรวจสอบทั้งข้อความ แสดงเหตุผล (rationally) หรือข้อมูลที่ได้จากกเชิงประจักษ์ (empirically) ขั้นแรก พิจารณาแนววิธีแสดงเหตุผล สมมุติว่าคุณต้องการศึกษาว่าประชาชนชอบเครื่องดื่มสอง ชนิด K หรือ P มากกว่ากัน คุณใช้วิธีปิดตาทดสอบกับ 100 สมาชิก ก่อนอื่น คุณ คาดหวังให้ร้อยละเท่าไรของประชาชนที่จะเลือก K และร้อยละเท่าไรที่จะเลือก P บนค่า

ความน่าจะเป็นอาจกำหนด 50% ของกลุ่มตัวอย่างจะเลือก K และอีก 50% จะเลือก P ดังนั้นสมมติฐานว่างสามารถเขียนดังนี้

	K	P
H_0 :	50%	50%

ถ้าคุณเพิ่มเครื่องตีชนิดที่สาม เช่น O คุณคาดหวังการแจกแจงความถี่สำหรับสมมติฐานว่างเป็นเท่าไร คำตอบคือ

	K	P	O
H_0 :	33%	33%	33%

ถ้าคุณเพิ่มเครื่องตีชนิดที่สี่ ความถี่ที่คาดหวังควรเป็น 25% สำหรับแต่ละรายการ สมมติฐานว่างกำหนดว่า ความถี่ที่คาดหวังคือความถี่ที่มีการแจกแจงเท่า ๆ กันในแต่ละรายการ สมมติฐานแย้ง กำหนดว่าความถี่ประชากรแจกแจงไม่เท่ากันในแต่ละรายการ

ตัวอย่างอื่น ๆ ของวิธีกำหนดสมมติฐานว่างคือเมื่อการแจกแจงของความถี่ที่คาดหวังคือทำนายโดยทฤษฎี เช่น ทางด้านพันธุศาสตร์ ของความรู้สึกไวต่อการเป็นแผลพุพองอาจทำนายร้อยละของหนูที่จะเป็นแผลพุพองภายใต้ความตึงเครียด ตามทฤษฎีอาจตั้งสมมติฐานว่าหลังจากสี่รุ่นของการผสมพันธุ์จากเชื้อสายที่ใกล้ชิดกัน 40% ของลูกหลานของหนูจะแสดงกระเพาะพุพองภายใต้ความตึงเครียด สมมติฐานว่างจะเป็น

	เป็นแผลพุพอง	ไม่เป็นแผลพุพอง
H_0 :	40%	60%

สมมติฐานแย้ง กำหนดว่าการแจกแจงความถี่ของประชากรไม่เป็นการแจกแจงตามที่คาดหวังไว้

วิธีที่ใช้ข้อมูลที่ได้จากการศึกษาไปสู่การกำหนดความถี่ที่คาดหวัง ยกตัวอย่าง สมมุติว่าร้อยละของคนผู้ซึ่งลงคะแนนเสียงเลือกพรรคประชาชนใจ ในการเลือกตั้งท้องถิ่น ในจังหวัดหนึ่งในครั้งล่าสุด เป็น 60% ในขณะที่ 30% เลือกพรรคสังคมนิยม และ 10% เลือกพรรคอื่นๆ เนื่องจากการเลือกตั้งครั้งล่าสุดก่อนการเลือกตั้ง นายกรัฐมนตรีพรรค ให้มาลงคะแนนเลือกตั้งและจากการสำรวจผู้มีสิทธิ์เลือกตั้งล่วงหน้าเพื่อจะดูว่าร้อยละของ

คนที่เลือกพรรคประชาธิปัตย์ พรรคสังคมนิยม และพรรคอื่นๆ เปลี่ยนไปหรือไม่ จึงตั้งสมมุติฐานว่า

	ประชาธิปัตย์	สังคมนิยม	อื่นๆ
H_0 :	60%	30%	10%

สมมุติฐานแย้งกำหนดว่าความถี่สัมพัทธ์ของคะแนนเลือกตั้งตามรายการแตกต่างจากการเลือกตั้งครั้งล่าสุด

การคำนวณค่าสถิติไคกำลังสอง สำหรับการทดสอบความพอเหมาะพอดี

ประสงค์ของการทดสอบความพอเหมาะพอดี คือต้องการตรวจสอบว่าความถี่จากการสังเกตที่ได้จากตัวอย่างของสมาชิก แตกต่างจากความถี่ที่คาดหวังหรือไม่ มันเป็นเรื่องปกติที่ความถี่จากการสังเกต และความถี่ที่คาดหวังจะไม่เหมือนกัน แม้ว่าเมื่อ H_0 เป็นจริง การทดสอบไคกำลังสองยอมให้ตรวจสอบ โดยตรวจสอบความน่าจะเป็นของความแตกต่างระหว่างความถี่ที่คาดหวังกับความถี่ที่สังเกตว่ามีความเป็นไปได้เท่าไร ในหัวข้อต่อไปเราจะอภิปรายว่าเราจะปฏิเสธสมมุติฐานว่างเมื่อไร ชั้นแรกจะนำเสนอการคำนวณค่าสถิติไคกำลังสองสำหรับการออกแบบทางเดียว (one-way design)

นักศึกษาสองคนอภิปรายถึงเหตุผลว่าทำไมเพื่อนๆ เลือกวิชาเอกในระดับปริญญาตรี นักศึกษาจิตวิทยาทำการศึกษาพบว่านักศึกษาวิชาเอกธุรกิจเลือก โปรแกรมการศึกษาเพราะว่า พวกเขาส่วนใหญ่สนใจในการหาเงิน นักศึกษาคนอื่นๆ ในวิชาเอกธุรกิจ ยืนยันว่าเงินเป็นแรงจูงใจหนึ่ง แต่ไม่ใช่เหตุผลสำคัญที่สุดสำหรับการเลือกวิชาเอก เธอเสนอให้ศึกษา นักศึกษาวิชาเอกธุรกิจที่จะตอบคำถามที่ว่า "หาเงินเป็นเหตุผลที่สำคัญมากสำหรับวิชาเอกธุรกิจ" โดยผู้ตอบแบบสอบถามจะเลือกตอบว่า เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย หรือไม่ตัดสินใจ ทั้งนี้กำหนดสมมุติฐานว่างว่าร้อยละของการตอบในแต่ละรายการเท่ากัน

เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่ตัดสินใจ
33%	33%	33%

แม้ว่าแบบของสมมุติฐานว่างกำหนดในพจน์ของเปอร์เซ็นต์ การทดสอบไคกำลังสองไม่ได้กระทำโดยใช้เปอร์เซ็นต์ การกำหนดความถี่ที่คาดหวังอย่างแน่นอนในแต่ละ รายการ

