

บทที่ 7

บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า

หัวข้อเรื่อง

- 7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า
- 7.2 สามเหลี่ยมดาวราศีสตรี
- 7.3 ระบบพิกัดท้องฟ้า
- 7.4 การแปลงค่าพิกัดท้องฟ้าระบบต่างๆ
- 7.5 เวลาเฉพาะท้องฟ้า
- 7.6 ตำแหน่งเฉพาะของดวงดาว

วัตถุประสงค์ประจำบทเรียน

หลังจากศึกษาบทที่ 7 จบแล้ว นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายลักษณะของทรงกลมท้องฟ้าได้
2. อธิบายเกี่ยวกับจุดและวงกลมใหญ่ที่เป็นอิสระจากผู้ตั้งเกตการณ์ โดยเฉพาะจุดขั้วท้องฟ้าเหนือ จุดขั้วท้องฟ้าใต้ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าและเส้นเมริเดียนท้องฟ้าได้
3. อธิบายเกี่ยวกับจุดและวงกลมใหญ่ที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของผู้ตั้งเกตการณ์ โดยเฉพาะจุดเหนือศีรษะและจุดใต้เท้าของผู้ตั้งเกตการณ์ เส้นขอบฟ้านองผู้ตั้งเกตการณ์ เส้นเมริเดียนท้องฟ้าของผู้ตั้งเกตการณ์ได้
4. อธิบายเกี่ยวกับจุดและวงกลมใหญ่ที่เกี่ยวข้องกับวัตถุท้องฟ้า T ได้ โดยเฉพาะวงกลมแนวตั้งของ T ระดับความสูงของ T ระยะเหนือศีรษะของ T และขั้วของ T วงกลมขั้วโรมของ T ความปายเบนของ T ระยะเชิงขั้วของ T และมุมขั้วโรมของ T
5. อธิบายถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสำรวจของกรอบดวงอาทิตย์ โดยเฉพาะเกี่ยวกับจุดดาวรนอลอิคิวนอกซ์ จุดอตัมโนลอิคิวนอกซ์ จุดซัมเมอร์โซลสติส จุดวินเตอร์โซลสติส จุดขั้วอีคลิบติกเหนือ และจุดขั้วอีคลิบติกใต้

6. อธิบายลักษณะและส่วนประกอบของสามเหลี่ยมคาราคาสต์รีได้
7. อธิบายลักษณะและวิธีการนับกระบวนการพิกัดท้องฟ้าได้ทั้ง 4 ระบบ ได้แก่ ระบบเส้นขอบฟ้า (celestial horizontal system) ระบบมุมชั่วโมง (hour angle system) ระบบไวร์ดแอลเซนชัน (right ascension system) และระบบอิคลิปติก (ecliptic system)
8. แสดงวิธีการแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเส้นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมงได้
9. แสดงวิธีการแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบมุมชั่วโมงกับระบบไวร์ดแอลเซนชัน ได้
10. แสดงวิธีการแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบไวร์ดแอลเซนชันกับระบบอิคลิปติก ได้
11. อธิบายและแสดงวิธีการหาเวลาเดินทางท้องถิ่นของผู้สั่งเก็ตการณ์ชื่อยุทธ์ ณ ตำแหน่งใดๆ เมื่อทราบระดับความสูงและความป่วยเบนของดวงอาทิตย์ได้
12. แสดงวิธีการหาเวลาเดินทางท้องถิ่นตามดวงอาทิตย์ขึ้นและดวงอาทิตย์ตกได้
13. อธิบายลักษณะตำแหน่งของดวงดาวโดยจำแนกลักษณะเป็นกลุ่มๆ ได้ ทั้งในกรณีที่ผู้สั่งเก็ตการณ์อยู่บนเส้นศูนย์สูตร กรณีอยู่ ณ ขั้วโลกเหนือ (ใต้) และกรณีอยู่ระหว่างเส้นศูนย์สูตรกับขั้วโลกเหนือ (ใต้) ได้
14. แสดงวิธีการหาตำแหน่งของดวงดาวตามกำหนดลักษณะก้าลังขึ้นฝ่ามานเส้นขอบฟ้าและขณะก้าลังตกฝ่ามานเส้นขอบฟ้าได้

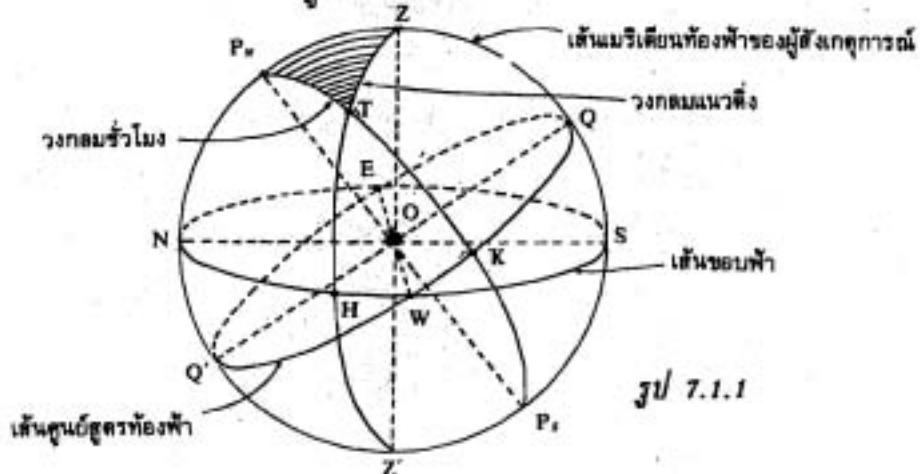
บทที่ 7

บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า

7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า

เมื่อเราสังเกตท้องฟ้าในเวลากลางคืน จะเห็นดวงดาวปราภูมิกระจัดกระจายกันอยู่ทั่วไปในท้องฟ้า ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับทรงกลมก่อวง เราเรียกทรงกลมก่อวงที่เปรียบเสมือนว่ามีดวงอาทิตย์ที่อยู่ใน นั่นว่า ทรงกลมท้องฟ้า (celestial sphere) ซึ่งมีตัวเราระหว่างโลกเป็นจุดศูนย์กลาง ดวงดาวต่าง ๆ ที่เราเห็นนั้น อยู่ห่างจากเรามาก มากที่จะคาดคะเนได้ และมองดูคล้าย ๆ กับว่ายังห่างจากตัวเราเท่ากันหมด คือ มีระยะอยู่ห่างจากตัวเราเป็นระยะอนันต์ (infinity) ระยะดังกล่าว呢 คือ รัศมีของทรงกลมท้องฟ้านั้นเอง เพื่อความสะดวกโดยทั่ว ๆ ไปมักนิยมกำหนดให้มีรัศมีเท่ากับ 1 หน่วย ซึ่งที่เราสนใจคือ ตำแหน่งที่ดาวปราภูมิอยู่ หรือตำแหน่งของวัตถุใด ๆ ภายในของทรงกลมท้องฟ้านั้นมอง ซึ่งมีวิธีบอกตำแหน่งอยู่หลายวิธี (ดังจะได้กล่าวต่อไป) และแต่ละวิธีนั้นก็มักจะเก็บไว้สองกับระบบทางชิงมุม (angular distance) ณ. จุดศูนย์กลาง เช่นเดียวกับการบนอกตำแหน่งบนพื้นโลก อนึ่ง ทรงกลมท้องฟ้านี้ หมุนรอบตัวเองครบรอบในเวลา 1 วัน เช่นเดียวกับโลก แต่หมุนในทิศทางที่วน逆 วนกัน คือ โลกหมุนตามเข็มนาฬิกา หรือหมุนจากทิศตะวันตกไปสู่ทิศตะวันออก แต่ทรงกลมฟ้าหมุนตามเข็มนาฬิกา หรือหมุนจากทิศตะวันออกไปสู่ทิศตะวันตก

พิจารณาทรงกลมท้องฟ้า ดังรูป 7.1.1



ในรูป 7.1.1 ให้เป็นทรงกลมห้องฟ้าที่มีโลก (คือ จุด O) เป็นจุดศูนย์กลาง
จุดและวงกลมใหญ่ที่เป็นอิสระจากผู้สังเกตการณ์ (observer) มีดังนี้

1) จุด P_N เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าเหนือ (north celestial pole) จุด P_S เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าใต้
(south celestial pole) ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางห่วงแกนของโลกกับทรงกลมห้องฟ้า

2) วงกลมใหญ่ $EQWQ'$ เรียกว่า เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า (celestial equator) ซึ่งเกิดจากการ
ตัดกันของระหว่างเส้นศูนย์สูตรโลกกับทรงกลมห้องฟ้า หรืออาจกล่าวได้ว่า เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า
ก็คือ เส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกเป็นวงกว้างจนกระทั่งจราจรทรงกลมห้องฟ้า ในท่านอง
เดียวกัน ระหว่างเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ก็คือ ระหว่างเส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกไปจนกระทั่ง
ทรงกลมห้องฟ้านั่นเอง

อนึ่ง เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าจะอยู่ห่างจากจุดขั้วท้องฟ้าเหนือ P_N และจุดขั้วท้องฟ้าใต้ P_S
เท่ากัน 90 องศา

3) เมริเดียนห้องฟ้า (celestial meridian) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ๆ ที่ผ่านหัวขั้วท้องฟ้า
เหนือ P_N และขั้วท้องฟ้าใต้ P_S

จาก รูป 7.1.1 จุดและวงกลมใหญ่ที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของผู้สังเกตการณ์มีดังนี้

1) จุดเหนือศูนย์กลาง (zenith) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมห้องฟ้า
ที่อยู่ในแนวตรงเหนือศูนย์กลางของผู้สังเกตการณ์

2) จุดใต้เท้า (nadir) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z' ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมห้องฟ้าที่อยู่
ทางลักษณะนึงและอยู่ในแนวเดียวกันกับจุดเหนือศูนย์กลาง

ข้อสังเกต จุด Z และ Z' เป็นจุดศูนย์กลางห้องฟ้าของเส้นที่เชื่อมระหว่างตำแหน่ง
ของผู้สังเกตการณ์กับจุดศูนย์กลางของโลกและจุดเหนือศูนย์กลางของคนหนึ่ง ก็คือ จุดใต้เท้าของ
คนที่อยู่บนโลก ณ ตำแหน่งตรงกันข้าม

3) เส้นขอบฟ้า (celestial horizon) ของผู้สังเกตการณ์ คือ วงกลมใหญ่ที่อยู่ห่างจากจุด
เหนือศูนย์กลาง (จุด Z) และจุดใต้เท้า (จุด Z') เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา ในรูป 7.1.1 คือ วงกลมใหญ่
NESW ซึ่งก็คือระหว่างที่ตั้งจากกันของกลุ่มแนวตั้งและฝ่ายผู้สังเกตการณ์ (คือจุดศูนย์กลางของโลก)

4) เมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ (observer's celestial meridian) คือ เมริเดียน
ห้องฟ้าที่ผ่านจุดเหนือศูนย์กลาง ในรูป 7.1.1 ได้แก่ เมริเดียน P_NZP_S

จากรูป 7.1.1 สำหรับวัดถูกฟ้า T ใดๆ จะได้ว่า

1) วงกลมแนวตั้งของ T (vertical circle of T) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ที่อยู่ในแนวตั้ง (หรือ
แนวตั้ง) บนทรงกลมห้องฟ้าซึ่งผ่านจุดเหนือศูนย์กลางผ่านจุด T ผ่านจุดใต้เท้าและตั้งไว้จากกันเส้นของ

พื้น จากรูป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ ZTHZ' โดย H เป็นจุดตัดที่ตัดกันเส้นขอบฟ้า NESW วงกลม ดังที่ตั้งฉากกับเมริเดียนห้องฟ้าเรียกว่า วงกลมตั้งเอก (prime vertical circle) นั่นแสดงว่า เมริเดียน ห้องฟ้ากับวงกลมตั้งเอกอยู่ห่างกัน 90° และวงกลมใหญ่ทั้งสองนี้ก็แบ่งวงกลมห้องฟ้าออกเป็น 4 卦 ที่ส่วนเท่า ๆ กัน และจุดตัดของวงกลมตั้งเอกกับเส้นขอบฟ้าบนกรุงกลมห้องฟ้าคือจุดตะวันออก (E) และจุดตะวันตก (W) ซึ่งจุดทั้งสองนี้จะอยู่บนแนวตัดของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้ากับเส้นขอบฟ้า

2) ระดับความสูงของ T (altitude of T) คือ ระยะเชิงมุม (angular distance) จากเส้นขอบฟ้า ของ T จากรูป 7.1.1 ระดับความสูงของ T คือ ส่วนโถง HT ระดับความสูงของ T จะมีค่าเป็นบวก (+) เมื่อ T อยู่เหนือเส้นขอบฟ้า และจะมีค่าเป็นลบ (-) เมื่อ T อยู่ใต้เส้นขอบฟ้า ค่าระดับความสูง มีได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

3) ระยะเห็นอีริยะของ T (zenith distance of T) ก็คือ 90° - ระดับความสูงของ T ระยะเห็นอีริยะของ T มีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

4) แอลิมัทของ T (azimuth of T) คือ หมุนระหว่างเมริเดียนห้องฟ้าของผู้สร้างกับวงกลมแนวตั้งที่ผ่าน T จากรูป 7.1.1 คือ มุม P_zZT โดยทั่ว ๆ ไป วัดไปตามเส้นขอบฟ้าจาก จุดเหนือ (จุด N) วนไปทางตะวันออก จนกว่าทั้งสองวงกลมแนวตั้งที่ผ่านตัวแห่งนั้นที่ต้องการจะบอก (ในที่นี่คือ จุด H) (นั่นคือ วัดวนไปตามเข็มนาฬิกานั้นเอง) สำหรับวัดถูกที่อยู่ทางซึ่งห้องฟ้าตะวันออก ค่าแอลิมัทจะมีค่าน้อยกว่า 180 องศา แต่สำหรับวัดถูกที่อยู่ทางซึ่งห้องฟ้าตะวันตก ค่าแอลิมัทจะมีค่ามากกว่า 180 องศา เนื่องจากการบอกค่าแอลิมัทสามารถทราบจั่นควรรอบ 360 องศา จึงมีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา โดยไม่จำเป็นต้องกำหนดเครื่องหมายหรือทิศประกอบ

5) วงกลมชั่วโมงของ T (hour circle of T) คือ วงกลมใหญ่ที่ผ่านชั่วห้องฟ้าทั้งสองฝ่าย จุด T และตั้งได้จากกับเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ในทางปฏิบัตินิยมคิดเฉพาะครึ่งวงกลม คือ คิตรวะ ที่วนโถงของวงกลมจากชั่วห้องฟ้าเหนือฝ่าแนนเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าจนถึงชั่วห้องฟ้าใต้ และฝ่า จุด T จากรูป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ P_zTKP, โดย K เป็นจุดที่วงกลมชั่วโมงตัดกับเส้นศูนย์สูตร ห้องฟ้า (อาจกล่าวได้ว่า วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดเหนือศีริยะ 2 ก็คือ เมริเดียนห้องฟ้าของผู้ สร้างกับวงกลม)

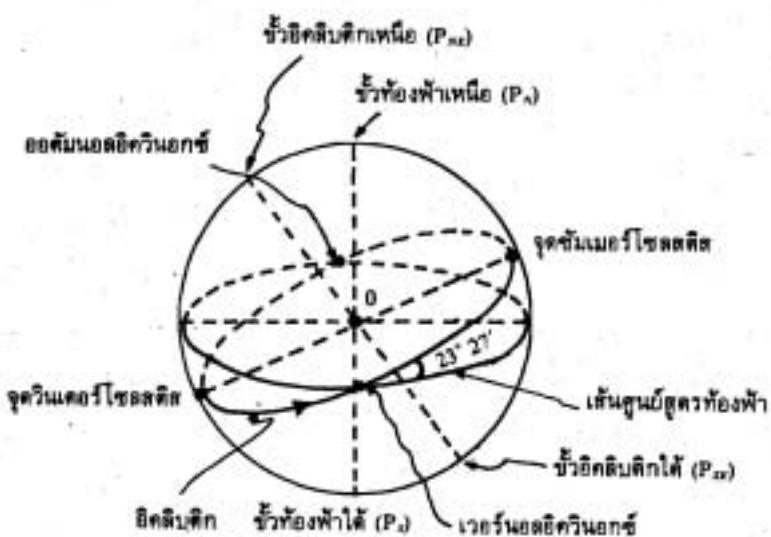
6) ความป่ายเบนของ T (declination of T) คือ ระยะเชิงมุมที่วัดขึ้นไปทางเหนือหรือลงมา ทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ตามวงกลมชั่วโมงจนถึง จุด T โดยใช้เครื่องหมาย + หรือ - แทนความหมายว่า T อยู่ทางเหนือหรือทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าตามลักษณะ จากรูป 7.1.1 ความป่ายเบนของ T ก็คือ ส่วนโถง KT

7) ระยะเชิงชั่วของ T (polar distance of T) ก็คือ ค่า 90° - ความป่ายเบนของ T

8) มุมชั่วโมงของ T (hour angle of T) ก็คือ มุมระหว่างเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ กับวงกลมชั่วโมงที่ผ่าน T โดยวัดจากเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปทางทิศตะวันตก (วัดตามเข็มนาฬิกา) อาจมีค่าตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา ค่ามุมชั่วโมงของ T มีความหมายว่า T ได้เคลื่อนที่ผ่านเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปนานเท่ากับค่านั้นเอง จึงสามารถบอกได้ว่า วัตถุฟ้า T นั้นจะตกดับขอบฟ้าหรือยัง จากรูป 7.1.1 คือ $\angle ZP_x T$

เนื่องจากการหมุนของโลกจึงทำให้ค่ามุมชั่วโมงเปลี่ยนไปตามเวลาด้วยอัตราช้าไม่ถึง 15 องศา ดังนั้น ค่ามุมชั่วโมงจึงอาจวัดเป็นเวลาตั้งแต่ 0 ชั่วโมง ถึง 24 ชั่วโมง

มีลักษณะที่สำคัญบางอย่างบนทรงกลมท้องฟ้าที่เกี่ยวพันกับการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ เนื่องจากการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ทำให้เราสังเกตเห็นว่า ดวงอาทิตย์ เคลื่อนที่ตามเข็มนาฬิกาไปครบรอบตามแนวทางบนทรงกลมท้องฟ้า โดยทำมุมกับเส้นศูนย์สูตร ท้องฟ้าประมาณ $23^{\circ} 27'$ แนวทางนี้เรียกว่า อิคลิปติก (ecliptic) ดังนั้น ระยะทางอิคลิปติกจึงตัดกับระยะทางเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ณ 2 ตำแหน่ง ตำแหน่งทั้งสองนี้เรียกว่า อิควินอกรซ (equinox) ดังรูป 7.1.2



รูป 7.1.2

ตำแหน่งหนึ่งซึ่งตรงกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนอิคลิปติกกำลังเคลื่อนที่ผ่านเส้นศูนย์สูตร ท้องฟ้าจากซึ่กได้ชื่อไปร์กเหนือ เราเรียกตำแหน่งนี้ว่า อุคิวินอกรซ (vernal equinox)

ส่วนอีกต่าแหน่งหนึ่งซึ่งตรงกับต่าแหน่งของดวงอาทิตย์บนอิคลิปติกกำลังคู่กันที่คัดเด่นศูนย์สูตรห้องฟ้าจากซีกเหนือลงไปสู่ซีกใต้ ซึ่งเราระบุว่าเป็นวันออคติวินอกซ์ (autumnal equinox) บุณแผลมนระหว่างราษฎรเด่นศูนย์สูตรห้องฟ้ากับอิคลิปติก เรียกว่า บุณเดชของราษฎร อิคลิปติก (obliquity of ecliptic) สำหรับต่าแหน่งบนอิคลิปติกที่อยู่ห่างจากเด่นศูนย์สูตรห้องฟ้ามากที่สุด เราเรียกว่า โซลสติส (solstice) โดยต่าแหน่งที่อยู่ทางเหนือเรียกว่า ฤดูชัมเมอร์โซลสติส (summer solstice) และต่าแหน่งที่อยู่ทางใต้เรียกว่า วินเตอร์โซลสติส (winter solstice)

