27.3 $f(0) = 2(0) + 5(0) - 3$

$= -3$

21.4 $f(3) = 2(3)^2 + 5(3) - 3$

$= 18 + 15 - 3$

$= 30$

21.5 $f(n+1) = 2(n+1)^2 + 5(n+1) - 3$

27.6 $f(2x^2) = 2(2x^2)^2 + 5(2x^2) - 3$

21.1 $f(x^2 - 3) = 2(x^2 - 3)2 + 5(x2 - 3) - 3$

27.8 $f(x+h) = 2(x+h)^2 + 5(x+h) - 3$

27.9 $f(x) + f(n) = (2x^2 + 5x - 3) + (2n^2 + 5n - 3)$

27.10 $h \neq 0$, $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dfrac{2(x+h)^2+5(x+h)-3-2x^2-5x+3}{h}$

$= \dfrac{2(x^2+2hx+h^2) + 5x + 5h - 3 - 2x^2 - 5x + 3}{h}$

$= \dfrac{4hx + 2h^2 + 5h}{h} = 4x + 2h + 5$

28. ให้ $g(x) = 3x^2 - 4$ จงหา

28.1 $g(-4) = 3(-4)^2 - 4$

$= 48 - 4 = 44$

28.2 $g(\frac{1}{2}) = 3(\frac{1}{2})^2 - 4$

$= \frac{3}{4} - 4 = -\frac{13}{4}$

28.3 $g(x^2) = 3(x^2)^2 - 4$

$= 3x^4 - 4$

28.4 $g(3x^2 - 4) = 3(3x^2 - 4)^2 - 4$

28.5 $g(x - h) = 3(x - h)^2 - 4$

28.6 $g(x) - g(h) = (3x^2 - 4) - (3h^2 - 4)$

$= 3x^2 - 3h^2$

20.7 $h \neq 0$

$$\frac{g(x+h) - g(x)}{h} = \frac{3(x+h)^2 - 4 - 3x^2 + 4}{h}$$

$$= \frac{3x^2 + 6hx + 3h^2 - 4 - 3x^2 + 4}{h}$$

$$= 6x + 3h$$

29. ให้ $F(x) = \sqrt{2x + 3}$ จงหา

29.1 $F(-1) = \sqrt{2(-1) + 3}$

$= 1$

29.2 $F(4) = \sqrt{2(4) + 3}$

$= \sqrt{11}$

29.3 $F(\frac{1}{4}) = \sqrt{2(\frac{1}{4}) + 3}$

$= \sqrt{\frac{7}{2}}$

29.4 $F(30) = \sqrt{2(30) + 3}$

$= \sqrt{63}$

29.5 $F(2x + 3) = \sqrt{2(2x + 3) + 3}$

$= \sqrt{4x + 9}$

29.6 $$\frac{F(x+h) - (x)}{h} = \frac{\sqrt{2(x+h) + 3} - \sqrt{2x+3}}{h}$$

$$= \frac{\sqrt{2(x+h)+3} - \sqrt{2x+3}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2(x+h)} + 3 + \sqrt{2x+3}}{\sqrt{2(x+h)} + 3 + \sqrt{2x+3}}$$

$$= \frac{2x + 2h + 3 - 2x - 3}{h(\sqrt{2(x+h) + 3} + \sqrt{2x + 3})}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2(x+h) + 3} + \sqrt{2x + 3}}$$

30. ให้ $G(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ จงหา

30.1 $G(-2) = \sqrt{2(-2)^2 + 1}$

$= \sqrt{9} = 3$

30.2 $G(0) = \sqrt{2(0) + 1}$

$= 1$

30.3 $G(\frac{1}{5}) = \sqrt{2(\frac{1}{5})^2 + 1}$

$= \sqrt{\frac{2}{25} + 1}$

$= \frac{\sqrt{27}}{5}$

30.4 $G(\frac{4}{7}) = \sqrt{2(\frac{4}{7})^2 + 1}$

$= \sqrt{2(\frac{16}{49}) + 1}$

$= \sqrt{\frac{81}{49}} = \frac{9}{7}$

30.5 $G(2x^2 - 1) = \sqrt{2(2x^2 - 1)^2 + 1}$

30.6 $h \neq 0$ $\frac{G(x + h) - G(x)}{h}$

$= \frac{\sqrt{2(x + h)^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 1}}{h}$

31. Marginal cost $S(x) = C(x + 1) - C(x)$

$s(11) = c(12) - c(11)$

$= 50 + 12 + 0.1(12)^2 - \{50 + 11 + 0.1(11)^2\}$

$= 76.4 - 73.1$

$= 3.3$

1.6 สรุปเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน ชนิดของฟังก์ชัน และการประยุกต์

สูตรการหา ผลรวม ผลต่าง ผลคูณ และผลหาร ของฟังก์ชัน f และ g นิยามเป็น

(1) $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$

(2) $(f-g)(x) = f(x)-g(x)$

(3) $(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$

(4) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$; $g(x) \neq 0$

สูตรที่ 1 - 3 โดเมนของฟังก์ชันคือค่าของ x ทั้งหลายที่อยู่ในโดเมนของ f และ g ยกเว้นในสูตรที่ 4 ไม่รวมค่าของ x ซึ่งทำให้ $g(x) = 0$

ฟังก์ชันประกอบ (Composite functions) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $f \circ g$ และนิยามเป็น

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

โดเมนของ $f \circ g$ คือเซตของ x ใด ๆ ในโดเมนของ g ซึ่ง $g(x)$ อยู่ในโดเมนของ f

แบบฝึกหัด 1.6

1. กำหนดให้ $f(x) = x - 5$

และ $g(x) = x^2 - 1$

(ก) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$= (x-5) + (x^2-1)$

$= x^2 + x - 6$

(ข) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$(x-5) \quad (x^2-1)$

$= -x^2 + x - 4$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \,.\, g(x)$

$= (x-5) \cdot (x^2-1)$

$= x^3 - 5x' - x+5$

(ง) $(f/g)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$= \dfrac{x-5}{x^2-1}$

(จ) $(g/f)(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$

$= \dfrac{x^2-1}{x-5}$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(x^2-1)$

$= x^2 - 1 - 5$

$= x^2 - 6$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(x-5)$

$= (x-5)^2 - 1$

$= x^2 - 10x + 25 - 1$

$x^2 - 10x + 24$

โดเมนของ f คือ R และโดเมนของ g คือ R ดังนั้นในข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์คือ R สำหรับข้อ (ง) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = \pm 1$ และ $\pm 1 \in R$ ดังนั้นโดเมนของข้อ (ง) คือ R ยกเว้นค่า $X = \pm 1$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนจะเป็นศูนย์ เมื่อ $x = 5$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (จ) คือ R ยกเว้น ค่า $x = 5$ สำหรับข้อ (ฉ), (ช) โดเมน คือ R

2. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}$

และ $g(x) = x^2 + 1$

(ก) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$= \sqrt{x} + x^2 + 1$

$= x^2 + \sqrt{x} + 1$

(ข) $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$= \sqrt{x} - (x^2 + 1)$

$= - x^2 + \sqrt{x} - 1$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$= \sqrt{x} \cdot (x^2 + 1)$

(ง) $(f/g)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$= \dfrac{\sqrt{x}}{x^2 + 1}$

(จ) $(g/f)(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$

$= \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(x^2 + 1)$

$= \sqrt{x^2 + 1}$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{x})$

$= (\sqrt{x})^2 + 1$

$= x + 1$

โดเมนของ f คือ $[0, \infty)$ โดเมนของ g คือ R ดังนั้นในข้อ (ก), (ข), (ค), (ง) โดเมนของผลลัพธ์คือ $[0, \infty)$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนจะเป็นศูนย์ เมื่อ $x = 0$ และ $0 \in [0, \infty)$ ดังนั้นโดเมนของผลลัพธ์ข้อ (จ) คือ $[0, \infty)$ ยกเว้นค่า $x = 0$ สำหรับข้อ (ฉ) โดเมน คือ R และ (ช) โดเมน คือ $[0, \infty)$

3. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

และ $g(x) = \frac{1}{x}$

(ก) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$= \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{x^2+x+x-1}{x(x-1)}$$

$$\frac{x^2+2x-1}{x(x-1)}$$

(ข) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{x^2+x-x+1}{x(x-1)}$$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$\frac{x+1}{x-1} \quad \frac{1}{x}$$

$$= \frac{x+1}{x(x-1)}$$

(ง) $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$$= \frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{x(x+1)}{x-1}$$

(จ) $(g/f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

$$= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$= \frac{x-1}{x(x+1)}$$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$$= f(\tfrac{1}{x})$$

$$= \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}=1}$$

$$= \frac{\frac{1+x}{\cancel{x}}}{\frac{1-x}{\cancel{x}}}$$

$$= \begin{matrix}1+x\\ 1-x\end{matrix}$$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$$= g(\tfrac{x+1}{x-1})$$

$$= \frac{1}{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$= \frac{x-1}{x+1}$$

โดเมนของ f คือ R ยกเว้น $x = 1$ และโดเมนของ g คือ R ยกเว้น $x = 0$ ดังนั้นสำหรับ

ข้อ (n), (ข), (ค), (ง) โดเมนคือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 0$ และ $x = 1$

ข้อ (จ) ส่วนเป็นศูนย์ เมื่อ $x = 0$, $x = -1$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (a) คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 0$ และ $x = 1$ และ $x = -1$

