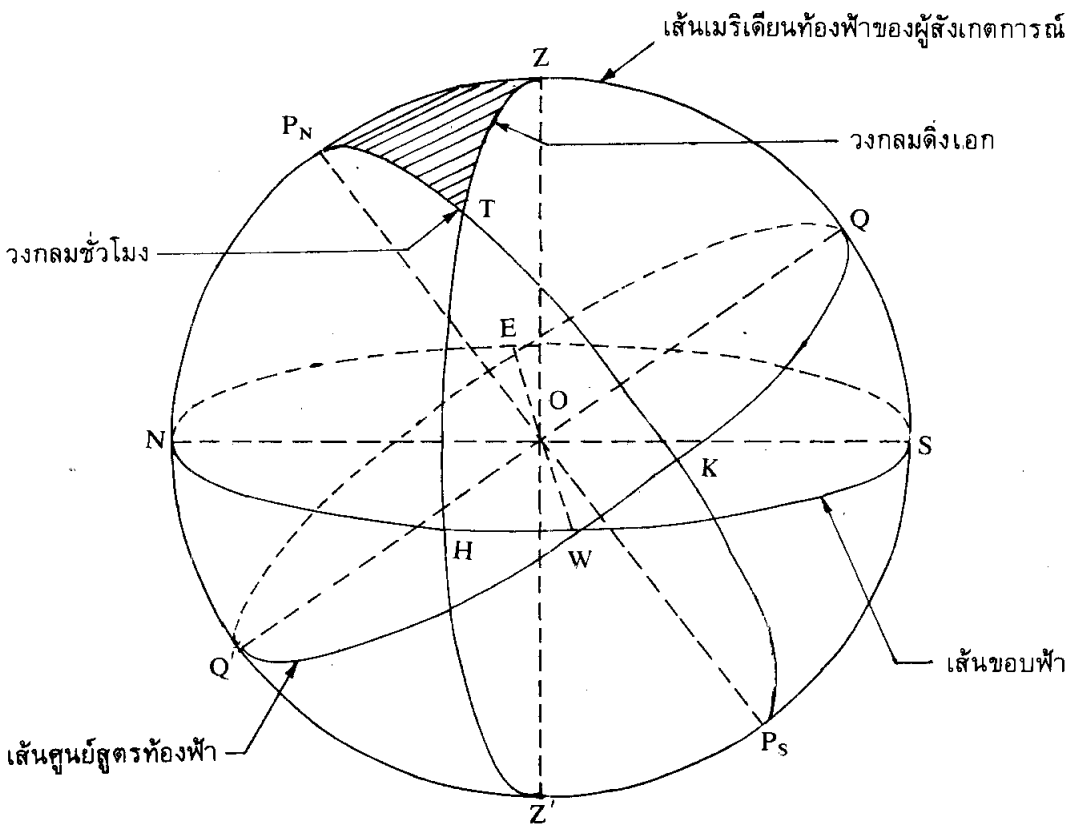
บทที่ 7
บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า

7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า

ในเวลากลางคืนเราจะเห็นดวงดาวปรากฏกระจัดกระจายอยู่ทั่วไปในท้องฟ้า ซึ่งมีลักษณะคล้ายครึ่งทรงกลมกลวง เราเรียกทรงกลมกลวงที่เปรียบเสมือนว่ามีดาวติดอยู่ที่ผิวในนี้ว่า ทรงกลมท้องฟ้า (celestrial sphere) พิจารณาทรงกลมท้องฟ้า ดังรูป 7.1.1



รูป 7.1.1

ในรูป 7.1.1 ให้เป็นทรงกลมท้องฟ้าที่มีโลก (คือ จุด O) เป็นจุดศูนย์กลาง

จุดและวงกลมใหญ่ที่เป็นอิสระจากผู้สังเกตการณ์ (observer) มีดังนี้

1) จุด P_N เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าเหนือ (north celestial pole) จุด P_S เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าใต้ (south celestial pole) ซึ่งเป็นจุดตัดระหว่างแกนของโลกกับทรงกลมท้องฟ้า

2) วงกลมใหญ่ EQWQ′ เรียกว่า เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า (celestial equator) ซึ่งเกิดจากการตัดกันของระนาบเส้นศูนย์สูตรโลกกับทรงกลมท้องฟ้า หรืออาจกล่าวได้ว่า เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าก็คือ เส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกเป็นวงกว้างจนกระทั่งจรดทรงกลมท้องฟ้า ในทำนองเดียวกัน ระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ก็คือ ระนาบเส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกไปจนจรดทรงกลมท้องฟ้านั่นเอง

อนึ่ง เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าจะอยู่ห่างจากจุดขั้วท้องฟ้าเหนือ P_N และจุดขั้วท้องฟ้าใต้ P_S เท่ากับ 90 องศา

3) เมริเดียนท้องฟ้า (celestial meridian) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ใด ๆ ที่ผ่านทั้งขั้วท้องฟ้าเหนือ P_N และขั้วท้องฟ้าใต้ P_S

จาก รูป 7.1.1 จุดและวงกลมใหญ่ที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของผู้สังเกตการณ์มีดังนี้

1) จุดเหนือศีรษะ (zenith) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมท้องฟ้าที่อยู่ในแนวตรงเหนือศีรษะของผู้สังเกตการณ์

2) จุดใต้เท้า (nadir) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z′ ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมท้องฟ้าที่อยู่ทางอีกซีกหนึ่งและอยู่ในแนวเดียวกันกับจุดเหนือศีรษะ

ข้อสังเกต จุด Z และ Z′ เป็นจุดตัดบนทรงกลมท้องฟ้าของเส้นที่เชื่อมระหว่างตำแหน่งของผู้สังเกตการณ์กับจุดศูนย์กลางของโลกและจุดเหนือศีรษะของคนหนึ่ง ก็คือ จุดใต้เท้าของคนที่อยู่บนโลก ณ ตำแหน่งตรงกันข้าม

3) เส้นขอบฟ้า (celestial horizon) ของผู้สังเกตการณ์ คือ วงกลมใหญ่ที่อยู่ห่างจากจุดเหนือศีรษะ (จุด Z) และจุดใต้เท้า (จุด Z′) เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา ในรูป 7.1.1 คือ วงกลมใหญ่ NESW ซึ่งก็คือระนาบที่ตั้งฉากกับวงกลมแนวดิ่งและผ่านผู้สังเกตุการณ์ (คือจุดศูนย์กลางของโลก)

4) เมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตุการณ์ (observer's celestial meridian) คือ เมริเดียนท้องฟ้าที่ผ่านจุดเหนือศีรษะ ในรูป 7.1.1 ได้แก่ เมริเดียน P_NZP_S

จากรูป 7.1.1 สำหรับวัตถุฟ้า T ใด ๆ จะได้ว่า

1) วงกลมแนวดิ่งของ T (vertical circle of T) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ที่อยู่ในแนวดิ่ง (หรือแนวตั้ง) บนทรงกลมท้องฟ้าซึ่งผ่านจุดเหนือศีรษะผ่านจุด T ผ่านจุดใต้เท้าและตั้งได้ฉากกับเส้นขอบ

ฟ้า จากรูป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ ZTHZ′ โดย H เป็นจุดตัดที่ตัดกับเส้นขอบฟ้า NESW วงกลมดิ่งที่ตั้งฉากกับเมริเดียนท้องฟ้าเรียกว่า วงกลมดิ่งเอก (prime vertical circle) นั่นแสดงว่า เมริเดียนท้องฟ้ากับวงกลมดิ่งเอกอยู่ห่างกัน 90° และวงกลมใหญ่ทั้งสองนี้ก็แบ่งทรงกลมท้องฟ้าออกเป็นสี่ส่วนเท่า ๆ กัน และจุดตัดของวงกลมดิ่งเอกกับเส้นขอบฟ้าบนทรงกลมท้องฟ้าคือจุดตะวันออก (E) และจุดตะวันตก (W) ซึ่งจุดทั้งสองนี้จะอยู่บนแนวตัดของเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้ากับเส้นท้องฟ้า

2) ระดับความสูงของ T (altitude of T) คือ ระยะเชิงมุม (angular distance) จากเส้นขอบฟ้าของ T จากรูป 7.1.1 ระดับความสูงของ T คือ ส่วนโค้ง HT ระดับความสูงของ T จะมีค่าเป็นบวก (+) เมื่อ T อยู่เหนือเส้นขอบฟ้า และจะมีค่าเป็นลบ (−) เมื่อ T อยู่ใต้เส้นขอบฟ้า ค่าระดับความสูงมีได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

3) ระยะเหนือศีรษะของ T (zenith distance of T) ก็คือ 90° - ระดับความสูงของ T ระยะเหนือศีรษะของ T มีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

4) แอซิมัทของ T (azimuth of T) คือ มุมระหว่างเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์กับวงกลมแนวดิ่งที่ผ่าน T จากรูป 7.1.1 คือ มุม P_NZT โดยทั่ว ๆ ไป วัดไปตามเส้นขอบฟ้าจากจุดเหนือ (จุด N) วนไปทางตะวันออก จนกระทั่งถึงวงกลมแนวดิ่งที่ผ่านตำแหน่งที่ต้องการจะบอก (ในที่นี้คือ จุด H) (นั่นคือ วัดวนไปตามเข็มนาฬิกานั่นเอง) สำหรับวัตถุที่อยู่ทางซีกฟ้าตะวันออก ค่าแอซิมัทจะมีค่าน้อยกว่า 180 องศา แต่สำหรับวัตถุที่อยู่ทางซีกฟ้าตะวันตก ค่าแอซิมัทจะมีค่ามากกว่า 180 องศา เนื่องจากการบอกค่าแอซิมัทสามารถวนจนครบรอบ จึงมีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา โดยไม่จำเป็นต้องกำหนดเครื่องหมายหรือทิศประกอบ

5) วงกลมชั่วโมงของ T (hour circle of T) คือ วงกลมใหญ่ที่ผ่านขั้วท้องฟ้าทั้งสองผ่านจุด T และตั้งได้ฉากกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ในทางปฏิบัตินิยมคิดเฉพาะครึ่งวงกลม คือ คิดระยะส่วนโค้งของวงกลมจากขั้วท้องฟ้าเหนือผ่านเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าจนถึงขั้วท้องฟ้าใต้ และผ่านจุด T จากรูป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ P_NTKP_S โดย K เป็นจุดที่วงกลมชั่วโมงตัดกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า (อาจกล่าวได้ว่า วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดเหนือศีรษะ z ก็คือ เมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์)

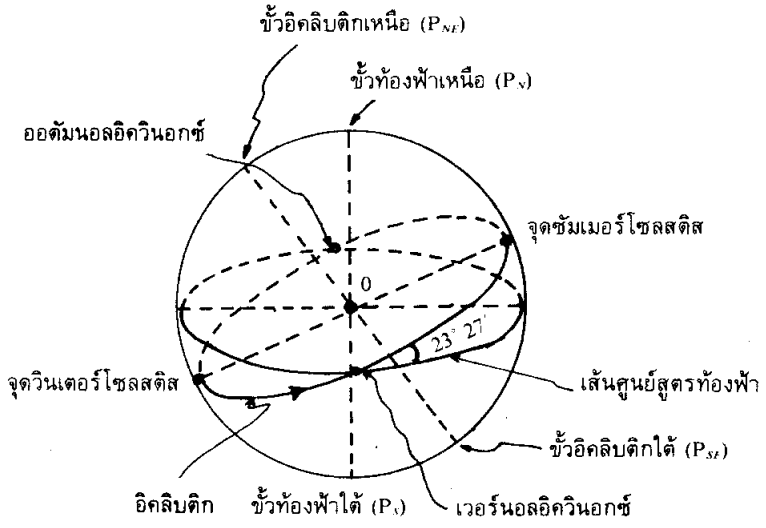
6) ความบ่ายเบนของ T (declination of T) คือ ระยะเชิงมุมที่วัดขึ้นไปทางเหนือหรือลงมาทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ตามวงกลมชั่วโมงจนถึง จุด T โดยใช้เครื่องหมาย + หรือ − แทนความหมายว่า T อยู่ทางเหนือหรือทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าตามลำดับ จากรูป 7.1.1 ความบ่ายเบนของ T ก็คือ ส่วนโค้ง KT

7) ระยะเชิงขั้วของ T (polar distance of T) ก็คือ ค่า 90° - ความบ่ายเบนของ T

8) มุมชั่วโมงของ T (hour angle of T) ก็คือ มุมระหว่างเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์กับวงกลมชั่วโมงที่ผ่าน T โดยวัดจากเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปทางทิศตะวันตก (วัดทวนเข็มนาฬิกา) อาจมีค่าตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา ค่ามุมชั่วโมงของ T มีความหมายว่า T ได้เคลื่อนที่ผ่านเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปนานเท่ากับค่านั้นนั่นเอง จึงสามารถบอกได้ว่า วัตถุฟ้า T นั้นจะตกลับขอบฟ้าหรือยัง จากรูป 7.1.1 คือ $\angle ZP_N T$