จะต้องทราบจำนวนของผู้ตอบทั้งหมดในการศึกษา สมมุติว่ามีผู้ตอบ 90 คน ในการศึกษาวิจัยนี้ ในการหาความถี่ที่คาดหวังสำหรับแต่ละเซลล์ (f_e) หาได้จากร้อยละ (ในแต่ละเซลล์) คูณด้วย n นั่นคือจำนวนของผู้ตอบที่คาดหวังในแต่ละเซลล์คือ

$$33\% \text{ ของ } 90 = 0.33(90) = 30 \text{ ผู้เห็นด้วย}$$

$$33\% \text{ ของ } 90 = 0.33(90) = 30 \text{ ผู้ไม่เห็นด้วย}$$

$$33\% \text{ ของ } 90 = 0.33(90) = 30 \text{ ผู้ไม่ตัดสินใจ}$$

ความถี่ที่คาดหวังสำหรับแต่ละเซลล์ เหมือนกันเพราะว่าสมมุติฐานว่างกำหนดว่าร้อยละในแต่ละเซลล์จะต้องเหมือนกัน อย่างไรก็ตาม มีโอกาสที่สมมุติฐานว่างจะกำหนดร้อยละต่างกันสำหรับแต่ละเซลล์ เพราะฉะนั้น ความถี่ที่คาดหวังสามารถแตกต่างกันในแต่ละเซลล์

ขั้นต่อไปในการคำนวณค่าสถิติ χ^2 คือการหาความถี่ของค่าสังเกต f_o ซึ่งกระทำได้โดยการนับจำนวนของผู้ตอบในกลุ่มตัวอย่างที่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย และไม่ตัดสินใจ ด้วยวิธีคาดหมาย และวิธีสังเกต ความถี่ที่คำนวณจากสูตร 12.1 ใช้สำหรับคำนวณ χ^2

$$\text{สูตรสำหรับ } \chi^2$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \quad \dots\dots\dots (17.1)$$

สมมุติข้อมูลความถี่จากการสังเกต f_o แสดงในแต่ละรายการดังนี้

เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่ตัดสินใจ
$f_o = 30$	$f_o = 30$	$f_o = 30$
$f_o = 50$	$f_o = 26$	$f_o = 14$

คำนวณแต่ละขั้นโดย

1. สำหรับรายการแรก ลบค่าคาดหวัง (สมมุติฐาน) จากความถี่จากการสังเกตความถี่(ของผู้ตอบ) $f_o - f_e$
2. ยกกำลังสองผลต่าง $(f_o - f_e)^2$ ซึ่งจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นลบ
- 3.หารจำนวนที่หาได้ในขั้นที่ 2 ด้วย f_e จะได้ $\frac{(f_o - f_e)}{f_e}$
4. ทำขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 3 เช่นเดียวกันในเซลล์อื่นๆ
5. หาผลบวกทุกปริมาณจากทุกรายการ

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่ตัดสินใจ

$$\frac{(50 - 30)^2}{30} + \frac{(26 - 30)^2}{30} + \frac{(14 - 30)^2}{30}$$

$$= \frac{400}{30} + \frac{16}{30} + \frac{256}{30}$$

$$= 22.4$$

$$\chi^2 = 22.4$$

การตัดสินใจว่าจะปฏิเสธสมมุติฐานว่างหรือไม่

ในหัวข้อนี้เราจะตัดสินใจว่าเราจะปฏิเสธสมมุติฐานว่างหรือไม่ เห็นได้ชัดว่า χ^2 จะใหญ่ขึ้นในขณะที่ผลต่างระหว่างค่าคาดหวังและค่าความถี่ของการสังเกตเพิ่มขึ้น ค่าที่เข้าใกล้ความพอเหมาะพอดีระหว่างการแจกแจงความถี่ของค่าคาดหวังกับการแจกแจงความถี่จากการสังเกต จะนำไปสู่ความสัมพันธ์ที่ให้ค่า χ^2 ออกมาน้อย

ค่าสถิติ χ^2 ที่ใหญ่กว่าดูเหมือนมันจะมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนั้นค่าสถิติ χ^2 ถูกเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต χ^2_{crit}

ในการจะตรวจสอบว่าจะปฏิเสธสมมุติฐานว่างถ้า χ^2_{obt} ใหญ่กว่า χ^2_{crit} ค่าวิกฤตสำหรับ χ^2 หาโดยใช้ตาราง B ในภาคผนวก

องศาเสรีสำหรับการทดสอบความพอเหมาะพอดี คือจำนวนของสดมภ์ในการออกแบบลบด้วยหนึ่ง ในตัวอย่าง จำนวนของสดมภ์(รายการ)เท่ากับ 3 ดังนั้นองศาเสรี $df = c - 1 = 3 - 1 = 2$ ถ้าเรากำหนด แอลฟาที่ 0.05 ค่าวิกฤตสำหรับ χ^2 เป็นเท่าไร เราจะดู

จากตาราง B. ค่าตอบคือ 5.99 เนื่องจาก χ^2 ที่ได้รับเท่ากับ 22.4 และ $22.4 > 5.99$ เราต้องปฏิเสธสมมติฐานว่าง

โดยการตรวจสอบความถี่จากการสังเกต ในเซลล์ เราจะตีความนัยสำคัญ χ^2 ซึ่งบ่งชี้ว่านักศึกษาธุรกิจเชื่อว่า การสร้างรายได้เป็นสิ่งสำคัญที่สุดสำหรับวิชาเอกธุรกิจ χ^2 (2, n=90) = 22.4, $p < .05$

พิจารณาปัญหาอื่นๆที่ใช้การทดสอบความพอเหมาะพอดีเมื่อความถี่ของเซลล์คาดหวังไม่เหมือนกันทั้งหมด

คำถาม 1 อาจารย์ผู้สอนคนหนึ่งกำหนดว่าจะให้คะแนนรายงานโดยจำแนกตามคุณภาพของงานตามรายการต่อไปนี้: ยอดเยี่ยม เหนือกว่ามาตรฐาน ที่ค่าเฉลี่ย และ ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย นอกจากนี้อาจารย์เชื่อว่าการกำหนดคะแนนการแจกแจงในครั้งนี้จะต้องเป็นไปตามค่าคาดหวังซึ่งกำหนดปริมาณของแต่ละกลุ่มไว้ดังนี้

ยอดเยี่ยม เหนือกว่ามาตรฐาน ที่ค่าเฉลี่ย และ ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย

25% 35% 25% 15%

จากการสุ่มนักศึกษารุ่นก่อน 100 คนพบว่าการแจกแจงของการประเมินเป็น

ยอดเยี่ยม เหนือกว่ามาตรฐาน ที่ค่าเฉลี่ย และ ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย

25% 35% 25% 15%

$f_o=18$ $f_o=26$ $f_o=32$ $f_o=24$

วิธีทำ ก่อนอื่นต้องเปลี่ยนเซลล์ของร้อยละเป็นความถี่ที่คาดหวัง

$25\% = (.25)(100) = 25$ ค่าคาดหวังของยอดเยี่ยม

$35\% = (.35)(100) = 35$ ค่าคาดหวังของเหนือค่าเฉลี่ย

$25\% = (.25)(100) = 25$ ค่าคาดหวังของค่าเฉลี่ย

$15\% = (.15)(100) = 15$ ค่าคาดหวังของต่ำกว่าค่าเฉลี่ย

ยอดเยี่ยม เหนือกว่ามาตรฐาน ที่ค่าเฉลี่ย และ ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย

$f_e = 25$ $f_e = 35$ $f_e = 25$ $f_e = 15$

$f_o=18$ $f_o=26$ $f_o=32$ $f_o=24$

เปรียบเทียบ χ^2

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_o} \\ &= \frac{(18-25)^2}{25} + \frac{(26-35)^2}{35} + \frac{(32-25)^2}{25} + \frac{(24-15)^2}{15} \\ &= \frac{49}{25} + \frac{81}{35} + \frac{49}{25} + \frac{81}{15} \\ &\approx 1.96+2.31+1.96+5.4 = 11.63\end{aligned}$$

$$\chi^2 \approx 11.63$$

$$df = C-1 = 4 - 1 = 3$$

$$\alpha = .05 \text{ เพราะฉะนั้น } \chi^2_{crit} = 7.82$$

เนื่องจาก $11.63 > 7.82$, จึงปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

ในขณะที่ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง เราสามารถสรุปว่าการแจกแจงความถี่จากการสังเกตแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญจากการแจกแจงความถี่ที่คาดหวังที่กำหนดโดยอาจารย์

2. การแจกแจงไคกำลังสองและองศาเสรี

ค่าสถิติไคกำลังสองบ่งชี้ว่าสมมุติฐานความถี่ที่คาดหวังสมนัยกับความถี่จากการสังเกตมากน้อยเพียงใด ถ้ายิ่งใกล้เคียงความพอเหมาะพอดีจะได้ค่า χ^2 ที่น้อยกว่า การทดสอบทางสถิติสำหรับการแจกแจงไคกำลังสองคือ χ^2 ซึ่งเป็นมูลฐานสำหรับการแจกแจงการชักตัวอย่าง เช่นค่าสถิติอัตราส่วน t และ F เป็นมูลฐานของการแจกแจง t และ F

การแจกแจงไคกำลังสองเป็นรูปการแจกแจงเชิงทฤษฎี โดยกำหนดจำนวนอนันต์ของกลุ่มตัวอย่างซึ่งค่าสถิติไคกำลังสองคำนวณสำหรับแต่ละกลุ่มตัวอย่าง ความถี่สัมพัทธ์ของแต่ละค่าของไคกำลังสองถูกลงจุดเพื่อแสดงการแจกแจงไคกำลังสอง การแจกแจงไคกำลังสองของส่วนที่แยกจากกัน(a separate)ถูกสร้างขึ้นสำหรับแต่ละ df (ในกรณีนี้, C-1) ดังนั้นเป็นการเริ่มต้นของชุดของการแจกแจงไคกำลังสอง รูปร่างของแต่ละการแจกแจงถูกนิยามโดยจำนวนของรายการที่ใช้ในการคำนวณ χ^2

สังเกตว่าองศาเสรีสำหรับการทดสอบ χ^2 ไม่ได้ขึ้นกับจำนวนของสมาชิกที่ใช้ศึกษา แต่องศาเสรีสำหรับ χ^2 กำหนดจากจำนวนของรายการ สมมุติว่าเราต้องการศึกษากับสี่รายการ และจำนวนของสมาชิกของกลุ่มตัวอย่างเป็น 150 ถ้าสามรายการแรกบรรจุ

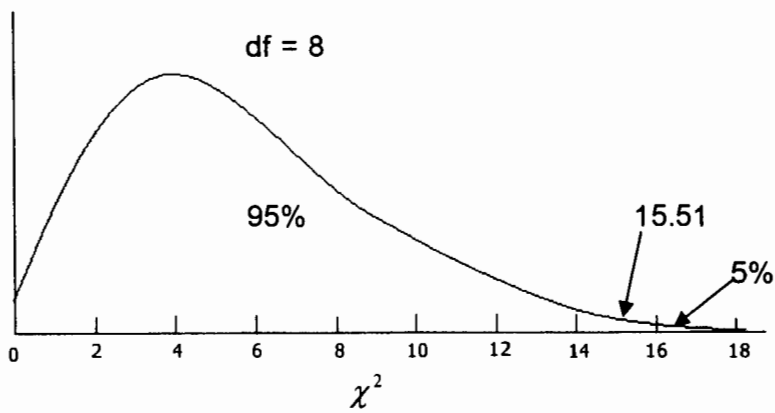
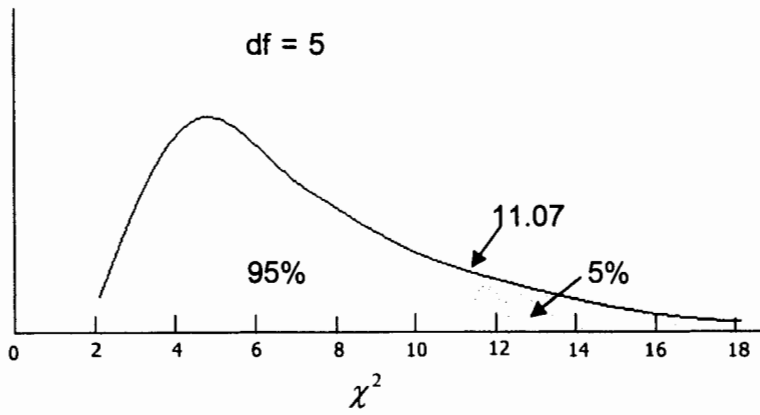
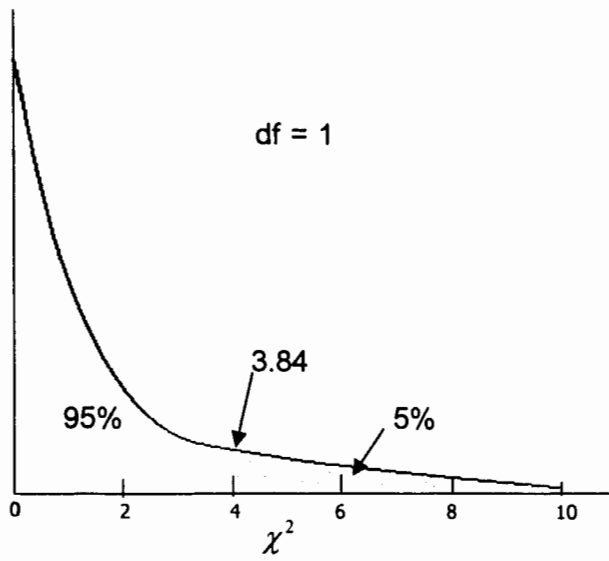
ทั้ง 100 สมาชิก จำนวนของสมาชิกในรายการที่สี่ จะต้องเป็น 50 โดยปริยาย หรือกล่าวได้ว่า การนับความถี่ของสามรายการจากสี่รายการเป็นอิสระในการแปรเปลี่ยน ส่วนการนับรายการที่สี่จะต้องตรวจสอบอย่างเข้มงวด ดังนั้น ในการออกแบบทางเดียวอย่างง่าย $df = C-1$