ข้อ (ฉ) โดเมนของผลลัพธ์ fog คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 0$, $x = 1$

ข้อ (ช) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = -1$ ดังนั้นโดเมนของ gof คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 0$, $x = 1$ และ $x = -1$

(4) กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}$

และ $g(x) = 4 - x^2$

(ก) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$\sqrt{x} + 4 - x^2$

$= -x^2 + \sqrt{x} + 4$

(ข) $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$\sqrt{x} - (4 - x^2)$

$= x^2 + \sqrt{x} - 4$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \quad g(x)$

$= \sqrt{x}\,(4 - x^2)$

(ง) $(f/g)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$= \dfrac{\sqrt{x}}{4 - x^2}$

(จ) $(g/f)(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$

$= \dfrac{4 - x^2}{\sqrt{x}}$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(4 - x^2)$

$\sqrt{4 - x^2}$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{x})$

$= 4 - (\sqrt{x})^2$

$= 4 - x$

โดเมนของ f คือ $[0, \infty)$ และ โดเมนของ g คือ R ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์ คือ $[0, \infty)$ สำหรับข้อ (ง) ส่วนเป็นศูนย์เมื่อ $x = \pm 2$ แต่ $-2 \notin [0,\infty)$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (ง) คือ $[0, \infty)$ ยกเว้นค่า $x = 2$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนเป็นศูนย์เมื่อ $x = 0$ ดังนั้นโดเมนของข้อ (จ) คือ $(0, \infty)$ สำหรับข้อ (ฉ) โดเมนของ fog คือ เซตของจำนวนจริงซึ่ง $4-x^2 \geq 0$ หรือมีค่าเท่ากับ $[-2, 2]$ สำหรับข้อ (ช) โดเมนของ gof คือ $[0, \infty)$

5. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}$

และ $g(x) = x^2 - 1$

(ก) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$= \sqrt{x} + (x^2 - 1)$$

$$= x^2 + \sqrt{x} - 1$$

(ข) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$$= \sqrt{x} - (x^2 - 1)$$

$$= -x^2 + \sqrt{x} + 1$$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$= \sqrt{x} \cdot (x^2 - 1)$$

(ง) $(f/g)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$$= \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$$

(จ) $(g/f)(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$

$$= \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}}$$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$$= f(x^2 - 1)$$

$$= \sqrt{x^2 - 1}$$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{x})$

$= (\sqrt{x})^2 - 1$

$= x - 1$

โดเมนของ f คือ $[0, \infty)$ และ โดเมนของ g คือ R ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์ คือ $[0, \infty)$ สำหรับข้อ (ง) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = \pm 1$ แต่ $-1 \notin [0, \infty)$ ดังนั้น โดเมนของ ข้อ (ง) คือ $[0, \infty)$ ยกเว้น $x = 1$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนเป็นศูนย์เมื่อ $x = 0$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (จ) คือ $(0, \infty)$ สำหรับข้อ (ฉ) โดเมนของ fog คือ $[0, \infty)$ ยกเว้น $x^2<1$ หรือมีค่าเท่ากับ $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ สำหรับข้อ (ช) โดเมนของ gof คือ $[0, \infty)$

6. กำหนดให้ $f(x) = |x|$

และ $g(x) = |x - 3|$

(ก) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$= |x| + |x - 3|$

(ข) $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$= |x| - |x - 3|$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$= |x| \cdot |x - 3|$

$= |x (x - 3)|$

(ง) $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$= \frac{|x|}{|x - 3|}$

$= \left|\frac{x}{x - 3}\right|$

(จ) $(g/f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

$= \frac{|x - 3|}{|x|}$

$\left|\frac{x - 3}{x}\right|$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(|x-3|)$

$= |x-3|$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(|x|)$

$= ||x|-3|$

โดเมนของ f คือ R และ โดเมนของ g คือ R ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์คือ R สำหรับข้อ (ง) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = 3$ ดังนั้นโดเมนของข้อ (ง) คือทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 3$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = 0$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (จ) คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 0$ และโดเมนของข้อ (a) fog คือ R สำหรับข้อ (ช) โดเมนของ gof คือ R

7. กำหนดให้ $f(x) = x^2-4$

และ $g(x) = 4x-3$

(ก) $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$

$= (x^2-4)+(4x-3)$

$= x^2+4x-7$

(ข) $(f-g)(x) = f(x)-g(x)$

$= (x^2-4)-(4x-3)$

$= x^2-4-4x+3$

$= x^2-4x-1$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) . g(x)$

$= (x^2-4)(4x-3)$

$= 4x^3-3x^2-16x+12$

(ง) $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$= \frac{x^2-4}{4x-3}$

(จ) $(g/f)(x)$ $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

$\dfrac{4x-3}{x^2-4}$

(ฉ) $(fog)(x)$ $f(g(x))$

$f(4x-3)$

$(4x-3)^2-4$

$= 16x^2-24x+9-4$

$= 16x^2-24x+5$

(ช) $(gof)(x)$ $= g(f(x))$

$= g(x^2-4)$

$= 4(x^2-4)-3$

$= 4x^2-19$

โดเมนของ f คือ R และ โดเมนของ g คือ R ดังนั้นสำหรับ

ข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์คือ R สำหรับข้อ (ง) ส่วนเป็นศูนย์เมื่อ $x = \frac{3}{4}$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (ง) คือ เซตของจำนวนจริง ยกเว้น $x = \frac{3}{4}$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนเป็นศูนย์เมื่อ $x = \pm 2$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (จ) คือเซตของจำนวนจริง ยกเว้น $x = 2$ และ $x = -2$ สำหรับข้อ (ฉ), (ช) โดเมนของผลลัพธ์คือ R (เซตของจำนวนจริง)

8. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x+2}$

และ $g(x) = x^2+4$

(ก) $(f+g)(x)$ $= f(x)+g(x)$

$= \sqrt{x+2}+(x^2+4)$

(ข) $(f-g)(x)$ $= f(x)-g(x)$

$= \sqrt{x+2}-(x^2+4)$

$= -x^2+\sqrt{x+2}-4$

(ค) $(f \cdot g)(x)$ $= f(x) \cdot g(x)$

$= \sqrt{x+2} \cdot (x^2+4)$

(ง) $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$= \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+4}$

(จ) $(g/f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

$= \frac{x^2+4}{\sqrt{x+2}}$

(ฉ) $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(x^2+4)$

$= \sqrt{x^2+4+2}$

$= \sqrt{x^2+6}$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{x+2})$

$= (\sqrt{x+2})^2+4$

$= x+2+4$

$= x+6$

โดเมนของ f คือ $[-2, \infty)$ และ โดเมนของ g(x) คือ R ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค), (ง) โดเมนของผลลัพธ์ คือ $[-2, \infty)$ สำหรับข้อ (จ) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = -2$ ดังนั้น โดเมนของข้อ (จ) คือ $(-2, \infty)$ สำหรับข้อ (ฉ) โดเมนของ fog คือ $(-\infty, \infty)$ และ ข้อ (ช) โดเมนของ gof คือ $[-2, \infty)$

9. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{x-3}$

และ $g(x) = \frac{x}{x+1}$

(ก) $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$

$= \frac{1}{x-3} + \frac{x}{x+1}$

$= \frac{x+1+x^2-3x}{(x-3)(x+1)}$

$= \frac{x^2-2x+1}{(x-3)(x+1)}$

(ข) $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$$= \frac{1}{x-3} - \frac{x}{x+1}$$

$$= \frac{x+1-x^2+3x}{(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{-x^2+4x+1}{(x-3)(x+1)}$$

(ค) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$= \frac{1}{x-3} \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$= \frac{x}{(x-3)(x+1)}$$

(ง) $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$$= \frac{\frac{1}{x-3}}{\frac{x}{x+1}}$$

$$\frac{x+1}{x(x-3)}$$

(จ) $(g/f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

$$= \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{1}{x-3}}$$

$$= \frac{x(x-3)}{x+1}$$

(ฉ) $(fog)(x)$ $f(g(x))$

$$f\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$\frac{1}{\frac{x}{x+1} - 3}$$

$$= \frac{1}{\frac{x-3x-3}{x+1}}$$

$$= \frac{x+1}{2x+3}$$

(ช) $(gof)(x) = g(f(x))$

$$= g\left(\frac{1}{x-3}\right)$$

$$= \frac{\frac{1}{x-3}}{\frac{1}{x-3}+1}$$

$$= \frac{\frac{1}{x-3}}{\frac{1+x-3}{x-3}}$$

$$= \frac{1}{x-2}$$

โดเมนของ f คือ R ยกเว้นค่า $x = 3$ และโดเมนของ g คือ R ยกเว้นค่า $x = -1$ ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค) โดเมนของผลลัพธ์คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = -1$ และ $x = 3$ สำหรับข้อ (ง) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = 0$ และ $x = 3$ ดังนั้นโดเมนของข้อ (ง) คือ ทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = -1$, $x = 0$ และ $x = 3$ สำหรับข้อ (จ) โดเมนคือทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = -1$ และ $x = 3$ สำหรับข้อ (ฉ) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = -\frac{3}{2}$ ดังนั้น โดเมนของ fog คือ เซตของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = -\frac{3}{2}$ และ $x = -1$ ข้อ (ช) ส่วนจะเป็นศูนย์เมื่อ $x = 2$ ดังนั้นโดเมน ของ gof คือ เซตของ x ที่เป็นจำนวนจริง ยกเว้น $x = 2$ และ $x = 3$

10. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}$

และ $g(x) = \frac{1}{x^2}$

(ก) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$= \sqrt{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{x^{5/2}+1}{x^2}$$

(ข) $(f-g)(x)$

$$= f(x) - g(x)$$

$$\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{x^{5/2}-1}{x^2}$$

(ค) $(f \cdot g)(x)$

$$= f(x) \cdot g(x)$$

$$= \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^{3/2}}$$

(ง) $(f/g)(x)$

$$= \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{1}{x^{5/2}}$$

(จ) $(g/f)(x)$

$$= \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$= \frac{\frac{1}{x^2}}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{x^{5/2}}$$

(ฉ) $(fog)(x)$

$$= f(g(x))$$

$$= f\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{x^2}}$$

(ช) $(gof)(x)$

$$= g(f(x))$$

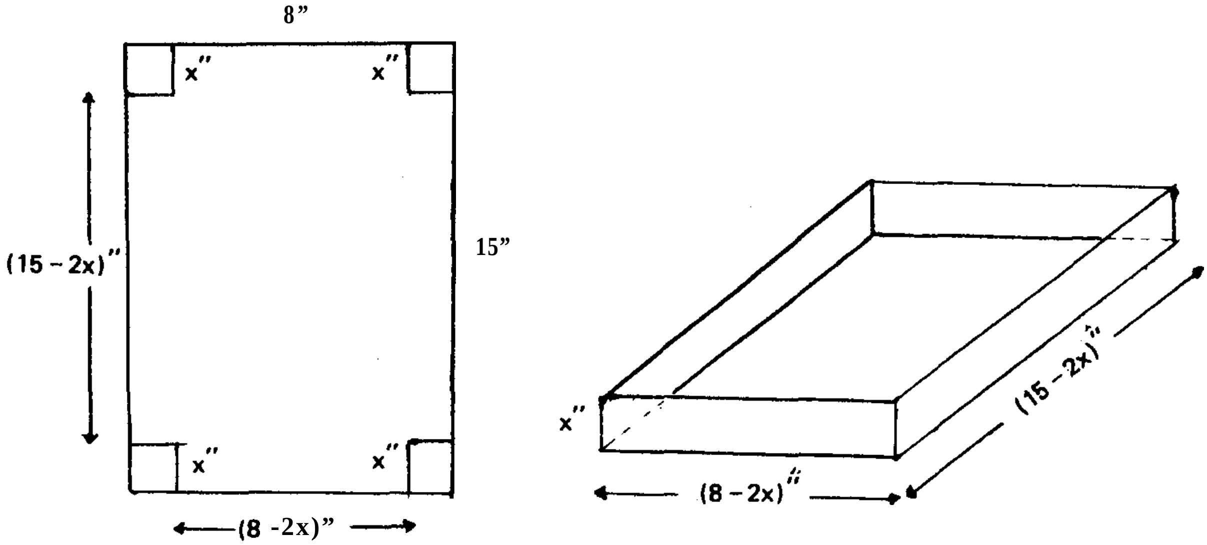
$$= g(\sqrt{x})$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{1}{x}$$

โดเมนของ f คือ lo, ∞) และโดเมนของ g คือ R ยกเว้น x = 0 ดังนั้น

ข้อ (ก), (ข), (ค), (ง), (a) โดเมนของผลลัพธ์คือ (0, ∞) สำหรับข้อ(ฉ)โดเมน **คือ** จำนวนจริง ยกเว้น x = 0 และ ข้อ (a) โดเมน คือ (0, ∞)



วิธีทำ

(ก) ให้ x เป็นความยาวของด้านของสี่เหลี่ยมจตุรัสที่ถูกตัดออก มีหน่วยเป็นนิ้ว และ V(x) แทนปริมาตรของกล่องมีหน่วยเป็นลูกบาศก์นิ้ว

ดังนั้นจะได้ว่า

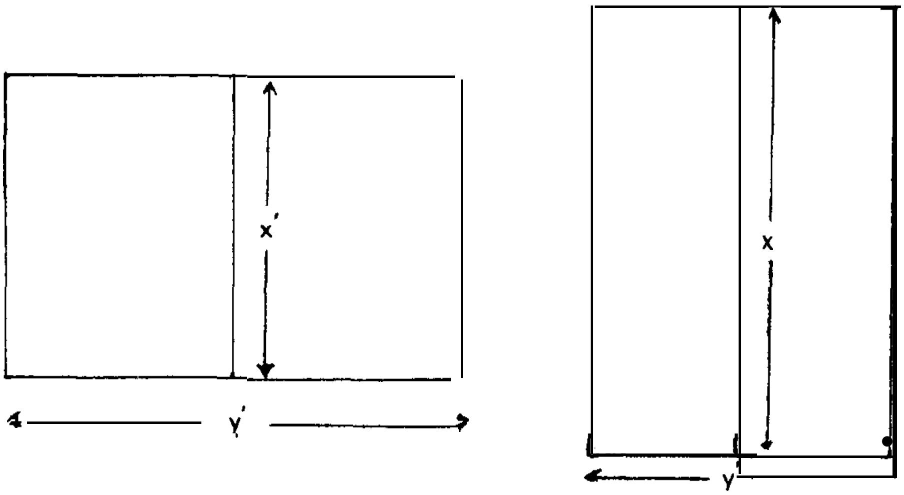
$$V(x) = x(8-2x)(15-2x)$$

หรือ

$$V(x) = 120x - 46x^2 + 4x^3 \quad \ldots \quad (1)$$

(ข) จาก (1) พบว่า V(o) = 0 และ V(4) = 0 เพราะฉะนั้นจะได้ได้ว่าค่าของ x จะอยู่ระหว่าง 0 และ 4 ดังนั้นโดเมนของ V คือ ช่วงเปิด (0,4) **ตอบ**

12.



วิธีทำ

(ก) ให้ x เป็นความยาวของรั้วที่แบ่ง (มีหน่วยเป็นฟุต)

y เป็นความยาวหรือความกว้างของที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (ดูรูป) (มีหน่วยเป็นฟุต)

และ A แทนพื้นที่ของที่ดิน (มีหน่วยเป็นตารางนิ้ว)

ดังนั้น $A = xy$ ....(1)

เพราะว่าราคาค่าทำรั้วตรงกลางเป็น 2 บาทต่อฟุต เพราะฉะนั้น ค่าทำรั้วตรงกลางเป็น $2x$ ในทำนองเดียวกันราคาทำรั้วล้อมรอบที่ดินเป็น $10x + 10y$ บาท เพราะฉะนั้นค่าทำรั้วทั้งหมด

$$10x + 10y + 2x = 960 \qquad (2)$$

แก้สมการ (1) หาค่า y ในเทอมของ x จะได้

$$10y = 960 - 12x$$

หรือ $$y = \frac{960 - 12x}{10} \qquad (3)$$

แทนค่า y จากสมการ (3) ลงในสมการ (2)

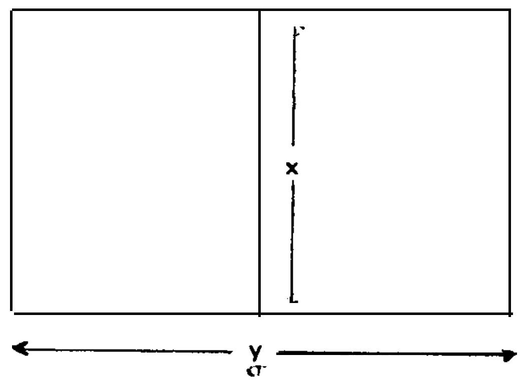
$$A = x\left(\frac{960 - 12x}{10}\right) \qquad (4)$$

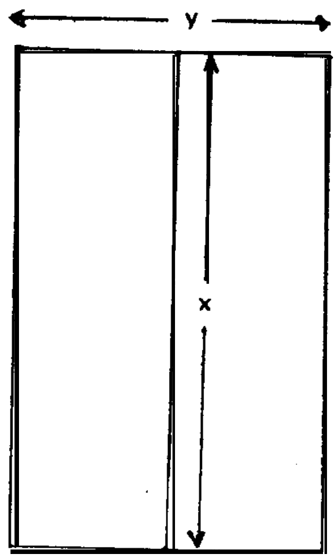
สมการ (4) นี้จะอยู่ในฟังก์ชันของ x แทนค่าฟังก์ชันนี้ด้วย f นั่นคือ f(x) เป็นพื้นที่ของสนามมีหน่วยเป็นตารางฟุต และ

$$f(x) = x\left(\frac{960 - 12x}{10}\right) \qquad (5)$$

(ข) เพราะว่าทั้ง x และ y ไม่เป็นลบ เพราะฉะนั้นค่าน้อยที่สุดของ x และ y ที่เป็นไปได้ คือ 0 นั่นคือ ถ้าให้ $y = 0$ จากสมการ (3) จะได้ $x = 80$ ดังนั้น 80 จึงเป็นค่าที่มากที่สุดของ x เท่าที่สามารถเป็นไปได้ ด้วยเหตุนี้ x จะมีค่าอยู่บนช่วงปิด $[0, 80]$ และช่วงปิดนี้คือ โดเมนของ f

13.





