

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตสามมิติ	1
1.0 บทนำ	2
1.1 เส้นและระนาบ	2
1.2 จุดตัดของเส้นกับระนาบ	4
1.3 การตั้งฉากระหว่างเส้นตรงกับระนาบ และระนาบกับระนาบ	5
1.4 เส้นขนานและระนาบขนาน	11
1.5 เส้นตรงไขว้ต่างระนาบ	15
1.6 มุมสามมิติ	18
- บทสรุป ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตสามมิติ	23
บทที่ 2 เรขาคณิตเชิงทรงกลม	29
2.0 บทนำ	30
2.1 รูปทรงกลม	30
2.2 จุดและเส้นบนทรงกลม	31
2.3 มุมเชิงทรงกลม	34
2.4 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	34
แบบฝึกหัด 2.4	40
2.5 พื้นที่ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	41
แบบฝึกหัด 2.5	43
2.6 รูปสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม	44
- บทสรุป เรขาคณิตเชิงทรงกลม	45
บทที่ 3 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	49
3.1 ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	51
3.2 สูตรเกี่ยวกับสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	52
3.3 กฎของเนเปียร์	58
แบบฝึกหัด 3.3	63
3.4 กฎที่สำคัญของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	64
แบบฝึกหัด 3.4	67

3.5 การแก้ปัญหาสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	68
แบบฝึกหัด 3.5	82
3.6 กรณีกำลังของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	84
แบบฝึกหัด 3.6	90
3.7 สามเหลี่ยมเชิงขั้ว	91
แบบฝึกหัด 3.7	95
3.8 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมด้านฉาก	97
แบบฝึกหัด 3.8	104
- บทสรุป สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมฉาก	105
บทที่ 4 สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง	111
4.1 ลักษณะของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง	112
4.2 กฎของไซน์	113
แบบฝึกหัด 4.2	115
4.3 กฎของโคไซน์สำหรับด้านและสำหรับมุม	116
แบบฝึกหัด 4.3	120
4.4 กฎห้าส่วน	121
4.5 สูตรครึ่งมุมและสูตรครึ่งด้าน	122
4.6 การอุปมานของเกาส์และของเนเปียร์	126
4.7 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้านและกำหนดมุมให้สามมุม	131
แบบฝึกหัด 4.7	136
4.8 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านกับมุมระหว่างด้าน	
และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านระหว่างมุม	137
แบบฝึกหัด 4.8	141
4.9 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้านกับมุมตรงข้ามด้านใดด้านหนึ่ง	
และกรณีกำหนดมุมให้สองมุมกับด้านตรงข้ามมุมใดมุมหนึ่ง	142
แบบฝึกหัด 4.9	154
- บทสรุป สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียง	155
บทที่ 5 การแก้ปัญหาสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเฉียงโดยวิธีอื่นๆ	161
5.0 บทนำ	162

5.1 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมระหว่างด้านทั้งสอง	164
แบบฝึกหัด 5.1	170
5.2 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุม และด้านระหว่างมุมทั้งสอง	171
แบบฝึกหัด 5.2	176
5.3 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมระหว่างด้านทั้งสอง	177
ด้วยฟังก์ชันฮาวเวิร์ไซน์	181
แบบฝึกหัด 5.3	182
5.4 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สองด้าน และมุมตรงข้ามด้านใดด้านหนึ่ง	188
แบบฝึกหัด 5.4	189
5.5 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สองมุม และด้านตรงข้ามมุมใดมุมหนึ่ง	190
แบบฝึกหัด 5.5	191
5.6 การแก้ปัญหากรณีกำหนดด้านให้สามด้าน	192
แบบฝึกหัด 5.6	193
5.7 การแก้ปัญหากรณีกำหนดมุมให้สามมุม	194
แบบฝึกหัด 5.7	195
- บทสรุป การแก้ปัญหาสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมเนื่อง โดยวิธีอื่นๆ	195
บทที่ 6 บทประยุกต์เกี่ยวกับแนวทางและระยะทางบนทรงกลมโลก	203
6.1 ลักษณะของทรงกลมโลกและสามเหลี่ยมโลก	204
แบบฝึกหัด 6.1	211
6.2 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวขนานของละติจูด	212
แบบฝึกหัด 6.2	215
6.3 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวราบ	216
แบบฝึกหัด 6.3	220
6.4 แนวทางและระยะทางของการเดินเรือตามแนวของวงกลมใหญ่	221
แบบฝึกหัด 6.4	231
- บทสรุป บทประยุกต์เกี่ยวกับแนวทางและระยะทางบนทรงกลมโลก	232
บทที่ 7 บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า	241
7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า	243
7.2 สามเหลี่ยมดาราศาสตร์	247
7.3 ระบบพิกัดท้องฟ้า	249

7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า	249
7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง	251
7.3.3 ระบบไรต์แอสเซนชัน	252
7.3.4 ระบบอิกัวลิติก	253
7.4 การแปลงค่าพิกัดระบบต่างๆ	254
แบบฝึกหัด 7.4	266
7.5 เวลาเฉพาะท้องถิ่น	267
แบบฝึกหัด 7.5	271
7.6 ตำแหน่งเฉพาะของดวงดาว	272
แบบฝึกหัด 7.6	279
- บทสรุป บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า	280

ภาคคำตอบแบบฝึกหัด

คำตอบแบบฝึกหัด 2.4	299
คำตอบแบบฝึกหัด 2.5	300
คำตอบแบบฝึกหัด 3.3	301
คำตอบแบบฝึกหัด 3.4	303
คำตอบแบบฝึกหัด 3.5	305
คำตอบแบบฝึกหัด 3.6	308
คำตอบแบบฝึกหัด 3.7	311
คำตอบแบบฝึกหัด 3.8	314
คำตอบแบบฝึกหัด 4.1	315
คำตอบแบบฝึกหัด 4.3	317
คำตอบแบบฝึกหัด 4.7	318
คำตอบแบบฝึกหัด 4.8	319
คำตอบแบบฝึกหัด 4.9	320
คำตอบแบบฝึกหัด 5.1	322
คำตอบแบบฝึกหัด 5.2	322
คำตอบแบบฝึกหัด 5.3	323
คำตอบแบบฝึกหัด 5.4	324
คำตอบแบบฝึกหัด 5.5	325
คำตอบแบบฝึกหัด 5.6	326

คำตอบแบบฝึกหัด 5.7	327
คำตอบแบบฝึกหัด 6.1	328
คำตอบแบบฝึกหัด 6.2	329
คำตอบแบบฝึกหัด 6.3	329
คำตอบแบบฝึกหัด 6.4	330
คำตอบแบบฝึกหัด 7.4	332
คำตอบแบบฝึกหัด 7.5	334
คำตอบแบบฝึกหัด 7.6	335

ภาคผนวก

ประมวลความรู้เกี่ยวกับตรีโกณมิติบนระนาบ	337
ตารางเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ	353
ตารางที่ 1 ตารางค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	355
ตารางที่ 2 ตารางค่าลอการิทึมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	379
ตารางที่ 3 ตารางค่าฟังก์ชันตรีฮาเวอร์ไซน์	431
บรรณานุกรม	437