เนื่องจากการหมุนของโลกจึงทำให้ค่ามุมชั่วโมงเปลี่ยนไปตามเวลาด้วยอัตราชั่วโมงละ 15 องศา ดังนั้น ค่ามุมชั่วโมงจึงอาจวัดเป็นเวลาตั้งแต่ 0 ชั่วโมง ถึง 24 ชั่วโมง

มีลักษณะที่สำคัญบางอย่างบนทรงกลมท้องฟ้าที่เกี่ยวพันกับการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ เนื่องจากการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ทำให้เราสังเกตเห็นว่า ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ทวนเข็มนาฬิกาไปครบรอบตามแนวทางบนทรงกลมท้องฟ้า โดยทำมุมกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าประมาณ 23° 27′ แนวทางนี้เรียกว่า อิคลิบติก (ecliptic) ดังนั้น ระนาบอิคลิบติกจึงตัดกับระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ณ 2 ตำแหน่ง ตำแหน่งทั้งสองนี้เรียกว่า อิควินอกซ์ (equinox) ดังรูป 7.1.2



รูป 7.1.2

ตำแหน่งหนึ่งซึ่งตรงกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนอิควิบติกกำลังเคลื่อนที่ผ่านเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าจากซีกใต้ขึ้นไปซีกเหนือ เราเรียกตำแหน่งนี้ว่า จุดเวอร์นอลอิควินอกซ์ (vernal equinox)

ส่วนอีกตำแหน่งหนึ่งซึ่งตรงกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนอิคลิบติกกำลังเคลื่อนที่ตัดเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าจากซีกเหนือลงไปสู่ซีกใต้ ซึ่งเราเรียกตำแหน่งนี้ว่า จุดออตัมนอลอิควินอกซ์ (autumnal equinox) มุมแหลมระหว่างระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้ากับอิคลิบติก เรียกว่า มุมเฉของระนาบอิควิบติก (obliquity of ecliptic) สำหรับตำแหน่งบนอิคลิบติกที่อยู่ห่างจากเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้ามากที่สุด เราเรียกว่า โซลสติส (solstice) โดยตำแหน่งที่อยู่ทางเหนือเรียกว่า จุดซัมเมอร์โซลสติส (summer solstice) และตำแหน่งที่อยู่ทางใต้เรียกว่า วินเตอร์โซลสติส (winter solstice)

สมมุติว่า เราแบ่งทรงกลมท้องฟ้าเป็น 2 ส่วน ตามอิคลิบติก ส่วนตัดของทรงกลมท้องฟ้าก็คือ ระนาบอิคลิบติก ในแต่ละผิวของครึ่งทรงกลมย่อมมีจุด ๆ หนึ่งที่อยู่ห่างจากระนาบตัดเท่ากับ 90 องศา จุดทั้งสองของครึ่งทรงกลมทั้งคู่ คือ จุดขั้วอิคลิบติก (ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางซีกเหนือเรียกว่า ขั้วอิคลิบติกเหนือ (north ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางซีกใต้เรียกว่า ขั้วอิคลิบติกใต้ (south ecliptic pole) ดังนั้น ขั้วอิคลิบติกเหนือและใต้จึงเป็นจุดบนทรงกลมท้องฟ้าที่อยู่ห่างจากอิคลิบติกเท่ากันและเท่ากับ 90 องศา และเนื่องจากระนาบอิคลิบติกทำมุมกับระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าประมาณ $23^{\circ}\ 27'$ ขั้วอิคลิบติกจึงอยู่ห่างจากขั้วท้องฟ้าที่อยู่ซีกเดียวกันประมาณ $23^{\circ}\ 27'$ ด้วย ระนาบที่ขนานกับอิคลิบติกตัดทรงกลมท้องฟ้าเป็นแนวขนานอิคลิบติกของละติจูด (ecliptic parallel of latitude) และระนาบซึ่งตั้งฉากกับอิคลิบติกและผ่านจุดขั้วอิคลิบติกตัดทรงกลมท้องฟ้าเป็นวงกลมของอิคลิบติกลองจิจูด (circle of ecliptic longitude)

7.2 สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ (astronomical triangle)

สำหรับวัตถุฟ้า T ใด ๆ บนทรงกลมท้องฟ้า เส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์, วงกลมชั่วโมง และวงกลมแนวดิ่งที่ผ่านจุด T จะจัดรูปเป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมได้ ซึ่งเรียกสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมนี้ว่า สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ของ T โดยจุดยอดของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์จะประกอบด้วย จุดเหนือศีรษะ (zenith), จุดขั้วท้องฟ้าเหนือ (north celestial pole) และจุด T

จากรูป 7.1.1 จะได้ว่า สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ของ T ก็คือ สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม P_NZT ซึ่งเกิดจาก เส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ P_NZ, เส้นวงกลมชั่วโมง P_NT และเส้นวงกลมแนวดิ่ง ZT โดยมีจุดยอด คือ จุด P_N, จุด Z และ จุด T

ส่วนต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์ P_NZT มีดังนี้

1) ด้าน TZ = ระยะเหนือศีรษะของ T (zenith distance of T)

= 90° ระดับความสูงของ T

2) ด้าน TP_N = ระยะเชิงขั้วของ T (polar distance of T)

= 90° – ความบ่ายเบนของ T

3) ด้าน ZP_N = โคละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (colatitude of observer)

= 90° – QZ

= 90° – ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมเหนือ)

= 90° + ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมใต้)

4) มุม P_NZT = แอซิมัทของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์

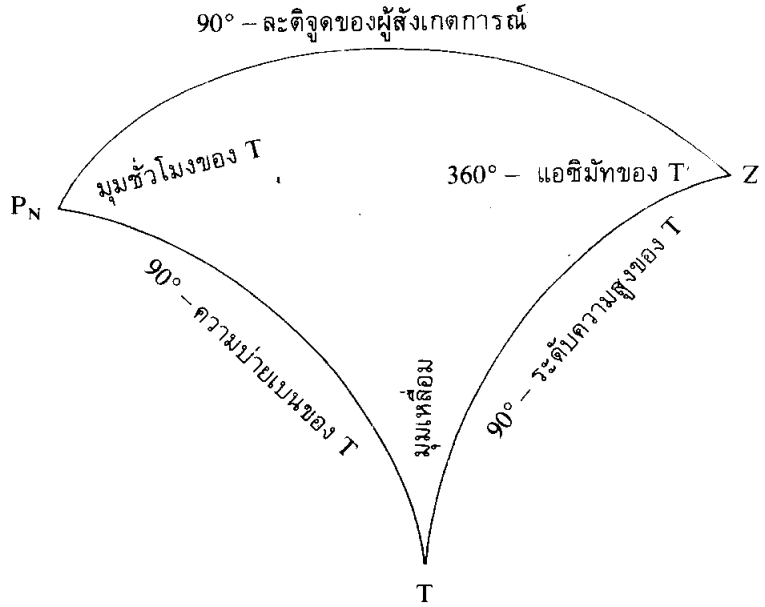
= 360° – แอซิมัทของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์