วิธีทำ

(ก) ให้ x เป็นความยาวของรั้วที่แบ่งครึ่งพื้นที่ (มีหน่วยเป็นหลา)

y เป็นความยาวหรือความกว้างของรั้วที่ล้อมรอบ (ดูรูป) (มีหน่วยเป็นหลา)

และ A แทนพื้นที่ของสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ 2,700 ตารางหลา

$$A = xy = 2{,}700 \quad \ldots$$

เพราะว่า ราคาค่าทำรั้วตรงกึ่งกลางพื้นที่เป็น 4 บาท ต่อ 1 หลา เพราะฉะนั้น ค่าทำรั้วตรงกึ่งกลางเป็น 4x บาท ในทำนองเดียวกัน ราคาทำรั้วรอบสนามเป็น $12x + 12y$ ดังนั้น ค่าทำรั้วทั้งหมดเป็น $12x + 12y + 4x$

ให้ C แทนค่าทำรั้วทั้งหมด

ดังนั้น $C \quad 12x + 12y + 4x$

$$C = 16x + 12y \qquad (2)$$

จาก (1) หาค่า y จะได้

$$y \quad \frac{2,700}{x} \qquad (3)$$

แทนค่า (3) ลงใน (2)

$$C \quad 16x + 12\left(\frac{2,700}{x}\right) \qquad (4)$$

เพราะว่า (4) นี้จะอยู่ในฟังก์ชันของ x แทนค่าฟังก์ชันนี้ด้วย f นั่นคือ f(x) เป็นราคาค่าทำรั้วทั้งหมดที่อยู่ในรูปฟังก์ชันของ x

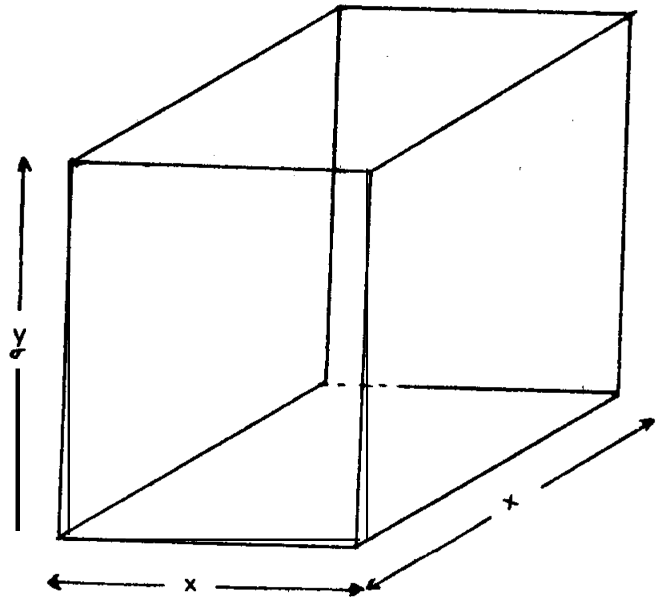
$$f(x) = 16x + 12\left(\frac{2,700}{x}\right)$$

$$f(x) = 16x + \frac{32,400}{x}$$

(ข) เพราะว่าทั้ง x และ y ไม่เป็นลบ เพราะฉะนั้นค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ x และ y คือ 0 นั่นคือเมื่อให้ $y = 0$ จากสมการ (3) จะได้ $x \to \infty$ ดังนั้น x จะมีค่าอยู่ $[0, \infty)$ และช่วงนี้คือโดเมนของ f

ตอบ

14.



วิธีทำ

(ก) ให้ x เป็นความยาวของด้านฐาน (มีหน่วยเป็นหลา)

y เป็นความลึกของแทงค์น้ำ (มีหน่วยเป็นหลา)

V แทนปริมาตรของแทงค์น้ำมีปริมาตรเป็น 125 ลูกบาศก์หลา

ดังนั้น $$V = x^2y = 125 \qquad \ldots (1)$$

และให้ C แทนราคาของโลหะที่ใช้ทำแทงค์น้ำ

เพราะว่าราคาต่อหนึ่งตารางหลา สำหรับด้านล่างเป็น 8 บาท เพราะฉะนั้นราคาโลหะที่ใช้ทำฐานจตุรัสด้านล่างเป็น $8x^2$ ในทำนองเดียวกันราคาโลหะที่ใช้ทำด้านข้างของแทงค์น้ำเป็น $16xy$ ดังนั้นราคาของโลหะที่ใช้ทำแทงค์น้ำทั้งหมด

$$C = 8x^2 + 16xy \qquad \ldots (2)$$

จาก (1) หาค่า y ในรูปของฟังก์ชัน x จะได้

$$y = \frac{125}{x^2} \qquad \ldots (3)$$

แทนค่า (3) ลงใน (2)

$$C \qquad 8x^2 + 16x\left(\frac{125}{x^2}\right)$$

$$C \qquad 8x^2 + \frac{2{,}000}{x} \qquad (4)$$

เพราะว่าสมการ (4) นี้อยู่ในฟังก์ชันของ x แทนค่าฟังก์ชันชั้นนี้ด้วย f นั่นคือ f(x) เป็นราคาของโลหะที่ใช้ทำแทงค์น้ำทั้งหมดที่อยู่ในรูปของฟังก์ชัน x

$$f(x) = 8x^2 + \frac{2{,}000}{x}$$

(ข) เพราะว่า x และ y ไม่เป็นลบ เพราะฉะนั้นค่าน้อยที่สุดของ x และ y ทีเป็นไปได้ คือ 0 ดังนั้นเมื่อแทนค่า $y = 0$ ใน (3) จะได้ $x \to \infty$ นั่นคือ x มีค่าอยู่ในช่วงครึ่งปิดครึ่งเปิด $[0, \infty)$ และช่วงนี้คือ โดเมนของ f

15.

วิธีทำ

(ก) ให้ x เป็นราคาตู้วางหนังสือ 1 ตู้ (มีหน่วยเป็นบาท)

และ P แทนกำไรที่ช่างไม้ได้รับใน 1 เดือน (มีหน่วยเป็นบาท)

ราคาต้นทุนทำตู้วางหนังสือ = 20(200−2x) บาท

ราคาขายตู้วางหนังสือ = x(200−2x) บาท

ดังนั้น

$$\begin{aligned} P &= \text{ราคาขาย} - \text{ราคาทุน} \\ &= x(200-2x) - 20(200-2x) \\ &= (200-2x)(x-20) \\ &= -4{,}000 + 240x - 2x^2 \qquad \ldots \quad (1) \end{aligned}$$

เพราะว่าสมการ (1) นี้ อยู่ในรูปของฟังก์ชัน x แทนค่าฟังก์ชันนี้ด้วย f นั่นคือ f(x) เป็นกำไรของช่างไม้ที่ได้รับใน 1 เดือน ที่อยู่ในรูปฟังก์ชันของ x

$$f(x) = -4{,}000 + 240x - 2x^2$$

(ข) ถ้าราคาขายของตู้วางหนังสือเป็น 65 บาท นั่นคือ $x = 65$

$$f(65) = -4{,}000 + 240(65) - 2(65)^2 = 3{,}150$$

16.

(ก) สมมุติให้

x คือจำนวนหน่วยที่ขายในปีแรก

$P(x)$ คือกำไรปีแรกที่อยู่ในรูปฟังก์ชัน x

ราคาขาย $= 65x$ บาท

ราคาต้นทุน $= 25x$ บาท

ต้นทุนคงที่ในปีแรก $= 140{,}000$ บาท

ดังนั้น

$$P(x) = 65x - 25x - 140{,}000$$

หรือ $P(x) = 40x - 140{,}000$

(ข) ถ้า $x = 23{,}000$ หน่วย

$$P(23{,}000) = 40(23{,}000) - 140{,}000 = 780{,}000$$

นั่นคือกำไรปีแรก = 780.000 บาท

(ค) ถ้าบริษัทไม่กำไรและไม่ขาดทุน จะได้ $P(x) = 0$ นั่นคือ

$$P(x) = 40x - 140{,}000 = 0$$

หรือ
$$x = \frac{140{,}000}{40} = 3{,}500 \text{ หน่วย}$$

จำนวนหน่วยที่ขายในปีแรกจะต้องเท่ากับ 3,500 หน่วย เพื่อว่าบริษัทจะไม่กำไรและไม่ขาดทุน (เสมอตัว)

17.

