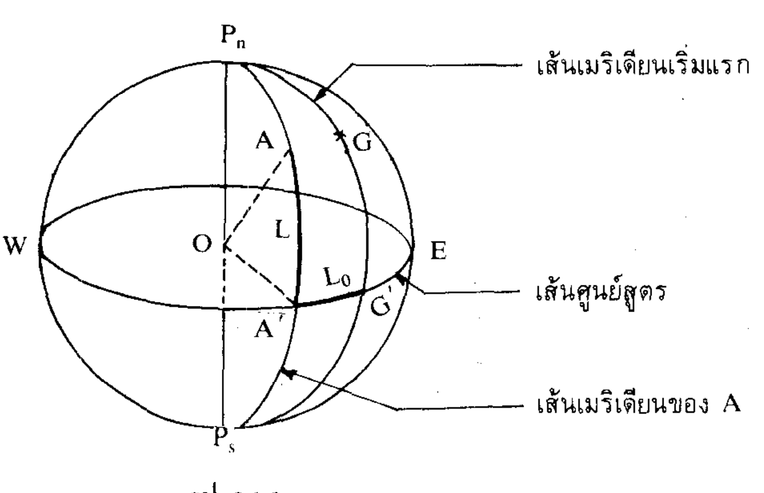
บทที่ 6
บทประยุกต์เกี่ยวกับแนวทาง (Course) และระยะทาง (Distance) บนทรงกลมโลก

6.1 ลักษณะของทรงกลมโลกและสามเหลี่ยมโลก

โดยทั่ว ๆ ไปแล้ว โลกเรามีรูปร่างลักษณะค่อนข้างใกล้เคียงกับรูปทรงรี (ellipsoid) ดังนั้น สำหรับงานที่ต้องการความถูกต้องสูงแล้วในการคิดคำนวณจะใช้รูปทรงรี แต่สำหรับงานที่ต้องการความถูกต้องไม่สูงมากนัก แล้วในการคิดคำนวณมักจะพิจารณาให้โลกเป็นทรงกลม เพื่อว่าการแก้ปัญหาหรือการคิดคำนวณงานนั้น ๆ จะสามารถนำเอาความรู้เกี่ยววิชาตรีโกณมิติเชิงทรงกลม (spherical trigonometry) มาช่วยแก้ปัญหาได้ ทรงกลมที่ใช้แทนโลกนั้น เราเรียกว่า ทรงกลมโลก (terrestrial sphere) ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวประมาณ 7,917 ไมล์

โดยปกติโลกหมุนรอบเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งเราเรียกเส้นผ่านศูนย์กลางนี้ว่า แกน (axis) ของโลก แกนของโลกนี้จะตัดผิวโลกที่จุด 2 จุด จุดหนึ่งเรียกว่า ขั้วโลกเหนือ (north pole) ซึ่งจะเขียนแทนด้วย P_n และอีกจุดหนึ่งเรียกว่า ขั้วโลกใต้ (south pole) ซึ่งจะเขียนแทนด้วย P_s ดังรูป 6.1.1



รูป 6.1.1

เส้นศูนย์สูตร (equator) คือ วงกลมใหญ่บนโลก ซึ่งระนาบของวงกลมใหญ่นั้นตั้งฉากกับแกนของโลก หรืออาจให้ความหมายได้อีกแบบหนึ่งว่า เส้นศูนย์สูตรก็คือ วงกลมใหญ่ที่มี P_n และ P_s เป็นขั้วนั่นเอง

เส้นเมริเดียน (meridian) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ที่ผ่านขั้วโลกทั้งสอง โดยมีขั้วโลกทั้งสองเป็นจุดตั้งต้นและจุดสิ้นสุด นั่นคือ สำหรับจุด A ใด ๆ บนผิวโลกที่ไม่ใช่จุดขั้ว เราจะเรียกครึ่งวงกลม P_nAP_S ว่า เส้นเมริเดียนของ A (ดูรูป 6.1.1)

เส้นเมริเดียนเริ่มแรก (first or prime meridian) คือ เส้นเมริเดียนที่ผ่านหอดูดาวที่กรีนิช (Greenwich) ประเทศอังกฤษ จากรูป 6.1.1 คือ เส้นเมริเดียนของ G หรือเส้น P_nGP_s ก็คือ เส้นเมริเดียนเริ่มแรกนั่นเอง