5) มุม ZP_NT = มุมชั่วโมงของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์

= 360° – มุมชั่วโมงของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์

6) มุม ZTP_N เป็นมุมระหว่างวงกลมชั่วโมงกับวงกลมแนวดิ่งที่ผ่านจุด T เรียกชื่อมุมนี้ว่า มุมเหลื่อม (parallactic angle)

จึงสามารถเขียนแสดงส่วนต่าง ๆ ลงในสามเหลี่ยมดาราศาสตร์ P_NZT ในกรณีที่ T อยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ และอยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ ได้ ดังรูป 7.2.1



รูป 7.2.1

7.3 ระบบพิกัดท้องฟ้า

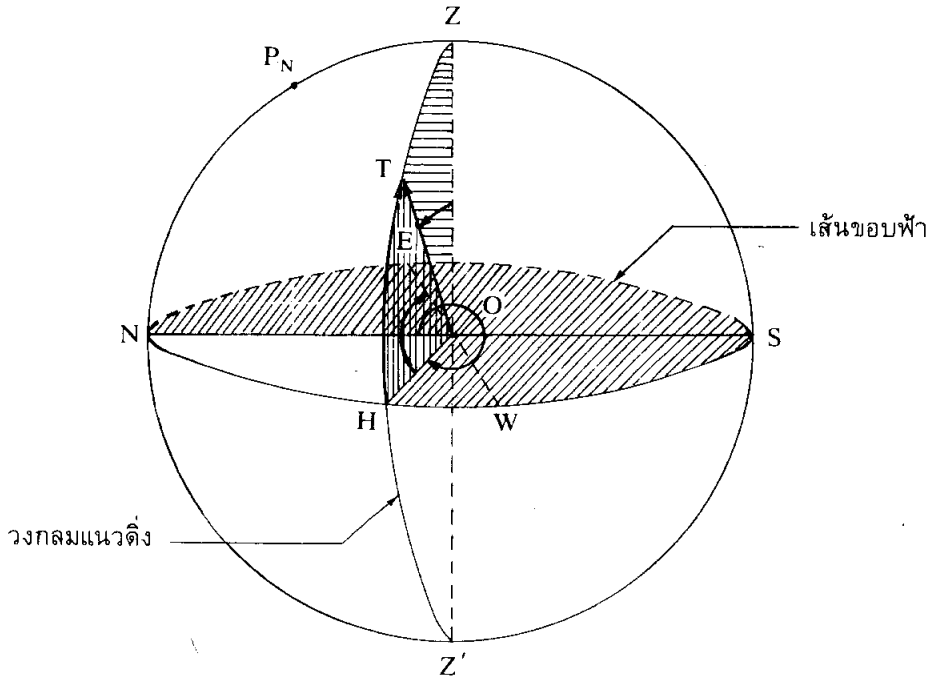
การบอกตำแหน่งบนทรงกลมท้องฟ้า จะกำหนดตำแหน่งโดยใช้สองส่วนซึ่งตั้งฉากกัน ส่วนหนึ่งหมุนออกจากวงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก และวัดตั้งฉากกับวงกลม อีกส่วนหนึ่งหมุนออกจากวงกลมใหญ่อ้างอิง และวัดในวงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก ระบบที่นิยมมี 4 ระบบด้วยกัน คือ

7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า (celestrial horizon system)

ในระบบนี้วงกลมใหญ่อ้างอิงหลักก็คือ เส้นขอบฟ้าของผู้สังเกตการณ์ และวงกลมใหญ่อ้างอิงรองก็คือ วงกลมแนวดิ่งของวัตถุฟ้า โดยพิกัดของ T ตามระบบเส้นขอบฟ้าก็คือ ระดับความสูงของ T (คือส่วนโค้ง HT) กับแอซิมัทของ T (คือ $\angle P_NZT$ หรือส่วนโค้ง NEH)

อนึ่ง ในบางกรณีแทน จะบอกแอซิมัทของ T เราอาจใช้ระยะเหนือศีรษะของ T ก็ได้ โดยระยะเหนือศีรษะของ T เท่ากับ 90° – ระดับความสูงของ T

พิจารณารูป 7.3.1



รูป 7.3.1 แสดงพิกัดของ T ตามระบบเส้นขอบฟ้า

ส่วนโค้ง HT คือ ระดับความสูงของ T

ส่วนโค้ง NEH คือ แอซิมัทของ T

ส่วนโค้ง TZ = 90° – ระดับความสูงของ T คือ ระยะเหนือศีรษะของ T

7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง (hour angle system)