(ก) สมมุติให้

x เป็นจำนวนรองเท้าสกีที่ขายได้ในระหว่างเดือน

$P(x)$ เป็นกำไรในระหว่างเดือนที่อยู่ในฟังก์ชัน ของ x

ต้นทุนคงที่ = 4,200 บาท

ราคาขายรองเท้าระหว่างเดือน = $105x$ บาท

ราคาต้นทุนผลิตรองเท้า = $55x$ บาท

ดังนั้น

$$P(x) = 105x - 55x - 4{,}200$$

$$P(x) = 50x - 4{,}200$$

(ข) ถ้ารองเท้า 600 คู่ ขายได้ในเดือนธันวาคม ($x = 600$ คู่)

$$P(600) = 50(600) - 4{,}200$$

$$= 30{,}000 - 4{,}200$$

$$= 25{,}800 \text{ บาท}$$

กำไรในเดือนธันวาคม = 25,800 บาท

(ค) ถ้า $P(x) = 0$

$$50x - 4.200 = 0$$

$$x = \frac{4{,}200}{50}$$

84 คู่

นั่นคือรองเท้าสกีต้องขายได้ 84 คู่ ในระหว่างเดือน เพื่อว่าบริษัทจะไม่ขาดทุนและไม่กำไร (เสมอตัว)

18. สมมุติให้ x เป็นจำนวนชิ้นที่ผลิตในแต่ละสัปดาห์
P(x) เป็นกำไรตลอดสัปดาห์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันของ x

$$P(x) = 20x \quad ; \quad X6800$$

เมื่อ $x > 800$

$$P(x) = x[20 - 0.02(x - 800)]$$
$$= 36x - 0.02x^2$$

แต่โจทย์กำหนดให้กำไรไม่เป็นลบ ดังนั้นค่าขอบเขตบน (upper bound] หาได้จากสมการ

$$36x - 0.02x^2 = 0$$
$$x(36 - 0.02x) = 0$$
$$x = 0, \ 1,800$$

นั่นคือ ขอบเขตบน $x = 800$

(ค่า $x > 1,800$ ใช้ไม่ได้ เพราะจะทำให้ P(x) มีค่าเป็นลบ)

ดังนั้นจะได้ว่า

$$P(x) = \begin{cases} 20x & ; \ 0 \leqslant x \leqslant 800 \\ 36x - 0.02x^2 & ; \ 800 < x \ 61,800 \end{cases}$$

จากนิยามกำหนดให้ค่า x เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น x จะเป็นจำนวนเต็มใด ๆ บนช่วงปิด [0,1,800]

19. สมมุติให้ x เป็นจำนวนนักเรียนที่ไปเที่ยว

$R(x)$ เป็นรายได้ที่อยู่ในรูปฟังก์ชันของ x

$R(x) = 15x \quad ; \quad x \leqslant 150$

เมื่อ $x > 150$

$$R(x) = x[15 - 0.05(x - 150)]$$

$$= 22.5x - 0.05x^2$$

ถ้าเก็บเงินนักเรียนลดลงจนกระทั่งเหลือคนละ 10 บาท จะได้

$$22.5 - 0.05x = 10$$

$$x \quad \frac{10 - 22.5}{-0.05}$$

$$\frac{12.5}{.05}$$

$$250$$

นั่นคือ เมื่อเก็บเงินนักเรียนคนละ 10 จะมีนักเรียนไปเที่ยวจำนวน 250 คน ขอบเขตบน x = 250 ดังนั้น

$$R(x) = \begin{cases} 15x & ; \quad 0 < x \leqslant 150 \\ 22.5x - 0.05x^2 & ; \quad 150 < x \leqslant 250 \end{cases}$$

1.7 สรุปเรื่องสมการอุปสงค์และอุปทาน (Demand and Supply Equations)

กำหนดให้

P เป็นราคาต่อหน่วยของสินค้า

x เป็นจำนวนหน่วยสินค้า

ตามปกติในทางเศรษฐศาสตร์ ค่าของ x และ P ไม่เป็นจำนวนลบ นั่นคือกราฟของสมการอุปสงค์และสมการอุปทาน จะพิจารณาเฉพาะในจตุภาคที่ 1 เท่านั้น

การเขียนกราฟของสมการอุปสงค์และอุปทานจะใช้แกนดิ่งแทนราคา และแกนนอนแทนจำนวนสินค้า

สมการอุปสงค์แบบที่ง่ายที่สุด คือสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$\boxed{P = mx + P_0}$$

โดยที่ $m < 0$ และ P_0 เป็นจุดตัดของเส้นตรงบนแกน P (P_0 คือราคาต่อหน่วยสูงสุดที่ผู้ซื้อจะจ่ายตามสมการอุปสงค์)

สมการอุปทานแบบที่ง่ายที่สุด คือสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถเขียนในรูป

$$\boxed{P = mx + P_0}$$

โดยที่ $m > 0$ เส้นตรงตัดแกน P ที่จุด P_0 (P_0 คือราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถผลิตได้ตามสมการอุปทาน)

การหาจุดสมดุล (point of equilibrium) ของสมการอุปสงค์และสมการอุปทาน ซึ่งเขียนกราฟบนแกนชุดเดียวกัน ทำได้โดยการแก้สมการทั้งสองที่โจทย์กำหนดมาให้ ค่า x และ P ที่หาได้ (ให้ใช้เฉพาะค่าที่เป็นบวก ค่าลบไม่ใช้) คือ จำนวนสมดุล (equilibrium amount) และราคาสมดุล (equilibrium price) ตามลำดับ

เฉลยแบบฝึกหัด 1.7

จากแบบฝึกหัดข้อที่ 1 ถึง 10 กำหนดให้เป็นสมการเส้นตรง ให้เขียนส่วนหนึ่งของเส้นตรงในจตุภาคที่ 1 และหาว่าส่วนของเส้นตรงนี้เป็นเส้นโค้งอุปสงค์ (demand curve) หรือเส้นโค้งอุปทาน (supply curve) หรือไม่เป็นทั้งสองอย่าง

1. $2x - 3P + 6 = 0$

วิธีทำ จัดสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

$$p = mx + p_0 \qquad \text{..........(1)}$$

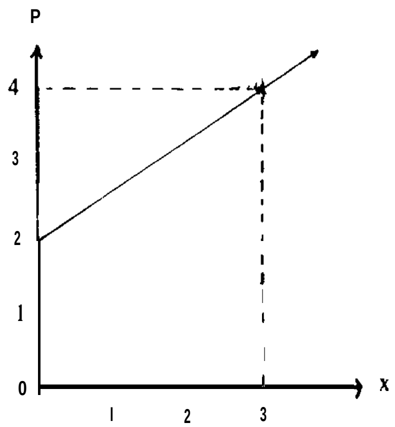
นั่นคือจะได้ $$3p = 2x + 6$$

หรือ $$p = \frac{2}{3}x + 2 \qquad \text{..........(2)}$$

จาก (1) และ (2) เทียบสัมประสิทธิ์จะได้

$$m = \frac{2}{3} > 0 \text{ ตัดแกน } p \text{ ที่จุด } (0, 2)$$

ดังนั้น สมการ $2x - 3p + 6 = 0$ เป็นเส้นโค้งอุปทาน ดูรูป



2. $4x+5p-10=0$

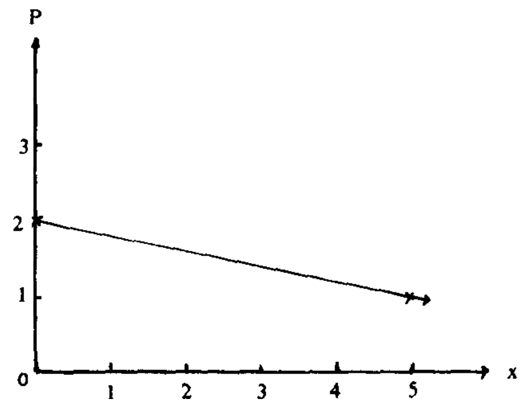
วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx+p_0$ จะได้

$$5p = -4x+10$$

หรือ $$p = -\frac{4}{5}x+2$$

นั่นคือ $m = -\frac{4}{5} < 0$ ตัดแกน p ที่จุด (0, 2)

ดังนั้นสมการ $4x+5p-10=0$ เป็นเส้นโค้งอุปสงค์ ดูรูป



3. $x+4p = 7$

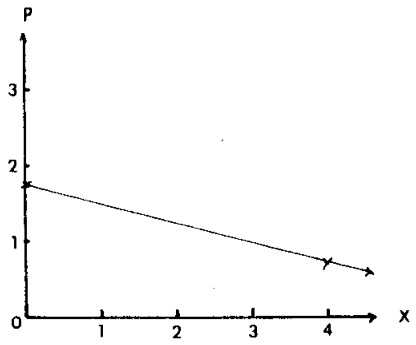
วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $p = mx+p_0$ จะได้

$$4p = -x+7$$

หรือ $$p = -\frac{1}{4}x+\frac{7}{4}$$

นั่นคือ $m = -\frac{1}{4} < 0$ **ตัดแกน** P **ที่จุด** $(0, \frac{7}{4})$

ดังนั้นสมการ $4x+5p \quad 10 = 0$ **เป็นเส้นโค้งอุปสงค์ ดูรูป**



4. $3x - 4p + 24 = 0$

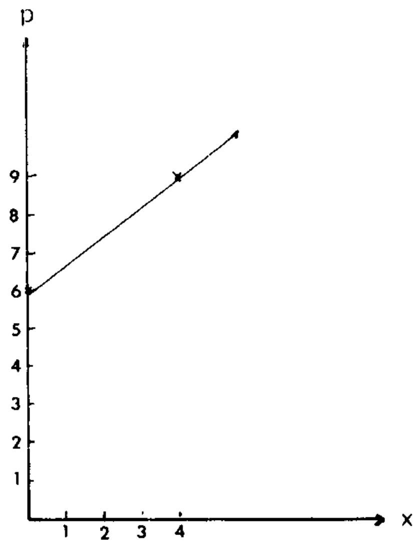
วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $p = mx + p_0$ จะได้

$$4p = 3x + 24$$

หรือ $$p = \frac{3}{4}x + 6$$

นั่นคือ $m = \frac{3}{4} > 0$ ตัดแกน p ที่จุด (0, 6)