สมมุติว่า เราแบ่งทรงกลมห้องฟ้าเป็น 2 ส่วน ตามอิคลิปติก ส่วนตัดของทรงกลมห้องฟ้า ก็คือ ราษฎรบนอิคลิปติก ในแม่เหล็กดาวของครึ่งทรงกลมป้อมมีจุด ๆ หนึ่งที่อยู่ห่างจากราษฎรเด่นศูนย์สูตร 90 องศา จุดที่หันด้วยของครึ่งทรงกลมห้องฟ้า คือ จุดข้าวอิคลิปติก (ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางซีกเหนือเรียกว่า ข้าวอิคลิปติกเหนือ (north ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางซีกใต้เรียกว่า ข้าวอิคลิปติกใต้ (south ecliptic pole) ดังนั้น ข้าวอิคลิปติกเหนือและใต้จะเป็นจุดบนทรงกลมห้องฟ้าที่อยู่ห่างจากอิคลิปติก เด่นศูนย์สูตร 90 องศา และเนื่องจากราษฎรเด่นศูนย์สูตรบนอิคลิปติกทำมุมกับราษฎรเด่นศูนย์สูตรห้องฟ้าประมาณ $23^{\circ} 27'$ ข้าวอิคลิปติกซึ่งอยู่ห่างจากข้าวห้องฟ้าที่อยู่ซีกเดียวกันประมาณ $23^{\circ} 27'$ ด้วย ราษฎรที่นานกับอิคลิปติกตัดทรงกลมห้องฟ้าเป็นแนวราวน้ำอิคลิปติกของละติจูด (ecliptic parallel of latitude) และราษฎรซึ่งตั้งฉากกับอิคลิปติกและผ่านจุดข้าวอิคลิปติกตัดทรงกลมห้องฟ้า เป็นวงกลมของอิคลิปติกของจิจูด (circle of ecliptic longitude)

7.2 สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ (astronomical triangle)

สำหรับวัตถุห้องฟ้า T ใด ๆ บนทรงกลมห้องฟ้า เส้นเมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ วงกลมช้าใน แฉะวงกลมแนวตั้งที่ผ่านจุด T จะจัดรูปเป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมได้ ซึ่งเรียกสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมนี้ว่า สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ของ T โดยจุดยอดของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์จะประภากองด้วย จุดเหนือศีรษะ (zenith), จุดข้าวห้องฟ้าเหนือ (north celestial pole) และจุด T

จากรูป 7.1.1 จะได้ว่า สามเหลี่ยมดาราศาสตร์ของ T ก็คือ สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม P_{ZT} ซึ่งเกิดจาก เส้นเมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ P_{N} , เส้นวงกลมช้าใน $P_{\text{N}}T$ และ เส้นวงกลมแนวตั้ง ZT โดยมีจุดยอด คือ จุด P_{N} , จุด Z และ จุด T

ส่วนต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมดาราศาสตร์ $P_{\text{N}}ZT$ มีดังนี้

- 1) ตัวนำ TZ = ระยะเหนือศีรษะของ T (zenith distance of T)
 - ระยะเหนือศีรษะของ T
 - 90° - ระดับความสูงของ T

- 2) ด้าน TP_x = ระยะเชิงข้างของ T (polar distance of T)
 = 90° – ความป่ามเบนของ T
- 3) ด้าน ZP_x = โคละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (colatitude of observer)
 = 90° – QZ
 = 90° – ระยะติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมเหนือ)
 = $90^\circ +$ ระยะติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมใต้)
- 4) มุม $P_x ZT$ = แอลซิมัทของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ห้องพ้าของผู้สังเกตการณ์
 = 360° – แอลซิมัทของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ห้องพ้าของผู้สังเกตการณ์
- 5) มุม $ZP_x T$ = มุมช้าไมงของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ห้องพ้าของผู้สังเกตการณ์
 = 360° – มุมช้าไมงของ T ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ห้องพ้าของผู้สังเกตการณ์

6) มุม ZTP_x เป็นมุมระหว่างวงกลมช้าไมงกับวงกลมแนวตั้งที่ผ่านจุด T เรียกว่า มุมเหตุiom (parallactic angle)

จะสามารถเขียนแสดงส่วนต่างๆ ลงในสามเหลี่ยมหาราคาศตร์ $P_x ZT$ ในการนี้ T อยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ และอยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียนห้องพ้าของผู้สังเกตการณ์ ได้ ดังรูป 7.2.1



รูป 7.2.1

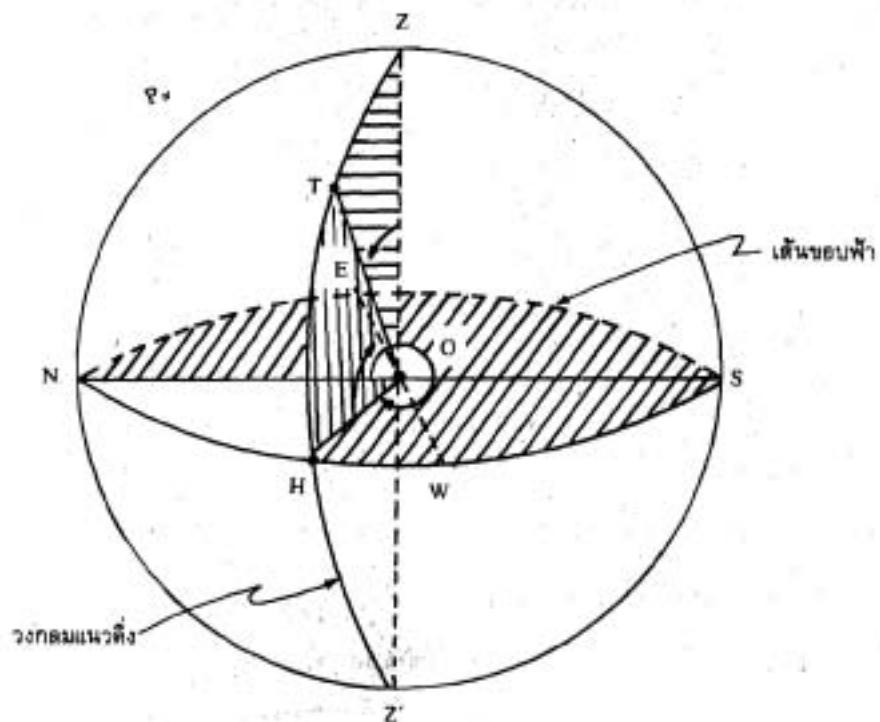
7.3 ระบบพิกัดท้องฟ้า (celestial coordinate systems)

ค่าແນ່ນບັນມີວາໂລກເຮົາສາມາດນອກໄດ້ໄດຍ້ອາຫັນເສັ້ນຄູນຢູ່ຕູ້ຕຽນແລະເສັ້ນມີວິເຄີຍໃນຮົມແຮກ
ທີ່ມີວິນາງກອມໃຫຍ່ທີ່ອູ່ ແລະ ດຳແນ່ນຄົງທີ່ເສມອ ຕັ້ງນັ້ນ ການນອກຄໍາແນ່ນບັນທຶກກອມທົ່ວປ້ວມໜີ້
ກີ່ຄວາມໃຊ້ຫຼັກການທ່ານອງເຕີຍກັນ ອື່ບ ພົມບານໃຊ້ສິ່ງຄົງທີ່ບັນທຶກກອມທົ່ວປ້ວມໜີ້
ຄໍາແນ່ນຂອງຈຸດທີ່ວັດຖຸນທຶກກອມທົ່ວປ້ວມ ໂດຍປົກຕິຈະກຳຫັນຄໍາແນ່ນໄດ້ໃຊ້ສອງສ່ວນຫຼົງ
ທັງຈາກກັນ ສ່ວນທີ່ນີ້ໜຸນອອກຈາກວົງກອມໃຫຍ່ອ້າງອີ່ງຫຼັກ (primary reference great circle) ແລະ
ວັດທັງຈາກກັນວົງກອມ ອີກສ່ວນທີ່ນີ້ໜຸນອອກຈາກວົງກອມໃຫຍ່ອ້າງອີ່ງຮ່ອງ (secondary reference
great circle) ແລະວັດໃນວົງກອມໃຫຍ່ອ້າງອີ່ງຫຼັກ ຮະບນພິກັດທົ່ວປ້ວມີພິກັດທີ່ມີກຳນົດ
ວົງກອມໃຫຍ່ອ້າງອີ່ງຫຼັກນີ້ ຮະບນທີ່ມັກນີ້ມີໃຫ້ອອກຄໍາແນ່ນບັນທຶກມີ 4 ຮະບນ ດ້ວຍກັນ ອື່ບ

7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า (celestial horizon system)

ในระบบเส้นขอบพื้นที่ของกลุ่มใหญ่อ้างอิงหลัก ก็คือ เส้นขอบพื้นที่ของผู้ตั้งเกตการณ์ และ วงกลมอ้างอิงรอง ก็คือ วงกลมแนวดิ่งของวัสดุพื้น

พิจารณา รุป 7.3.1



รูป 7.3.1 แสดงพิกัดของ T ตามระบบเส้นขอบฟ้า

ส่วนโถง HT คือ ระดับความสูงของ T

ส่วนโถง NEH คือ ยอดมักทของ T

ส่วนโถง TZ = 90° - ระดับความสูงของ T คือ ระเบ涅นอศีรษะของ T

จากรูป 7.3.1 ได้ว่าพิกัดของ T ตามระบบเส้นขอบพื้น ก็คือ

ระดับความสูงของ T (คือ ส่วนโถง HT) กับ ยอดมักทของ T (คือ $\angle P_ZT$ หรือส่วนโถง NEH)

อนึ่ง ในบางกรณีแผนที่จะบอกยอดมักทของ T เราอาจใช้ระเบ涅นอศีรษะของ T ก็ได้ โดย ระเบ涅นอศีรษะของ T เท่ากับ $90^\circ -$ ระดับความสูงของ T

ตัวอย่าง 7.3.1.1 ถ้าวัสดุพื้น A อยู่ณ จุดใต้ แล้วจะได้ว่า พิกัดของ A คือ

ระดับความสูงของ A = 0 องศา

ยอดมักทของ A = 180 องศา

และระเบ涅นอศีรษะของ A = 90 องศา

ตัวอย่าง 7.3.1.2 ถ้าวัสดุพื้น B อยู่ทางตะวันออกสูงจากขอบพื้น 40 องศา แล้วจะได้ว่า พิกัดของ B คือ

ระดับความสูงของ B = 40 องศา

ยอดมักทของ B = 90 องศา

ระเบ涅นอศีรษะของ T = $90^\circ - 40^\circ = 50$ องศา

ตัวอย่าง 7.3.1.3 ถ้าวัสดุพื้น C อยู่ทางตะวันตกเฉียงใต้และ 30 องศา จากจุดเนินอศีรษะ แล้วจะได้ว่า พิกัดของ C คือ

ระดับความสูงของ C = 60 องศา

ยอดมักทของ C = 225 องศา

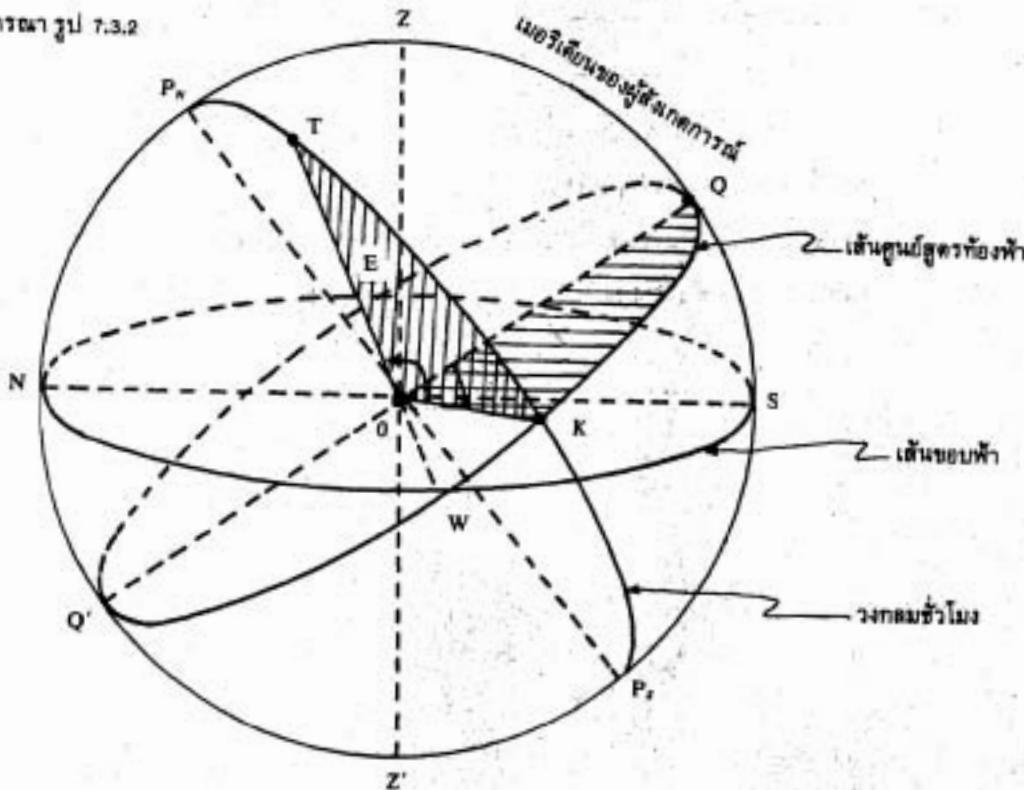
ระเบ涅นอศีรษะของ C = 30 องศา

อนึ่ง ระบบเส้นขอบพื้นเป็นระบบที่ไม่ปุ่งยาก จึงนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายทั่วไปในการเดินเรือ การบิน และการสำรวจ ตลอดจนนักสำรวจศาสตร์สมัครเล่น และนี่ก็มีข้อเสียที่ว่า ถ้าผู้สังเกตการณ์ 2 คน อยู่คนละสถานที่ จะได้ค่าระดับความสูงและยอดมักทของดาวดวงเดียวกัน ซ่างกัน นอกจากนั้น ถึงแม้ว่าจะทำการสังเกตเพียงคนเดียว ก็ตาม ค่าระดับความสูงและยอดมักทของดาวดวงหนึ่งก็จะเปลี่ยนไปตามเวลาตัว

7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง (hour angle system)

ในระบบมุมชั่วโมงจะกลมใหญ่ยังอ้างอิงหลัก คือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าและวงกลมใหญ่ยังอิงรองคือ วงกลมชั่วโมงของผู้ตั้งเก็ตการณ์ที่ผ่านวัตถุฟ้า

พิจารณา รูป 7.3.2



รูป 7.3.2 แสดงพิกัดของ T ตามระบบมุมชั่วโมง

ส่วนโถง KT คือ ความป่ายเบนของ T

มุม ZP_nT (ส่วนโถง KQ) คือ มุมชั่วโมงของ T

จากรูป 7.3.2 ได้ว่า พิกัดของวัตถุฟ้า T ตามระบบมุมชั่วโมง ก็คือ

ความป่ายเบนของ T (คือส่วนโถง KT) กับ มุมชั่วโมงของ T (คือ $\angle ZP_nT$)

อีก จำกที่เราทราบว่า ทรงกลมท้องฟ้าหมุนตามเข็มนาฬิกาครบ 1 รอบ หรือ 360 องศา

ในเวลา 1 วัน หรือ 24 ชั่วโมง ตั้งนี้ จึงได้ว่า

ในเวลา 24 ชั่วโมง ตัวแหน่งบนทรงกลมท้องฟ้าเปลี่ยนไป 360 องศา

" 1 ชั่วโมง " _____ " _____ = 15 องศา

" 1 นาที " _____ " _____ = 15 ดินศา

" 1 วินาที " _____ " _____ = 15 พลิบศา

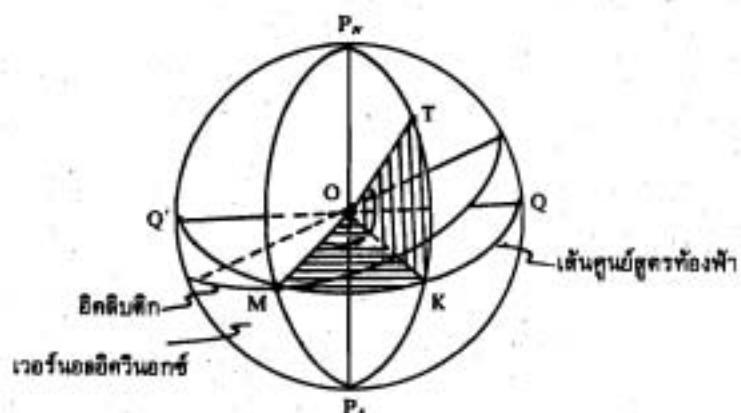
ในทางกลับกัน อาจกล่าวได้ว่า

คำแนะนำทั่วไป	360 องศา	ในเวลา 24 ชั่วโมง
" " "	15 องศา	" 1 ชั่วโมง
" " "	1 องศา	" 4 นาที
" " "	1 ดิบดา	" 4 วินาที

ดังนั้น จึงสามารถเปลี่ยนมุมเป็นเวลา และเปลี่ยนเวลาเป็นมุมได้

7.3.3 ระบบไวร์ทแอดเซนชัน (right ascension system)

ในระบบไวร์ทแอดเซนชัน วงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก คือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง ก็คือ วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดขั้วท้องฟ้าทั้งสองและจุดอิควินอยกซ์ (equinoxes) ดังรูป 7.3.3



รูป 7.3.3 แสดงพิกัดของ T ตามระบบไวร์ทแอดเซนชัน

ส่วนโถง KT คือ ความบ่ายเบนของ T

ส่วนโถง MK คือ ไวร์ทแอดเซนชันของ T

จากรูป 7.3.3 ให้ T เป็นวัตถุฟ้า ศักดิ์ของ T ตามระบบไวร์ทแอดเซนชัน ก็คือ ความบ่ายเบนของ T

กับ ไวร์ทแอดเซนชันของ T

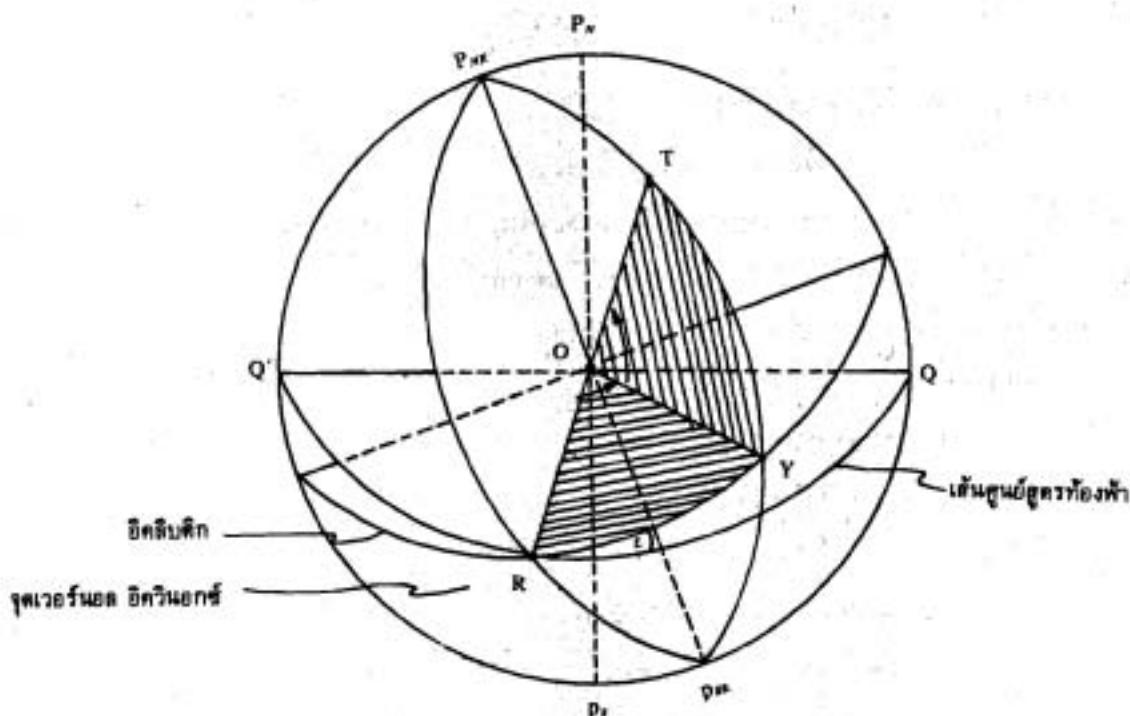
เมื่อ ไวร์ทแอดเซนชันของ T คือ ระยะทางเชิงมุมที่เริ่มต้นวัดจากเวอร์โนลิคินอยกซ์ ไปทางตะวันออกตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า จนถึงวงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุด T (หรือ ค่อน暮ระหว่าง วงกลมชั่วโมงของ T กับ วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดขั้วฟ้าทั้งสองและจุดอิควินอยกซ์ โดยวัดจากจุด เวอร์โนลิคินอยกซ์ไปทางทิศตะวันออกบนระนาบเส้นศูนย์สูตรฟ้า ค่าของไวร์ทแอดเซนชันนี้