ลักษณะของการแจกแจงไคกำลังสอง และการปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

การปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

สมมุติฐานว่างสำหรับการทดสอบ χ^2 ถูกจำเพาะเจาะจงโดยความถี่ที่คาดหวังในแต่ละเซลล์ของการออกแบบการวัดองศาซึ่งความถี่ของการสังเกตสมนัยกับความถี่ของความคาดหวัง สำหรับทดสอบ χ^2 ถ้าสมมุติฐานว่างเป็นจริง แล้วความถี่ของค่าสังเกตสำหรับแต่ละเซลล์จะใกล้เคียงกับความถี่ที่คาดหวัง และค่า χ^2 จะเล็ก ถ้าสมมุติฐานว่างเป็นเท็จ ความถี่ที่คาดหวังและความถี่จากการสังเกตแตกต่างกันมาก ในระดับที่พอเพียง แม้ว่าสมมุติฐานว่างเป็นจริง เราก็ไม่สามารถคาดหวังความถี่จากการสังเกตจะจับคู่ได้สมบูรณ์กับความถี่ที่คาดหวังซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการสุ่มที่คลาดเคลื่อน ในขณะที่ความแตกต่างของความถี่ที่คาดหวังกับความถี่จากการสังเกตเพิ่มขึ้นความไม่ลงรอยกันก็จะมากขึ้น χ^2 จะมีค่าใหญ่ แล้วค่า χ^2 จะใหญ่เพียงใดเพื่อที่จะให้ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง ถ้า χ^2 ที่คำนวณจากกลุ่มตัวอย่างถูกปฏิเสธเมื่อสมมุติฐานว่างเป็นจริง ดังนั้นเราจะสรุปว่าสมมุติฐานว่างเป็นเท็จ นั่นก็หมายความว่าเราได้กำหนดความผิดพลาดไว้ที่ระดับ $\alpha = .05$ เราจะปฏิเสธสมมุติฐานว่าง ถ้าความน่าจะเป็นของค่าสถิติ χ^2 ที่คำนวณมีค่าน้อยกว่า 0.05 นั่นคือ จะมีโอกาสทำผิดน้อยกว่า 0.05 เมื่อสมมุติฐานว่างเป็นจริง ดังนั้นแต่ละการแจกแจงไคกำลังสองสามารถทำพิจารณาจากค่าวิกฤตเพื่อแยกแยะร้อยละของ χ^2 ที่อยู่ใน 10% ด้านบน 5% หรือ 1% ของการแจกแจงการสุ่ม

รูป 12.1 แสดงการแจกแจงไคกำลังสองสำหรับ 1, 5 และ 8 องศาเสรี บริเวณที่ปฏิเสธสำหรับแต่ละการแจกแจงเมื่อ $\alpha = .05$ ซึ่งแสดงในรูป 12.1 ด้วย ค่าที่ได้ของ χ^2 ที่ตกในบริเวณปฏิเสธจะนำไปสู่การปฏิเสธสมมุติฐานว่าง สังเกตว่า ในขณะที่องศาเสรีเพิ่มขึ้น χ^2_{obt} ที่ใหญ่กว่าจำเป็นต้องปฏิเสธสมมุติฐานว่าง พิจารณาสูตรสำหรับ χ^2



รูป 12.1 การแจกแจงไคกำลังสองสำหรับองศาเสรีของ 1, 5 และ 8

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$$

ตั้งข้อสมมุติว่าสมมุติฐานว่างเป็นจริง ดังนั้นความไม่ตรงกันระหว่าง f_0 และ f_e เนื่องมาจากการสุ่มที่คลาดเคลื่อน จำไว้ว่าสูตรสำหรับ χ^2 จำเป็นที่เราจะต้องบวกทุกรายการในตาราง เราทราบหรือไม่ว่าอะไรจะเกิดขึ้นในขณะที่จำนวนของรายการเพิ่มขึ้น แม้ว่าถ้าค่าของ $(f_0 - f_e)$ สำหรับแต่ละเซลล์จะน้อย แต่ถ้าจำนวนเซลล์มากๆจะทำให้ค่า χ^2 ใหญ่ แม้ว่าเมื่อสมมุติฐานว่างเป็นจริง เพราะฉะนั้น สำหรับระดับที่กำหนดให้ของแอลฟา เช่นจำนวนของรายการเพิ่มขึ้น ค่า χ_{obt}^2 ที่ใหญ่กว่าเป็นสิ่งจำเป็นที่จะปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

สุดท้าย สมมุติฐานว่างถูกกำหนดโดยความถี่ที่คาดหวัง สมมุติฐานแย้งกำหนดว่า ความถี่ที่คาดหวังไม่จัดกระทำเช่นที่ตั้งสมมุติฐาน การทดสอบทางสถิติคือ ไม่เป็นโดยตรง

ลักษณะของการแจกแจงไคกำลังสอง

ลักษณะของการแจกแจงไคกำลังสองเป็นดังนี้

1. เนื่องจากจำนวนของค่าสถิติ χ^2 เป็นกำลังสองทุกค่าของ χ^2 เป็นบวก
2. การแจกแจงไคกำลังสองที่เป็นฐานนิยมค่าเดียว และมีแบบแผนเป็นเบ้ทางบวก (positively skewed) อย่างไรก็ตามในขณะที่ df เพิ่มขึ้น การแจกแจงไคกำลังสองประมาณรูปร่างเป็นการแจกแจงปกติ
3. ในขณะที่ df เพิ่มขึ้น ค่าวิกฤตของ χ^2 ออกนอกบริเวณเส้นปฏิเสธ กลายเป็นใหญ่ขึ้นเชิงสัมพัทธ์

3. การออกแบบสองทาง : การทดสอบไคกำลังสองสำหรับตัวแปรอิสระ

(two-way designs : the chi-square test for independent)

การทดสอบไคสามารถใช้ตรวจสอบถ้าความสัมพันธ์มีสองตัวแปรด้วย สำหรับ การออกแบบกับสองตัวแปรอิสระคือการออกแบบสองทาง คล้ายกับการทดสอบความพอเหมาะพอดี ข้อมูลพื้นฐานที่ใช้คือการนับความถี่ของการสังเกต บางตัวอย่างของ