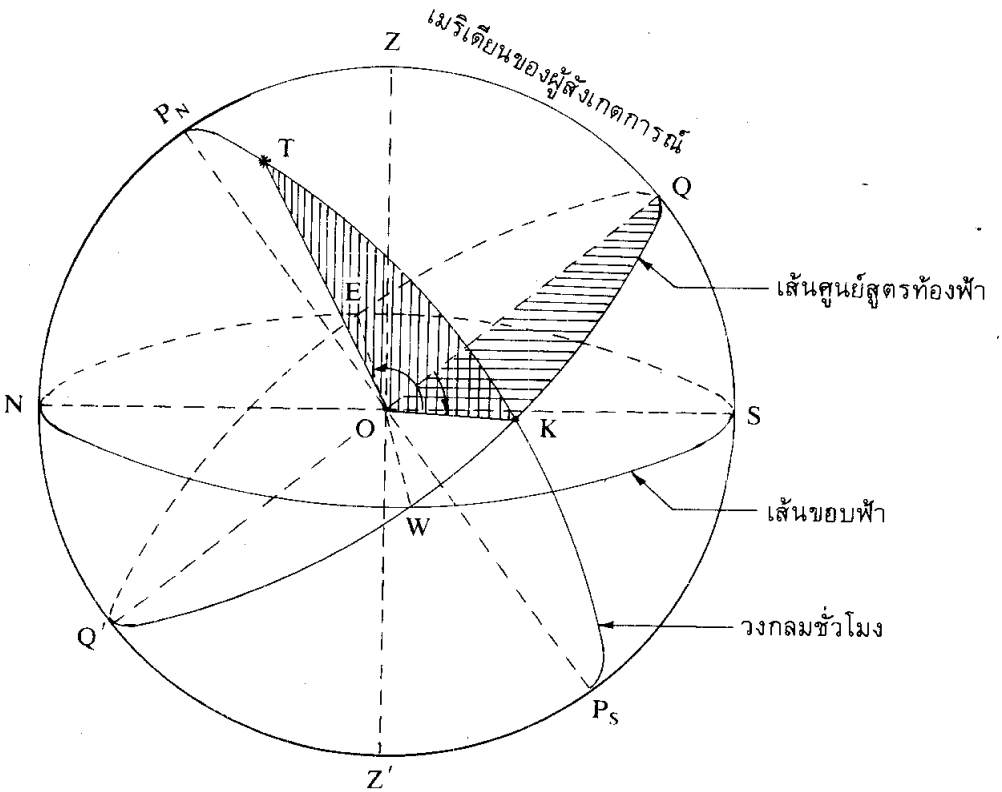
ในระบบนี้ วงกลมใหญ่อ้างอิงหลักคือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง คือ วงกลมชั่วโมงของผู้สังเกตการณ์ที่ผ่านวัตถุฟ้า

พิกัดของวัตถุฟ้า T ตามระบบมุมชั่วโมง ก็คือ

ความบ่ายเบนของ T (คือ ส่วนโค้ง KT) กับ

มุมชั่วโมงของ T (คือ $\angle ZP_NT$)

พิจารณารูป 7.3.2



รูป 7.3.2 แสดงพิกัดของ T ตามระบบมุมชั่วโมง

ส่วนโค้ง KT คือ ความบ่ายเบนของ T

มุม ZP_NT (ส่วนโค้ง KQ) คือ มุมชั่วโมงของ T

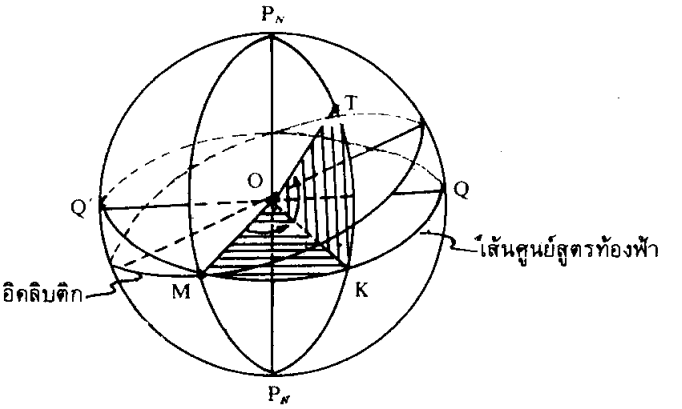
7.3.3 ระบบไรท์แอสเซนชัน (right ascension system)

ในระบบนี้ วงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก คือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง คือ วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดขั้วท้องฟ้าทั้งสอง และจุดอิควินอกซ์

พิกัดของวัตถุฟ้า T ตามระบบไรท์แอสเซนชัน คือ

ความบ่ายเบนของ T กับ ไรท์แอสเซนชันของ T

เมื่อไรท์แอสเซนชันของ T คือ ระยะเชิงมุมที่เริ่มต้นวัดจากเวอร์นอลอิควินอกซ์ไปทางทิศตะวันออกตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า จนถึงวงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุด T หรือคือมุมระหว่างวงกลมชั่วโมงของ T กับวงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดขั้วฟ้าทั้งสองและจุดอิควินอกซ์ โดยวัดจากจุดเวอร์นอลอิควินอกซ์ไปทางทิศตะวันออกบนระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ค่าไรท์แอสเซนชันมีได้ตั้งแต่ 0° ถึง 360° หรือ 0^h ถึง 24^h ดังรูป 7.3.3



รูป 7.3.3 แสดงพิกัดของ T ตามระบบไรท์แอสเซนชัน

ส่วนโค้ง KT คือ ความบ่ายเบนของ T

ส่วนโค้ง MK คือ ไรท์แอสเซนชันของ T

7.3.4 ระบบอิคลิบติก (ecliptic system)

ในระบบนี้ วงกลมใหญ่อ้างอิงหลักคือ อิคลิบติก และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง คือ วงกลมใหญ่ที่ผ่านจุดขั้วอิคลิบติกทั้งสอง โดยตัดกับอิคลิบติกที่จุดเวอร์นอลอิควินอกซ์

พิกัดของ T ตามระบบอิคลิบติก คือ

อิคลิบติกละติจูด (ละติจูดท้องฟ้า)

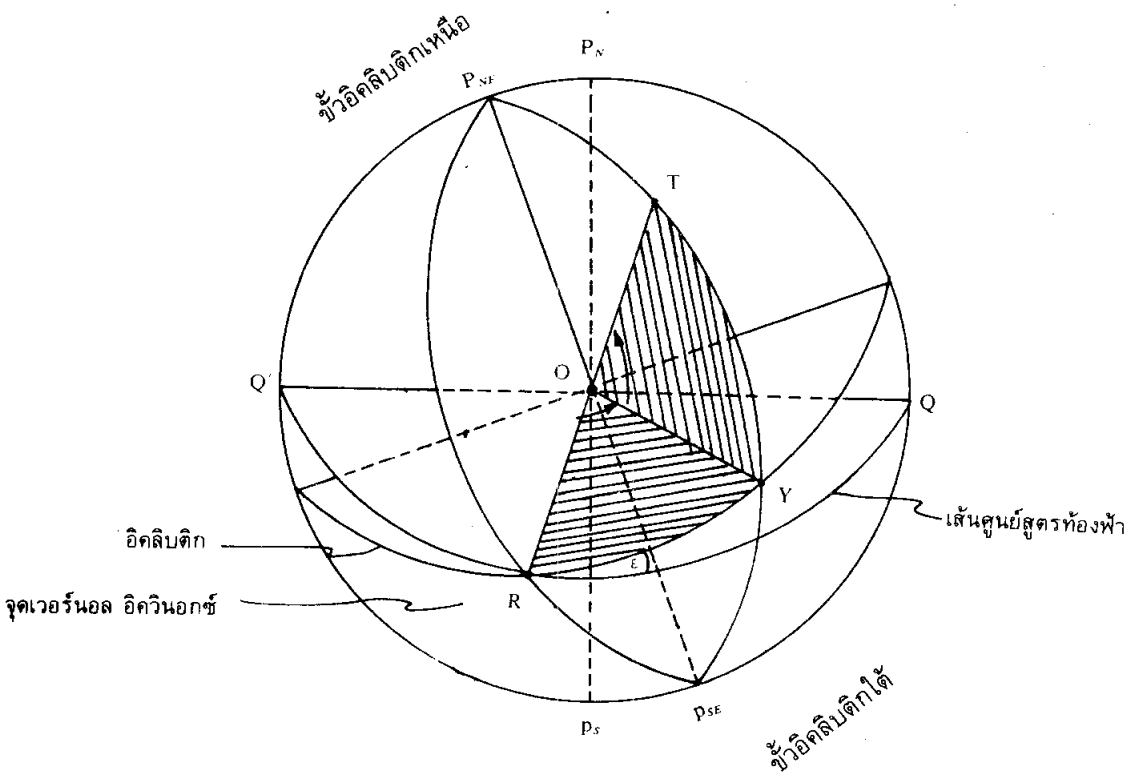
กับ อิคลิบติกลองจิจูด (ลองจิจูดท้องฟ้า)