ได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา หรือ 0 ชั่วโมง ถึง 24 ชั่วโมง ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างองค์กับเวลาหนึ่งเป็นไปตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 7.3.2

7.3.4 ระบบอิคลิบติก (ecliptic system)

ในระบบอิคลิบติก วงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก คือ อิคลิบติก และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง คือ วงกลมใหญ่ที่ผ่านจุดขั้วอิคลิบติกทั้งสอง โดยตัดกับอิคลิบติกที่จุดเวอร์นอลอิกวินอยู่

รูป 7.3.4



รูป 7.3.4 แม็คทริกกัคของ T ตามระบบอิคลิบติก

ส่วนโถง YT คือ อิคลิบติกละดิจุลหรือละดิจุลท้องฟ้า (θ) ของ T
ส่วนโถง RY คือ อิคลิบติกลองจิจุลหรือลองจิจุลท้องฟ้า (λ) ของ T
จากรูป 7.3.4 ให้ T เป็นวัตถุที่อยู่บนทรงกลมท้องฟ้า พิกัดของ T ตามระบบอิคลิบติก คือ อิคลิบติกละดิจุล (ecliptic latitude) กับ อิคลิบติกลองจิจุล (ecliptic longitude)
หมายเหตุ อิคลิบติกละดิจุล บางทีก็เรียกว่า ละดิจุลท้องฟ้า (celestial latitude) และ อิคลิบติกลองจิจุล บางทีก็เรียกว่า ลองจิจุลท้องฟ้า (celestial longitude)

อิคลิบติกจะติดจุด คือ ระยะทางเชิงมุมที่วัดจากอิคลิบติกไปทางเหนือหรือทางใต้ (ทางเหนือใช้เครื่องหมาย + ทางใต้ใช้เครื่องหมาย -) ตามวงกลมใหญ่ที่ผ่านข้าวอิคลิบติกหันด่องอนถึงวัตถุฟ้า T ค่าอิคลิบติกจะติดจุดมีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศาเหนือหรือใต้จากอิคลิบติก

อิคลิบติกสองจิจูด คือ ระยะทางเชิงมุมที่วัดจากจุดเวอร์นอลอคิวินอกซ์ตามอิคลิบติกไปทางตะวันออก จนถึงวงกลมใหญ่ที่ผ่านข้าวอิคลิบติกหันด่องและวัตถุฟ้า T ค่าอิคลิบติกสองจิจูด มีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา

จากรูป 7.3.4 ได้ว่า พิกัดของ T คือ

อิคลิบติกจะติด β กับ อิคลิบติกสองจิจูด λ

7.4 การแปลงค่าพิกัดระบบต่างๆ

เพื่อไปเราระดับความต้องการแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบต่างๆ ได้แก่ การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเด็นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง, ระบบมุมชั่วโมงกับระบบไร์ดแอสเซนชัน และระบบไร์ดแอสเซนชันกับระบบอิคลิบติก โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาของสามเหลี่ยมเชิงตรังกลม ที่ได้ศึกษามาแล้วมาใช้กับสามเหลี่ยมตราสามตัว

โดยทั่วๆ ไป เรายังใช้อักษร

- a แทน ระดับความสูง (altitude)
- A แทน แอดซิมัท (azimuth)
- z แทน ระยะเหนือศีริราชน (zenith distance)
- d แทน ความป่ายเบน (declination)
- h แทน มุมชั่วโมง (hour angle)
- P แทน มุมเหตุล้ม (parallactic angle)
- L แทน ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (latitude of observer)
- α แทน ไร์ดแอสเซนชัน (right ascension)
- β แทน อิคลิบติกจะติดจุด (ecliptic latitude) หรือ ละติจูดห้องฟ้า (celestial latitude)
- λ แทน อิคลิบติกสองจิจูด (ecliptic longitude) หรือ ลองจิจูดห้องฟ้า (celestial longitude)

7.4.1 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเด็นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง

ในระบบเด็นขอบฟ้า พิกัดของจุด T ตามระบบนี้คือ ระดับความสูงของ T (a), แอดซิมัทของ T (A) หรือระยะเหนือศีริราชนของ T (z)

และในระบบมุมชี้ไปทางซ้ายของจุด T ตามระบบบันทึก ความป่ายเบนของ T (d), มุมชี้ไปทาง T (h)

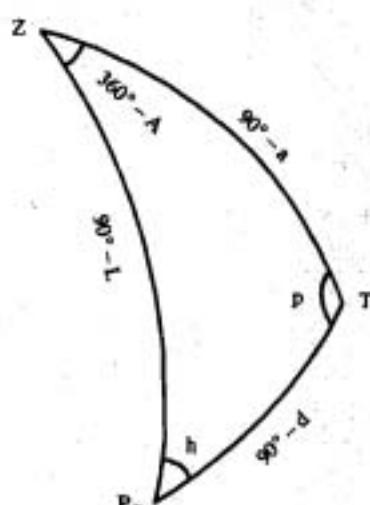
ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 7.2 แล้วว่า สามเหลี่ยมเชิงทรงกลมที่มีมุมที่จุดชี้ไปทางพื้นเนื่อง (P_N), จุดเหนือศีรษะ (Z) และ T คือ สามเหลี่ยมด้านราศีสี่เหลี่ยม $P_N Z T$ ซึ่งเป็นตัวที่แสดงถึงความตันพันธ์ระหว่างเดินขบวนพื้นกับระบบมุมชี้ไปทาง โดยถ้า T อยู่ทางทิศตะวันตกของเดินเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ และอยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ แล้ว $\angle ZP_N T$ คือ มุมชี้ไปทาง (h), $\angle P_N ZT$ คือ มุมปะกอบ 360° ของแอซิมัท ($360^\circ - A$), $\angle ZTP_N$ คือ มุมเหตุ (p)

ด้าน $P_N Z$ คือ ส่วนปะกอบ 90° ของระดิจูตของผู้สังเกตการณ์ ($90^\circ - L$)

ด้าน ZT คือ ส่วนปะกอบ 90° ของระดับความสูง ($90^\circ - a$)

ด้าน $P_N T$ คือ ส่วนปะกอบ 90° ของความป่ายเบน ($90^\circ - d$)

ดังรูป 7.4.1



รูป 7.4.1

ข้อสรุปเกต

- ถ้า T อยู่ในครึ่งทรงกลมใต้ ด้าน $P_N Z$ คือ $90^\circ + L$
- ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันออกของเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ จะได้ว่า $\angle P_N ZT$ คือ A และ $\angle ZP_N T$ คือ $360^\circ - h$

ความตันพันธ์ระหว่างด้านปะกอบของระบบเดินขบวนพื้นกับระบบมุมชี้ไปทาง สามารถหาได้โดยอาศัยกฎต่อไปนี้ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลม ดังนี้

1) การแปลงค่าพิกัดจากรอบเดือนของฟ้าไปเป็นระบบมุมชั่วโมง คือ เมื่อกำหนดค่า a , A และ L ของสถานที่บน $P_{\text{N}}ZT$ ต้องการหาค่า h และ d

พิจารณาสูตร 7.4.1

ตามกฎของไซน์ จะได้ว่า

$$\frac{\sin(90^\circ - d)}{\sin(360^\circ - A)} = \frac{\sin(90^\circ - a)}{\sin h}$$

$$-\frac{\cos d}{\sin A} = \frac{\cos a}{\sin h}$$

$$\therefore \cos d \sin h = -\cos a \sin A \quad \dots\dots\dots(1)$$

ตามกฎห้าส่วน จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - d) \cos h &= \cos(90^\circ - a) \sin(90^\circ - L) \\ &\quad - \sin(90^\circ - a) \cos(90^\circ - L) \cos(360^\circ - A) \end{aligned}$$

$$\cos d \cos h = \sin a \cos L - \cos a \sin L \cos A \quad \dots\dots\dots(2)$$

หาร (1) ด้วย (2) จะได้

$$\tan h = \frac{-\cos a \sin A}{\sin a \cos L - \cos a \sin L \cos A} \quad \dots\dots\dots(3)$$

จาก (3) เมื่อแทนค่า a , A และ L ก็สามารถหาค่า h ได้

ตามกฎของโคไซน์ สี่เหลี่ยมด้านจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - d) &= \cos(90^\circ - a) \cos(90^\circ - L) \\ &\quad + \sin(90^\circ - a) \sin(90^\circ - L) \cos(360^\circ - A) \end{aligned}$$

$$\sin d = \sin a \sin L + \cos a \cos L \cos A \quad \dots\dots\dots(4)$$

จาก (4) เมื่อแทนค่า a , A และ L ก็สามารถหาค่า d ได้

ข้อสังเกต h จะอยู่ในอุตสาหกรรมเดือนชั่วโมงอยู่กับเครื่องหมายของเดือนและส่วน ในสมการ (3)
(เพราะว่า $\tan = \frac{\text{sine}}{\text{cosine}}$)

ตัวอย่าง 7.4.1 จงแปลงค่าพิกัดจากรอบเดือนของฟ้าเป็นระบบมุมชั่วโมง ด้วย
 $A = 208^\circ 12'$, $a = 59^\circ 10' 22''$ และ $L = 21^\circ 18'$ เหนือ

วิธีทำ

$$\text{จาก } \sin d = \sin a \sin L + \cos a \cos L \cos A$$

$$\therefore \sin d = \sin(59^\circ 10' 22'') \sin(21^\circ 18')$$

$$+ \cos(59^\circ 10' 22'') \cos(21^\circ 18') \cos(208^\circ 12')$$

$$\begin{aligned}
 &= (0.85869)(0.36325) + (0.51245)(0.93169)(-0.88130) \\
 &= (0.31192) - (0.42077) \\
 &= -0.10885 \\
 \therefore d &= \sin^{-1}(-0.10885) \\
 &= -6^\circ 14' 56"
 \end{aligned}$$

(หรืออาจกล่าวได้ว่า $d = 6^\circ 14' 56''$ ใต้)

$$\begin{aligned}
 \text{tan h} &= \frac{-\cos A \sin L}{\sin A \cos L - \cos A \sin L \cos A} \\
 \therefore \tan h &= \frac{-(\cos 59^\circ 10' 22'') (\sin 208^\circ 12')}{(\sin 59^\circ 10' 22'') (\cos 21^\circ 18') - (\cos 59^\circ 10' 22'') (\sin 21^\circ 18') (\cos 208^\circ 12')} \\
 &= \frac{(-0.51245)(-0.47255)}{(0.85869)(0.93169) - (0.51245)(0.36325)(-0.88130)} \\
 &= \frac{0.24216}{(0.80003) - (-0.16405)} \\
 &= \frac{0.24216}{0.96408} \\
 &= 0.25118 \\
 \therefore h &= \tan^{-1} 0.25118 \\
 &= 14^\circ 6'
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงได้ว่า ความกว้างบน $d = 6^\circ 14' 56''$ ให้ และมุมชี้ไว้ $h = 14^\circ 6'$ ตะวันตก
 2) การแปลงค่าพิกัดจากรอบบูรณาชั่วโมงไปเป็นระบบเดินของฟ้า คือ เมื่อกำหนดค่า
 d, h และ L ของสามเหลี่ยม P_sZT ต้องการหาค่า A และ a

พิจารณารูป 7.4.1

ตามกฎของไซน์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\sin (90^\circ - d)}{\sin (360^\circ - A)} &= \frac{\sin (90^\circ - a)}{\sin h} \\ \frac{-\cos d}{\sin A} &= \frac{\cos a}{\sin h} \\ \therefore \cos a \sin A &= -\cos d \sin h \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

ตามกฎห้าส่วน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\sin(90^\circ - a) \cos(360^\circ - A) &= \cos(90^\circ - d) \sin(90^\circ - L) \\&\quad - \sin(90^\circ - d) \cos(90^\circ - L) \cos h \\ \therefore \cos a \cos A &= \sin d \cos L - \cos d \sin L \cos h \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2)$$

หาร (1) ด้วย (2) จะได้

$$\tan A = \frac{-\cos d \sin h}{\sin d \cos L - \cos d \sin L \cos h} \quad \dots\dots\dots(3)$$

จาก (3) เมื่อแทนค่า d, h และ L ก็จะได้ค่า A

และตามกฎของโคไซน์สำหรับด้าน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\cos(90^\circ - a) &= \cos(90^\circ - d) \cos(90^\circ - L) \\&\quad + \sin(90^\circ - d) \sin(90^\circ - L) \cos h \\ \sin a &= \sin d \sin L + \cos d \cos L \cos h \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4)$$

จาก (4) เมื่อแทนค่า d, h, L ก็จะได้ค่า a

ข้อสังเกต ค่า A จะอยู่ในช่วง 0° ถึง 90° แต่ต้องคำนึงถึงความหมายของเตาและส่วนในสมการ (3)

ตัวอย่าง 7.4.2 จงปัลงค่าพิภัตจากระบบมุมช้า ไม่งเป็นระบบเส้นของพื้น ถ้ากำหนดให้ $d = 8^\circ$ เหนือ, $h = 325^\circ$ และ $L = 39^\circ$ เหนือ

วิธีทำ ในที่นี้ T อยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ และอยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นแมริเดียนของผู้สังเกตการณ์

$$\begin{aligned}\text{จาก } \sin a &= \sin d \sin L + \cos d \cos L \cos h \\ \therefore \sin a &= (\sin 8^\circ)(\sin 39^\circ) + (\cos 8^\circ)(\cos 39^\circ)(\cos 325^\circ) \\ &= (0.13917)(0.62932) + (0.99027)(0.77715)(0.81915) \\ &= 0.08758 + 0.63041 \\ &= 0.71799 \\ a &= \sin^{-1}(0.71799) \\ &= 45^\circ 53' 20''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จาก } \tan A &= \frac{-\cos d \sin h}{\sin d \cos L - \cos d \sin L \cos h} \\ \therefore \tan A &= \frac{(-\cos 8^\circ)(\sin 325^\circ)}{(\sin 8^\circ)(\cos 39^\circ) - (\cos 8^\circ)(\sin 39^\circ)(\cos 325^\circ)} \\ &= \frac{(-0.99027)(-0.57358)}{(0.13917)(0.77715) - (0.99027)(0.62932)(0.81915)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{0.56800}{(0.10815) - (0.51049)} \\
 &= \frac{0.56800}{-0.40234} \quad (\text{เศษเป็นบวก, ส่วนเป็นลบ มุนจึงอยู่ในชุดอกกาคที่สอง}) \\
 &= -1.41174 \\
 A &= \tan^{-1} (-1.41174) \\
 &= 180^\circ - (54^\circ 41' 13'') \\
 &= 125^\circ 18' 47''
 \end{aligned}$$

ดังนี้นั่นจึงได้รู้ว่า ระดับความสูง $a = 45^\circ 53' 20''$ และยอดมีทิศ $A = 125^\circ 18' 47''$

7.4.2 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบมุมชั่วโมงกับระบบໄร์และเซนชัน

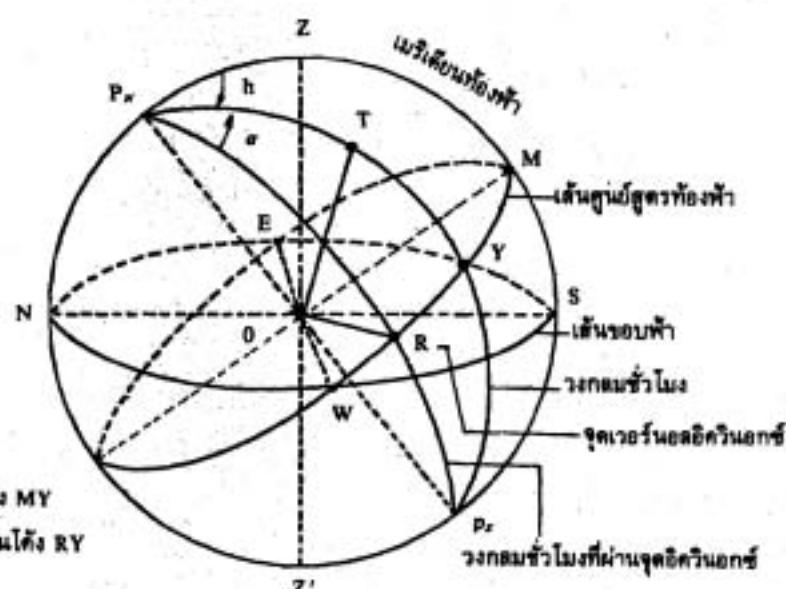
ในระบบมุมชั่วโมง พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความป่ายเบน (d) ของ T , มุมชั่วโมง

(b) ของ T

และในระบบໄร์และเซนชัน พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความป่ายเบน (d) ของ T , ໄร์และเซนชัน (σ) ของ T

จึงเห็นได้ชัดว่า ระบบมุมชั่วโมงและระบบໄร์และเซนชัน มีค่าความป่ายเบน (ค่า d) เป็นค่าร่วม ดังนั้นการแปลงค่าพิกัดระหว่างสองระบบนี้จึงเป็นแปลงค่าเฉพาะระหว่างค่ามุมชั่วโมง กับค่าໄร์และเซนชันเท่านั้น

พิจารณากราฟ 7.4.2



จ. 7.4.2

จากข้อ 7.4.2 ให้วัตถุฟ้า T มีมุมชั่วโมง = h , ไร้ยอดเซนตัน = α (โดยที่ค่ามุมชั่วโมง
วัดจากเดือนเมอร์เดียนท้องฟ้าไปทางตะวันตกตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ส่วนค่าไร้ยอดเซนตัน
วัดจากเวอร์นัลลิอิกวินอกซ์ไปทางตะวันออก ตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า) จากข้อจะเห็นว่า

$$S.T. = h + \alpha$$

เมื่อ S.T. นั้น เป็นการวัดค่า เวลาคราคติ (sideral time) ของจุด T ซึ่งกำหนดให้เป็นมุม
ชั่วโมงของจุดเวอร์นัลลิอิกวินอกซ์ ก่อนวัดค่า เวลาคราคติ α . ที่แห่งนั้น จะมีค่าเท่ากับผลรวม
ของมุมชั่วโมงกับไร้ยอดเซนตันของวัตถุฟ้า T ณ. ขณะนั้น

ดังนั้น ถ้าเรารู้ค่าเวลาคราคติ S.T. และ ป้อมสามารถแปลงค่าระหว่างระบบมุมชั่วโมง
กับระบบไร้ยอดเซนตันได้ ดังนี้

1) การแปลงค่าจากระบบมุมชั่วโมงไปเป็นระบบไร้ยอดเซนตัน ได้ดังนี้

$$d = d$$

$$\alpha = S.T. - h$$

2) การแปลงค่าจากระบบไร้ยอดเซนตันไปเป็นระบบมุมชั่วโมง ได้ดังนี้

$$d = d$$

$$h = S.T. - \alpha$$

ตัวอย่าง 7.4.3 จงแปลงค่าพิกัดจากระบบไร้ยอดเซนตันไปเป็นระบบมุมชั่วโมง เมื่อ
กำหนดให้ $S.T. = 12^{\circ} 54' 16''$, $\alpha = 18^{\circ} 34' 36''$ และ $d = 30^{\circ} 12' 18''$

วิธีทำ

$$\text{จาก } S.T. = 12^{\circ} 54' 16''$$

$$\text{และ } \alpha = 18^{\circ} 34' 36''$$

$$\therefore h = S.T. - \alpha = -6^{\circ} 19' 40'' + 24^{\circ} \\ = 18^{\circ} 19' 40''$$

ดังนั้น ค่าพิกัดในระบบมุมชั่วโมง คือ $d = 30^{\circ} 12' 18''$, $h = 18^{\circ} 19' 40''$

ตัวอย่าง 7.4.4 จงแปลงค่าพิกัดจากระบบมุมชั่วโมงไปเป็นระบบไร้ยอดเซนตัน
เมื่อกำหนดให้ $S.T. = 12^{\circ} 54' 16''$, $h = 18^{\circ} 19' 40''$ และ $d = 30^{\circ} 12' 18''$