ดังนั้นสมการ $3x - 4p + 24 = 0$ เป็นเส้นโค้งอุปทาน ดูรูป



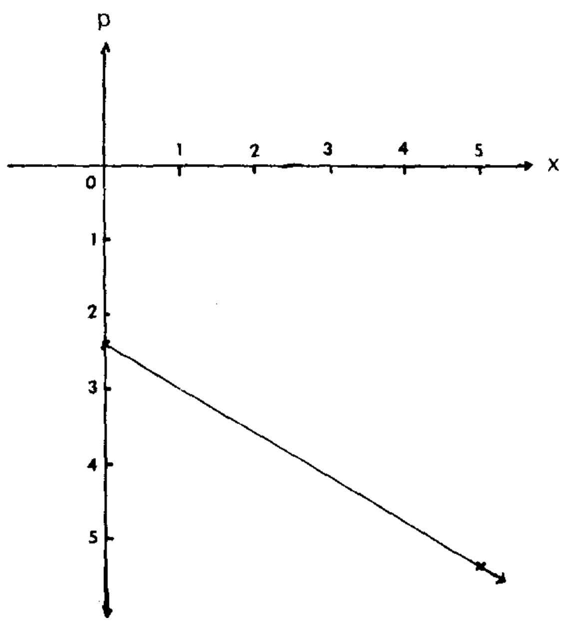
5. $3x + 5p + 12 = 0$

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $p = mx + p_0$ จะได้

$$5p = -3x - 12$$

$$p = -\frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$$

นั่นคือ $m = -\frac{3}{5} < 0$ ตัดแกน P ที่จุด $(0, -\frac{12}{5})$ ดูรูป



จากรูปจะพบว่าเราไม่สามารถเขียนกราฟให้อยู่ในจตุภาคที่ 1 ได้ ดังนั้นสมการ $3x + 5p + 12 = 0$ ไม่เป็นเส้นโค้งอุปสงค์ ทั้ง ๆ ที่ $m = -\frac{3}{5} < 0$ และไม่เป็นเส้นโค้งอุปทานด้วย

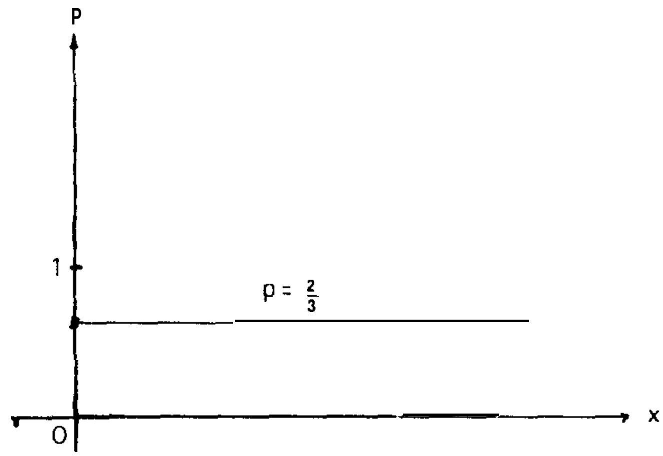
6. $p = 2$

วิธีทำ เขียนใหม่ได้เป็น

$$p = \frac{2}{3}$$

เทียบกับสูตรมาตรฐาน $P = mx + P_0$

นั่นคือ $m = 0$ ตัดแกน P ที่ $\frac{2}{3}$ ดูรูป



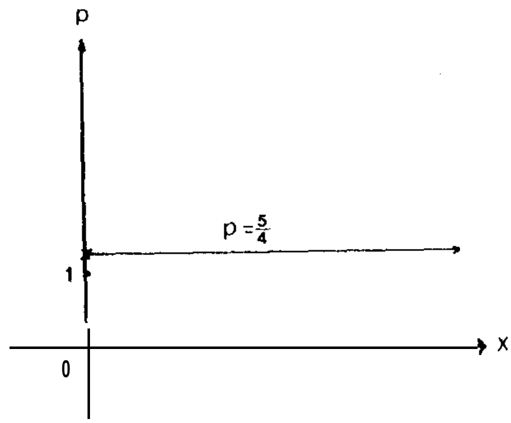
ดังนั้นสมการ $3p = 2$ ไม่เป็นทั้งเส้นโค้งอุปสงค์และเส้นโค้งอุปทาน

7. $4p - 5 = 0$

วิธีทำ จัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx + P_0$

จะได้ $p = \frac{5}{4}$

นั่นคือ $m = 0$ ตัดแกน P ที่ $\frac{5}{4}$ ดูรูป



ดังนั้น สมการ $4p - 5 = 0$ ไม่เป็นทั้งเส้นโค้งอุปสงค์ และเส้นโค้งอุปทาน

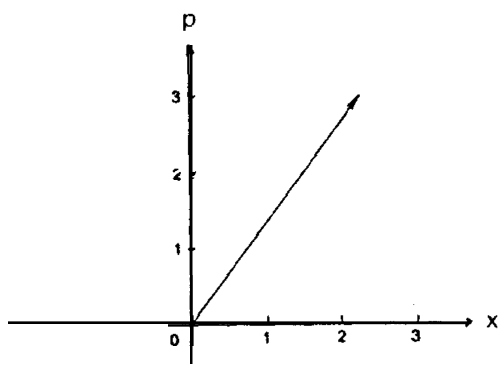
8. $4x - 3p = 0$

วิธีทำ จัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx + P_0$

จะได้ $3p = 4x$

หรือ $p = \frac{4}{3}x$

นั่นคือ $m = \frac{4}{3} > 0$ ตัดแกน P ที่ 0 ดูรูป



ดังนั้น สมการ $4x-3p = 0$ เป็นเส้นโค้งอุปทาน

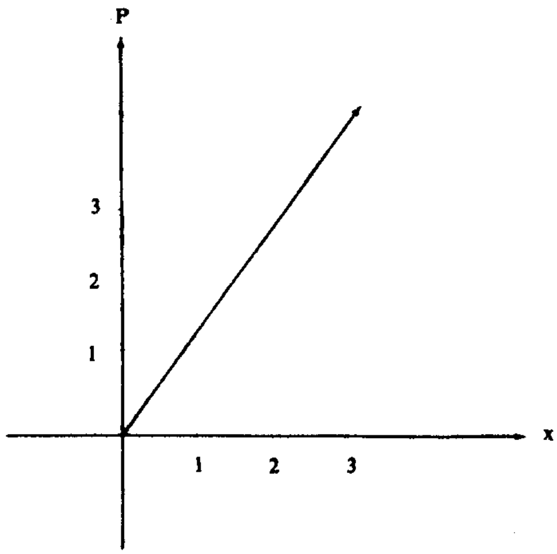
9. $5p - 6x = 0$

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx + P_0$ จะได้

$$5p = 6x$$

หรือ $p = \frac{6}{5}x$

นั่นคือ $m = \frac{6}{5} > 0$ ตัดแกน P ที่ 0



ดังนั้นสมการ $5p - 6x = 0$ เป็นเส้นโค้งอุปทาน

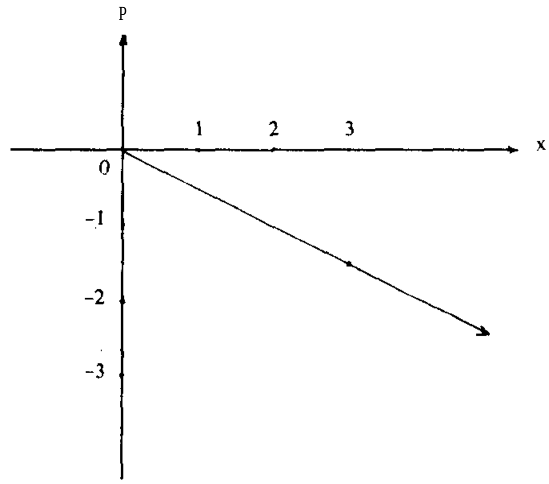
10. $2x + 6p + 3 = 0$

วิธีทำ จัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx + P_0$ จะได้

$$6p = -2x - 3$$

$$p = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$$

นั่นคือ $m = -\frac{1}{3} < 0$ ตัดแกน P ที่ $-\frac{1}{2}$ ดูรูป



จากรูปพบว่ากราฟไม่สามารถเขียนอยู่ในจตุภาคที่ 1 ได้ ดังนั้นสมการ $2x+6p+3 = 0$ ไม่เป็นทั้งเส้นโค้งอุปสงค์และเส้นโค้งอุปทาน

จากแบบฝึกหัดข้อ 11. ถึง 14. กำหนดสมการอุปสงค์ของสินค้าเฉพาะอย่างหนึ่งมาให้

(ก) จงเขียนกราฟของเส้นโค้งอุปสงค์

(ข) จงหาราคาสูงสุดที่ผู้ซื้อสามารถซื้อได้ และ

(ค) จงหาความต้องการซื้อสูงสุดถ้าสินค้ามีเหลือเฟือ

11. $3x+2p-15 = 0$ ....(I)