เนื่องจากเส้นเมริเดียนตัดกับเส้นศูนย์สูตรเป็นมุมฉาก ดังนั้น ระยะเชิงมุมของจุด (angular distance of points) บนผิวโลกจากเส้นศูนย์สูตร สามารถวัดได้ด้วยความยาวตามเส้นเมริเดียนนั่นเอง

ละติจูด (latitude) ของจุดใด ๆ บนผิวโลก คือ ระยะเชิงมุมจากเส้นศูนย์สูตร ไปตามเส้นเมริเดียนจนถึงจุดนั้น มักเขียนแทนด้วย L ในรูป 6.1.1 ละติจูดของ A ก็คือมุม $A'0A$ หรือส่วนโค้ง $A'A$ ของเส้นเมริเดียนของ A ละติจูดของจุดแบ่งออกเป็นละติจูดเหนือ (north latitude) กับละติจูดใต้ (south latitude) ซึ่งขึ้นอยู่กับว่าจุดที่กล่าวถึงนั้นอยู่ในครึ่งทรงกลมส่วนที่อยู่เหนือเส้นศูนย์สูตรเหนือใต้เส้นศูนย์สูตร โดยทั่ว ๆ ไปค่าละติจูดเหนือให้มีค่าเป็นจำนวนบวก และค่าละติจูดใต้ให้มีค่าเป็นจำนวนลบ หรืออาจจะใช้วิธีระบุคำว่า เหนือหรือใต้ ก็ได้ เช่นใช้ 50° เหนือ แทน 50° และใช้ 50° ใต้ แทน $-50°$ เป็นต้น

ผลต่างระหว่างละติจูด L_1 กับ L_2 ($L_1 > L_2$) ตามลำดับ ก็คือค่า $L_1 - L_2$ ถ้าจุดทั้งสองนั้นอยู่บนครึ่งทรงกลมเดียวกัน แต่ถ้าจุดทั้งสองนั้นอยู่ต่างครึ่งทรงกลมกันแล้ว ค่าผลต่างนั้นคือ $L_1 + L_2$

วงกลมเล็กที่ขนานกับเส้นศูนย์สูตร เราเรียกว่า แนวขนานของละติจูด หรือ แนวขนาน (parallels of latitude or parallel) จุดทุก ๆ จุดบนแนวขนานเดียวกัน ย่อมมีค่าละติจูดเท่ากัน

ลองจิจูด (longitude) ของจุดใด ๆ บนผิวโลก ก็คือ มุมทรงกลมที่ขั้วโลกระหว่างเส้นเมริเดียนที่ผ่านจุดนั้น กับเส้นเมริเดียนเริ่มแรก มักเขียนแทนด้วย λ ค่าลองจิจูดของจุดใด ๆ อาจวัดไปทางทิศตะวันออกหรือทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนเริ่มแรก แล้วแต่ว่าจุด ๆ นั้นอยู่ทางทิศตะวันออกหรือทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนเริ่มแรก ตามแต่กรณี โดยมีค่าระหว่าง 0° ถึง 180° ในรูป 6.1.1 ลองจิจูด A ก็คือ มุมเชิงทรงกลม $G'P_nA'$ หรือก็คือส่วนโค้ง $G'A'$ นั่นเอง

ผลต่างระหว่างลองจิจูด λ_1 กับ λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$) ตามลำดับ ก็คือฮค่า $\lambda_1 - \lambda_2$ ถ้าจุดทั้งสอง

อยู่ห่างจากเส้นเมริเดียนเริ่มแรกไปในทิศทางเดียวกัน แต่ถ้าจุดทั้งสองอยู่ห่างจากเส้นเมริเดียนเริ่มแรกไปในทิศทางตรงกันข้ามแล้ว ค่าผลต่างนั้นก็คือ ค่าที่น้อยกว่าระหว่าง $\lambda_1+\lambda_2$ กับค่า $360° - (\lambda_1+\lambda_2)$ (ค่าใดน้อยกว่า ก็นำค่านั้นมาใช้)