คำถามวิจัยซึ่งการทดสอบไคกำลังสองถูกประยุกต์กับสองตัวแปร ซึ่ง Laurence G. Grimm (1993:pp441-443) ได้ยกตัวอย่างการออกแบบสองดังนี้

1. นักจิตวิทยาคลินิกตั้งสมมุติฐานว่า การเกิดที่มีความยุ่งยากจะเกี่ยวข้องกับการอาการจิตเภท (schizophrenia) จากการศึกษาเปรียบเทียบของคนสามกลุ่ม: กลุ่มของคนไข้โรคจิตเภทกลุ่มของคนไข้ที่ซึมเศร้าและกลุ่มของคนปกติ ในการศึกษาประกอบด้วยสองตัวแปร การวินิจฉัยและประวัติการเกิดที่มีความยุ่งยาก นำเสนอแบบแผนด้วยตาราง (contingency table or frequency or cross-tabulation) เนื่องจากตารางมีสองแถวและสามสดมภ์ ตารางนี้จะเรียกว่าตาราง 2×3

	โรคจิตเภท	โรคซึมเศร้า	ปกติ
การเกิดที่มีความยุ่งยาก	20	6	8
การเกิดที่ไม่ยุ่งยาก	8	20	22

จำนวนในเซลล์จะแสดงจำนวนสมาชิกของแต่ละกลุ่มที่จำแนกตามเกณฑ์สำหรับสองตัวแปร

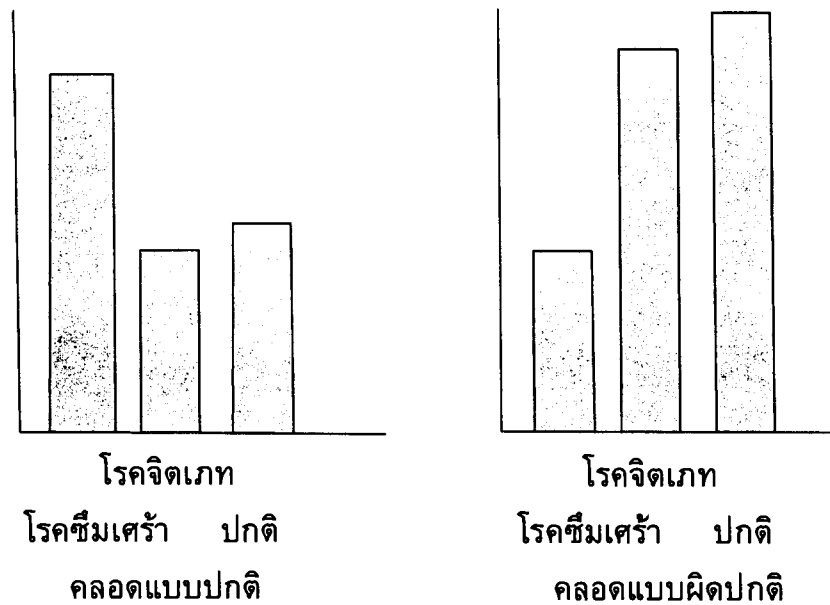
หมายเหตุ:

2. นักจิตวิทยาสังคมตั้งสมมุติฐานว่าคนที่มีความวิตกกังวลจะช่วยเหลือยามฉุกเฉินเป็นชายมากกว่าหญิง และการช่วยนั้นจะรวมถึงผลของกรณีที่มีคนมุงดูและไม่มีคนมุงดูด้วยการออกแบบเป็นสองทาง นำเสนอดังตาราง 2×2

	มีคนมุงดู	ไม่มีคนมุงดู
ชาย		
หญิง		

การตั้งสมมติฐานและเมโนทัศน์ของตัวแปรอิสระ

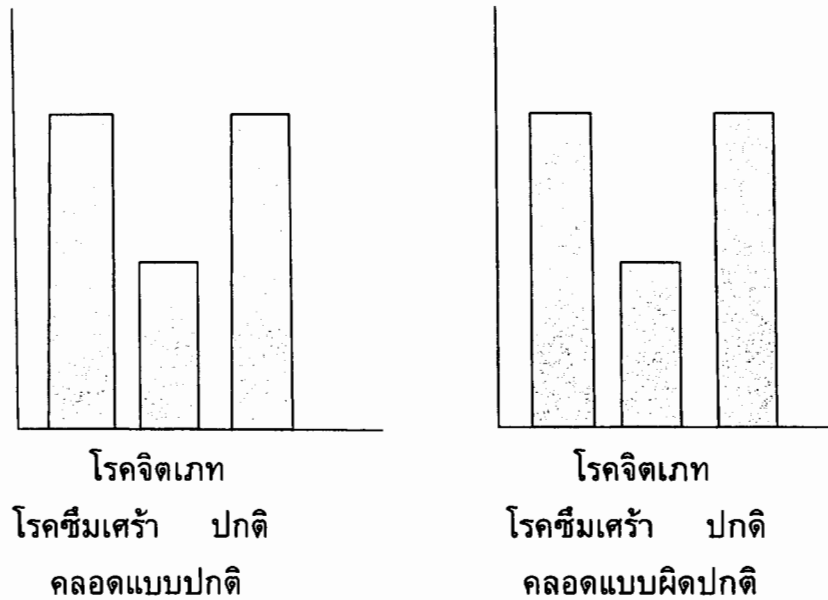
สมมติฐานว่าง H_0 สำหรับการทดสอบไคกำลังสองประยุกต์สู่การออกแบบสองทางกำหนดว่าสองตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน สมมติฐานแย้ง H_1 กำหนดว่าสองตัวแปรไม่เป็นอิสระต่อกัน นั่นคือมันมีความสัมพันธ์กัน รูป 12.2 แสดงกราฟแท่งข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง โรคจิตเภท และการคลอดแบบผิดปกติ



รูป 12.2

รูป 12.2 ด้านซ้ายแสดงจำนวนสัมพัทธ์ของโรคจิตเภท โรคซึมเศร้า และคนปกติ ผู้ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับการคลอดแบบผิดปกติ เปรียบเทียบกราฟ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนของสมาชิกในกลุ่มตัวอย่าง ระหว่างการวินิจฉัยโรคของบุคคลที่คลอดแบบปกติ ซึ่งเราจะเห็นว่าผู้ที่เกิดที่คลอดแบบผิดปกติ จะมีปัญหาทางด้านโรคจิตเภทมากกว่า โรคซึมเศร้าและผู้ที่ปกติ การออกแบบแสดงข้อมูลผู้ที่คลอดแบบผิดปกติ เปรียบเทียบกับข้อมูลผู้ที่คลอดแบบปกติ ซึ่งลักษณะของข้อมูลถูกแจกแจงสำหรับตัวแปรที่หนึ่งขึ้นกับระดับของตัวแปรที่สอง ในตัวอย่างนี้ ตัวแปรสองตัวไม่ได้เป็นอิสระกัน