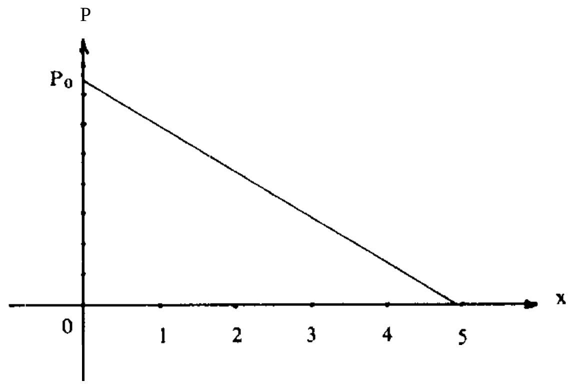
วิธีทำ เขียนให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx+P_0$ จะได้

$$2p = -3x+15$$

หรือ $$p = -\frac{3}{2}x+\frac{15}{2}$$

นั่นคือ $m = -\frac{3}{2}$ ตัดแกน P ที่ $\frac{15}{2} = P_0$

(ก) เขียนกราฟ



(ข) ราคาสูงสุดที่ผู้ซื้อสามารถซื้อได้คือ $P_0 = \frac{15}{2} = 7.5$ บาท

(ค) ความต้องการซื้อสูงสุดเมื่อสินค้ามีเหลือเฟือ

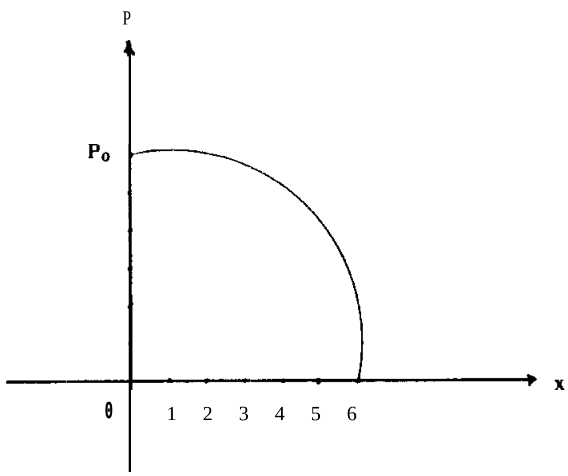
นั่นคือแทนค่า $P = 0$ ลงใน (1) จะได้

$$3x = 15$$

หรือ $\quad x = 5$ หน่วย

12. $x^2 + p^2 = 36$ (1)

วิธีทำ (ก) เขียนกราฟ



(ข) ราคาซื้อสูงสุดที่ผู้ซื้อสามารถซื้อได้คือ $P_0 = 6$ บาท

(ค) ถ้าแทนค่า $P = 0$ ลงใน (1) จะได้

$$x^2 = 36$$

$x = 6$ เพราะว่าค่า x พิจารณาเฉพาะค่าบวกเท่านั้น นั่นคือ

ความต้องการซื้อสูงสุดเมื่อสินค้ามีเหลือเฟือ = 6 หน่วย

13. $p^2 + 4p + 2x - 10 = 0$ (1)

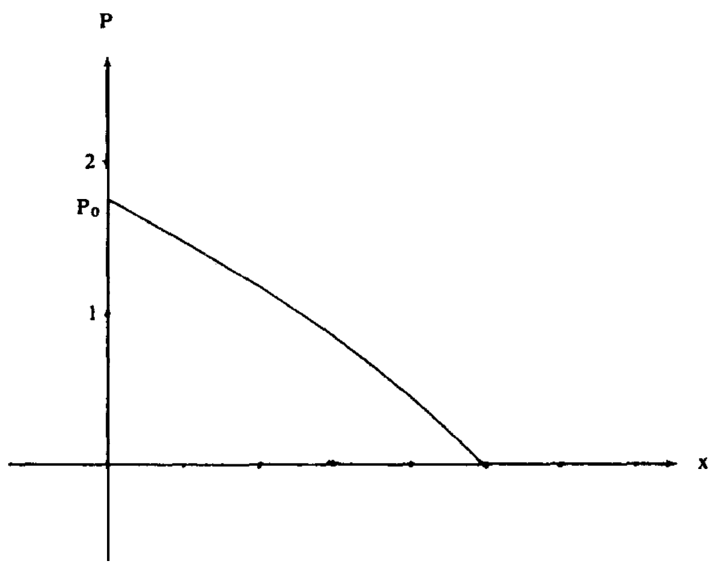
วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของสมการพาราโบลา จะได้

$$p^2 + 4p + (2)^2 = -2x + 10 + (2)^2$$

$$(p+2)^2 = -2x + 14$$

หรือ $$(p+2)^2 = -2(x-7)$$

(ก) เขียนกราฟพาราโบลาในจตุภาคที่ 1



(ข) หาค่า p โดยแทนค่า x = 0 ลงใน (1) จะได้

$$P^2 + 4P - 10 = 0$$

แก้สมการโดยใช้สูตรสมการกำลังสอง (quadratic formula)

$$P = \frac{-4 \pm\sqrt{16+40}}{2}$$

$$= -2 \pm\sqrt{14}$$

$$\cong -2 \pm 3.74$$

$p \cong 1.74$ บาท (ค่าลบไม่ใช้)

นั่นคือราคาซื้อสูงสุดที่ผู้ซื้อสามารถซื้อได้ คือ $P_0 = 1.74$ บาท

(ค) แทนค่า $p = 0$ ลงใน (1) จะได้

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

นั่นคือ ความต้องการซื้อสูงสุดเมื่อสินค้ามีเหลือเฟือ = 5 หน่วย

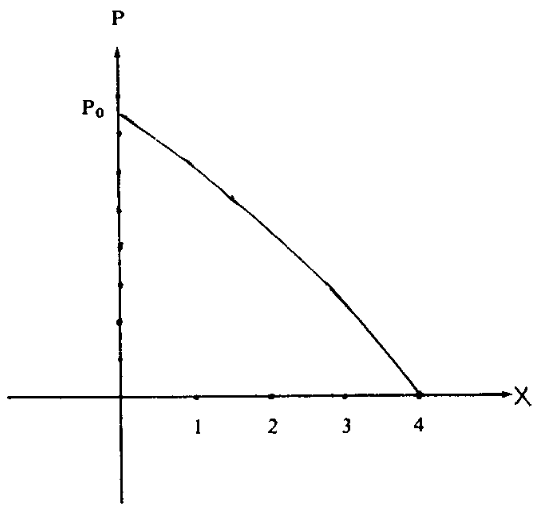
14. $x^2 + 2x + 3p - 23 = 0$ (1)

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของสมการพาราโบลาจะได้

$$x^2 + 2x + (1)^2 = -3p + 23 + (1)^2$$

$$(x+1)^2 = -3(p-8)$$

(ก) เขียนกราฟพาราโบลาในจตุภาคที่ 1



(ข) หาค่า P โดยแทนค่า x = 0 ลงใน (1) จะได้

$$P = \frac{23}{3}$$

นั่นคือ ราคาซื้อสูงสุดที่ผู้ซื้อสามารถซื้อได้คือ $P_0 = \frac{23}{3}$ บาท

(ค) หาค่า x โดยแทนค่า P = 0 ลงใน (1) จะได้

$$x^2+2x-23 = 0$$

ใช้สูตรกำลังสองแก้สมการ

$$\begin{aligned} x &= \frac{-2 \pm\sqrt{4-4(1)(-23)}}{2(1)} \\ &= \frac{-2 \pm\sqrt{96}}{2} \\ &\cong \frac{-2 \pm 9.8}{2} \\ &\cong -1 \pm 4.9 \\ &\cong 3.9 \text{ (ค่าลบไม่ใช้)} \end{aligned}$$

นั่นคือ (ค) ความต้องการซื้อสูงสุด เมื่อสินค้ามีเหลือเฟือ = 4 หน่วย

จากแบบฝึกหัดข้อ 15. ถึง 18. กำหนดสมการอุปทานสำหรับสินค้าเฉพาะอย่างหนึ่งมาให้

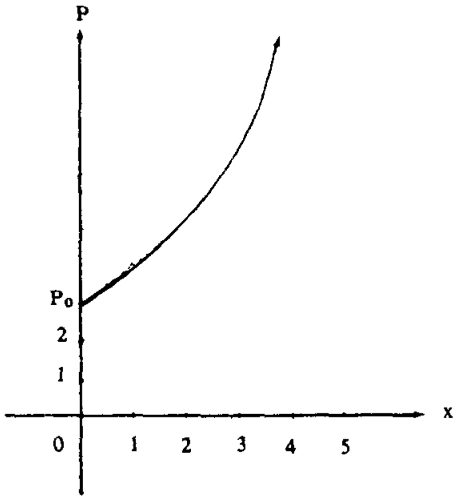
(ก) จงเขียนกราฟของเส้นโค้งอุปทาน
จงหาราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถจะผลิตได้

15. $x^2-4p+12 = 0$

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของสมการพาราโบลา จะได้

$$x^2 = 4p-12 = 4(p-3)$$

(ก) เขียนกราฟพาราโบลา



(ข) ราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถจะผลิตได้คือ $P_0 = 3$ บาท

16. $2x - 6p + 9 = 0$ (1)

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $P = mx + P_0$ จะได้

$$6p = 2x + 9$$

หรือ $$p = \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$$

นั่นคือ $m = \frac{1}{3} > 0$ ตัดแกน P ที่ $\frac{3}{2}$

(ก) เขียนกราฟ

(ข) แทนค่า $x = 0$ ลงใน (1) จะได้ $p = \frac{3}{2}$

ดังนั้น ราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถจะผลิตได้คือ $P_0 = \frac{3}{2}$ บาท

17. $p^2+8p-6x-20 = 0$ (1)

