

# คำตอบบางข้อของแบบฝึกหัดท้ายบท

## แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1

- 3) ก.  $\Re\left(\frac{1}{2+i}\right) = \frac{2}{5}$       ข.  $\Re(z^3) = x^3 - 3xy^2$   
 ค.  $\Re\left(\frac{(1+i)^2}{3+2i}\right) = \frac{4}{13}$       ง.  $\Im\left(\frac{1}{z^2}\right) = \frac{-2xy}{(x^2+y^2)^2}$
- 9) ก.  $(3+2i) + (-7-i) = -4+i$   
 ข.  $(8-6i) - (2i-7) = 15-8i$   
 ค.  $\frac{5+5i}{3-4i} + \frac{20}{4+3i} = \frac{65-45i}{24-7i}$   
 ง.  $| -3i | = 3$   
 ด.  $\left| \frac{1+4i}{4+i} \right| = 1$   
 น.  $\left| \frac{(3+4i)^4}{(3-4i)^3} \right| = 5$
- 11) ก.  $z = \sqrt{18} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + 2k\pi + i \sin \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \right), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$   
 ข.  $z = 4 \left( \cos \frac{3\pi}{2} + 2k\pi + i \sin \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
- 15) รากที่สองของ  $z = -15 - 8i$  คือ

$$z_0 = 17(\cos \theta_0 + i \sin \theta_0)$$

$$z_1 = 17(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

เมื่อ

$$\theta_0 = \frac{\tan^{-1} \left( \frac{-8}{-15} \right)}{2}$$

และ

$$\theta_1 = \frac{\tan^{-1} \left( \frac{-8}{-15} \right)}{2} + \pi$$

## แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2

- 3) ก. เป็นเซตเปิด ไม่ปิด ขาดตอน มีขอบเขต  
 ข. ไม่เป็นเซตเปิด ไม่ปิด ขาดตอน ไม่มีขอบเขต  
 7) ก. เป็นเซตที่มีขอบเขต  
 ข. เป็นเซตที่ไม่มีขอบเขต  
 ค. เป็นเซตที่ไม่มีขอบเขต

### แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 3

- 1) ก.  $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \dots$   
 ข.  $i, \frac{-1}{8}, \frac{-i}{27}, \dots$   
 ค.  $\frac{i}{1+i}, \frac{-4}{2+i}, \frac{-9i}{3+i}, \dots$
- 3) ก. เป็นลำดับที่มีขอบเขต แต่ไม่สู่เข้า  
 ข. เป็นลำดับที่มีขอบเขต สู่เข้าสู่ค่า  $i$   
 ค. เป็นลำดับที่มีขอบเขต สู่เข้าสู่ค่า 0
- 5) ก. ลำดับไม่สู่เข้า  
 ข. เป็นลำดับสู่เข้า

### แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4

- 1) ก.  $f(2+i) = 7(1+2i)$   
 $f(3i) = 3(-9+i)$   
 $f(-4+i) = 41 - 23i$   
 ข.  $f(2+i) = 1+i$   
 $f(3i) = 4$   
 $f(-4+i) = 1 - \frac{1}{2}i$
- 7) ก.  $f'(z) = 4z(z^2 + 1)$   
 ข.  $f'(z) = \frac{-2(z^2 - 1)}{(z^2 + 1)^2}$
- 17) ก.  $a = b, c = -1$   
 ข.  $a = 1, b = 0, c = c$
- 19) ก.  $\frac{1}{3}$                           ข. 2

### แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5

- 3) ก.  $z = \frac{2k\pi i}{3}$   
 19) ก.  $\sqrt{\cos^x + \sinh^2 y}$   
 ข.  $\frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + \sinh^2 y}$

## แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6

- 1) น.  $z(t) = t + 2it$ ,  $0 \leq t \leq 1$   
 ภ.  $z(t) = 2t + i\left(\frac{7}{2} - 5t\right)$ ,  $\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$
- 5) 0
- 7)  $\frac{3}{2} + i$
- 9)  $2\pi i$
- 11) น. 0  
 ภ.  $-2i$
- 13) น.  $2b(1+i)$   
 ภ.  $-1+ie$
- 19) 0
- 21) น. 0
- 23) 0
- 25)  $-6\pi i$
- 27) น.  $-\frac{1}{3} - 9i$   
 ภ.  $\frac{1}{2}(e^{-1} - 1)$   
 ภ.  $\sin(\pi i) = i \sinh \pi$
- 29) น.  $\frac{\pi i}{2}$
- 31) น.  $\frac{\pi i}{2}$   
 ภ.  $\frac{\pi i}{8}$

## แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7

- 3) น.  $R = 1$   
 ภ.  $R = 1$   
 น.  $R = \frac{1}{4}$   
 ภ.  $R = \frac{1}{6}$   
 ภ.  $R = \infty$
- 5) น.  $\tan z = z + \frac{1}{3}z^3 + \frac{2}{15}z^5 + \dots$ ,  $R = \pi$   
 ภ.  $z \cot z = 1 - \frac{1}{3}z^2 - \frac{1}{45}z^4 - \frac{2}{945}z^6 - \dots$ ,  $R = \pi$
- 7) น.  $\frac{\cos 2z}{z^2} = \frac{1}{z^2} - 2 + \frac{2}{3}z^2 - \frac{4}{45}z^4 + \dots$ ,  $R = \infty$   
 ภ.  $\frac{\sinh 3z}{z^3} = \frac{3}{z^2} + \frac{9}{2} + \frac{81}{40}z^2 + \dots$ ,  $R = \infty$   
 น.  $\frac{1}{z^2(1-z^2)} = \frac{1}{z^2} + 1 + z^2 + z^4 + z^6 + \dots$ ,  $R = 1$   
 ภ.  $\frac{1}{z^2(1+z^2)} = \frac{1}{z^2} - \frac{2}{z} + 3 - 4z + \dots$ ,  $R = 1$