อิคลิบติกละติจูด คือ ระยะทางเชิงมุมที่วัดจากอิคลิบติกไปทางเหนือหรือทางใต้ (ทางเหนือให้เป็น +, ทางใต้ให้เป็น −) ตามวงกลมใหญ่ที่ผ่านขั้วอิคลิบติกทั้งสอง จนถึงวัตถุฟ้า T ค่าอิคลิบติกละติจูดมีค่าได้ตั้งแต่ 0° ถึง 90° เหนือหรือใต้จากอิคลิบติก

อิคลิบติกลองจิจูด คือ ระยะทางเชิงมุมที่วัดจากจุดเวอร์นอลอิควินอกซ์ตามอิคลิบติกไปทางตะวันออก จนถึงวงกลมใหญ่ที่ผ่านขั้วอิคลิบติกทั้งสอง และวัตถุฟ้า T ค่าอิคลิบติกลองจิจูดมีค่าได้ตั้งแต่ 0° ถึง 360°

ดังรูป 7.3.4 พิกัดของ T คือ

อิคลิบติกละติจูด β กับ อิคลิบติกลองจิจูด λ



รูป 7.3.4 แสดงพิกัดของ T ตามระบบอิคลิบติก

ส่วนโค้ง YT คือ อิคลิบติกละติจูดหรือละติจูดท้องฟ้า (β) ของ T

ส่วนโค้ง RY คือ อิคลิบติกลองจิจูดหรือลองจิจูดท้องฟ้า (λ) ของ T

7.4 การแปลงค่าพิกัดระบบต่าง ๆ

ต่อไปเราจะศึกษาถึงการแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบต่าง ๆ ได้แก่ การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง, ระบบมุมชั่วโมงกับระบบไรท์แอสเซนชัน และระบบไรท์แอสเซนชันกับระบบอิคลิบติก โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมที่ได้ศึกษามาแล้วมาใช้กับสามเหลี่ยมดาราศาสตร์

โดยทั่ว ๆ ไป เราจะใช้อักษร

a แทน ระดับความสูง (altitude)

A แทน แอซิมัท (azimuth)

z แทน ระยะเหนือศีรษะ (zenith distance)

h แทน มุมชั่วโมง (hour angle)

d แทน ความบ่ายเบน (declination)

p แทน มุมเหลื่อม (parallactic angle)

L แทน ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (latitude of observer)

α แทน ไรท์แอสเซนชัน (right ascension)

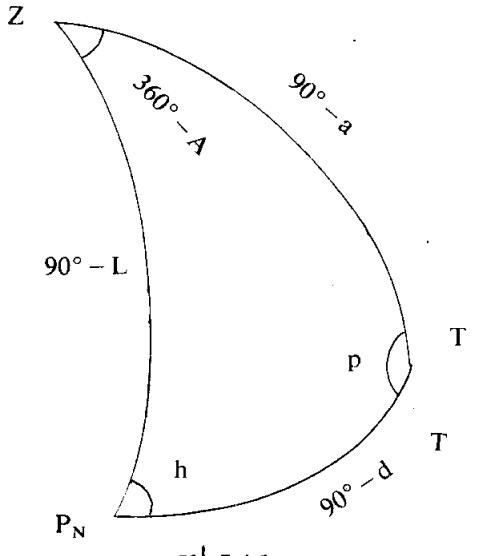
β แทน อิคลิบติกละติจูด (ecliptic latitude) หรือละติจูดท้องฟ้า (celestrial latitude)

λ แทน อิคลิบติกลองจิจูด (ecliptic longitude) หรือลองจิจูดท้องฟ้า (celestrial longitude)

7.4.1 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง

ในระบบเส้นขอบฟ้า พิกัดของจุด T ตามระบบนี้คือ ระดับความสูงของ T (h), แอซิมัทของ T (A) หรือระยะเหนือศีรษะของ T (z) และในระบบมุมชั่วโมง พิกัดของจุด T ตามระบบนี้คือ ความบ่ายเบนของ T (d), มุมชั่วโมงของ T (h)

ดังได้กล่าวในหัวข้อ 7.2 แล้วว่า สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมที่มีมุมที่จุดขั้วท้องฟ้าเหนือ (P_N), จุดเหนือศีรษะ (Z) และ T คือ สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ P_NZT ซึ่งเป็นสิ่งที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง โดยถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ และอยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ แล้ว $\angle ZP_NT$ คือ มุมชั่วโมง (h), $\angle P_NZT$ คือ มุมประกอบ 360° ของแอซิมัท (360° – A), $\angle ZTP_N$ คือ มุมเหลื่อม (p) ด้าน P_NZ คือ ส่วนประกอบ 90° ของละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (90° – L) ด้าน ZT คือ มุมประกอบ 90° ของมุมระดับความสูง (90° – a) ด้าน P_NT คือ ส่วนประกอบ 90° ของความบ่ายเบน (90° – d) ดังรูป 7.4.1