วิธีทำ

$$\text{จาก } S.T. = 12^{\circ} 54' 16''$$

$$\text{และ } h = 18^{\circ} 19' 40''$$

$$\therefore \alpha = S.T. - h = -6^{\circ} 34' 36'' + 24^{\circ}$$

$$= 18^{\circ} 34' 36''$$

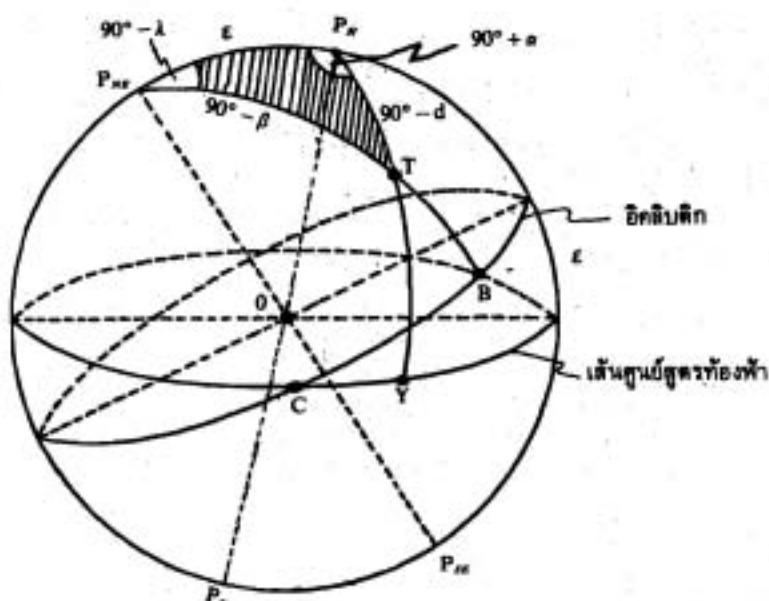
ดังนั้น ค่าพิกัดในระบบไร์แอสเซนชัน คือ $d = 30^{\circ} 12' 18''$, $\alpha = 18^{\circ} 34' 36''$
ข้อสังเกต ค่า h และ α จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0° ถึง 24° (หรือ 0° ถึง 360°) ดังนั้น ถ้าได้ค่า
พิกัดเครื่องหมาย – จะต้องบวกด้วย 24° (หรือบวกด้วย 360° แท่การนี้)

7.4.3 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบไร์แอสเซนชันกับระบบอิคลินติก

ในระบบไร์แอสเซนชัน พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความป่ายเบน (d) ของ T
และไร์แอสเซนชัน (α) ของ T

และในระบบอิคลินติก พิกัดของจุด T ตามระบบนี้คือ อิคลินติกละติจูด หรือละติจูดท้องฟ้า (β)
ของ T และอิคลินติกลองจิจูด หรือลองจิจูดท้องฟ้า (λ) ของ T

พิจารณาสูป 7.4.3



จุ 7.4.3

ไร์แอสเซนชันของ T (α) คือ ส่วนໄ้ด้วย CY
ความป่ายเบนของ T (d) คือ ส่วนໄ้ด้วย YT
ละติจูดท้องฟ้าของ T (β) คือ ส่วนໄ้ด้วย BT
ลองจิจูดท้องฟ้าของ T (λ) คือ ส่วนໄ้ด้วย CB

จากรูป 7.4.3 ให้ T คือ ตัวแหนงของวัสดุพื้นที่อยู่บนชิ้นเหล็กเหน็บของทรงกลมท้องพื้้า ซึ่งมีความปลายเป็น d, ไว้ก็และชัน α ในระบบไว้ก็และชัน และมีจุดศูนย์ท้องพื้้า β , สองจุดท้องพื้้า γ ในระบบอิคติก ให้ P_N เป็นจุดขั้วท้องพื้าเหนือ, จุด P_{NE} เป็นจุดขั้วอิคติกเหนือ จะได้ว่า $P_{NE}P_NT$ เป็นสามเหลี่ยมเรียงทรงกลม เนื่องจากค่าไว้ก็และชันของจุดขั้วอิคติกเหนือ ($\text{จุด } P_{NE}$) เป็น 270° (หรือ 18°) ค่าส่องจิจูดของจุดขั้วท้องพื้าเหนือ ($\text{จุด } P_N$) เป็น 90° และให้ระหว่างอิคติกเดินทางเข้ามุนกับระหว่างเดินศูนย์ศูนย์ท้องพื้้า เท่ากับ ϵ โดย ϵ มีค่า 23 องศา 27 ติบดา ดังนั้น ขั้วอิคติกเหนือ ($\text{จุด } P_{NE}$) ป้อมอยู่ห่างจากขั้วท้องพื้าเหนือ ($\text{จุด } P_N$) เท่ากับ ϵ ด้วย คือ $P_{NE}P_N = \epsilon$ ดังนั้น จึงได้ว่าสามเหลี่ยมเรียงทรงกลม $P_{NE}P_NT$ มีค่าในส่วนต่าง ๆ ดังนี้

$$P_{NE}P_N = \epsilon$$

$$P_{NE}T = 90^\circ - \beta$$

$$P_NT = 90^\circ - d$$

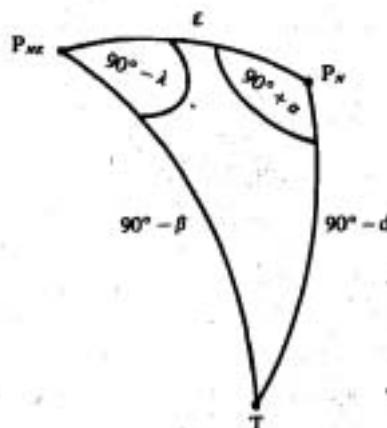
$$\angle P_NP_{NE}T = 90^\circ - \lambda$$

$$\text{และ } \angle TP_NP_{NE} = 90^\circ + \alpha$$

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของระบบไว้ก็และชันกับระบบอิคติก สามารถหาได้โดยอาศัยกฎต่อไปนี้ ของสามเหลี่ยมเรียงทรงกลม ดังนี้

1) การแปลงค่าพิกัดจากระบบไว้ก็และชันไปเป็นระบบอิคติก คือ ถ้ากำหนดค่า d , α และ ϵ มาให้ สามารถหาค่า β และ λ ได้

พิจารณา สามเหลี่ยมเรียงทรงกลม $P_{NE}P_NT$ ดังรูป 7.4.4



รูป 7.4.4

จากกฎไคไซน์สำหรับด้านจะได้ว่า

$$\cos(90^\circ - \beta) = \cos(90^\circ - d) \cos \epsilon + \sin(90^\circ - d) \sin \epsilon \cos(90^\circ + \alpha)$$

$$\therefore \sin \beta = \sin d \cos \epsilon - \cos d \sin \epsilon \sin \alpha \quad \dots\dots\dots(1)$$

จาก (1) เมื่อแทนค่า d, ϵ, α แล้ว สามารถหาค่า β ได้

จากกฎของไไซน์ ได้ว่า

$$\frac{\sin(90^\circ - \lambda)}{\sin(90^\circ - d)} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin(90^\circ - \beta)}$$

$$\therefore \cos \lambda \cos \beta = \cos \alpha \cos d \quad \dots\dots\dots(2)$$

และจากกฎห้าส่วน จะได้ว่า

$$\sin(90^\circ - \beta) \cos(90^\circ - \lambda) = \cos(90^\circ - d) \sin \epsilon - \sin(90^\circ - d) \cos \epsilon \cos(90^\circ + \alpha)$$

$$\therefore \cos \beta \sin \lambda = \sin d \sin \epsilon + \cos d \cos \epsilon \sin \alpha \quad \dots\dots\dots(3)$$

หาร (3) ด้วย (2) จะได้

$$\tan \lambda = \frac{\sin d \sin \epsilon + \cos d \cos \epsilon \sin \alpha}{\cos \alpha \cos d} \quad \dots\dots\dots(4)$$

จาก (4) เมื่อแทนค่า d, ϵ, α แล้วสามารถหา λ ได้

ตัวอย่าง 7.4.5 จงแปลงพิกัดจากระบบไวร์เมลตซันชันไปเป็นระบบอิคลิบติก ดังกำหนด

ให้ $\alpha = 5^\circ 49'$, $d = 7^\circ 23'$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$

วิธีทำ

$$\text{จาก } \alpha = 5^\circ 49'$$

$$\text{จึงได้ว่า } \alpha = 87^\circ 15'$$

$$\therefore \sin \beta = \sin d \cos \epsilon - \cos d \sin \epsilon \sin \alpha$$

$$\therefore \sin \beta = \sin 7^\circ 23' \cos 23^\circ 27' - \cos 7^\circ 23' \sin 23^\circ 27' \sin 87^\circ 15'$$

$$= (0.12851)(0.91741) - (0.99171)(0.39795)(0.99885)$$

$$= -0.27630$$

$$\therefore \beta = \sin^{-1}(-0.27630)$$

$$= -16^\circ 2' 21''$$

$$\text{และจาก } \tan \lambda = \frac{\sin d \sin \epsilon + \cos d \cos \epsilon \sin \alpha}{\cos \alpha \cos d}$$

$$\therefore \tan \lambda = \frac{\sin 7^\circ 23' \sin 23^\circ 27' + \cos 7^\circ 23' \cos 23^\circ 27' \sin 87^\circ 15'}{\cos 87^\circ 15' \cos 7^\circ 23'}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(0.12851)(0.39795) + (0.99171)(0.91741)(0.99885)}{(0.04798)(0.99171)} \\
 &= \frac{0.95990}{0.04758} \\
 &= 20.17444 \\
 \therefore \lambda &= \tan^{-1}(20.17444) \\
 &= 87^\circ 9' 44"
 \end{aligned}$$

2) การแปลงค่าพิกัดจากระบบอิكلินติกไปเป็นระบบ直ท์และเซนซัน คือ ถ้ากำหนดค่า β, λ และ ϵ มาให้ ก็สามารถหาค่า d และ α ได้

พิจารณา สามเหลี่ยมเชิงตรีgon $P_N P_S T$ ในรูป 7.4.4

จากกฎ cosine สำหรับด้านจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \cos(90^\circ - d) &= \cos(90^\circ - \beta) \cos \epsilon + \sin(90^\circ - \beta) \sin \epsilon \cos(90^\circ - \lambda) \\
 \therefore \sin d &= \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda \quad \dots\dots\dots(5)
 \end{aligned}$$

จาก (5) เมื่อแทนค่า β, ϵ, λ ก็สามารถหาค่า d ได้

จากกฎของไซน์ ได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin(90^\circ - \beta)} &= \frac{\sin(90^\circ - \lambda)}{\sin(90^\circ - d)} \\
 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} &= \frac{\cos \lambda}{\cos d} \\
 \therefore \cos \alpha \cos d &= \cos \lambda \cos \beta \quad \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

และจากกฎพื้นที่ส่วน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \sin(90^\circ - d) \cos(90^\circ + \alpha) &= \cos(90^\circ - \beta) \sin \epsilon - \sin(90^\circ - \beta) \cos \epsilon \cos(90^\circ - \lambda) \\
 -\cos d \sin \alpha &= \sin \beta \sin \epsilon - \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda \\
 \text{หรือ } \cos d \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda \quad \dots\dots\dots(7)
 \end{aligned}$$

หาร (7) ด้วย (6) จะได้

$$\tan \alpha = \frac{-\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda}{\cos \lambda \cos \beta} \quad \dots\dots\dots(8)$$

จาก (8) เมื่อแทนค่า β, ϵ, λ ก็สามารถหาค่า α ได้

ตัวอย่าง 7.4.8 จงแปลงค่าพิกัดจากรูปแบบอิคลิปติกไปเป็นรูปแบบไทร์โกลเซนชัน ถ้ากำหนด
ให้ $\beta = -16^\circ 2' 21''$, $\lambda = 87^\circ 9' 44''$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จาก } \sin d &= \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda \\ \therefore \sin d &= \sin (-16^\circ 2' 21'') \cos 23^\circ 27' + \cos (-16^\circ 2' 21'') \sin 23^\circ 27' \\ &\quad \cdot \sin 87^\circ 9' 44'' \\ &= (-0.27630)(0.91741) + (0.96107)(0.39795)(0.99885) \\ &= 0.12853 \\ \therefore d &= \sin^{-1}(0.12853) \\ &= 7^\circ 23' \\ \text{จาก } \tan \alpha &= \frac{-\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda}{\cos \lambda \cos \beta} \\ \therefore \tan \alpha &= \frac{(-\sin (-16^\circ 2' 21'') \cdot (\sin 23^\circ 27') + \cos (-16^\circ 2' 21'') \cos 23^\circ 27' \cdot \sin 87^\circ 9' 44'')}{\cos 87^\circ 9' 44' \cdot \cos (-16^\circ 2' 21'')} \\ &= \frac{(0.27630)(0.39795) + (0.96107)(0.91741)(0.99885)}{(0.04951)(0.96107)} \\ &= \frac{0.9906347}{0.0475825} \\ &= 20.819307 \\ \therefore \alpha &= \tan^{-1} 20.819 \\ &= 87^\circ 15' \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 7.4

1. จงแปลงค่าพิกัดของ T จากระบบเดันขอบฟ้า ไปเป็นระบบมุมชั่วโมง ถ้ากำหนดให้
 - 1.1) $A = 44^\circ 49' 41''$, $a = 51^\circ 46' 36''$ และ $L = 44^\circ 45'$ เหนือ
 - 1.2) $A = 312^\circ 14' 53''$, $a = 31^\circ 13' 20''$ และ $L = 35^\circ$ ใต้
 - 1.3) $A = 85^\circ 59' 35''$, $a = 36^\circ 40' 18''$ และ $L = 45^\circ$ ใต้
2. จงแปลงค่าพิกัดของ T จากระบบมุมชั่วโมง ไปเป็นระบบเดันขอบฟ้า ถ้ากำหนดให้
 - 2.1) $d = 59^\circ 56'$ เหนือ, $h = 299^\circ 28'$ ตะวันตก และ $L = 44^\circ 45'$ เหนือ
 - 2.2) $d = 10^\circ$ เหนือ, $h = 40^\circ$ ตะวันตก และ $L = 35^\circ$ ใต้
 - 2.3) $d = 22^\circ 30'$ ใต้, $h = 300^\circ$ ตะวันตก และ $L = 45^\circ$ ใต้
3. จงแปลงค่าพิกัดของ T จากระบบไร์ดแอลเซนชันไปเป็นระบบมุมชั่วโมง เมื่อกำหนดให้
 - 3.1) $S.T. = 4^\circ 20' 30''$, $\sigma = 12^\circ 31' 10''$, $d = 24^\circ 30'$
 - 3.2) $S.T. = 12^\circ 15' 20''$, $\sigma = 5^\circ 4' 3''$, $d = 15^\circ 16' 20''$
4. จงแปลงค่าพิกัดของ T ที่หาได้ในข้อ 3) จากระบบมุมชั่วโมงไปเป็นระบบไร์ดแอลเซนชัน
5. จงแปลงค่าพิกัดของ T จากระบบไร์ดแอลเซนชันไปเป็นระบบอิคติบติก เมื่อกำหนดให้
 - 5.1) $\sigma = 2^\circ 15' 50''$, $d = 89^\circ 6'$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$
 - 5.2) $\sigma = 14^\circ 1' 57''$, $d = 64^\circ 48' 48''$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$
6. จงแปลงค่าพิกัดของ T จากระบบอิคติบติกไปเป็นระบบไร์ดแอลเซนชัน
 - 6.1) $\beta = 66^\circ 2' 15''$, $\lambda = 88^\circ 9' 41''$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$
 - 6.2) $\beta = 66^\circ 26' 49''$, $\lambda = 156^\circ 29' 43''$ และ $\epsilon = 23^\circ 27'$

7.5 เวลาเดพาะท้องถิ่นปีรากฎ

เมื่อจุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์อยู่บนเส้นเมริเดียนของผู้ตั้งเกตการณ์ คือ $\angle ZP_{\text{N}}T$ ของสามเหลี่ยมดาวร้าคาดอร์ $ZP_{\text{N}}T$ มีค่าเท่ากับ 0° นั้น เรียกว่า เวลาที่ยังสุวิຍคติเดพาะท้องถิ่น (local solar noon) สำหรับผู้ตั้งเกตการณ์

เวลาเดพาะท้องถิ่น หรือเวลาเดพาะท้องถิ่นปีรากฎ (local apparent time) ของผู้ตั้งเกตการณ์ ที่ช่วง南北เวลาใด ๆ ก็คือ $12^\circ - \angle ZP_{\text{N}}T$ (ของสามเหลี่ยมดาวร้าคาดอร์ $ZP_{\text{N}}T$) เมื่อดวงอาทิตย์ อยู่ในท้องฟ้าระหว่างออก และคือ $12^\circ + \angle ZP_{\text{N}}T$ เมื่อดวงอาทิตย์อยู่ในท้องฟ้าระหว่างตก

ตัวอย่าง 7.5.1 จงหาเวลาเดพาะท้องถิ่นปีรากฎที่นิวยอร์ก ซึ่งมีละติจูดเป็น $40^\circ 42'$ เหนือ ที่ช่วง南北เวลา

- 1) ก่อนเที่ยงวัน
- 2) หลังเที่ยงวัน

เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $34^\circ 32'$ และความนำยเบนของดวงอาทิตย์ เป็น $+12^\circ 54'$

วิธีทำ

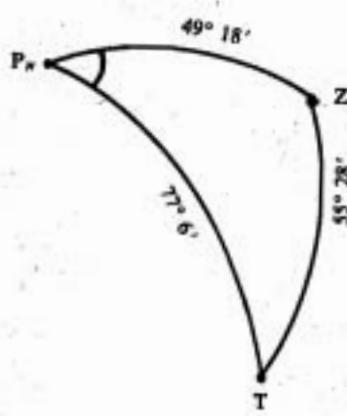
ในสามเหลี่ยมดาวร้าคาดอร์ $ZP_{\text{N}}T$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} TZ &= 90^\circ - \text{ระดับความสูง} \\ &= 90^\circ - 34^\circ 32' \\ &= 55^\circ 28' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} TP_{\text{N}} &= 90^\circ - \text{ความนำยเบน} \\ &= 90^\circ - 12^\circ 54' \\ &= 77^\circ 6' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } ZP_{\text{N}} &= 90^\circ - \text{ละติจูด} \\ &= 90^\circ - 40^\circ 42' \\ &= 49^\circ 18' \end{aligned}$$

ดังรูป 7.5.1



ญี่ปุ่น 7.5.1

จากกฎคราไชน์สำหรับด้าน ให้ได้ว่า

$$\begin{aligned}\cos P_N &= \frac{\cos 55^\circ 28' - (\cos 77^\circ 6')(\cos 49^\circ 18')}{(\sin 77^\circ 6')(\sin 49^\circ 18')} \\ &= \frac{(0.56689) - (0.22325)(0.65210)}{(0.97476)(0.75813)} \\ &= 0.57011\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore P_N &= \cos^{-1} 0.57011 \\ &= 55^\circ 14' 30''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ } \angle ZP_N T &= 55^\circ 14' 30'' \\ &= 3^h 40^m 58^s\end{aligned}$$

ดังนั้น จึงได้ว่า

1) ก่อนเที่ยงวันเวลาท้องถิ่นปีรากฎ คือ

$$\begin{aligned}12^h - 3^h 40^m 58^s &= 8^h 19^m 2^s \\ &= 8 : 19 : 2 \text{ A.M.}\end{aligned}$$

2) หลังเที่ยงวันเวลาท้องถิ่นปีรากฎ คือ

$$\begin{aligned}12^h + 3^h 40^m 58^s &= 15^h 40^m 58^s \\ &= 3 : 40 : 58 \text{ P.M.}\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 7.5.2 จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎ ขณะดวงอาทิตย์ขึ้นและดวงอาทิตย์ตก ที่ละติจูด $64^\circ 9'$ เหนือ เมื่อความบ่ายเบนของดวงอาทิตย์เป็น $15^\circ 45'$

วิธีทำ

ในสามเหลี่ยมตารางศาสตร์ $ZP_N T$ จะได้ว่า

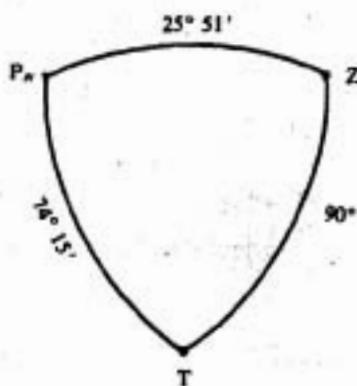
$$\begin{aligned} TZ &= 90^\circ - \text{ระดับความสูง} \\ &= 90^\circ - 0^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

(เพราะว่า เมื่อทางอาทิตย์ขึ้นและทางอาทิตย์ตกนั้น จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์อยู่บนเส้นขอบฟ้า ระดับความสูงจึงเท่ากับ 0°)

$$\begin{aligned} TP_N &= 90^\circ - \text{ความป่ายเบน} \\ &= 90^\circ - 15^\circ 45' \\ &= 74^\circ 15' \end{aligned}$$

