

## 1. ปริภูมิเวกเตอร์เชิงจริง (REAL VECTOR SPACE)

สำหรับเซต  $V$  ซึ่งไม่ใช่เซตเปล่า จะเรียก  $V$  ว่าเป็นปริภูมิเวกเตอร์เชิงจริง (real vector space) เมื่อสมาชิกของ  $V$  (ซึ่งเรียกว่า เวกเตอร์) มีการดำเนินการ (operation) 2 อย่าง คือ การบวกกันระหว่างสมาชิกของ  $V$  และการคูณสมาชิกของ  $V$  ด้วยจำนวนจริง โดยการดำเนินการทั้งสองอย่างนั้นต้องสอดคล้องกับคุณสมบัติดังต่อไปนี้

บน  $V$  การบวก ( $\oplus$ ) มีคุณสมบัติว่า

- 1) ทุก ๆ  $x, y \in V$  จะมี  $x \oplus y \in V$  เพียงตัวเดียวเท่านั้น
- 2) สำหรับทุก ๆ  $x, y \in V$ ,  $x \oplus y = y \oplus x$
- 3) สำหรับทุก ๆ  $x, y, z \in V$ ,  $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$
- 4) ใน  $V$  จะมี  $\theta$  เพียงตัวเดียวเท่านั้น ซึ่ง  $x \oplus \theta = x$  สำหรับทุก ๆ  $x \in V$  (เรียก  $\theta$  ว่า เวกเตอร์ศูนย์)
- 5) สำหรับทุก ๆ  $x \in V$  จะมี  $(-x) \in V$  เพียงตัวเดียวเท่านั้น ซึ่ง  $x \oplus (-x) = \theta$

บน  $V$  การคูณด้วยจำนวนจริง มีคุณสมบัติว่า

- 6) ทุก ๆ  $x \in V$  และทุก ๆ  $a \in \mathbb{R}$  จะมี  $ax \in V$  เพียงตัวเดียวเท่านั้น
- 7) สำหรับทุก ๆ  $x \in V$ ,  $1x = x$
- 8) สำหรับทุก ๆ  $x, y \in V$  และ  $a \in \mathbb{R}$ 

$$a(x \oplus y) = ax \oplus ay$$
- 9) สำหรับทุก ๆ  $x \in V$  และ  $a, b \in \mathbb{R}$ 

$$(a + b)x = ax \oplus bx$$
- 10) สำหรับทุก ๆ  $x \in V$  และ  $a, b \in \mathbb{R}$ 

$$(a(bx)) = (ab)x$$

## 2. พีชคณิตสลับที่เชิงจริง (REAL COMMUTATIVE ALGEBRA)

สำหรับเซต  $V$  จะเรียก  $V$  ว่าเป็นพีชคณิตสลับที่เชิงจริง (real commutative algebra) เมื่อ  $V$  เป็นปริภูมิเวกเตอร์เชิงจริง (real vector space) และมีการดำเนินการใน  $V$  เพิ่มขึ้นอีก อย่างหนึ่งคือ การคูณกันระหว่างสมาชิกของ  $V$  โดยการกระทำภายใต้การดำเนินการต้องมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

บน  $V$ , การคูณ  $(\odot)$  มีคุณสมบัติว่า

11) ทุก ๆ  $x, y \in V$  จะมี  $x \odot y \in V$  เพียงตัวเดียวเท่านั้น

12) สำหรับทุก ๆ  $x, y \in V$ ,  $x \odot y = y \odot x$

13) สำหรับทุก ๆ  $x, y, z \in V$ ,  $x \odot (y \odot z) = (x \odot y) \odot z$

14) สำหรับทุก ๆ  $x, y, z \in V$ ,  $x \odot (y \oplus z) = (x \odot y) \oplus (x \odot z)$

15) สำหรับทุก ๆ  $x, y \in V$  และ  $a \in R$

$$a(x \odot y) = (ax) \odot y = x \odot (ay)$$

---