รูป 7.4.1

ข้อสังเกต

(i) ถ้า T อยู่ในครึ่งทรงกลมใต้ ด้าน P_NZ คือ $90° + L$

(ii) ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันออกของเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์จะได้ว่า $\angle P_NZT$ คือ A และ $\angle ZP_NT$ คือ $360° - h$

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของระบบเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง สามารถหาได้โดยอาศัยกฎต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมดังนี้

1) การแปลงค่าพิกัดจากระบบเส้นขอบฟ้าไปเป็นระบบมุมชั่วโมง คือ เมื่อกำหนดค่า a, A และ L ของสามเหลี่ยม P_NZT

ต้องการหาค่า h และ d ซึ่งจะได้ว่า

$$\tan h = \frac{-\cos a \sin A}{\sin a \cos L - \cos a \sin L \cos A}$$

และ $$\sin d = \sin a \sin L + \cos a \cos L \cos A$$

2) การแปลงค่าพิกัดจากระบบมุมชั่วโมงไปเป็นระบบเส้นขอบฟ้า คือ เมื่อกำหนดค่า d, h และ L ของสามเหลี่ยม P_NZT ต้องการหาค่า A และ a

ซึ่งจะได้ว่า

$$\tan A = \frac{-\cos d \sin h}{\sin d \cos L - \cos d \sin L \cos h}$$

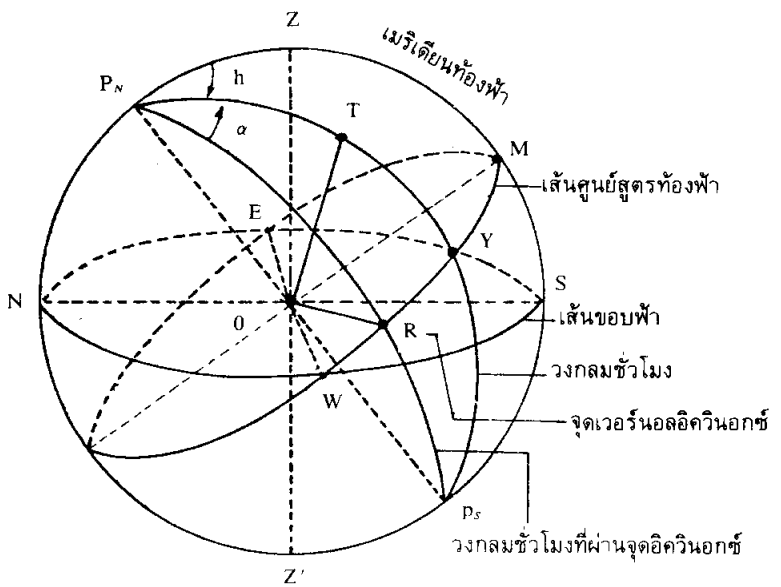
และ $\sin a = \sin d \sin L + \cos d \cos L \cos h$

7.4.2 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบมุมชั่วโมงกับระบบไรท์แอสเซนชัน

ในระบบมุมชั่วโมง พิกัดของ T คือ ความบ่ายเบน (d) ของ T กับมุมชั่วโมง (h) ของ T

ในระบบไรท์แอสเซนชัน พิกัดของ T คือ ความบ่ายเบน (d) ของ T กับไรท์แอสเซนชัน (α) ของ T

นั่นคือ ระบบมุมชั่วโมงกับระบบไรท์แอสเซนชัน มีค่าความบ่ายเบนเป็นค่าร่วม ดังนั้น การแปลงค่าพิกัดระหว่างสองระบบนี้ จึงแปลงเฉพาะค่าระหว่างมุมชั่วโมงกับค่าไรท์แอสเซนชันเท่านั้น พิจารณารูป 7.4.2



รูป 7.4.2

มุมชั่วโมง (h) ของ T = ส่วนโค้ง MY

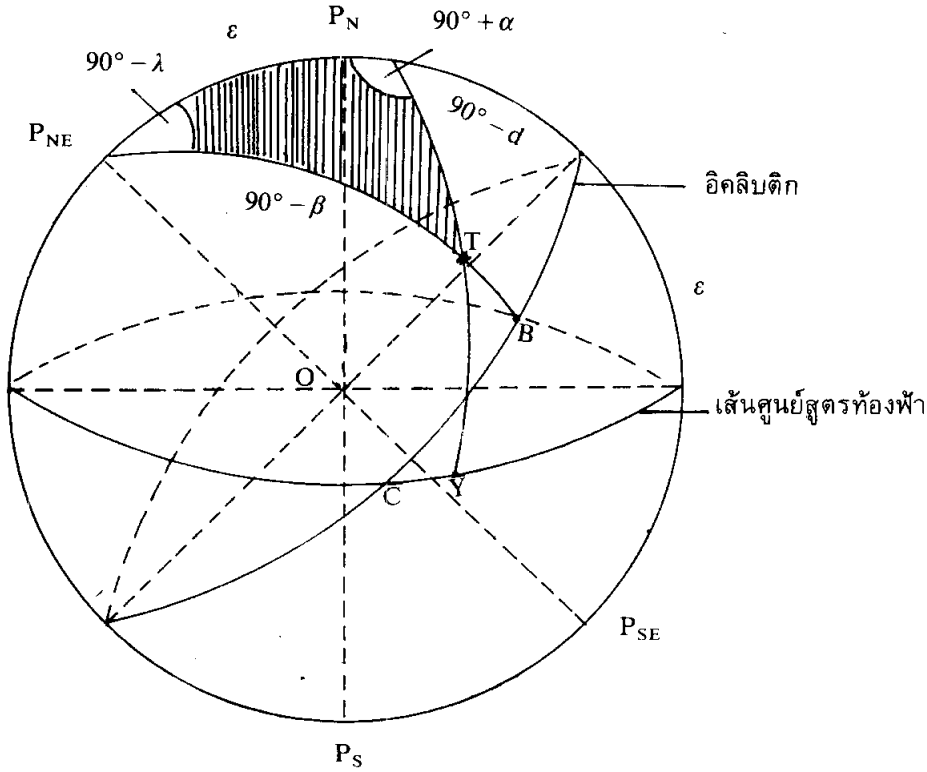
ไรท์แอสเซนชัน (α) ของ T = ส่วนโค้ง RY

S.T. = $h + \alpha$

ความบ่ายเบนของ T = ส่วนโค้ง YT

7.4.3 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบไรท์แอสเซนชันกับระบบอิคลิบติก