อนึ่ง เส้นศูนย์สูตรและเส้นเมริเดียนเริ่มแรก เปรียบเสมือนแกนโคออร์ดิเนต 2 แกน ที่อยู่บนพื้นผิวโลก โดยเส้นศูนย์สูตรเปรียบเสมือนแกน X และเส้นเมริเดียนเริ่มแรก เปรียบเสมือนแกน Y ของระบบโคออร์ดิเนตพิกัดฉากในระนาบ ดังนั้น ค่าละติจูดและค่าลองจิจูดของจุด A ก็คือ โคออร์ดิเนตของจุด A ที่สอดคล้องกับแกนเส้นศูนย์สูตรและแกนเส้นเมริเดียนเริ่มแรก โดยค่าละติจูดเปรียบเสมือนกับค่าโคออร์ดิเนต y และค่าลองจิจูดก็เปรียบเสมือนกับค่าโคออร์ดิเนต x การกำหนดละติจูดเหนือและละติจูดใต้ ลองจิจูดตะวันออกและลองจิจูดตะวันตก ก็สมนัยกับเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบของค่าโคออร์ดิเนตของจุดในระนาบ เช่น

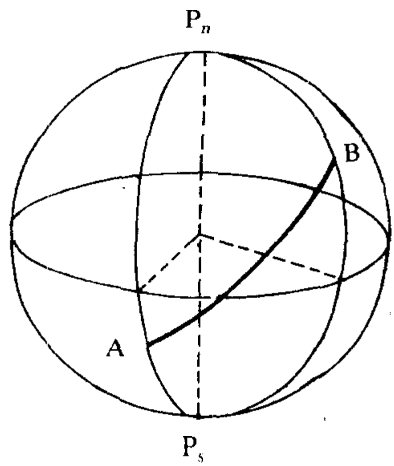
จุดที่มีลองจิจูด a° ตะวันออก และละติจูด b° เหนือ ก็เปรียบเสมือนจุด (a, b) ในระนาบ

จุดที่มีลองจิจูด a° ตะวันตก และละติจูด b° เหนือ ก็เปรียบเสมือนจุด (−a, b) ในระนาบ

จุดที่มีลองจิจูด a° ตะวันตก และละติจูด b° ใต้ ก็เปรียบเสมือนจุด (−a, −b) ในระนาบ

และจุดที่มีลองจิจูด a° ตะวันออก และละติจูด b° ใต้ ก็เปรียบเสมือนจุด (a, −b) ในระนาบ

สามเหลี่ยมโลก (terrestrial triangle) เส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด 2 จุด บนพื้นผิวโลก และส่วนโค้งที่สั้นกว่าของวงกลมใหญ่ที่เชื่อมจุดทั้งสองนั้น จะทำให้เกิดสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม 2 รูป ดังรูป 6.1.2



รูป 6.1.2

จากรูป 6.1.2 ได้ว่า เส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด A กับเส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด B และส่วนโค้งที่สั้นกว่าของวงกลมใหญ่ที่เชื่อมระหว่าง A กับ B (คือ ส่วนโค้ง AB) ทำให้เกิดสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม 2 รูป คือ สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_nB กับ AP_sB สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_nB นี้ มีชื่อเฉพาะเรียกว่า สามเหลี่ยมโลก (terrestrial triangle) ซึ่งสามเหลี่ยมโลกนี้จะนำไปใช้หาระยะทาง (distance) ระหว่างจุดตามแนววงกลมใหญ่ (ความยาวของส่วนโค้ง AB) ซึ่งปกติมักกำหนดให้อยู่ในรูป "ไมล์ทะเล" (nautical miles) โดย

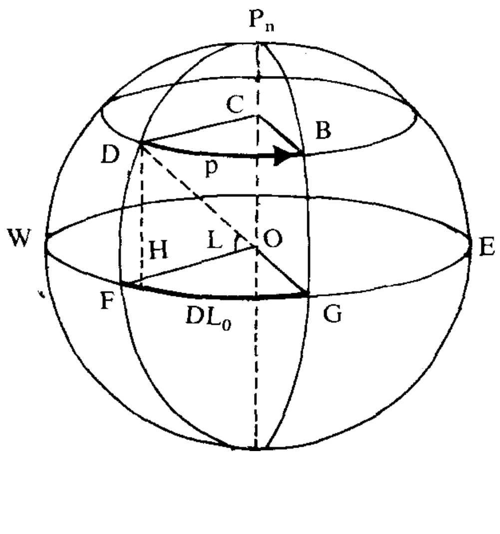
1 ลิปดาของส่วนโค้งวงกลมใหญ่ = 1 ไมล์ทะเล

