

# สารบัญ

## ภาคสรุป

	หน้า
<b>บทที่ 1</b> ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตสามมิติ	<b>3</b>
1.1 เส้นและระนาบ	3
1.2 จุดตัดของเส้นกับระนาบ	4
1.3 การตั้งฉากระหว่างเส้นตรงกับระนาบ และระนาบกับระนาบ	4
1.4 เส้นขนานและระนาบขนาน	
1.5 เส้นตรงไขว้ต่างระนาบ	6
1.6 มุมสามมิติ	7
<b>บทที่ 2</b> เรขาคณิตเชิงทรงกลม	<b>9</b>
2.1 รูปทรงกลม	9
2.2 จุดและเส้นบนทรงกลม	9
2.3 มุมเชิงทรงกลม	10
2.4 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	10
2.5 พื้นที่ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	11
2.6 รูปหลายเหลี่ยมเชิงทรงกลม	12
<b>บทที่ 3</b> สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	<b>13</b>
3.1 ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	13
3.2 สูตรเกี่ยวกับสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	13
3.3 กฎของเนเปียร์	14
3.4 กฎที่สำคัญของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	15
3.5 การแก้ปัญหสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	16
3.6 กรณีกำกวมของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	16
3.7 สามเหลี่ยมเชิงขั้ว	17
3.8 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมด้านฉาก	17

<b>บทที่ 4 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง</b>	<b>19</b>
4.1 ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง	19
4.2 กฎของไซน์	19
4.3 กฎของโคไซน์สำหรับด้านและสำหรับมุม	20
4.4 กฎห้าส่วน	20
4.5 สูตรครึ่งมุมและสูตรครึ่งด้าน	21
4.6 การอุปมานของเกาส์และของเนเปียร์	21
4.7 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้าน และกรณีกำหนดมุมให้สามมุม	22
4.8 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน กับมุมระหว่างด้าน ทั้งสอง และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านระหว่างมุมทั้งสอง	23
4.9 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน กับมุมตรงข้ามด้านใด ด้านหนึ่ง และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านตรงข้ามมุมใดมุมหนึ่ง	23
<b>บทที่ 5 การแก้ปัญหสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียงโดยวิธีอื่น ๆ</b>	<b>25</b>
5.1 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านและมุมระหว่างด้านทั้งสอง	25
5.2 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุมและด้านระหว่างมุมทั้งสอง	27
5.3 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านและมุมระหว่างด้าน ทั้งสองด้วยฟังก์ชันฮาเวอร์ไซน์	27
5.4 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านและมุมตรงข้าม ด้านใดด้านหนึ่ง	28
5.5 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุมและด้านตรงข้าม มุมใดมุมหนึ่ง	30
5.6 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้าน	30
5.7 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สามมุม	30
<b>บทที่ 6 การประยุกต์เกี่ยวกับแนวทางและระยะทางบนทรงกลมโลก</b>	<b>33</b>
6.1 ลักษณะของทรงกลมโลกและสามเหลี่ยมโลก	33
6.2 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวขนานของละติจูด	36
6.3 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวราบ	37
6.4 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนววงกลมใหญ่	39

<b>บทที่ 7 การประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า</b>	<b>41</b>
7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า	41
7.2 สามเหลี่ยมดาราศาสตร์	45
7.3 ระบบพิกัดท้องฟ้า	47
7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า	47
7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง	48
7.3.3 ระบบไรต์แอสเซนชัน	49
7.3.4 ระบบอิลลิปติก	50
7.4 การแปลงค่าพิกัดระบบต่าง ๆ	51
7.4.1 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง	52
7.4.2 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบมุมชั่วโมงกับระบบไรต์แอสเซนชัน	54
7.4.3 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบไรต์แอสเซนชันกับระบบอิลลิปติก	55
7.5 เวลาเฉพาะท้องถิ่นปรากฏ	56
7.6 ตำแหน่งเฉพาะของดวงดาว	56

### ภาคเฉลยแบบฝึกหัด

เฉลยแบบฝึกหัด 2.4	61
เฉลยแบบฝึกหัด 2.5	66
เฉลยแบบฝึกหัด 3.3	70
เฉลยแบบฝึกหัด 3.4	80
เฉลยแบบฝึกหัด 3.5	83
เฉลยแบบฝึกหัด 3.6	99
เฉลยแบบฝึกหัด 3.7	105
เฉลยแบบฝึกหัด 3.8	113
เฉลยแบบฝึกหัด 4.2	119
เฉลยแบบฝึกหัด 4.3	126
เฉลยแบบฝึกหัด 4.7	129

เฉลยแบบฝึกหัด 4.8	141
เฉลยแบบฝึกหัด 4.9	152
เฉลยแบบฝึกหัด 5.1	<b>164</b>
เฉลยแบบฝึกหัด 5.2	<b>172</b>
เฉลยแบบฝึกหัด 5.3	181
เฉลยแบบฝึกหัด 5.4	184
เฉลยแบบฝึกหัด 5.5	189
เฉลยแบบฝึกหัด 5.6	192
เฉลยแบบฝึกหัด 5.7	197
เฉลยแบบฝึกหัด 6.1	199
เฉลยแบบฝึกหัด 6.2	202
เฉลยแบบฝึกหัด 6.3	205
เฉลยแบบฝึกหัด 6.4	210
เฉลยแบบฝึกหัด 7.4	227
เฉลยแบบฝึกหัด 7.5	241
เฉลยแบบฝึกหัด 7.6	<b>255</b>

### ภาคผนวก

ประมวลความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติเชิงระนาบ	263
---	-----

### ตาราง

ตารางที่ 1 ตารางค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ	281
ตารางที่ 2 ตารางค่าลอการิทึมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	305
ตารางที่ 3 ตารางค่าฟังก์ชันฮาเวอร์ไซน์	357
ตารางที่ 4 ตารางค่าลอการิทึมสามัญของจำนวนจาก 1 ถึง 10,000	361
บรรณานุกรม	383