และ	$ZP_N = 90^\circ - \text{ละติจูด}$
	$= 90^\circ - 64^\circ 9'$
	$= 25^\circ 51'$

จึงได้ว่า สามเหลี่ยม $ZP_N T$ เป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมด้านล่าง ดังรูป 7.5.2



รูป 7.5.2

และสามเหลี่ยมเชิงข้าง $Z'P_N T'$ ของสามเหลี่ยม $ZP_N T$ ย่อมเป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมด้านล่างนี้

$$\begin{aligned} \angle Z' &= 180^\circ - TP_N \\ &= 180^\circ - 74^\circ 15' \\ &= 105^\circ 45' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \angle T' &= 180^\circ - ZP_N \\
 &= 180^\circ - 25^\circ 51' \\
 &= 154^\circ 9' \\
 \angle P'_N &= 180^\circ - TZ \\
 &= 180^\circ - 90^\circ \\
 &= 90^\circ
 \end{aligned}$$

จากสามเหลี่ยมเชิงตรงก omn มาก $Z'P'_NT'$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \cos P'_N &= \cot T' \cot Z' \\
 &= (\cot 154^\circ 9')(\cot 105^\circ 45') \\
 &= (-\cot 25^\circ 51')(-\cot 74^\circ 15') \\
 &= (-2.0640) - (0.28203) \\
 &= 0.58211
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P'_N &= \cos^{-1}(0.58211) \\
 &= 54^\circ 24' 3"
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \angle P_N &= 180^\circ - P'_N \\
 &= 180^\circ - 54^\circ 24' 3" \\
 &= 125^\circ 35' 57"
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{นั่นคือ } \angle ZP_NT &= 125^\circ 35' 57" \\
 &= 8^h 22m 24s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ตั้งนั้น เวลาท้องถิ่นปีรากฐานของดวงอาทิตย์ขึ้น} &= 12^h - 8^h 22m 24s \\
 &= 3:37:36 \text{ A.M.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{และเวลาท้องถิ่นปีรากฐานของดวงอาทิตย์ตก} &= 12^h + 8^h 22m 24s \\
 &= 20^h 22m 24s \\
 &= 8:22:24 \text{ P.M.}
 \end{aligned}$$

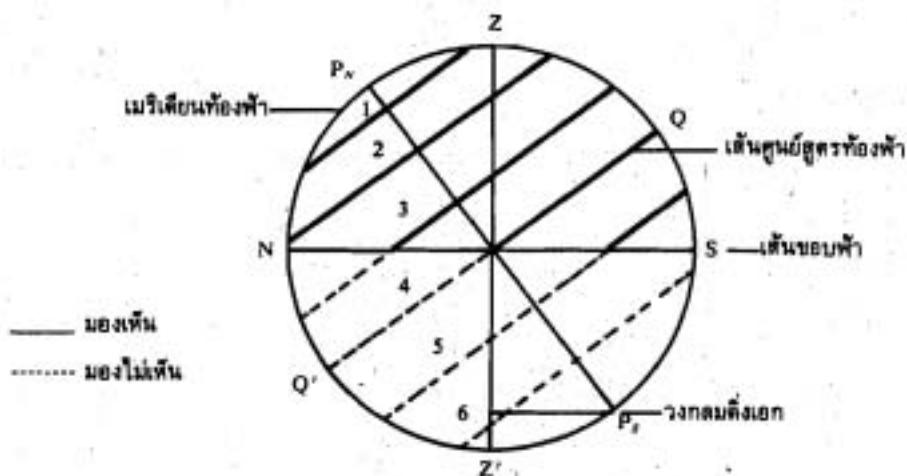
แบบฝึกหัด 7.5

1. จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎห้างก่อนเที่ยงวันและหลังเที่ยงวัน ของสถานที่แห่งหนึ่งซึ่งอยู่ที่
ละติจูด $62^{\circ} 37' 48''$ เหนือ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $40^{\circ} 10'$ และความป่ายเบน
ของดวงอาทิตย์เป็น $15^{\circ} 38'$
2. จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎที่กรุงวารչิงตัน ด.ซ. ซึ่งอยู่ที่ละติจูด $38^{\circ} 55'$ เหนือ ในขณะเวลา
หลังเที่ยงวัน เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $25^{\circ} 40'$ เหนือ และความป่ายเบนของ
ดวงอาทิตย์เป็น $-19^{\circ} 15'$
3. จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎในตอนเช้า ที่
 - 3.1) ละติจูด 39° เหนือ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น 22° และความป่ายเบนของ
ดวงอาทิตย์เป็น $+20^{\circ}$
 - 3.2) ละติจูด $45^{\circ} 24'$ เหนือ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $24^{\circ} 12'$ และความป่ายเบน
ของดวงอาทิตย์เป็น $+13^{\circ} 16'$
 - 3.3) ละติจูด $25^{\circ} 14'$ เหนือ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $38^{\circ} 26'$ และความป่ายเบน
ของดวงอาทิตย์เป็น $-18^{\circ} 16'$
4. จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎในตอนบ่าย ที่
 - 4.1) ละติจูด $40^{\circ} 42'$ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $28^{\circ} 26'$ และความป่ายเบน
ของดวงอาทิตย์เป็น $-8^{\circ} 16'$
 - 4.2) ละติจูด $42^{\circ} 45'$ เมื่อระดับความสูงของดวงอาทิตย์เป็น $38^{\circ} 36'$ และความป่ายเบนของ
ดวงอาทิตย์เป็น $+18^{\circ} 27'$
5. จงหาเวลาท้องถิ่นปีรากฎและดวงอาทิตย์ขึ้น และดวงอาทิตย์ตก ในวันที่ดวงอาทิตย์มีความ
ป่ายเบนเป็น $+20^{\circ} 32'$ ที่
 - 5.1) Acapulco (มีละติจูดเป็น $16^{\circ} 49'$ เหนือ)
 - 5.2) Fairbanks (มีละติจูดเป็น $64^{\circ} 51'$ เหนือ)
 - 5.3) Harrisburg (มีละติจูดเป็น $40^{\circ} 16'$ เหนือ)

7.6 ตัวแหน่งเฉพาะของดวงดาว

เนื่องจากโลกหมุนรอบตัวเอง ทำให้ท้องฟ้าปรากฏหมุนไปด้วย และในขณะเดียวกันที่ท้องฟ้าปรากฏหมุนไปด้วย ดวงดาวซึ่งดูเหมือนว่าติดอยู่ที่ฟ้าในขณะที่วงกลมท้องฟ้า ก็จะปรากฏเคลื่อนที่ตามแนวเป็นวงกลม เรียกว่า วงกลมไคลอยอร์นัล (diurnal circle) ของดวงดาว วงกลมไคลอยอร์นัลของดวงดาวทุก颗จะมีขนาดแตกต่างกัน โดยดวงดาวทุก颗พวกรากที่เคลื่อนที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรพอดี จะมีวงกลมไคลอยอร์นัลใหญ่ที่สุด จึงเป็นดวงพวกรากที่เคลื่อนที่ช้าที่สุด ส่วนดวงพวกรากที่อยู่ห่างจากเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าออกไป จะมีวงกลมไคลอยอร์นัลเล็กลง ๆ จนเป็นจุด ณ. จุดนี้ห้องฟ้าหันส่อง ดวงพวนี้จึงเป็นดวงพวกรากที่เคลื่อนที่เร็วขึ้น ๆ ตามลำดับ

อนึ่ง ถ้าผู้สร้างเกตการณ์มีตัวแหน่งอยู่ระหว่างเส้นศูนย์สูตรและข้าวโลกเห็นด้วย สมมติอยู่ด้านตะวันตก ของดวงดาว ข้าวห้องฟ้าจึงอยู่สูงจากระนาบเส้นขอบฟ้าเท่ากับมุมของตะวันตก และระนาบเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าก็จะเอียงทำมุมกับระนาบของวงกลมตั้งเอกตัวมุมที่เท่ากัน เราจึงรู้ตัวแหน่งของดวงดาว ซึ่งอาจแบ่งได้เป็น 6 กลุ่ม ดังรูป 7.6.1



รูป 7.6.1

ดวงกลุ่มที่ 1 เป็นดวงกลุ่มที่ปรากฏอยู่เหนือเส้นขอบฟ้าเสมอ และไม่ตัดวงกลมตั้งเอก夷

ดวงกลุ่มที่ 2 เป็นดวงกลุ่มที่ปรากฏอยู่เหนือเส้นขอบฟ้า แต่ตัดฝ่าวงกลมตั้งเอก夷 (เฉพาะในการณ์ที่ผู้สร้างเกตการณ์อยู่เหนือละติจูด 45°)

หมายเหตุ ดาวกู้มที่ 1 และกู้มที่ 2 นี้ จะมองเห็นตลอดเวลา ถ้าหากมีความนิ่ดปกคลุมท้องฟ้า เรียกว่ากู้มดาวนี้ว่า ดาวรอบขั้วเหนือ (northern circumpolar stars)

ดาวกู้มที่ 3 เป็นดาวกู้มที่ปรากฏขึ้นเหนือเส้นขอบฟ้า และออกได้เส้นขอบฟ้า โดยใช้เวลาที่ปรากฏอยู่ทางด้านเหนือเส้นขอบฟ้ามากกว่าทางด้านใต้เส้นขอบฟ้า

ดาวกู้มที่ 4 เป็นดาวกู้มที่ปรากฏอยู่บนเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า โดยใช้เวลาที่ปรากฏอยู่ทางด้านเหนือและด้านใต้เส้นขอบฟ้าเท่า ๆ กัน

ดาวกู้มที่ 5 เป็นดาวกู้มที่ปรากฏขึ้นเหนือเส้นขอบฟ้า เป็นเวลาหนึ่งกว่าทางด้านใต้เส้นขอบฟ้า

หมายเหตุ เรียกดาวในกู้มที่ 3, 4 และ 5 ว่า ดาวแทนเส้นศูนย์สูตร (equatorial stars)

ดาวกู้มที่ 6 เป็นดาวที่ไม่เคยปรากฏเหนือเส้นขอบฟ้าเลย (คืออยู่ใต้เส้นขอบฟ้าเสมอ)

หมายเหตุ ดาวกู้มที่ 6 นี้จะไม่ปรากฏให้ผู้สังเกตการณ์เห็นเลย เราเรียกดาวกู้มนี้ว่า ดาวรอบขั้วใต้ (southern circumpolar stars)

ถ้าผู้สังเกตการณ์อยู่บนเส้นศูนย์สูตร คือ อよ. ๘๔° ๘๗' ๐ องศา ซึ่งตำแหน่งนี้ ระหว่างเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าทั้งจากกับระหว่างเส้นขอบฟ้าพอดี วงกลมไคลอโรนัลของดาวซึ่งขานานกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า จึงตั้งฉากกับเส้นขอบฟ้าด้วย และเส้นขอบฟ้าจะตัดวงกลมไคลอโรนัล ของดาวที่ละเวลากลางเป็นครึ่งวงกลมสองส่วนเท่า ๆ กัน ดังนั้นดาวทุกดวงจึงใช้เวลาหนึ่งเดือนบนฟ้า กับใต้เส้นขอบฟ้าเท่ากัน กล่าวคือ อよ. ๘๔° ๘๗' ๐ องศาเหนือเส้นขอบฟ้า ๑๒ ชั่วโมง และอยู่ใต้เส้นขอบฟ้า ๑๒ ชั่วโมง นั่นเอง

ถ้าผู้สังเกตการณ์อยู่ อ. ๙๐° ๘๗' ๐ องศาเหนือ ซึ่งตำแหน่งจะตั้งอยู่ ๙๐ องศาเหนือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าป้อมทันกับเส้นขอบฟ้าพอดี และตำแหน่งของจุดเหนือศีรษะ จะตรงกับขั้วท้องฟ้าเหนือ วงกลมไคลอโรนัลของดาวซึ่งขานานกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าเสมอ จึงต้องขานานกับเส้นขอบฟ้าด้วย จึงได้ว่า ดาวทางซิกเนอ ของทรงกลมฟ้าจะปรากฏเหนือเส้นขอบฟ้าตลอดเวลา โดยดาวเหล่านี้หมุนรอบอุตหนือศีรษะเป็นวงกลม

ข้อสังเกต

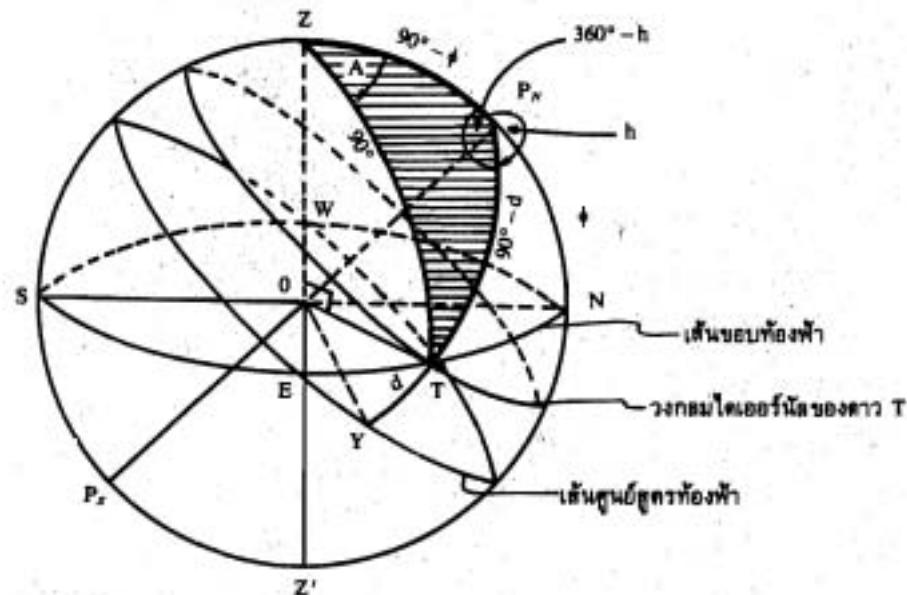
จะสังเกตเห็นว่า ผู้สังเกตการณ์ที่อยู่ ณ. ข้าวโลกเหนือ (ใต้) นี้จะไม่สามารถมองเห็นกิ่ง
ดาวที่อยู่ทางซีกใต้ (เหนือ) ของทรงกลมพื้นเย็บ

ลองไปเรายังพิจารณาตำแหน่งของวัตถุพื้น (เช่น ดวงดาว) บนเส้นและบนวงโคจร โดยจะ
หาค่ามุมชั่วโมง (h) และแอซิมัท (A) ของวัตถุพื้นในบนเส้นและบนวงโคจร

สมมติให้ผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ. ละติจูด ϕ องศาเหนือ เราต้องการหามุมชั่วโมง (h) และ
แอซิมัท (A) ของดาว T บนเส้น คือ บนเส้นที่ดาว T กำลังอยู่บนเส้นขอบฟ้าทางตะวันออกพอดี
เมื่อดาว T นั้น มีราห์แอลเซนชัน $= \alpha$ ชั่วโมง และมีความป่ายเบน $= d$ องศาเหนือ

จากผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ. ละติจูด ϕ องศาเหนือ ขั้นตอนของห้องฟ้าซึ่งมีระดับความสูง
(ส่วนโถง NP_s) = ϕ องศา ดาว T มีความป่ายเบน $= d$ องศาเหนือ จึงปรากฏเคลื่อนที่อยู่เฉย
เห็นศูนย์ศูนยวัตถุท้องฟ้าขึ้นไปทางเหนือ ผลก็คือ ดาว T จะมีทั้งชั่วโมงและตก โดยชั่วโมงเดียวกันบนพื้นในช่วง
จากตะวันออกถึงเหนือ (ส่วนโถง EN) และตกในช่วงจากตะวันตกถึงเหนือ (ส่วนโถง WN)

ดังรูป 7.6.2



รูป 7.6.2

จากรูป 7.6.2 ให้ดาว T อยู่ทางทิศตะวันออกของเมริเดียนห้องฟ้า สามารถคำนวณหา
มุมชั่วโมง (h) และแอซิมัท (A) ของดาว T บนเส้นได้จากสามเหลี่ยมตราสามเหลี่ยม ZP_sT โดยที่
ส่วนโถง $ZT = 90^\circ$ (เพราะว่า ดาว T อยู่บนเส้นขอบฟ้าพอดี)

$$YT = d \quad \text{คงที่} \quad TP_N = 90^\circ - d$$

$$ZP_N = NZ - NP_N = 90^\circ - \Phi$$

$$\angle ZP_N T = 360^\circ - h \quad (= 24^\circ - h)$$

และ $\angle P_n ZT = \text{ส่วนโถ้ง NT เมื่อคิดแยกชิ้นที่จากเห็นของไปทางตะวันออก}$
 $\text{จากสามเหลี่ยมเชิงตรงกROM } ZP_n T \text{ โดยกราฟใช้น้ำสำหรับด้าน จะได้ว่า}$

$$\cos 90^\circ = \cos(90^\circ - d) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - d) \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(360^\circ - h)$$

$$0 = \sin d \sin \phi + \cos d \cos \phi \cos h$$

$$\therefore \cos h = \frac{-\sin d \sin \phi}{\cos d \cos \phi}$$

七

และจากสูตรโคล่าไซน์สำหรับด้านเชิงแคลิวเก้น จะได้ว่า

$$\cos(90^\circ - d) = \cos(90^\circ - \phi) \cos 90^\circ + \sin(90^\circ - \phi) \sin 90^\circ \cos A$$

$$\sin d = \sin \phi(0) + \cos \phi(1) \cos A$$

$$\therefore \cos A = -\frac{\sin d}{\cos \phi} \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (1) และ (2) เมื่อเราทราบค่าอะตอมูค (q) ของผู้สั่งเกตการณ์ และความป่วยเบน (d) ของดาว T เราจึงสามารถหาอนุรุ่วไม้ (h) และแอลซิมัท (A) ของดาว T ขณะเข้าไปได้

ในท่านองเดียวกัน เราสามารถแสดงได้ว่า ค่ามุมชี้ไว้ใน (h) และเนอธิมัท (A) ของดาว T ขณะนี้ ก็หาได้จากสมการ (1) และ (2) เช่นเดียวกัน

הוּא וְלֹא

1) เมื่อผู้สังเกตการณ์ปู ณ. ตำแหน่งละติจูด + องศาเหนือ คือ อญเชียงเด่นศูนย์ศูนย์รัตน์ไปทางเหนือ

ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) เป็นบวก ($d > 0$) หรืออยู่เฉียงด้านซ้ายสูตรท้องฟ้าไปทางข้าวท้องฟ้าเหนือ แล้วดาว T จะขึ้นในช่วงตะวันออกถึงเหนือ และตกในช่วงตะวันตกถึงเหนือ โดยในขณะที่ขึ้น จะมีมุมชั่วโมง (h) คือ $12^\circ < h < 18^\circ$ และแอลซิมัท (A) จากเหนือ คือ $0^\circ < A < 90^\circ$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมง คือ $6^\circ < h < 12^\circ$ และแอลซิมัทจากเหนือ $270^\circ < A < 360^\circ$

ถ้าดาว T มีความบ่ายเบน (d) เป็นลบ ($d < 0$) หรืออยู่เฉยเดือนศูนย์สูตรท้องฟ้าไปทางข้าวท้องฟ้าได้ แล้วดาว T จะเข้าในช่วงตะวันออกถึงได้ และตกในช่วงตะวันตกถึงได้ โดยในขณะที่

ชั้นมีมุมชี้ว่าไมง (h) คือ $18^\circ < h < 24^\circ$ และแอลซิมัท (A) จากเห็นอ คือ $90^\circ < A < 180^\circ$ และในขณะที่ตอกจะมีมุมชี้ว่าไมง คือ $0^\circ < h < 6^\circ$ และแอลซิมัท (A) จากเห็นอ คือ $180^\circ < A < 270^\circ$

ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) เท่ากับ 0 ($d = 0$) หรือดาวอุบัณฑ์เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าพอดี จะได้ว่าดาว T จะขึ้นที่ทิศตะวันออก (E) และตกที่ทิศตะวันตก (W) โดยในขณะที่ขึ้นจะมีมุมชี้ว่าไมงเป็น 18° และแอลซิมัท A จากเห็นอ คือ 90° และในขณะที่ตกจะมีมุมชี้ว่าไมงเป็น 6° และแอลซิมัท A จากเห็นอ คือ 270°

2) เมื่อผู้ตั้งเกตการณ์อยู่ ณ. ตำแหน่งละติจูด + องศาใต้ คือ อุปจีบทเส้นศูนย์สูตรลงมาทางใต้ ก็สามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันกับ 1)

3) ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) ตรงกับละติจูดร่วม ($90^\circ - \phi$) และมีเครื่องหมายเหมือนกัน จะเป็นกสุ่มดาวที่ขึ้นโดยไม่ตก แต่ถ้ามีเครื่องหมายต่างกัน จะเป็นกสุ่มดาวที่ไม่เคยขึ้นอุปจีบทเส้นฟ้าเลย

ตัวอย่าง 7.6.1 ดาว T มีความป่ายเบน (d) $+12^\circ 54'$ ($12^\circ 54'$ เห็นอ) ขณะที่ดาวดวงนี้กำลังจะขึ้นและตกผ่านเส้นขอบฟ้า ณ. ละติจูด ($\phi = 40^\circ 42'$ เห็นอ) ความมุมชี้ว่าไมง (h) และแอลซิมัท (A) เป็นเท่าไร

วิธีท่า

จาก (1) ได้ว่า

$$\cos h = -\tan d \tan \phi$$

ในที่นี่ $d = 12^\circ 54'$, $\phi = 40^\circ 42'$

$$\begin{aligned} \therefore \cos h &= -\tan(12^\circ 54') \cdot \tan(40^\circ 42') \\ &= -(0.22903)(0.86014) \\ &= -0.19700 \\ h &= \cos^{-1}(-0.19700) \\ &= 180^\circ + 78^\circ 38' 18'', 180^\circ - 78^\circ 38' 18'' \\ &= 258^\circ 38' 18'', 101^\circ 21' 42'' \\ &= 17^\circ 14' 33.2', 6^\circ 45' 26.8' \end{aligned}$$

และจาก (2) ได้ว่า

$$\cos A = \frac{\sin d}{\cos \phi}$$

$$\cos A = \frac{\sin 12^\circ 54'}{\cos 40^\circ 42'}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{0.22325}{0.75813} \\
 &= 0.29447 \\
 \therefore A &= \cos^{-1}(0.29447) \\
 &= 72^\circ 52' 28'', 360^\circ - 72^\circ 52' 28'' \\
 &= 72^\circ 52' 28'', 287^\circ 7' 32''
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จึงได้ว่า

ดาว T ขณะกำลังจะขึ้นฝ่ามือสันขอบฟ้ามีมุมชั่วโมงเป็น $17^\circ 14' 33.2''$ และมีแอซิมัท เท่ากับ $72^\circ 52' 28''$ และขณะกำลังจะตกฝ่ามือสันขอบฟ้าก็มีมุมชั่วโมงเป็น $6^\circ 45' 26.8''$ และมี แอซิมัทเท่ากับ $287^\circ 7' 32''$

ตัวอย่าง 7.6.2 ถ้าดวงอาทิตย์ที่วอชิงตัน ด.ซ. ชั่วงค์ที่ละติจูด $38^\circ 55'$ เหนือ มีความ น่ายเบนเป็น $-19^\circ 15'$ ($19^\circ 15'$ ใต้) แล้วขณะดวงอาทิตย์ขึ้น และดวงอาทิตย์ตก มีมุมชั่วโมง และแอซิมัทเป็นเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \cos h &= -\tan d \tan \phi \\
 \text{ในที่นี้ } d &= -19^\circ 15', \phi = 38^\circ 55' \\
 \therefore \cos h &= -\tan(-19^\circ 15') \tan 38^\circ 55' \\
 &= -(-0.34922)(0.80738) \\
 &= 0.28195 \\
 \therefore h &= \cos^{-1}(0.28195) \\
 &= 73^\circ 37' 24'', 360^\circ - 73^\circ 37' 24'' \\
 &= 73^\circ 37' 24'', 286^\circ 22' 36'' \\
 &= 4^\circ 54' 29.6', 19^\circ 5' 30.4'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{และจาก } \cos A &= \frac{\sin d}{\cos \phi} \\
 \therefore \cos A &= \frac{\sin(-19^\circ 15')}{\cos 38^\circ 55'} \\
 &= \frac{-0.32969}{0.77806} \\
 &= -0.42373
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \cos^{-1}(-0.42373) \\
 &= 180^\circ - 64^\circ 55' 47'', 180^\circ + 64^\circ 55' 47'' \\
 &= 115^\circ 4' 13'', 244^\circ 55' 47''
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ขนาดของอาติบีจะรีบนฝ่ามือบนพื้น มีมุมชี้ไว้เป็น $19^\circ 5' 30.4''$ และมียอดซึ่งมีทั้ง $115^\circ 4' 13''$ และขนาดของอาติบีจะตกฝ่ามือบนพื้นมีมุมชี้ไว้เป็น $4^\circ 54' 29.6''$ และมียอดซึ่งมีทั้ง $244^\circ 55' 47''$

แบบฝึกหัด 7.6

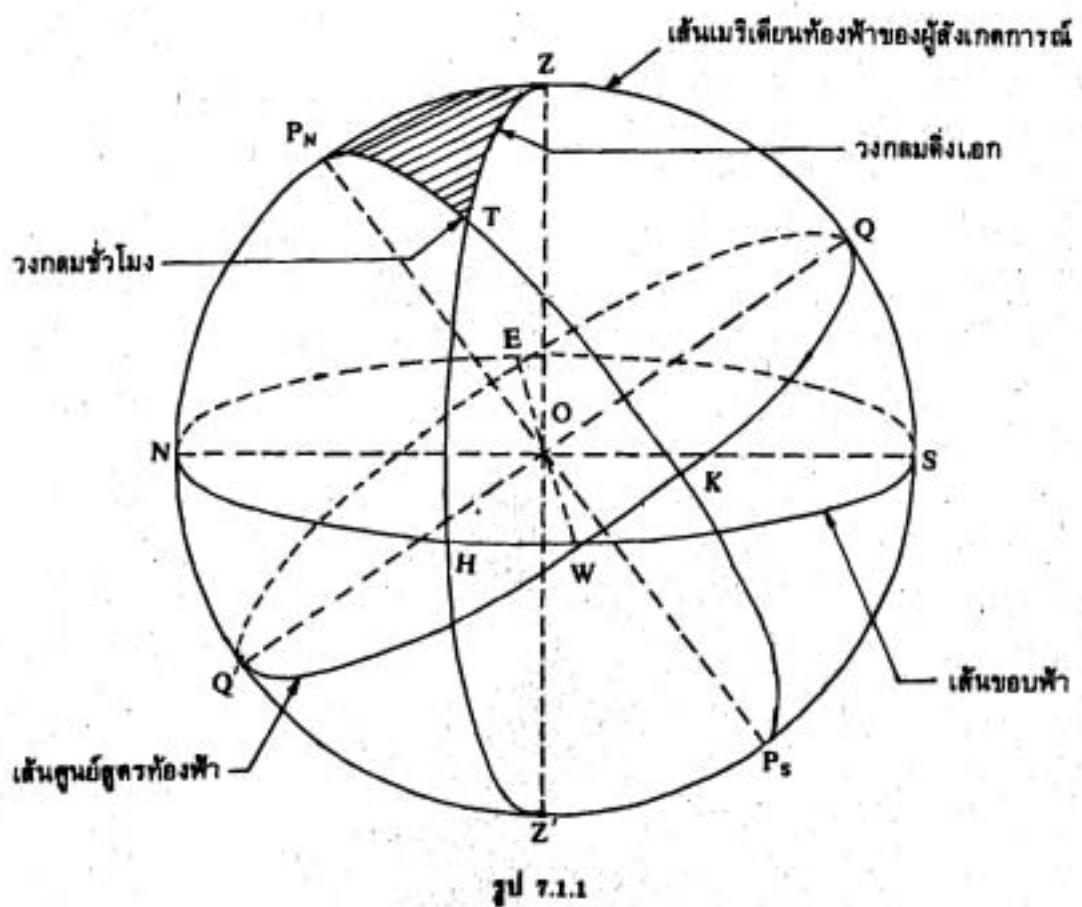
ให้วัตถุพื้นที่ T มีความกว้างยาวเป็น d จังหวะมุมชี้ว่าโงง (h) และแยลซิมิก (A) ของดาว T ขณะที่กำลังจะขึ้นและตกฝ่านด้านบนพื้นที่ ณ. ระดับอุบัติ ให้ d และ h มีค่าดังนี้

1. $d = +15^\circ 38'$, $h = 62^\circ 37'$ เหนือ
2. $d = +20^\circ$, $h = 39^\circ$ เหนือ
3. $d = +13^\circ 16'$, $h = 45^\circ 24'$ เหนือ
4. $d = -18^\circ 16'$, $h = 25^\circ 14'$ เหนือ
5. $d = -8^\circ 16'$, $h = 40^\circ 42'$ เหนือ
6. $d = +20^\circ 32'$, $h = 16^\circ 49'$ เหนือ
7. $d = -12^\circ 28'$, $h = 37^\circ 22'$ เหนือ
8. $d = -10^\circ 48'$, $h = 26^\circ 18'$ เหนือ
9. $d = +14^\circ 30'$, $h = 69^\circ 18'$ เหนือ

บทสรุป บทประยุกต์เกี่ยวกับทรงกลมท้องฟ้า

7.1 ลักษณะของทรงกลมท้องฟ้า

ในเวลาปกติเราจะเห็นดวงดาวปรากฏในรากฐานจักรรา�ทางข่ายอยู่ทั่วไปในท้องฟ้า ซึ่งมีลักษณะคล้ายครึ่งทรงกลมกลวง เราเรียกทรงกลมกลวงที่เปรียบเสมือนว่ามีดาวติดอยู่ที่ด้านในนี้ว่า ทรงกลมท้องฟ้า (celestial sphere) ที่จำลองทรงกลมท้องฟ้า ดังรูป 7.1.1



ในรูป 7.1.1 ให้เป็นทรงกลมห้องฟ้าที่มีโลก (คือ จุด O) เป็นจุดศูนย์กลาง
จุดและวงกลมใหญ่ที่เป็นอิสระจากผู้สังเกตการณ์ (observer) มีดังนี้

1) จุด P_n เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าเหนือ (north celestial pole) จุด P_s เรียกว่า ขั้วท้องฟ้าใต้ (south celestial pole) ซึ่งเป็นจุดตัดระหว่างแกนของโลกกับทรงกลมห้องฟ้า

2) วงกลมใหญ่ $EQWQ'$ เรียกว่า เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า (celestial equator) ซึ่งก็คือจากการ
ตัดกันของระหว่างเส้นศูนย์สูตรของโลกกับทรงกลมห้องฟ้า หรืออาจกล่าวได้ว่า เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า
ก็คือ เส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกเป็นวงกว้างจนกระทั่งจราจรทางกลมห้องฟ้า ในทำนอง
เดียวกัน ระหว่างเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ก็คือ ระหว่างเส้นศูนย์สูตรของโลกที่ขยายออกไปจนกระทั่ง
ทางกลมห้องฟ้านั้นเอง

อนึ่ง เส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าจะอยู่ห่างจากจุดขั้วท้องฟ้าเหนือ P_n และจุดขั้วท้องฟ้าใต้ P_s
เท่ากับ 90 องศา

3) เมริเดียนห้องฟ้า (celestial meridian) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ๆ ที่ผ่านหัวขั้วห้องฟ้า
เหนือ P_n และขั้วห้องฟ้าใต้ P_s

จาก รูป 7.1.1 จุดและวงกลมใหญ่ที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของผู้สังเกตการณ์มีดังนี้

1) จุดเหนือศีรษะ (zenith) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมห้องฟ้า
ที่อยู่ในแนวตรงเหนือศีรษะของผู้สังเกตการณ์

2) จุดใต้เท้า (nadir) ของผู้สังเกตการณ์ คือ จุด Z' ซึ่งเป็นจุดบนทรงกลมห้องฟ้าที่อยู่
ทางลักษณะหนึ่งและอยู่ในแนวเดียวกันกับจุดเหนือศีรษะ

ข้อสังเกต จุด Z และ Z' เป็นจุดตัดบนทรงกลมห้องฟ้าของเส้นที่เชื่อมระหว่างตำแหน่ง
ของผู้สังเกตการณ์กับจุดศูนย์กลางของโลกและจุดเหนือศีรษะของคนหนึ่ง ก็คือ จุดใต้เท้าของ
คนที่อยู่บนโลก ณ ตำแหน่งตรงกันข้าม

3) เส้นขอบฟ้า (celestial horizon) ของผู้สังเกตการณ์ คือ วงกลมใหญ่ที่อยู่ห่างจากจุด
เหนือศีรษะ (จุด Z) และจุดใต้เท้า (จุด Z') เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา ในรูป 7.1.1 คือ วงกลมใหญ่
NESW ซึ่งก็คือระหว่างที่ตั้งฉากกับวงกลมแนวตั้งและผ่านผู้สังเกตการณ์ (คือจุดศูนย์กลางของโลก)

4) เมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ (observer's celestial meridian) คือ เมริเดียน
ห้องฟ้าที่ผ่านจุดเหนือศีรษะ ในรูป 7.1.1 ได้แก่ เมริเดียน P_nZP_s

จากรูป 7.1.1 สำหรับวัตถุฟ้า T ใดๆ จะได้ว่า

1) วงกลมแนวตั้งของ T (vertical circle of T) คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ที่อยู่ในแนวตั้ง (หรือ
แนวตั้ง) บนทรงกลมห้องฟ้าซึ่งผ่านจุดเหนือศีรษะผ่านจุด T ผ่านจุดใต้เท้าและตั้งไว้ตั้งฉากกับเส้นขอบ

พื้นจากกรุ๊ป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ ZTHZ' โดย H เป็นจุดศูนย์ที่ตัดกับเส้นขอบฟ้า NESW วงกลม คู่ที่ตั้งจากกับเมริเดียนห้องฟ้าเรียกว่า วงกลมตั้งเฉอก (prime vertical circle) นั้นแสดงว่า เมริเดียนห้องฟ้ากับวงกลมตั้งเฉอกอยู่ห่างกัน 90° และวงกลมใหญ่ทั้งสองนี้ก็แบ่งวงกลมห้องฟ้าออกเป็น สี่ส่วนเท่า ๆ กัน และจุดศูนย์กลางวงกลมตั้งเฉอกกับเส้นขอบฟ้าบนทรงกลมห้องฟ้าคือจุดตะวันออก (E) และจุดตะวันตก (W) ซึ่งจุดหังสองนี้จะอยู่บนแนวตั้งของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้ากับเส้นห้องฟ้า

2) ระดับความสูงของ T (altitude of T) คือ ระยะเชิงมุม (angular distance) จากเส้นขอบฟ้าของ T จากกรุ๊ป 7.1.1 ระดับความสูงของ T คือ ส่วนโถง HT ระดับความสูงของ T จะมีค่าเป็นบวก (+) เมื่อ T อยู่เหนือเส้นขอบฟ้า และจะมีค่าเป็นลบ (-) เมื่อ T อยู่ใต้เส้นขอบฟ้า ค่าระดับความสูง มีได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

3) ระยะเห็นอีศรีราชนของ T (zenith distance of T) ก็คือ 90° - ระดับความสูงของ T ระยะเห็นอีศรีราชนของ T มีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 90 องศา

4) แอลซิมัทของ T (azimuth of T) คือ มุมระหว่างเมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ กับวงกลมแนวตั้งที่ผ่าน T จากกรุ๊ป 7.1.1 คือ มุม P_NZT โดยทั่ว ๆ ไป วัดในตามเด่นขอบฟ้าจาก จุดเหนือ (จุด N) วนไปทางตะวันออก จนกระทั่งถึงวงกลมแนวตั้งที่ผ่านค่าแฟรงก์ที่ต้องการจะบอกร (ในที่นี้คือ จุด H) (นั้นคือ วัดวนไปตามเข็มนาฬิกานั้นเอง) สำหรับวัดถูกที่อยู่ทางซิกฟ้าตะวันออก ค่าแอลซิมัทจะมีค่าน้อยกว่า 180 องศา แต่สำหรับวัดถูกที่อยู่ทางซิกฟ้าตะวันตก ค่าแอลซิมัทจะมีค่ามากกว่า 180 องศา เนื่องจากการนองค่าแอลซิมัทสามารถตรวจสอบความถูกต้องของระบบ ซึ่งมีค่าได้ตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา โดยไม่จำเป็นต้องกำหนดเครื่องหมายหรือทิศประกอบ

5) วงกลมชั่วโมงของ T (hour circle of T) คือ วงกลมใหญ่ที่ผ่านชั่วห้องฟ้าทั้งสองฝ่าย จุด T และตั้งให้ตัดกับเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ในทางปฏิบัตินิยมคิดเฉพาะครึ่งวงกลม คือ คิคระยะ ส่วนโถงของวงกลมจากชั่วห้องฟ้าเหนือฝ่ายเด่นศูนย์สูตรห้องฟ้าจนถึงชั่วห้องฟ้าใต้ และฝ่าย จุด T จากกรุ๊ป 7.1.1 คือ ครึ่งวงกลมใหญ่ P_NTKP' โดย K เป็นจุดที่วงกลมชั่วโมงตัดกับเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า (อาจกล่าวได้ว่า วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดเหนือศรีราชน z ก็คือ เมริเดียนห้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์)

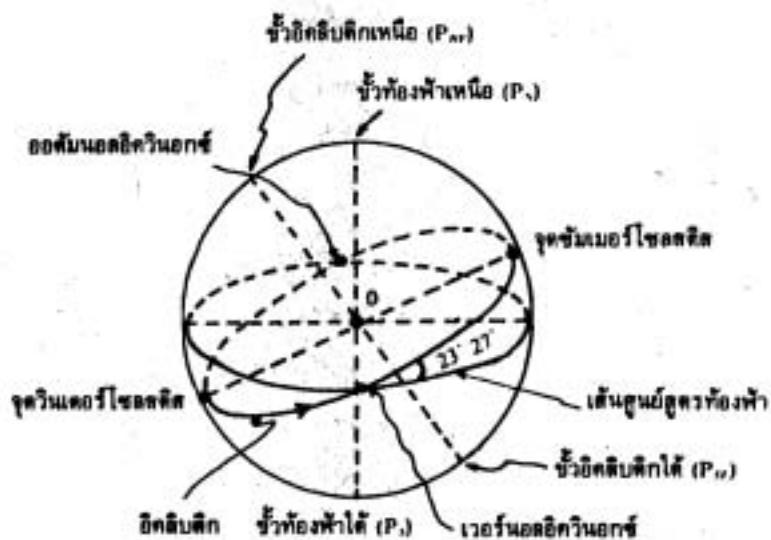
6) ความป่ายเบนของ T (declination of T) คือ ระยะเชิงมุมที่วัดขึ้นไปทางเหนือหรือลงมา ทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ตามวงกลมชั่วโมงจนถึง จุด T โดยใช้เครื่องหมาย + หรือ - แทนความหมายว่า T อยู่ทางเหนือหรือทางใต้ของเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าตามค่าศูนย์ จากกรุ๊ป 7.1.1 ความป่ายเบนของ T ก็คือ ส่วนโถง KT

7) ระยะเชิงชั่วของ T (polar distance of T) ก็คือ คำ 90° - ความป่ายเบนของ T

8) มุมชั่วโมงของ T (hour angle of T) ก็คือ มุมระหว่างเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ กับวงกลมชั่วโมงที่ผ่าน T โดยวัดจากเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปทางทิศตะวันตก (วัดทวนเข็มนาฬิกา) อาจมีค่าตั้งแต่ 0 องศา ถึง 360 องศา ค่ามุมชั่วโมงของ T มีความหมายว่า T ได้เคลื่อนที่ผ่านเมริเดียนท้องฟ้าของผู้สังเกตการณ์ไปนานเท่ากับค่านั้นนั่นเอง จึงสามารถบอกได้ว่า วัดดูฟ้า T นั้นจะคลบลับขอบฟ้าหรือยัง จากรูป 7.1.1 คือ $\angle ZP_n T$

เนื่องจากการหมุนของโลกจึงทำให้ค่ามุมชั่วโมงเปลี่ยนไปตามเวลาด้วยอัตราช้าในระดับ 15 องศา ดังนั้น ค่ามุมชั่วโมงจึงอาจวัดเป็นเวลาตั้งแต่ 0 ชั่วโมง ถึง 24 ชั่วโมง

มีตักษณะที่สำคัญบางอย่างบนทรงกลมห้องฟ้าที่เกี่ยวพันกับการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ เนื่องจากการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ทำให้เราสังเกตเห็นว่า ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ตามเส้นทางพิการไปครบรอบตามแนวทางบนทรงกลมห้องฟ้า โดยทำมุมกับเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้าประมาณ $23^{\circ} 27'$ แนวทางนี้เรียกว่า อิคลิปติก (ecliptic) ดังนั้น ระยะทางอิคลิปติกจึงตัดกับระยะทางเส้นศูนย์สูตรห้องฟ้า ณ 2 ตำแหน่ง ตำแหน่งทั้งสองนี้เรียกว่า อิควินอกร์ (equinox) ดังรูป 7.1.2



