

# สารบัญ

	หน้า
<b>บทที่ 1</b> ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตสามมิติ	1
1.0 บทนำ	1
1.1 เส้นและระนาบ	
1.2 จุดตัดของเส้นกับระนาบ	3
1.3 การตั้งฉากระหว่างเส้นตรงกับระนาบ และระนาบกับระนาบ	4
1.4 เส้นขนานและระนาบขนาน	10
1.5 เส้นตรงไขว้ต่างระนาบ	14
1.6 มุมสามมิติ	17
<b>บทที่ 2</b> เรขาคณิตเชิงทรงกลม	23
2.0 บทนำ	23
2.1 รูปทรงกลม	23
2.2 จุดและเส้นบนทรงกลม	24
2.3 มุมเชิงทรงกลม	27
2.4 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	27
แบบฝึกหัด 2.4	33
2.5 พื้นที่ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	34
แบบฝึกหัด 2.5	36
2.6 รูปหลายเหลี่ยมเชิงทรงกลม	37
<b>บทที่ 3</b> สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	39
3.1 ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	39
3.2 สูตรเกี่ยวกับสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	40
3.3 กฎของเนเปียร์	46
แบบฝึกหัด 3.3	51
3.4 กฎที่สำคัญของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	52
แบบฝึกหัด 3.4	55

3.5	การแก้ปัญหาสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	56
	แบบฝึกหัด 3.5	70
3.6	กรณีกำหนดมุมของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	72
	แบบฝึกหัด 3.6	78
3.7	สามเหลี่ยมเชิงขั้ว	79
	แบบฝึกหัด 3.7	03
3.8	สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมด้านฉาก	a5
	แบบฝึกหัด 3.8	92
<b>บทที่ 4</b>	<b>สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง</b>	<b>93</b>
4.1	ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง	93
4.2	กฎของไซน์	94
	แบบฝึกหัด 4.2	96
4.3	กฎของโคไซน์สำหรับด้านและสำหรับมุม	97
	แบบฝึกหัด 4.3	101
4.4	กฎห้ำส่วน	102
4.5	สูตรครึ่งมุมและสูตรครึ่งด้าน	103
4.6	การอุปมานของเกาส์และของเนเปียร์	107
4.7	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้านและกำหนดมุมให้สามมุม	112
	แบบฝึกหัด 4.7	117
4.8	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านกับมุมระหว่างด้าน	
	และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านระหว่างมุม	118
	แบบฝึกหัด 4.8	122
4.9	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านกับมุมตรงข้ามด้านใดด้านหนึ่ง	
	และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านตรงข้ามมุมใดมุมหนึ่ง	123
	แบบฝึกหัด 4.9	134
<b>บทที่ 5</b>	<b>การแก้ปัญหาสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียงโดยวิธีอื่น ๆ</b>	<b>137</b>
5.0	บทนำ	137

5.1	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมระหว่างด้านทั้งสอง	139
	แบบฝึกหัด 5.1	145
5.2	การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุม และด้านระหว่างมุมทั้งสอง	146
	แบบฝึกหัด 5.2	151
5.3	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมระหว่างด้านทั้งสอง	
	ด้วยฟังก์ชันฮาเวอร์ไซน์	152
	แบบฝึกหัด 5.3	156
5.4	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมตรงข้ามด้านใดด้านหนึ่ง	157
	แบบฝึกหัด 5.4	163
5.5	การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุม และด้านตรงข้ามมุมใดมุมหนึ่ง	164
	แบบฝึกหัด 5.5	165
5.6	การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้าน	166
	แบบฝึกหัด 5.6	167
5.7	การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สามมุม	168
	แบบฝึกหัด 5.7	169
<b>บทที่ 6</b>	<b>บทประยุกต์เกี่ยวกับแนวทางและระยะทางบนทรงกลมโลก</b>	<b>171</b>
6.1	ลักษณะของทรงกลมโลกและสามเหลี่ยมโลก	171
	แบบฝึกหัด 6.1	170
6.2	แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวขนานของละติจูด	179
	แบบฝึกหัด 6.2	182
6.3	แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวราบ	183
	แบบฝึกหัด 6.3	187
6.4	แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนววงกลมใหญ่	188
	แบบฝึกหัด 6.4	198
<b>บทที่ 7</b>	<b>บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า</b>	<b>199</b>
7.1	ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า	199
7.2	สามเหลี่ยมดาราศาสตร์	203
7.3	ระบบพิกัดท้องฟ้า	205

7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า	205
7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง	207
7.3.3 ระบบไรท์แอสเซนชัน	208
7.3.4 ระบบอิกวิดิค	209
7.4 การแปลงค่าพิกัดระบบต่าง ๆ	210
แบบฝึกหัด 7.4	222
7.5 เวลาเฉพาะท้องถิ่น	223
แบบฝึกหัด 7.5	227
7.6 ตำแหน่งเฉพาะของดวงดาว	228
แบบฝึกหัด 7.6	235
ตารางเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ	237
ตารางที่ 1 ตารางค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	239
ตารางที่ 2 ตารางค่าลอการิทึมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	263
ตารางที่ 3 ตารางค่าฟังก์ชันฮาเวอร์ไซน์	315
บรรณานุกรม	319