= 6,080. ฟุต

อนึ่ง ถ้าเรือเคลื่อนที่ไปตามวงกลมใหญ่ระหว่างจุด 2 จุดแล้ว แนวทางของเรือ ก็คือมุมระหว่างเส้นเมริเดียนของเรือกับวงกลมใหญ่นั้น โดยปกติแนวทางจะวัดจากทิศเหนือไปทางทิศตะวันออก (วัดตามเข็มนาฬิกา)

6.2 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวขนานของละติจูด

ในหัวข้อนี้จะศึกษาถึงการหาแนวทางและระยะทางของการเดินเรือไปทางทิศตะวันออกหรือทิศตะวันตก ตามวงกลมเล็กที่ขนานกับเส้นศูนย์สูตร ซึ่งเราเรียกว่า ตามแนวขนานของละติจูด



รูป 6.2.1

ในรูป 6.2.1 สมมติว่า เรือลำหนึ่งแล่นไปทางทิศตะวันออก โดยเริ่มต้นจากจุด D แล่นไปเป็นระยะทาง p ไมล์ทะเล ถึงจุด B เนื่องจากเรือลำนี้แล่นไปตามแนวขนานของละติจูด ค่าละติจูดของ B จึงเท่ากับค่าละติจูดของจุดเริ่มต้น D เราต้องการจะทราบค่าลองจิจูดของ B

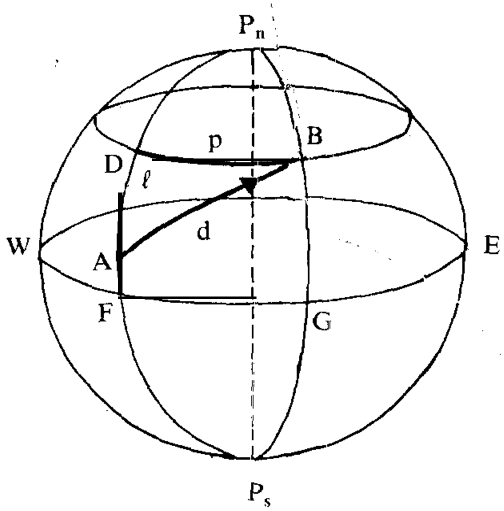
ค่าผลต่างของลองจิจูดระหว่าง B กับ D ซึ่งเขียนแทนด้วย DL_0 นั้น วัดได้ด้วยส่วนโค้ง FG ซึ่งเป็นระยะบนเส้นศูนย์สูตรที่เกิดจากเส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด D และ B ตัดกับเส้นศูนย์สูตร ซึ่งจะได้ว่า

$$DL_0 = p \sec L$$

หรือ ผลต่างของลองจิจูด (ลิปดา) = ระยะทางตามแนวขนาน (ไมล์ทะเล) × เซแคนต์ของละติจูด

6.3 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวราบ

สมมติว่าเรือลำหนึ่งแล่นไปเป็นระยะทาง d ไมล์ทะเล ตามแนวของวงกลมใหญ่ จาก A ไปยัง B ดังรูป 6.3.1



รูป 6.3.1

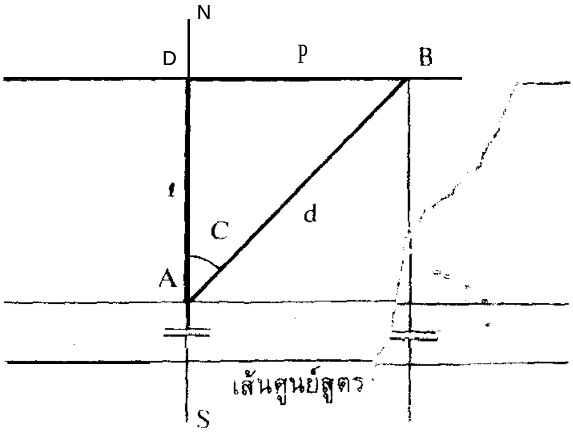
ในรูป 6.3.1 จาก B ลากเส้นขนานของละติจูด ไปตัดกับเส้นเมริเดียนที่ผ่าน A ณ จุด D และให้เส้นเมริเดียนที่ผ่าน A ไปตัดกับเส้นศูนย์สูตรที่ F กับให้เส้นเมริเดียนที่ผ่าน B ไปตัดกับเส้นศูนย์สูตรที่ G แล้วจะได้ว่า