JUL 7.1.2

ต้าแม่นงนึงชึ้งตรงกับต้าแม่นงนของดวงอาทิตย์บนอิควินอกซ์ที่มีความสัมพันธ์กับวันที่ห้องฟ้าจากซึ่งได้รับไปครึ่งหนึ่ง เราเรียกต้าแม่นงนว่า ฤดูเวอร์นอลอิกวินอกซ์ (vernal equinox)

ส่วนอีกค่าหนึ่งหนึ่งซึ่งตรงกับค่าหนึ่งของดวงอาทิตย์บันอิคลิปที่ก้าวเดินศูนย์สูตร หัวของพื้นที่จากชี้ก้มลงไปสู่ชี้กอกได้ ซึ่งเราเรียกค่าหนึ่งนี้ว่า จุดอ้อมน้อยอิคลิปวินาอกซ์ (autumnal equinox) มุมแผลมระหว่างระหว่างเส้นศูนย์สูตรหัวของพื้นที่กับอิคลิปติก เรียกว่า มุมเฉียงระหว่างเส้นศูนย์สูตรหัวของพื้นที่กับอิคลิปติก (obliquity of ecliptic) สำหรับค่าหนึ่งบันอิคลิปติกที่อยู่ห่างจากเส้นศูนย์สูตรหัวของพื้นที่สุด เราเรียกว่า ไซส์ติก (solstice) โดยค่าหนึ่งที่อยู่ทางหน้าเรียกว่า จุดซัมเมอร์ไซส์ติก (summer solstice) และค่าหนึ่งที่อยู่ทางใต้เรียกว่า วินเตอร์ไซส์ติก (winter solstice)

สมมุติว่า เราแบ่งวงกลมหัวของพื้นที่เป็น 2 ส่วน ตามอิคลิปติก ส่วนตัวอย่างวงกลมหัวของพื้นที่อยู่ระหว่างเส้นศูนย์สูตรหัวของพื้นที่กับเส้นอิคลิปติก ในแต่ละพิวของครึ่งวงกลมบ้อนมีจุด ๆ หนึ่งที่อยู่ห่างจากระนาบตัดเท่ากับ 90 องศา จุดทั้งสองข้างของครึ่งวงกลมหัวของพื้นที่ คือ จุดข้าวอิคลิปติก (ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางชี้ก้มหน้าเรียกว่า ข้าวอิคลิปติกหน้าเรียก (north ecliptic pole) จุดที่อยู่ทางชี้กอกได้เรียกว่า ข้าวอิคลิปติกได้ (south ecliptic pole) ดังนั้น ข้าวอิคลิปติกหน้าเรียกและได้จึงเป็นจุดบนทรงกลมหัวของพื้นที่ที่อยู่ห่างจากอิคลิปติกเท่ากันและเท่ากับ 90 องศา และเป็นองศากระนาบอิคลิปติกทำมุมกับกระนาบเส้นศูนย์สูตรหัวของพื้นที่ประมาณ $23^{\circ} 27'$ ข้าวอิคลิปติกจึงอยู่ห่างจากก้าวหัวหัวของพื้นที่ที่อยู่ชิดเคียงกันประมาณ $23^{\circ} 27'$ ด้วย ระยะทางที่นานกับอิคลิปติกตัดวงกลมหัวของพื้นที่เป็นแนวขวางน้ำอิคลิปติกของจะตวุต (ecliptic parallel of longitude) และระยะทางซึ่งตั้งฉากกับอิคลิปติกและฝานจุดข้าวอิคลิปติกตัดวงกลมหัวของพื้นที่เป็นวงกลมของอิคลิปติกลองจิวตุ (circle of ecliptic longitude)

7.2 สามเหลี่ยมดาวราศี (astronomical triangle)

สำหรับวัตถุพื้นที่ T ใด ๆ บนทรงกลมหัวของพื้นที่ เส้นเมริเดียนหัวของพื้นที่ของผู้ตั้งเก็ตการณ์ วงกลมข้าวใน แล้ววงกลมแนวตั้งที่ฝานจุด T จะจักรูปเป็นสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมได้ ซึ่งเรียกสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมนี้ว่า สามเหลี่ยมดาวราศีของ T โดยจุดยอดของสามเหลี่ยมนี้คือดาวราศีที่จะประกอนหัวของจุดเหนือศรีษะ (zenith), จุดข้าวหัวของพื้นที่หน้าเรียก (north celestial pole) และจุด T

จากกฎ 7.1.1 จะได้ว่า สามเหลี่ยมดาวราศีของ T ก็คือ สามเหลี่ยมเชิงทรงกลม P_zZT ซึ่งเกิดจาก เส้นเมริเดียนหัวของพื้นที่ของผู้ตั้งเก็ตการณ์ P_zZ, เส้นวงกลมข้าวใน P_zT และเส้นวงกลมแนวตั้ง ZT โดยมีจุดยอด คือ จุด P_z, จุด Z และ จุด T

ส่วนต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมดาวราศี P_zZT มีดังนี้

- 1) ด้าน TZ = ระยะเหนือศรีษะของ T (zenith distance of T)
- = $90^{\circ} -$ ระดับความสูงของ T

- 2) ค้าน TP_n = ระยะเดินข้ามของ T (polar distance of T)
 = $90^\circ -$ ความน้ำยับเบนของ T

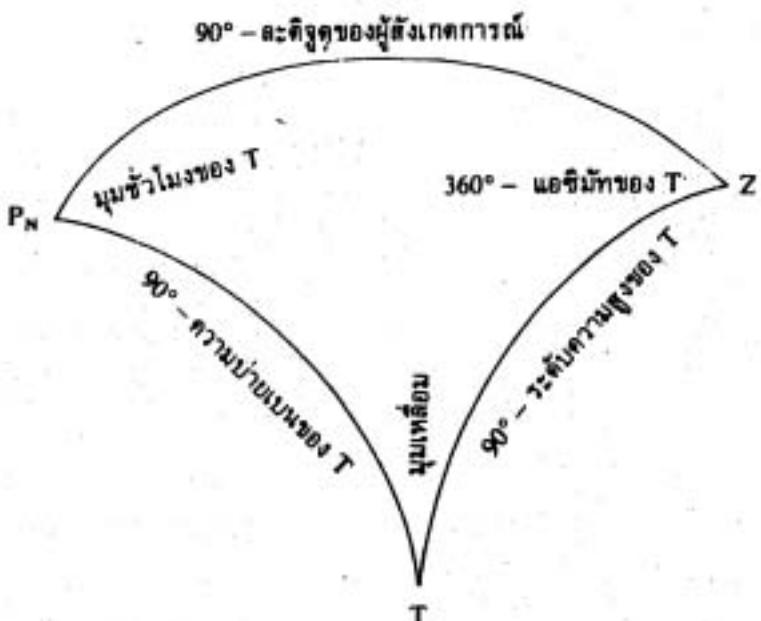
3) ค้าน ZP_n = โคละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (colatitude of observer)
 = $90^\circ - QZ$
 = $90^\circ -$ ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมเหนือ)
 = $90^\circ +$ ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (ในครึ่งทรงกลมใต้)

4) มุม $P_n ZT$ = แอลซิมัทของ T ต่อ T อยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นเมริเดียน
 ท้องฟ้ายของผู้สังเกตการณ์
 = $360^\circ -$ แอลซิมัทของ T ต่อ T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ท้องฟ้ายของผู้สังเกตการณ์

5) มุม $ZP_n T$ = มุมชี้ในงของ T ต่อ T อยู่ทางทิศตะวันตกของเส้นเมริเดียน
 ท้องฟ้ายของผู้สังเกตการณ์
 = $360^\circ -$ มุมชี้ในงของ T ต่อ T อยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นเมริเดียน
 ท้องฟ้ายของผู้สังเกตการณ์

6) มุม ZTP_n เป็นมุมระหว่างวงกลมชี้ในงกับวงกลมแนวตั้งที่ผ่านจุด T เรียกว่ามุมเหตุ (parallactic angle)

จึงสามารถเขียนและคงส่วนต่างๆ ลงในสามเหลี่ยมการคาดคะเน P_{PT}ZT ในกรณีที่ต้องดำเนินการตามหนึ่ง สอง หรือสามขั้นตอน แต่จะต้องคำนึงถึงความต้องการของผู้ใช้งานเป็นสำคัญ ดังรูป 7.2.1



รูป 7.2.1

7.3 ระบบพิกัดห้องฟ้า

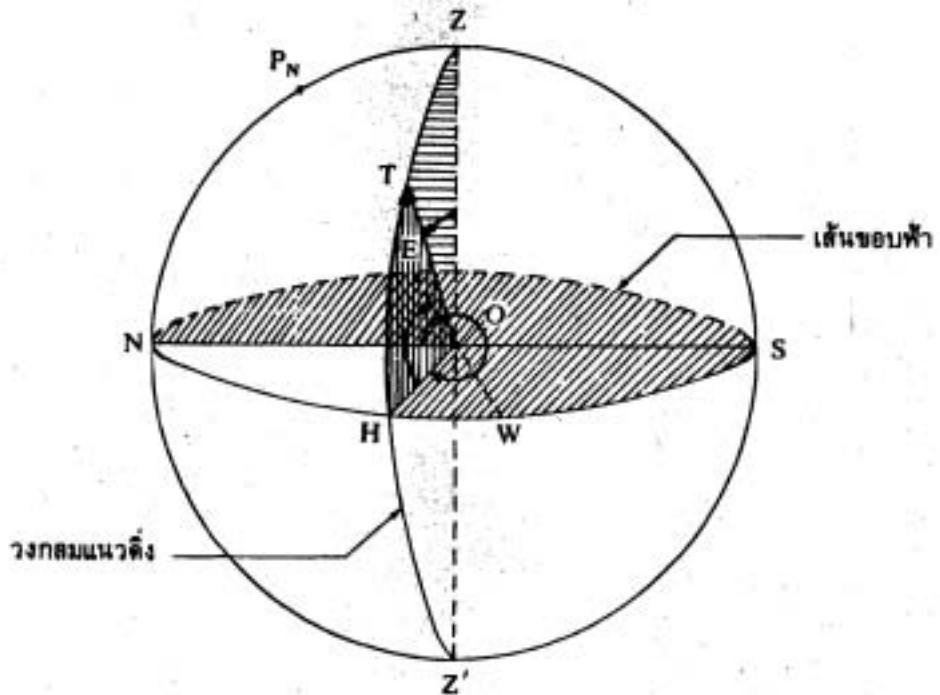
การนบอกตำแหน่งในวงกลมห้องฟ้า จะกำหนดตำแหน่งโดยใช้สองส่วนซึ่งตั้งฉากกัน ส่วนหนึ่งหมุนออกจากวงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก และวัดตั้งจากกับวงกลม อีกส่วนหนึ่งหมุนออกจากวงกลมใหญ่อ้างอิง และวัดในวงกลมใหญ่อ้างอิงหลัก ระบบที่นิยมนี้ 4 ระบบด้วยกัน คือ

7.3.1 ระบบเส้นขอบฟ้า (celestial horizon system)

ในระบบนี้วงกลมใหญ่อ้างอิงหลักก็คือ เส้นขอบฟ้าของผู้ตั้งเกตการณ์ และวงกลมใหญ่ อ้างอิงรองก็คือ วงกลมแนวตั้งของวัดดูฟ้า โดยพิกัดของ T ตามระบบเส้นขอบฟ้าก็คือ ระดับ ความสูงของ T (คือส่วนໄ้ด้วย HT) กับแม่ขีนทักษะของ T (คือ $\angle P_N Z T$ หรือส่วนໄ้ด้วย NEH)

อีก 2 ในบางกรณีแผน จะบอกแม่ขีนทักษะของ T เราอาจใช้ระบบเหนือศีริราษฎร์ของ T ก็ได้ โดยระบบเหนือศีริราษฎร์ของ T เท่ากับ 90° - ระดับความสูงของ T

พิจารณาดู 7.3.1



รูป 7.3.1 แพลงพิกัดของ T ตามระบบเด็นขอบฟ้า

ส่วนໄดัง HT คือ ระดับความสูงของ T

ส่วนໄดัง NEH คือ แอซิมัทของ T

ส่วนໄดัง TZ = 90° - ระดับความสูงของ T คือ ระยะเห็นอิริยาบ Hayes

7.3.2 ระบบมุมชั่วโมง (hour angle system)

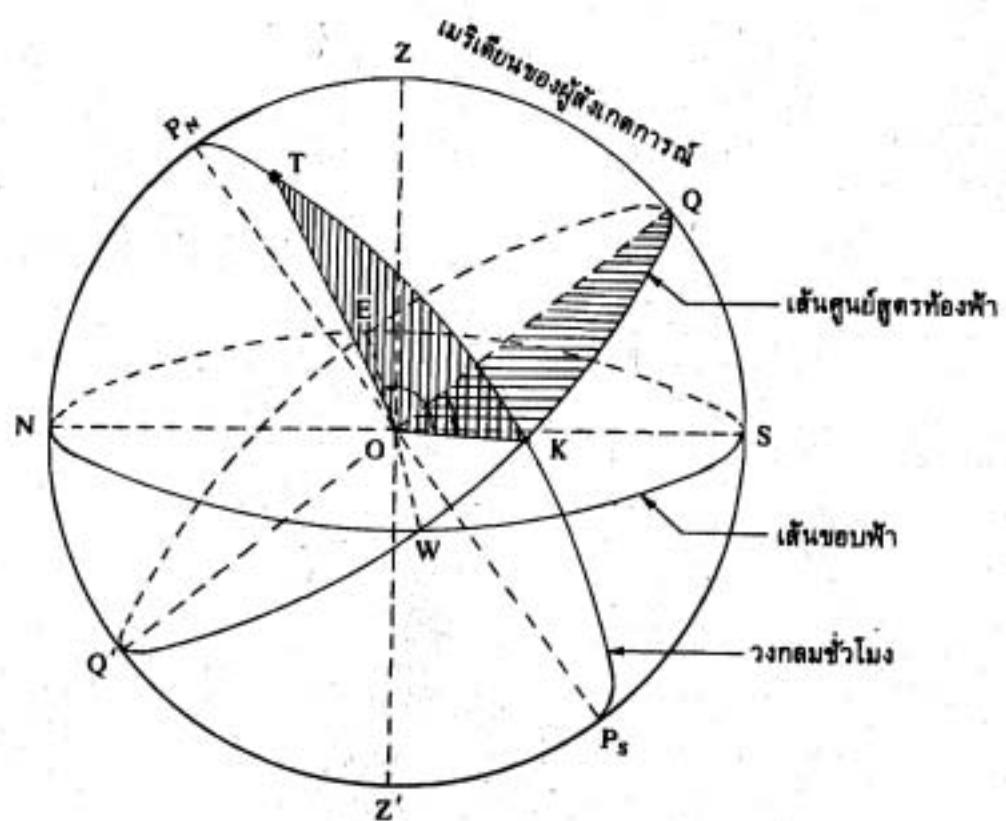
ในระบบนี้ วงกลมใหญ่อ้างอิงหลักคือ เด็นศูนย์สูตรห้องฟ้า และวงกลมใหญ่อ้างอิงรอง คือ วงกลมชั่วโมงของผู้ตั้งเกตการณ์ที่ผ่านวัตถุฟ้า

พิกัดของวัตถุฟ้า T ตามระบบมุมชั่วโมง ก็คือ

ความปานຍเบนของ T (คือ ส่วนໄดัง KT) กับ

มุมชั่วโมงของ T (คือ $\angle ZP_NT$)

พิจารณารูป 7.3.2



รูป 7.3.2 แสดงพิกัดของ T ตามระบบบุนชั่วโมง

ส่วนโถง KT คือ ความเบี่ยบเนียนของ T
บุน ZPT (ส่วนโถง KQ) คือ บุนชั่วโมงของ T

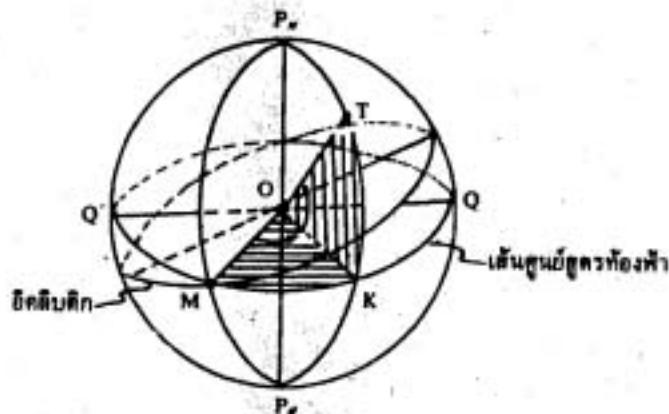
7.3.3 ระบบໄราท์แอดเดชนชัน (right ascension system)

ในระบบนี้ วงกลมใหญ่ด้านซ้ายอิงหลัก คือ เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า และวงกลมใหญ่ด้านซ้ายอิงขวา คือ วงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดชั่วท้องฟ้าทั้งสอง และฉุดอิควินอกซ์

พิกัดของวัตถุฟ้า T ตามระบบໄราท์แอดเดชนชัน คือ

ความเบี่ยบเนียนของ T กับ ໄราท์แอดเดชนชันของ T

เมื่อໄราท์แอดเดชนชันของ T คือ ระยะทางบุนที่เริ่มนับจากเวอร์โนล็อกวินอกซ์ไปทางทิศตะวันออกตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า จนถึงวงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุด T หรือคือบุนระหว่าง วงกลมชั่วโมงของ T กับวงกลมชั่วโมงที่ผ่านจุดชั่วท้องฟ้าทั้งสองและฉุดอิควินอกซ์ โดยวัดจาก จุดเวอร์โนล็อกวินอกซ์ไปทางทิศตะวันออกบนระหว่างเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า สำหรับໄราท์แอดเดชนชัน มีได้ดี๊ดี ๐° ถึง ๓๖๐° หรือ ๐° ถึง ๒๔๐° ดังรูป 7.3.3



รูป 7.3.3 เส้นทางที่ดวงอาทิตย์เดิน T ตามระบบใบภูมิและเซนซัน

ส่วนโถง KT คือ ความกว้างบนของ T

ส่วนโถง MK คือ ไวท์แอดเซนซันของ T

7.3.4 ระบบอิกลิบติก (ecliptic system)

ในระบบนี้ วงกลมใหญ่ล่างอยู่หลังศีรษะ อิกลิบติก และวงกลมใหญ่ล่างอยู่รอง ศีรษะ วงกลมใหญ่ที่ผ่านข้าวอิกลิบติกหันด่อง โดยตัดกับอิกลิบติกที่จุดเวอร์นอลลิวินอยกซ์

พิกัดของ T ตามระบบอิกลิบติก คือ

อิกลิบติกละติจูด (ละติจูดห้องฟ้า)

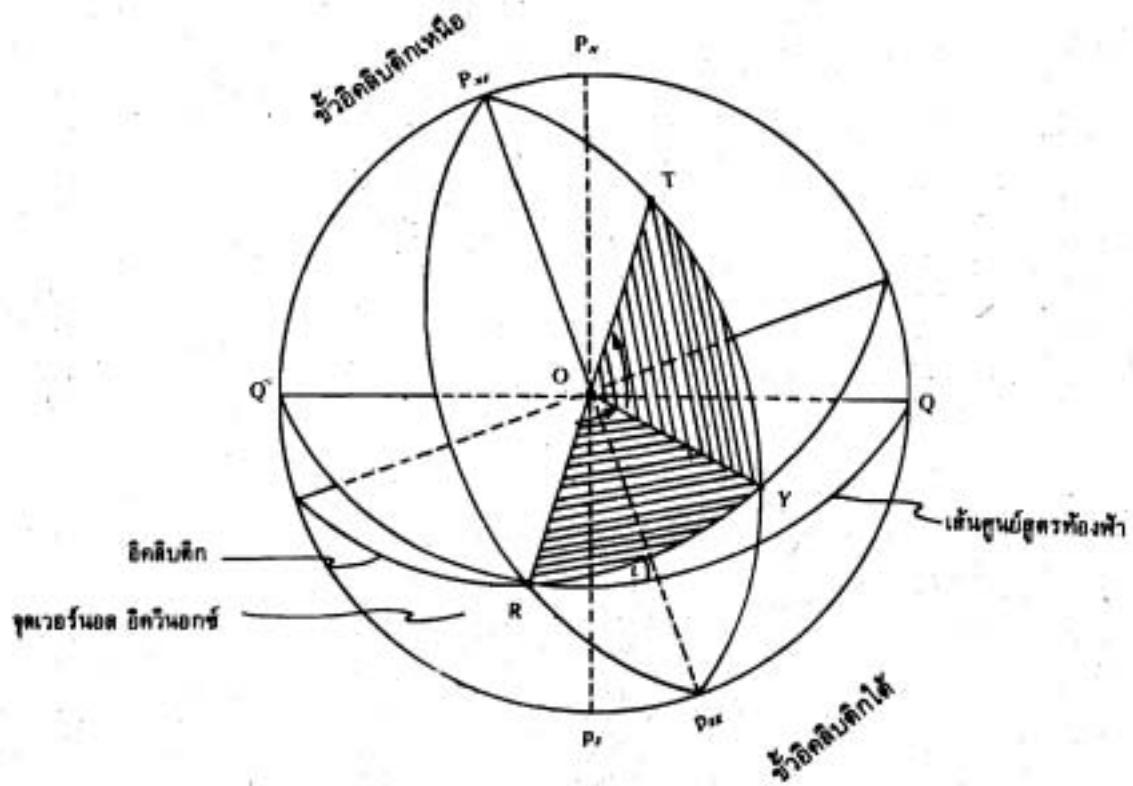
กับ อิกลิบติกลองจิจูด (ลองจิจูดห้องฟ้า)