พิจารณารูป 12.3 ข้อมูลถูกใช้สะท้อนความเป็นอิสระระหว่างลักษณะของโรคและ
การเกิดคลอดแบบปกติ



รูป 12.3

การคำนวณ χ^2 สำหรับการออกแบบสองทาง

ไม่ว่าเราจะทดสอบความพอดีหรือทดสอบความเป็นอิสระของสองตัวแปร สูตรสำหรับ χ^2 จะเหมือนกัน

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

นอกจากนั้น ยังได้ข้อมูลการสังเกตความถี่จากกลุ่มตัวอย่าง ความถี่ที่คาดหวังภายใต้สมมติฐานว่างไม่เป็นเชิงเส้นตรงเสมือนมันเป็นการทดสอบความพอดี

การคำนวณความถี่ที่คาดหวังในการออกแบบสองทาง

การคำนวณ f_e สำหรับแต่ละเซลล์ เมื่อเราศึกษาโรคจิตเภทและ การเกิดที่มีความยุ่งยาก ใช้การนับความถี่ เช่นตัวอย่างการคำนวณในตาราง 12.2 นำเสนอการสังเกตความถี่ที่คาดหวัง สำหรับแต่ละเซลล์ของเมทริกซ์ขนาด 2×3

ตาราง 12.2 ค่าจากการสังเกต ค่าจากการคาดหวัง และความถี่ในแนวขอบ

	โรคจิตเภท	โรคซึมเศร้า	ปกติ	
เกิดมีความ ยุ่งยาก	$f_o = 20$ $f_e = 11.33$	$f_o = 6$ $f_e = 10.52$	$f_o = 8$ $f_e = 12.14$	34
เกิดไม่มีความ ยุ่งยาก	$f_o = 8$ $f_e = 16.67$	$f_o = 20$ $f_e = 15.48$	$f_o = 22$ $f_e = 17.86$	50
	28	26	30	84

จำนวนตามขอบของเมทริกซ์คือจำนวนสมาชิกในกรณีต่างๆของแต่ละกลุ่มตัวอย่างในแต่ละแถวและสดมภ์ ผลรวมของสมาชิกกรณีต่างๆทั้งหมดคือ 84 เพื่อให้เข้าใจว่าความถี่ตามขอบคืออะไร จะใช้ตาราง 12.2 ตอบคำถามต่อไปนี้ ในจำนวนกรณีต่างๆทั้งหมดคือ 84 มีผู้มีการเกิดมีความยุ่งยากมีเท่าไร คำตอบคือ 34 มีกี่คนที่ถูกวินิจฉัยว่าเป็นโรคจิตเภท คำตอบคือ 28 มีกี่คนที่ถูกวินิจฉัยว่าไม่พบโรคใดๆในสองชนิดที่กล่าว คำตอบคือ 30 (กลุ่มปกติ)

นอกจากนั้นยังบอกได้ว่า ถ้าสุ่มสมาชิกขึ้นมาหนึ่งคนจากคน 84 คน ความน่าจะเป็นที่คนนั้นจะเกิดที่มีความยุ่งยาก เป็น $34/84 = 0.4048$ หรือเป็นโรคจิตเภท เป็น $28/84 = .3333$ หรือถูกวินิจฉัยว่าเป็นโรคจิตเภทและการเกิดที่มีความยุ่งยากเป็น $0.4048 \times 0.3333 = 0.1349$ ดังนั้นความถี่ที่คาดหวังสำหรับเซลล์นี้คือจำนวนของประชาชนที่คาดหวังที่จะหาในเซลล์นี้ ถ้าสมมุติฐานว่างเป็นจริงคือ $0.1349 (84) = 11.33$

มีวิธีสั้น ๆ ซึ่งเราสามารถคำนวณความถี่ที่คาดหวังสำหรับแต่ละเซลล์

$$\text{สูตรสำหรับคำนวณ } f_c = \frac{f_c f_r}{N} \quad \dots\dots\dots (12.2)$$

เมื่อ

f_c คือผลรวมความถี่สำหรับสดมภ์ที่สัมพันธ์กัน

f_r คือผลรวมความถี่สำหรับแถวที่สัมพันธ์กัน

N คือผลรวมจำนวนของสมาชิก

สูตร 12.2 ใช้คำนวณความถี่ที่คาดหวังสำหรับแต่ละเซลล์ในตาราง 12.2 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

เป็นโรคจิตเภทและการเกิดที่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(28)(34)}{84} = 11.33$$

เป็นโรคซึมเศร้าและการเกิดที่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(26)(34)}{84} = 10.52$$

ปกติและการเกิดที่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(30)(34)}{84} = 12.14$$

เป็นโรคจิตเภท และการเกิดที่ไม่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(28)(50)}{84} = 16.67$$

เป็นโรคซึมเศร้าและการเกิดที่ไม่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(26)(50)}{84} = 15.48$$

ปกติและการเกิดที่ไม่มีความยุ่งยาก

$$f_c = \frac{(30)(50)}{84} = 17.86$$

การคำนวณ χ^2 และการทดสอบนัยสำคัญ

การคำนวณ χ^2 ทำได้โดยง่ายจากตาราง ดังตาราง 12.3 ความถี่ของการสังเกต และความถี่ที่คาดหวังอยู่ในสดมภ์ที่หนึ่งและสดมภ์ที่สองตามลำดับ สดมภ์ต่อไป ค่าความถี่ที่จำเป็นที่จะนำไปใช้คำนวณหาค่า χ^2

ตาราง 12.3 ค่าความ χ^2

f_0	f_e	$(f_0 - f_e)$	$(f_0 - f_e)^2$	$(f_0 - f_e)^2 / f_e$
20	11.33	8.67	75.17	6.63
6	10.52	-4.52	20.43	1.94
8	12.14	-4.14	20.43	1.94
8	16.67	-8.67	75.17	4.51
20	15.48	4.52	20.43	1.32
22	17.86	4.14	17.14	0.96
				$\chi^2 = 16.77$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e} = 16.77$$

4. การทดสอบไคกำลังสองสำหรับตาราง 2x2

เราได้ศึกษาการคิดคำนวณ χ^2 สำหรับตาราง 2x3 แล้ว ถ้าเราออกแบบสองทาง ในรูป ตาราง 2x2 จะมีวิธีสั้นๆ ซึ่งสามารถใช้สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณความถี่ที่ ค่าคาดหวังสำหรับแต่ละเซลล์ สูตร 12.3 ต้องการให้เราใส่อักษร A, B, C และ D ใน เซลล์ดังต่อไปนี้ ในกรณีนี้ เพียงแต่สังเกตเซลล์ ที่ความถี่จำเป็นต้องใช้คำนวณ χ^2