ℓ = ส่วนโค้ง AD เป็นค่าเปลี่ยนแปลงของละติจูดหรือผลต่างของละติจูด

และ p = ส่วนโค้ง DB เป็นระยะทางตามแนวขนานของละติจูด

การพิจารณาระยะทางบนพื้นผิวโลกที่โดยปกติถ้าเป็นระยะทางยาว ๆ เราต้องพิจารณาเป็นส่วนโค้ง ทั้งนี้เนื่องจากผิวโลกเป็นทรงกลม แต่ถ้าระยะทางที่ใช้เป็นระยะทางสั้น ๆ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เราจึงมักใช้เป็นระยะทางบนพื้นราบ (plane) ดังนั้น โดยทั่ว ๆ ไป ถ้าระยะทางบนผิวโลกที่จะพิจารณาน้อยกว่า 200 ไมล์ทะเล เราก็จะใช้เป็นระยะทางบนพื้นราบ

ในพื้นราบหรือระนาบ (plane) นี้ เส้นศูนย์สูตรและเส้นขนานของละติจูด จะแทนด้วยเส้นขนานตามแนวนอน ในขณะที่เส้นเมริเดียนซึ่งเป็นเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นศูนย์สูตรนั้น ก็จะถูกแทนด้วยเส้นขนานตามแนวดิ่ง ดังรูป 6.3.2



รูป 6.3.2

ในรูป 6.3.2 จะได้ว่า

NAS เป็นเส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด A

และ DB เป็นส่วนหนึ่งของเส้นขนานของละติจูดที่ผ่านจุด B แล้ว

d = AB เป็นระยะทางระหว่าง A กับ B

p = DB เป็นระยะทางตามแนวขนาน (ของละติจูด)

ℓ = AD เป็นค่าเปลี่ยนแปลงของละติจูด (ผลต่างของละติจูด) และ

C = $\angle BAD$ เป็นมุมของแนวทาง (course angle)

จากสามเหลี่ยมมุมฉาก ABD ซึ่งมี D เป็นมุมฉาก จะได้ว่า

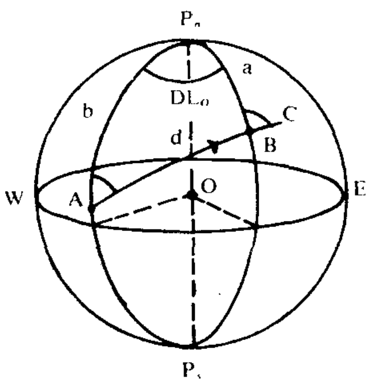
(1) $\ell = d \cos C$

(2) $p = d \sin C$

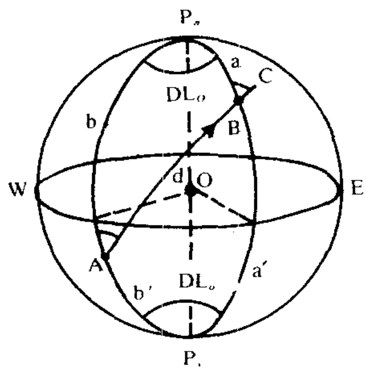
(3) $\tan C = \frac{p}{\ell}$

ค่าเปลี่ยนแปลงของละติจูดจะเป็นค่าเหนือหรือใต้นั้น เป็นไปตาม B ว่า อยู่ทางเหนือหรืออยู่ทางใต้ของ A ในรูป 6.3.2 ได้ว่า ค่าเปลี่ยนแปลงของละติจูดคือ ℓ ไมล์ทะเลเหนือ หรือ ℓ ลิปดาเหนือ ระยะทางตามแนวขนานละติจูด คือ p ไมล์ทะเลตะวันออก และแนวทาง (ของการเดินเรือ) คือ C° (หรือ เหนือ C° ตะวันออก)