อิกลิบติกละติจูด คือ ระบบการเขียนมุมที่วัดจากอิกลิบติกไปทางเหนือหรือทางใต้ (ทางเหนือให้เป็น +, ทางใต้ให้เป็น -) ตามวงกลมใหญ่ที่ผ่านข้าวอิกลิบติกหันด่อง จนถึงวัดถูกฟ้า T ค่าอิกลิบติกละติจูดมีค่าได้ตั้งแต่ 0° ถึง 90° เหนือหรือได้จากอิกลิบติก

อิกลิบติกลองจิจูด คือ ระบบการเขียนมุมที่วัดจากจุดเวอร์นอลลิวินอยกซ์ตามอิกลิบติกไปทางขวาด้านออก จนถึงวงกลมใหญ่ที่ผ่านข้าวอิกลิบติกหันด่อง และวัดถูกฟ้า T ค่าอิกลิบติกลองจิจูดมีค่าได้ตั้งแต่ 0° ถึง 360°

ดังรูป 7.3.4 พิกัดของ T คือ

อิกลิบติกละติจูด β กับ อิกลิบติกลองจิจูด λ



รูป 7.3.4 แมลงพิภพของ T ตามระบบอัคติบติก

ส่วนได้ YT ที่ อัคติบติกจะตีจูดหรือจะตีจูดท้องฟ้า (θ) ของ T
ส่วนได้ RY ที่ อัคติบติกของจูดหรือของจูดท้องฟ้า (α) ของ T

7.4 การแปลงค่าพิภพระบบต่างๆ

ต่อไปเราจะศึกษาถึงการแปลงค่าพิภพระหว่างระบบต่างๆ ได้แก่ การแปลงค่าพิภพระหว่างระบบเด็นขอบฟ้ากับระบบบุนช้ำใน, ระบบบุนช้ำในกับระบบไวร์เมอสเซนชัน และระบบไวร์เมอสเซนชันกับระบบอัคติบติก โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาของสามเหลี่ยมเชิงกรงกลุ่มที่ได้ศึกษามาแล้วมาใช้กับสามเหลี่ยมตารางศาสตร์

โดยทั่วไป เราจะใช้อักษร

a แทน ระดับความสูง (altitude)

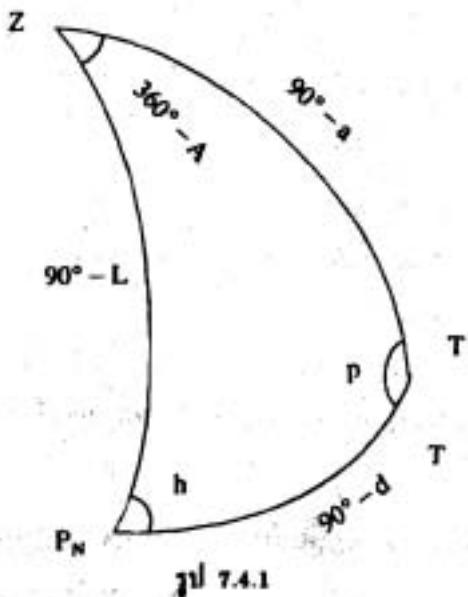
A แทน แอลซิมัท (azimuth)

- z แทน ระยะเห็นอิศรีราษฎร์ (zenith distance)
- b แทน มุมชั่วโมง (hour angle)
- d แทน ความน่ายเบน (declination)
- p แทน มุมเหตุตอน (parallactic angle)
- L แทน ละติจูดของผู้สังเกตการณ์ (latitude of observer)
- a แทน ไรท์แอนด์เซนชัน (right ascension)
- β แทน อิคติบติกละติจูด (ecliptic latitude) หรือละติจูดท้องฟ้า (celestial latitude)
- λ แทน อิคติบติกลองจิจูด (ecliptic longitude) หรือลองจิจูดท้องฟ้า (celestial longitude)

7.4.1 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบเด็นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง

ในระบบเด็นขอบฟ้า พิกัดของจุด T ตามระบบนี้คือ ระดับความสูงของ T (h), และชั้กของ T (A) หรือระยะเห็นอิศรีราษฎร์ของ T (z) และในระบบมุมชั่วโมง พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความน่ายเบนของ T (d), มุมชั่วโมงของ T (l)

ตั้งได้ก่อสร้างในหัวข้อ 7.2 แล้วว่า สามเหลี่ยมเรียงทรงกลมที่มีมุมที่จุดชั่วท้องฟ้าเห็นอิศรี (P_N), จุดเห็นอิศรีราษฎร์ (Z) และ T คือ สามเหลี่ยมหาราคาสตร์ $P_N Z T$ ซึ่งเป็นสิ่งที่แสดงถึงความสัมพันธ์ ระหว่างเด็นขอบฟ้ากับระบบมุมชั่วโมง โดยตัว T อยู่ทางทิศตะวันตกของเด็นเมริเดียนท้องฟ้า ของผู้สังเกตการณ์ และอยู่ในครึ่งทรงกลมเหนือ แต่ $\angle ZP_N T$ คือ มุมชั่วโมง (h), $\angle P_N Z T$ คือ มุมประกอบ 360° ของแอชิมัท ($360^\circ - A$), $\angle ZTP_N$ คือ มุมเหตุตอน (p) ด้าน $P_N Z$ คือ ส่วน ประกอบ 90° ของละติจูดของผู้สังเกตการณ์ ($90^\circ - L$) ด้าน ZT คือ มุมประกอบ 90° ของ มุมระดับความสูง ($90^\circ - a$) ด้าน $P_N T$ คือ ส่วนประกอบ 90° ของความน่ายเบน ($90^\circ - d$) ดัง ญี่ปุ่น 7.4.1



รูป 7.4.1

ผู้ตั้งเกต

- ถ้า T อยู่ในครึ่งวงกลมใต้ ด้าน $P_N Z$ คือ $90^\circ + L$
- ถ้า T อยู่ทางทิศตะวันออกของเส้นเมริเดียนห้องห้ามของผู้ตั้งเกตการณ์จะได้ว่า $\angle P_N Z T$ คือ A และ $\angle Z P_N T$ คือ $360^\circ - h$

ความสัมพันธ์ระหว่างศักยภาพของระบบเด็นของฟ้ากับระบบบุนช้ำใน สามารถหาได้โดยอาศัยกฎต่อไปนี้ ของสามเหลี่ยมเชิงทรงกลมดังนี้

- การแปลงค่าพิกัดจากระบบเด็นของฟ้าไปเป็นระบบบุนช้ำใน คือ เมื่อกำหนดค่า a, A และ L ของสามเหลี่ยม $P_N Z T$
ต้องการหาค่า h และ d ซึ่งจะได้ว่า

$$\tan h = \frac{-\cos a \sin A}{\sin a \cos L - \cos a \sin L \cos A}$$

$$\text{และ } \sin d = \sin a \sin L + \cos a \cos L \cos A$$

- การแปลงค่าพิกัดจากระบบบุนช้ำในไปเป็นระบบเด็นของฟ้า คือ เมื่อกำหนดค่า d, h และ L ของสามเหลี่ยม $P_N Z T$ ต้องการหาค่า A และ a
ซึ่งจะได้ว่า

$$\tan A = \frac{-\cos d \sin h}{\sin d \cos L - \cos d \sin L \cos h}$$

$$\text{และ } \sin a = \sin d \sin L + \cos d \cos L \cos h$$

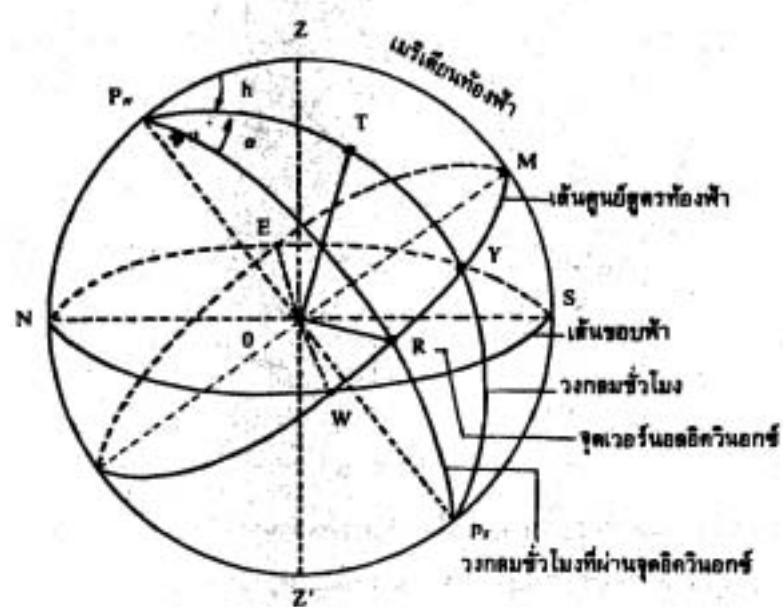
7.4.2 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบมุมชั่วโมงกับระบบໄร์ทและเซนชัน

ในระบบมุมชั่วโมง พิกัดของ T คือ ความป่ายเบน (d) ของ T กับมุมชั่วโมง (h) ของ

ในระบบໄร์ทและเซนชัน พิกัดของ T คือ ความป่ายเบน (d) ของ T กับໄร์ทและเซน-

ชัน (a) ของ T

นั่นคือ ระบบมุมชั่วโมงกับระบบໄร์ทและเซนชัน มีความป่ายเบนเป็นค่าร่วม ดังนั้น การแปลงค่าพิกัดระหว่างสองระบบนี้ จึงแปลงเฉพาะค่าระหว่างมุมชั่วโมงกับค่าໄร์ทและเซนชัน เท่านั้น พิจารณาดูรูป 7.4.2



รูป 7.4.2

มุมชั่วโมง (h) ของ T = ส่วนได้ M Y

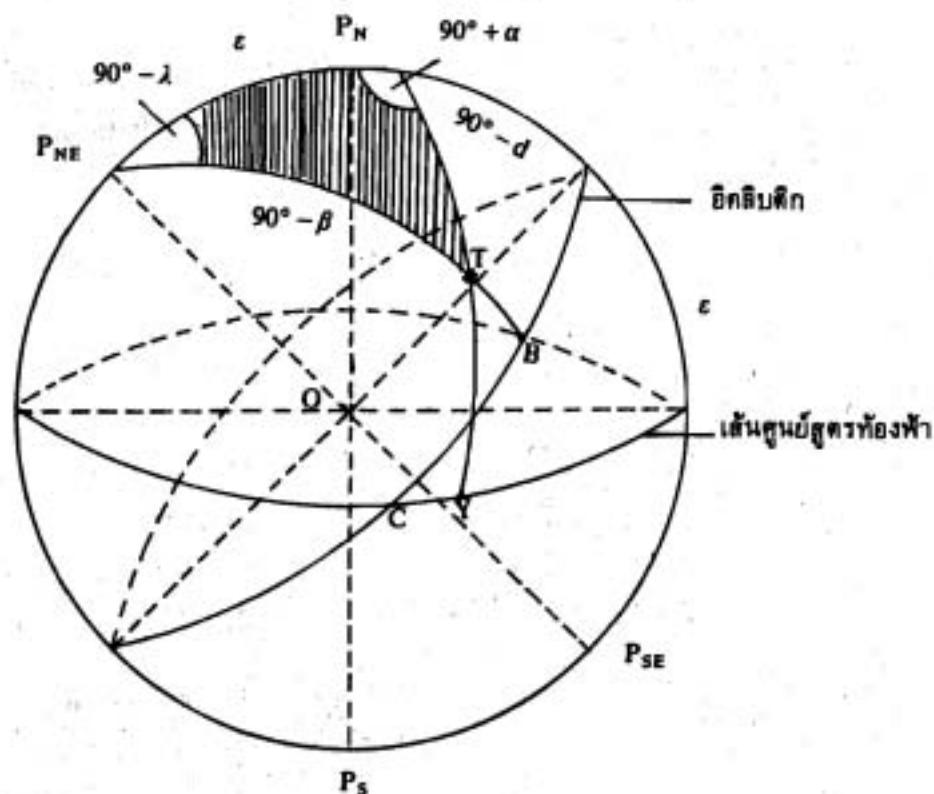
ໄร์ทและเซนชัน (a) ของ T = ส่วนได้ R Y

$$S.T. = h + a$$

ความป่ายเบนของ T = ส่วนได้ Y T

7.4.3 การแปลงค่าพิกัดระหว่างระบบໄวท์และเซนชันกับระบบอิกลิบติก

ในระบบໄวท์และเซนชัน พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ ความป่ายเบน (d) ของ T และໄวท์และเซนชัน (a) ของ T และในระบบอิกลิบติก พิกัดของจุด T ตามระบบนี้ คือ อิกลิบติก ละดิจุลหรือองศากลางท้องฟ้า (β) ของ T และอิกลิบติกของจิจุลหรือองศากลางท้องฟ้า (γ) ของ T



รูป 7.4.3

ໄวท์และเซนชันของ T (a) คือ ส่วนໄ้าง CY

ความป่ายเบนของ T (d) คือ ส่วนໄ้าง YT

ละดิจุลท้องฟ้าของ T (β) คือ ส่วนໄ้าง BT

องศากลางท้องฟ้าของ T (γ) คือ ส่วนໄ้าง CB

1) การแปลงค่าพิกัดจากระบบໄวท์และเซนชันไปเป็นระบบอิกลิบติก คือ กำหนดค่า d , a , ϵ มาให้แล้ว ให้หาค่า β และ γ

ซึ่งหาได้จากการคำนวณพื้นฐานดังนี้

$$\sin \beta = \sin d \cos \epsilon - \cos d \sin \epsilon \sin a$$

$$\text{และ} \quad \tan \gamma = \frac{\sin d \sin \epsilon + \cos d \cos \epsilon \sin a}{\cos \epsilon \cos d}$$

2) การแปลงค่าพิกัดของระบบอิโคïไปเป็นระบบไวท์แอลเซนชัน คือ กำหนดค่า β , λ และ c มาให้ แล้วให้หาค่า d และ α

ซึ่งหาได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \sin d &= \sin \beta \cos c + \cos \beta \sin c \sin \lambda \\ \text{และ } \tan \lambda &= \frac{-\sin \beta \sin c + \cos \beta \cos c \sin \lambda}{\cos \lambda \cos \beta} \end{aligned}$$

7.5 เวลาเดพาะท้องถิ่นปีรากฎ

เมื่อจุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์อยู่บนเส้นเมริเดียนของผู้สังเกตการณ์ คือ $\angle ZP_{NT}$ ของสามเหลี่ยมดาวราศีสหัสตร์ ZP_{NT} มีค่าเท่ากับ 0 องศาแน่น เราเรียกว่า เวลาที่ยงสุริยคติ เดพาะท้องถิ่น (local solar noon) สำหรับผู้สังเกตการณ์

เวลาเดพาะท้องถิ่น หรือเวลาเดพาะท้องถิ่นปีรากฎ (local apparent time) ของผู้สังเกตการณ์ที่ข้ามนาฬิกาได้ ก็คือ $12^h - \angle ZP_{NT}$ (ของสามเหลี่ยมดาวราศีสหัสตร์ ZP_{NT}) เมื่อ ดวงอาทิตย์อยู่ในท้องฟ้าตะวันออก และคือ $12^h + \angle ZP_{NT}$ เมื่อดวงอาทิตย์อยู่ในท้องฟ้าตะวันตก
ซึ่งสังเกต ขณะเมื่อดวงอาทิตย์ขึ้นและดวงอาทิตย์ตกนั้น จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ จะอยู่บนเส้นขอบฟ้า ดังนั้น ระดับความสูงจะเท่ากับ 0 องศา

7.6 คำแนะนำเดพาะของดวงดาว

ในที่นี้จะพิจารณาคำแนะนำของวัตถุฟ้า (เช่น ดวงดาว) ขณะขึ้นและขณะตก โดยจะ หาค่ามุมชั่วโมง (h) และแอลซิมัท (A) ของวัตถุฟ้าในขณะขึ้นและขณะตก

สมมติให้ผู้สังเกตการณ์อยู่ ณ ละตitud ϕ องศาเหนือ เราต้องการหามุมชั่วโมง (h) และแอลซิมัท (A) ของดาว T ขณะขึ้น คือ ขณะที่ดาว T กำลังอยู่บนเส้นขอบฟ้าทางตะวันออก พอดี เมื่อดาว T มีไร้แอลเซนชัน $= \alpha$ ชั่วโมง และมีความป่ายเบน $= d$ องศาเหนือ

ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$\cos h = -\tan d \tan \phi \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{และ } \cos A = \frac{\sin d}{\cos \phi} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ในท่านองเดียวกัน เราสามารถหาค่ามุมชั่วโมง (h) และแอลซิมัท (A) ของดาว T ขณะ ตก จากสมการ (1) และ (2) เช่นเดียวกัน

หมายเหตุ

1) เมื่อผู้สร้างการณ์อยู่ ณ ตำแหน่งจะต้อง ϕ ของดาวเทียม คือ อุปจักรเด่นถูนบัญชารึ้นไปทางเหนือ

ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) เป็นบวก ($d > 0$) หรืออุปจักรเด่นถูนบัญชาร้องฟ้าไปทางซ้ายท้องฟ้าเหนือ แล้วดาว T จะขึ้นในช่วงตะวันออกถึงเหนือ และตกในช่วงตะวันตกถึงเหนือ โดยในขณะที่ขึ้นจะมีมุมชั่วโมง (h) คือ $12^\circ < h < 18^\circ$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $0^\circ < A < 90^\circ$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมง คือ $6^\circ < h < 12^\circ$ และแอซิมัทจากเหนือ $270^\circ < A < 360^\circ$

ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) เป็นลบ ($d < 0$) หรืออุปจักรเด่นถูนบัญชาร้องฟ้าไปทางซ้ายท้องฟ้าได้ แล้วดาว T จะขึ้นในช่วงตะวันออกถึงได้ และตกในช่วงตะวันตกถึงได้ โดยในขณะที่ขึ้นจะมีมุมชั่วโมง (h) คือ $18^\circ < h < 24^\circ$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $90^\circ < A < 180^\circ$ และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมง คือ $0^\circ < h < 6^\circ$ และแอซิมัท (A) จากเหนือ คือ $180^\circ < A < 270^\circ$

ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) เท่ากับ 0 ($d = 0$) หรือดาวอุปจักรเด่นถูนบัญชาร้องฟ้าพอดี จะได้ว่า ดาว T จะขึ้นที่ทิศตะวันออก (E) และตกที่ทิศตะวันตก (W) โดยในขณะที่ขึ้น จะมีมุมชั่วโมงเป็น 18° และแอซิมัท A จากเหนือ คือ 90° และในขณะที่ตกจะมีมุมชั่วโมงเป็น 6° และแอซิมัท A จากเหนือ คือ 270°

2) เมื่อผู้สร้างการณ์อยู่ ณ ตำแหน่งจะต้อง ϕ ของดาวได้ คือ อุปจักรเด่นถูนบัญชารองมาทางใต้ ก็สามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันกับ 1)

3) ถ้าดาว T มีความป่ายเบน (d) ตรงกับจะต้องร่วม ($90^\circ - \phi$) และมีเครื่องหมายเหมือนกัน จะเป็นกอุ่นดาวที่ขึ้นโดยไม่คง แต่ถ้ามีเครื่องหมายต่างกันจะเป็นกอุ่นดาวที่ไม่เคยขึ้นอุปจักรเด่นถูนบัญชา