A	B	A+B
C	D	C+D

$$A + C \quad B + D \quad N$$

สูตรไคกำลังสองสำหรับตาราง 2x2

$$\chi^2 = \frac{N(AD - BC)^2}{(A + B)(C + D)(A + C)(B + D)} \dots\dots\dots(12.3)$$

เมื่อ

A,B,C,D คือความถี่ของการสังเกต(f_o) ในแต่ละเซลล์

AD คือ f_o สำหรับเซลล์ $A \times f_o$ สำหรับเซลล์ D

BC คือ f_o สำหรับเซลล์ $B \times f_o$ สำหรับเซลล์ C

N คือ f_o ผลรวมจำนวนสมาชิก

5. เซลล์ไหนเป็นตัวสนับสนุนสำคัญของนัยสำคัญการทดสอบไคกำลังสอง

การทดสอบนัยสำคัญไคกำลังสอง ไม่เหมือนกับการเปรียบเทียบ post hoc ที่ใช้กับข้อมูลพาราเมตริก การวิเคราะห์นี้แต่ละเซลล์ถูกวิเคราะห์แบ่งแยกจากกันเพื่อตรวจสอบว่าเซลล์ไหนเป็นตัวสนับสนุนสำคัญของการทดสอบไคกำลังสอง สิ่งนี้เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์การตกค้างมาตรฐาน (standardized residuals) (Haberman, 1973) สูตร(12.4) ประยุกต์กับแต่ละเซลล์ของเมทริกซ์

สูตร ส่วนตกค้างมาตรฐาน

$$R = \frac{f_o - f_e}{\sqrt{f_e}} \dots\dots\dots(12.4)$$

ถ้าค่าสัมบูรณ์ของส่วนตกค้างมาตรฐานสำหรับรายการมากกว่า 2.00 แล้วจะสรุปว่าเซลล์นั้นเป็นตัวสนับสนุนสำคัญของนัยสำคัญการทดสอบไคกำลังสอง สูตร (12.4) จะใช้หลังจากปฏิเสธสมมติฐานว่าง ตาราง 12.4 นำเสนอส่วนตกค้างมาตรฐานสำหรับแต่ละรายการของโรคจิตเภทและการเกิดที่มีความซับซ้อน แม้ว่าจะไม่สนใจเครื่องหมายของ R เมื่อเปรียบเทียบ R กับ 2.00 เครื่องหมายของ R จะใช้ตีความการหา ถ้า R ใหญ่กว่า 2.00 และมีค่าเป็นบวก จะหมายถึงว่าจำนวนของการสังเกตในเซลล์นั้นมากกว่าที่คาดหมายโดยโอกาส ถ้า R ใหญ่กว่า 2.00 และมีค่าเป็นลบ จะหมายถึงว่าจำนวนของการสังเกตในเซลล์นั้นน้อยกว่าที่คาดหมายโดยโอกาส ในตาราง 12.4 สังเกตว่า สองเซลล์มี

ค่า R มากกว่า 2.00 เซลล์ 1 โรคจิตเภท/การเกิดที่มีความซับซ้อน มีค่า R เป็นบวก (R=2.57) ซึ่งมากกว่า 2 ซึ่งหมายถึงว่ามีโรคจิตเภท กับการเกิดที่มีความซับซ้อนมากกว่า โอกาสที่คาดหมาย เซลล์ 4 ไม่มีการเกิดที่มีความซับซ้อน/โรคจิตเภท เป็นลบ R (-2.13) ซึ่งค่าสัมบูรณ์มากกว่า 2 หมายความว่า มีโรคจิตเภท โดยไม่มีการเกิดที่ซับซ้อน น้อยกว่าโอกาสที่คาดหมาย เนื่องจากไม่มีเซลล์อื่น ๆ มีค่าสัมบูรณ์ของ R มากกว่า 2.00 จึงไม่เป็นเซลล์ที่เป็นตัวสนับสนุนสำคัญของนัยสำคัญการทดสอบไคกำลังสอง

ตาราง 12.4 ส่วนตกค้างมาตรฐานสำหรับแต่ละรายการของการศึกษาสมมุติฐานบนโรคจิตเภทและการเกิดที่มีความซับซ้อน

เซลล์	f_0	f_e	$\sqrt{f_e}$	R
เซลล์ 1	20	11.33	3.37	2.57
เซลล์ 2	6	10.52	3.24	-1.40
เซลล์ 3	8	12.14	3.48	-1.19
เซลล์ 4	8	16.67	4.08	-2.13
เซลล์ 5	20	15.48	3.93	1.15
เซลล์ 6	22	17.86	4.23	.98

เซลล์ 1 คือ โรคจิตเภท/การเกิดที่มีความซับซ้อน เซลล์ 2 คือ โรคซึมเศร้า/การเกิดที่มีความซับซ้อน เซลล์ 3 คือ ปกติ/การเกิดที่มีความซับซ้อน เซลล์ 4 คือ โรคจิตเภท/การเกิดที่ไม่มีความซับซ้อน เซลล์ 5 คือ โรคซึมเศร้า/การเกิดที่ไม่มีความซับซ้อน เซลล์ 6 คือ ปกติ/การเกิดที่ไม่มีความซับซ้อน

เซลล์ที่มีค่าสัมบูรณ์ของ R มากกว่า 2 เป็นตัวสนับสนุนสำคัญของนัยสำคัญของการทดสอบไคกำลังสอง

6. การใช้การทดสอบไคกำลังสองด้วยตัวแปรเชิงปริมาณ

แม้ว่าการทดสอบไคกำลังสองตามปกติกระทำเมื่อตัวแปรไม่เป็นชนิดต่อเนื่อง (discrete) (ตัวอย่าง ชายและหญิง แต่งงานและไม่แต่งงาน การเห็นพ้องและไม่เห็นพ้อง) มันเป็นไปได้ที่จะใช้การทดสอบกับตัวแปรเชิงปริมาณ นั่นคือปฏิบัติเสมือนตัวแปรเชิงรายการ ยกตัวอย่างสมาชิกอาจดำเนินการที่ครอบคลุมมาตราการวัด คะแนนอาจมีช่วงตั้งแต่ 0-30 แต่สมาชิกสามารถจำแนกครอบคลุมทั้งสูงและต่ำ ตามข้อเท็จจริง การทดสอบไคกำลังสองสามารถใช้เมื่อสองตัวแปรเป็นต่อเนื่อง นักวิจัยอาจตั้งสมมุติฐานความสัมพันธ์ระหว่างความจำเป็นสำหรับผลสัมฤทธิ์และรายการหนึ่งของสามรายการของความจำเป็นสำหรับผลสัมฤทธิ์และหนึ่งในสี่ของรายได้ต่อปี