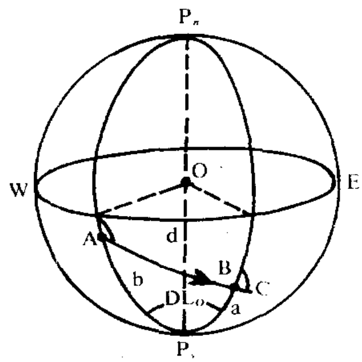
6.4 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนววงกลมใหญ่



รูป 6.4.1



รูป 6.4.2



รูป 6.4.3

ในการเดินเรือตามแนวของวงกลมใหญ่จากจุด A ถึงจุด B ดังรูป 6.4.1, รูป 6.4.2 และรูป 6.4.3 เป็นการเดินเรือตามแนวของส่วนที่สั้นกว่าของวงกลมใหญ่ จาก A ถึง B ปัญหาพื้นฐานของการเดินเรือตามแนวของวงกลมใหญ่ ก็คือการหาระยะทางจาก A ถึง B และการหาทิศทางของการเดินทางที่จุดใด ๆ

ปัญหาของการเดินเรือตามแนวของวงกลมใหญ่นี้ จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม (โดยปกติมักจะเป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง) มาช่วยแก้ปัญหา โดยสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมนี้จะมีขั้วเหนือหรือขั้วใต้ขั้วใดขั้วหนึ่งเป็นจุดยอด โดยถ้าจุด A และ B อยู่ในครึ่งทรงกลมเดียวกันแล้ว จะใช้จุดขั้วของครึ่งทรงกลมนั้นเป็นจุดยอด แต่ถ้า A กับ B อยู่คนละครึ่งทรงกลมแล้ว อาจจะใช้ขั้วใดขั้วหนึ่งเป็นจุดยอดก็ได้

ในรูป 6.4.1 จุด A และจุด B อยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ โดยในสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_nB มีส่วนต่าง ๆ ดังนี้

$$b = \text{ส่วนโค้ง } AP_n = 90° - \text{ละติจูด } A$$

$$a = \text{ส่วนโค้ง } BP_n = 90° - \text{ละติจูด } B \quad \text{และ}$$

$$DL_0 = \angle AP_nB = \text{ผลต่างระหว่างลองจิจูด } A \text{ กับ } B$$

ในรูป 6.4.2 จุด A อยู่ในครึ่งทรงกลมใต้ และจุด B อยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ โดยในสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_nB มีส่วนต่าง ๆ ดังนี้

b = ส่วนโค้ง AP_n = $90° +$ ละติจูด A

a = ส่วนโค้ง BP_n = $90° -$ ละติจูด B และ

DL_0 = $\angle AP_nB$ = ผลต่างระหว่างลองจิจูด A กับ B

ในขณะที่สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_sB มีส่วนต่าง ๆ ดังนี้

b' = ส่วนโค้ง AP_s = $90° -$ ละติจูด A

a' = ส่วนโค้ง BP_S = $90° +$ ละติจูดB และ

DL_0 = $\angle AP_sB$ = ผลต่างระหว่างลองจิจูด A กับ B

ในรูป 6.4.3 จุด A และจุด B อยู่ในครึ่งทรงกลมใต้ทั้งคู่ โดยในสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม AP_sB มีส่วนต่าง ๆ ดังนี้

b = ส่วนโค้ง AP_s = $90° -$ ละติจูด A

a = ส่วนโค้ง BP_s = $90° -$ ละติจูด B และ

DL_0 = $\angle AP_sB$ = ผลต่างระหว่างลองจิจูด A กับ B

โดยในแต่ละรูป (รูป 6.4.1, รูป 6.4.2 และรูป 6.4.3) มี

d = ส่วนโค้ง AB = ระยะบนวงกลมใหญ่ระหว่าง A กับ B

$\angle P_nAB$ = แนวทางเริ่มต้น และ

$\angle P_nBC$ = แนวทางขณะถึง