ในระบบไรท์แอสเซนชัน พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความบ่ายเบน (d) ของ T และไรท์แอสเซนชัน (α) ของ T และในระบบอิคลิบติก พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ อิคลิบติกละติจูดหรือละติจูดท้องฟ้า (β) ของ T และอิคลิบติกลองจิจูดหรือลองจิจูดท้องฟ้า (λ) ของ T



รูป 7.4.3

ไรท์แอสเซนชันของ T (α) คือ ส่วนโค้ง CY

ความบ่ายเบนของ T (d) คือ ส่วนโค้ง YT

ละติจูดท้องฟ้าของ T (β) คือ ส่วนโค้ง BT

ลองจิจูดท้องฟ้าของ T (λ) คือ ส่วนโค้ง CB

1) การแปลงค่าพิกัดจากระบบไรท์แอสเซนชันไปเป็นระบบอิคลิบติก คือ กำหนดค่า d, α, ε มาให้แล้ว ให้หาค่า β และ λ

ซึ่งหาได้จากความสัมพันธ์ดังนี้

$$\sin\beta = \sin d \cos\varepsilon - \cos d \sin\varepsilon \sin\alpha$$

และ

$$\tan\lambda = \frac{\sin d \sin\varepsilon + \cos d \cos\varepsilon \sin\alpha}{\cos\alpha \cos d}$$

2) การแปลงค่าพิกัดจากระบบอิคลิบติกไปเป็นระบบไรท์แอสเซนชัน คือ กำหนดค่า β, λ และ ε มาให้ แล้วให้หาค่า d และ α

ซึ่งหาได้จากความสัมพันธ์

$$\sin d = \sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda$$

และ

$$\tan\lambda = \frac{-\sin\beta\sin\varepsilon + \cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda}{\cos\lambda\cos\beta}$$

7.5 เวลาเฉพาะท้องถิ่นปรากฏ

เมื่อจุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์อยู่บนเส้นเมริเดียนของผู้สังเกตการณ์ คือ $\angle ZP_NT$ ของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์ ZP_NT มีค่าเท่ากับ 0 องศานั้น เราเรียกว่า เวลาเที่ยงสุริยคติเฉพาะท้องถิ่น (local solar noon) สำหรับผู้สังเกตการณ์

เวลาเฉพาะท้องถิ่น หรือเวลาเฉพาะท้องถิ่นปรากฏ (local apparent time) ของผู้สังเกตการณ์ที่ชั่วขณะเวลาใด ๆ ก็คือ $12^h - \angle ZP_NT$ (ของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์ ZP_NT) เมื่อดวงอาทิตย์อยู่ในท้องฟ้าตะวันออก และคือ $12^h + \angle ZP_NT$ เมื่อดวงอาทิตย์อยู่ในท้องฟ้าตะวันตก

ข้อสังเกต ขณะเมื่อดวงอาทิตย์ขึ้นและดวงอาทิตย์ตกนั้น จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์จะอยู่บนเส้นขอบฟ้า ดังนั้น ระดับความสูงจึงเท่ากับ 0 องศา

7.6 ตำแหน่งเฉพาะของดวงดาว

ในที่นี้จะพิจารณาตำแหน่งของวัตถุฟ้า (เช่น ดวงดาว) ขณะขึ้นและขณะตก โดยจะหาค่ามุมชั่วโมง (h) และแอซิมัท (A) ของวัตถุฟ้าในขณะขึ้นและขณะตก

สมมติให้ผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ ละติจูด ϕ องศาเหนือ เราต้องการหามุมชั่วโมง (h) และแอซิมัท (A) ของดาว T ขณะขึ้น คือ ขณะที่ดาว T กำลังอยู่บนเส้นขอบฟ้าทางตะวันออกพอดี เมื่อดาว T มีไรท์แอสเซนชัน = α ชั่วโมง และมีความบ่ายเบน = d องศาเหนือ

ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$\cos h = -\tan d\tan\phi \qquad \text{..... (1)}$$

และ

$$\cos A = \frac{\sin d}{\cos\phi} \qquad \text{..... (2)}$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถหาค่ามุมชั่วโมง (h) และแอซิมัท (A) ของดาว T ขณะตก จากสมการ (1) และ (2) เช่นเดียวกัน

หมายเหตุ

1) เมื่อผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ ตำแหน่งละติจูด ϕ องศาเหนือ คือ อยู่เลยเส้นศูนย์สูตรขึ้นไปทางเหนือ

ถ้าดาว T มีความบ่ายเบน (d) เป็นบวก ($d > 0$) หรืออยู่เลยเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าไปทางขั้วท้องฟ้าเหนือ แล้วดาว T จะขึ้นในช่วงตะวันออกถึงเหนือ และตกในช่วงตะวันตกถึงเหนือ โดยในขณะที่ขึ้นจะมีมุมชั่วโมง (h) คือ $12^h < h < 18^h$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $0° < A < 90°$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมง คือ $6^h < h < 12^h$ และแอซิมัทจากเหนือ $270° < A < 360°$

ถ้าดาว T มีความบ่ายเบน (d) เป็นลบ ($d < 0$) หรืออยู่เลยเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าไปทางขั้วท้องฟ้าใต้ แล้วดาว T จะขึ้นในช่วงตะวันออกถึงใต้ และตกในช่วงตะวันตกถึงใต้ โดยในขณะที่ขึ้นมีมุมชั่วโมง (h) คือ $18^h < h < 24^h$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $90° < A < 180°$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมง คือ $0^h < h < 6^h$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $180° < A < 270°$

ถ้าดาว T มีความบ่ายเบน (d) เท่ากับ 0 ($d = 0$) หรือดาวอยู่บนเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าพอดี จะได้ว่า ดาว T จะขึ้นที่ทิศตะวันออก (E) และตกที่ทิศตะวันตก (W) โดยในขณะที่ขึ้นจะมีมุมชั่วโมงเป็น 18^h และแอซิมัท A จากเหนือ คือ $90°$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมงเป็น 6^h และแอซิมัท A จากเหนือ คือ $270°$

2) เมื่อผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ ตำแหน่งละติจูด ϕ องศาใต้ คือ อยู่เลยเส้นศูนย์สูตรลงมาทางใต้ ก็สามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันกับ 1)

3) ถ้าดาว T มีความบ่ายเบน (d) ตรงกับละติจูดร่วม $(90° - \phi)$ และมีเครื่องหมายเหมือนกัน จะเป็นกลุ่มดาวที่ขึ้นโดยไม่ตก แต่ถ้ามีเครื่องหมายต่างกันจะเป็นกลุ่มดาวที่ไม่เคยขึ้นอยู่เหนือขอบฟ้าเลย