ถ้ามีเหตุผลที่จะสงสัยว่าตัวแปรอยู่ภายใต้การวัดที่ต่อเนื่องหรือไม่ อันที่จริง ความต่อเนื่อง (ช่วงหรืออัตราส่วน) การสร้างรายการแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete) และการใช้การทดสอบไคกำลังสองเป็นความคิดที่ดี อย่างไรก็ตาม ถ้าสามารถตั้งข้อสมมุติว่ามีมิติสำคัญเป็นต่อเนื่อง การใช้การทดสอบพาราเมตริก (parametric test) ช่วยให้มีพลังมากกว่า ยกตัวอย่าง ข้อมูลในตาราง 12.5 สามารถวิเคราะห์โดยใช้สูตรเพียร์สันสำหรับการวัดแบบต่อเนื่อง นั่นคือ สามารถหาสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์และรายได้ต่อปี

ตาราง 12.5 ตารางขนาด 3 × 4

รายได้ต่อปี(10,000 บาท)				
ผลสัมฤทธิ์	น้อยกว่า 20	21-40	41-60	มากกว่า60
มากกว่า40	19	24	37	65
21-40	25	20	33	42
น้อยกว่า 20	56	32	20	10

ตัวแปรเชิงปริมาณถูกนำเสนอเสมือนตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete variables) การวัดอาจแสดงในรูปรายได้ ต่ำ กลาง สูง หรือแสดงรายได้แทนสี่รายการของรายการของตัวแปรไม่ต่อเนื่อง ค่าแต่ละเซลล์ถูกสังเกตจากการแจกนับ

7. สมมติฐานของการทดสอบไคกำลังสอง

ข้อดีประการหนึ่งของการทดสอบไคกำลังสอง คือสมมติฐานที่จำเป็นในการทดสอบน้อย

1. ในการทดสอบนัยสำคัญใดๆ กลุ่มตัวอย่างควรแทนประชากรซึ่งคุณต้องการหารูปทั่วไป
2. ข้อมูลควรอยู่ในรูปของการนับความถี่ การวิเคราะห์ไคกำลังสองไม่ได้วิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย
3. การสังเกตต้องเป็นอิสระจากการสังเกตอื่นๆ ข้อสมมติฐานนี้ต้องการให้สมาชิกเดี่ยวๆเป็นตัวแทนเพียงครั้งเดียว และอยู่เพียงเซลล์เดียว

สรุป

การทดสอบไคกำลังสองใช้วิเคราะห์ข้อมูลนามบัญญัติ ซึ่งอยู่ในรูปของการนับความถี่ การทดสอบที่พาดพิงเกี่ยวกับพารามิเตอร์ประชากร เรียกว่า การทดสอบพาราเมตริก (parametric test) การทดสอบไคกำลังสองไม่ได้ใช้ค่าเฉลี่ยหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่ออ้างอิงพารามิเตอร์ประชากร ดังนั้น มันจะเรียกว่า การทดสอบนอนพาราเมตริก (non parametric test) การทดสอบวิเคราะห์ไคกำลังสองสมนัยระหว่างสมมติฐานของการแจกแจงการนับความถี่และการสังเกตการณ์แจกแจงการนับความถี่ สมมติฐานว่างกำหนดว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างการแจกแจงความถี่ที่คาดหวังกับความถี่จากการสังเกต สมมติฐานแย้งกำหนดว่าการแจกแจงความถี่ที่คาดหวังกับความถี่จากการสังเกตแตกต่างกัน

การทดสอบความพอเหมาะพอดีคล้ายคลึงกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว กับ (รายการ) สองกลุ่มหรือมากกว่า การออกแบบสองทางที่ใช้รายการข้อมูลในรูปตาราง ในการออกแบบสองทาง การทดสอบการวิเคราะห์ไคกำลังสอง แม้ว่าสองตัวแปรจะไม่สัมพันธ์กัน สมมติฐานว่างกำหนดว่า ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร สมมติฐานแย้งกำหนดว่าตัวแปรเหล่านั้นสัมพันธ์กัน นั่นคือ ไม่เป็นอิสระต่อกัน

สมมติฐานของการทดสอบไคกำลังสองคือว่าข้อมูลอยู่ในรูปของการนับความถี่ กลุ่มตัวอย่างแทนประชากรที่สนใจ และแต่ละการสังเกต กลุ่มตัวอย่างแทนประชากรของความสนใจ และแต่ละการสังเกตเป็นอิสระจากการสังเกตอื่นๆ นั่นคือ สมาชิกตัวหนึ่งจะแทนเพียงเซลล์เดียว

แบบฝึกหัด 12

1. จากทดลองทางยาใช้ควบคุมความดันโลหิตสูง ในตอนท้ายของการทดลองผู้สืบสวนสอบสวนจำแนกคนไข้ว่ามีการตอบสนองกับยาในทางดี และ ไม่ตอบสนองกับยาในทางดี กำหนดแอลฟาที่.05 และใช้การทดสอบไคกำลังสอง ใช้สถิติ R ตรวจสอบว่าเซลล์ทำให้เกิดการตอบสนองในทางดีกับนัยสำคัญ χ^2

จงแสดงการตรวจสอบ

ตอบสนอง	การปฏิบัติ			
ตอบสนองทางดี	70	160	168	398
ไม่ตอบสนองทางดี	30	40	32	102
	100	200	200	500

2. ในแต่ละเมทริกซ์ ให้เติมความถี่ในส่วนที่ขาดหายไป ขึ้นต่อไปคำนวณ f_e สำหรับแต่ละเซลล์

(1)

33	?	?	21	124
?	?	40	?	106
	82	60	38	?

(2)

10	?	17
?	?	?
?	20	35

3. Frank และ Lester (1988) พบว่าผู้ที่มีอายุ 15-24 ปี มักทำกิจกรรมร้ายแรงบางอย่างในวันอาทิตย์ ข้อมูลต่อไปนี้ใช้สำหรับตรวจสอบ จงใช้การทดสอบไคกำลังสองกับข้อมูลต่อไปนี้

อาทิตย์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	เสาร์
56	29	17	22	25	15	33

4. ปัญหาข้อสงสัยแม่ที่มีอายุน้อยๆมักคลอดทารกที่มีน้ำหนักน้อยกว่าหรือเท่ากับเกณฑ์ (2500 กรัม) หรือไม่ ในการศึกษาเรื่องนี้ศึกษาจากแม่ที่มีอายุน้อย (ต่ำกว่า 20 ปี) เปรียบเทียบกับแม่ที่มีอายุมาก (30-35ปี) กำหนดแอลฟาที่.05 และใช้การวิเคราะห์ไคกำลังสอง จากข้อมูลต่อไปนี้ จงตีความผลการหา

อายุ	น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2500 กรัม	มากกว่า 2500 กรัม	
ต่ำกว่า20	46	22	68
30-35	12	40	52
	58	62	120