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของสมการพาราโบลา จะได้

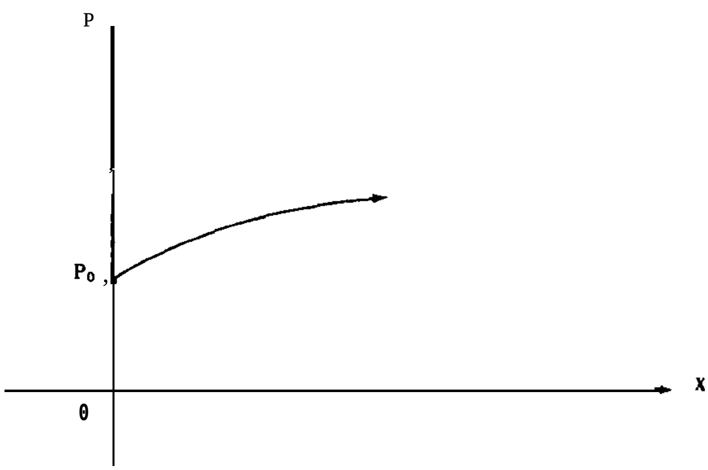
$$p^2+8p = 6x+20$$

หรือ $$p^2+8p+(4)^2 = 6x+20+(4)^2$$

$$(p+4)^2 = 6x+36$$

$$(p+4)^2 = 6(x+6)$$

(ก) เขียนกราฟพาราโบลา



(ข) แทนค่า $x = 0$ ลงใน (1) จะได้

$$p^2+8p-20 = 0$$

$$(p-2)(p+8) = 0$$

$$p = 2, -8$$

แต่ค่า P ที่เป็นลบไม่ใช้ ดังนั้น

$$p = 2$$

นั่นคือ ราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถจะผลิตได้คือ $P_0 = 2$ บาท

18. $2x^2 + 12x - 3p + 24 = 0$ (1)

วิธีทำ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของสมการพาราโบลาจะได้

$$2x^2 + 12x = 3p - 24$$

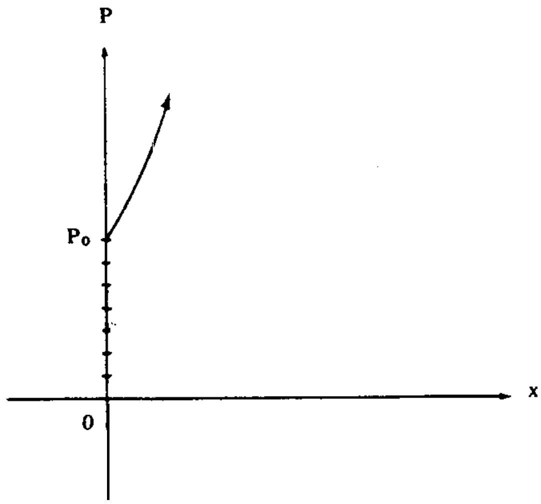
หรือ $$x^2 + 6x = \frac{3}{2}p - 12$$

$$x^2+6x+(3)^2 = \frac{3}{2}p - 12 + (3)^2$$

$$(x+3)^2 = \frac{3}{2}p - 3$$

$$(x+3)^2 = \frac{3}{2}(p - 2)$$

(ก) เขียนกราฟพาราโบลา



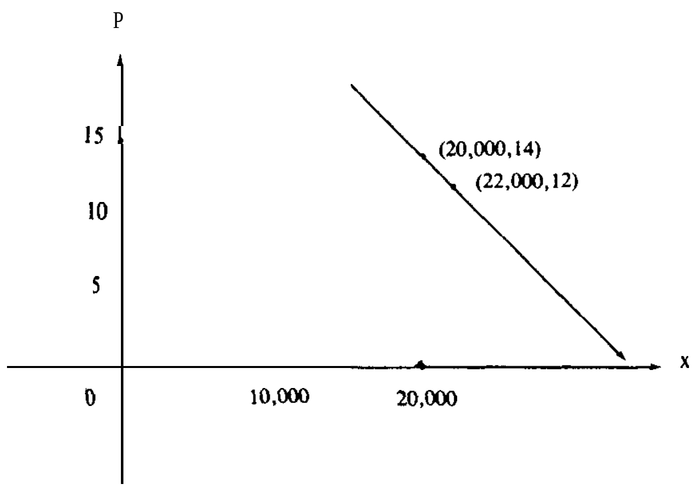
(ข) แทนค่า $x = 0$ ลงใน (1) จะได้

$$3p = 24$$

$$p = 8$$

นั่นคือ ราคาต่ำสุดที่สินค้าสามารถจะผลิตได้คือ $P_0 = 8$ บาท

19. บริษัทหนึ่งขายสินค้าได้ 20,000 หน่วย เมื่อขายหน่วยละ 14 บาท และบริษัทพบว่าเขาสามารถขายได้มากขึ้นอีก 2,000 หน่วย เมื่อลดราคาขายลงหน่วยละ 2 บาท จงหาสมการอุปสงค์ (กำหนดให้เป็นเส้นตรง) พร้อมทั้งเขียนรูป



วิธีทำ กำหนดให้

x เป็นจำนวนสินค้าที่ขายได้

p เป็นราคาสินค้า 1 หน่วย (มีหน่วยเป็นบาท)

เมื่อ p = 14, x = 20,000 และเมื่อ p = 12, x = 22,000 อยู่บนเส้นโค้งอุปสงค์ ใช้จุดทั้งสองนี้หาความชันเพื่อหาสมการเส้นตรง

สูตรสมการเส้นตรง

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

แทนค่า

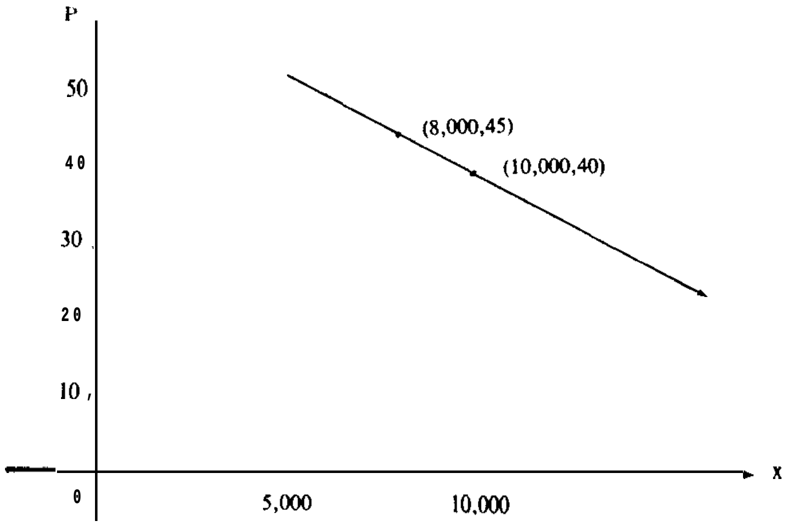
$$p - 12 = \frac{14 - 12}{20,000 - 22,000}(x - 22,000)$$

$$P - 12 = \frac{2}{-2,000}(x - 22,000)$$

$$P - 12 = \frac{-1}{1,000}x + 22$$

$$p = \frac{-1}{1,000}\ x i 34$$

20. เมื่อราคาขายเป็น 40 บาท หลอดไฟ 10,000 หลอด สามารถขายได้ในตลาด แต่เมื่อเพิ่มขึ้นอีกหน่วยละ 5 บาท หลอดไฟสามารถขายได้ 8,000 หลอด ถ้าสมการอุปสงค์เป็นเส้นตรง จงหาสมการอุปสงค์พร้อมทั้งเขียนกราฟ



วิธีทำ กำหนดให้

x เป็นจำนวนหลอดไฟที่ขายได้ในตลาด

P เป็นราคาหลอดไฟ 1 หลอด (มีหน่วยเป็นบาท)

เมื่อ $p = 40$, $x = 10{,}000$ และเมื่อ $p = 45$, $x = 8{,}000$ อยู่บนเส้นโค้งอุปสงค์ ใช้จุดทั้งสองหาความชันเพื่อหาสมการเส้นตรง

สูตรสมการเส้นตรง

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

แทนค่า

$$p - 40 = \frac{45 - 40}{8{,}000 - 10{,}000}(x - 10{,}000)$$

$$= \frac{5}{-2.000}(x - 10{,}000)$$

$$= \frac{-1}{400}(x - 10{,}000)$$

$$p = \frac{-1}{400}x + 65$$

จากแบบฝึกหัดข้อ 21. ถึง 24. กำหนดความต้องการของตลาด (market's demand) และสมการอุปทานมาให้ (ก) ให้หาจำนวนสมดุล (equilibrium amount) ราคาสมดุล (equilibrium price) และ (ข) เขียนเส้นโค้งของอุปสงค์และอุปทานบนแกนชุดเดียวกัน พร้อมทั้งแสดงจุดสมดุล (point of equilibrium) โดยที่ P เป็นราคาสินค้ามีหน่วยเป็นบาท และ 100x เป็นปริมาณสินค้า

21. $x+2p-15 = 0$, $x-3p+3 = 0$

วิธีทำ แก้สมการทั้งสองหาจุดตัด จากสมการ

$$x+2p-15 = 0 \qquad (1)$$

$$x-3p+3 = 0 \qquad (2)$$

(1) - (2) ; $$5p = 18$$

$$p = \frac{18}{5}$$

แทนค่า p ลงใน (2) จะได้

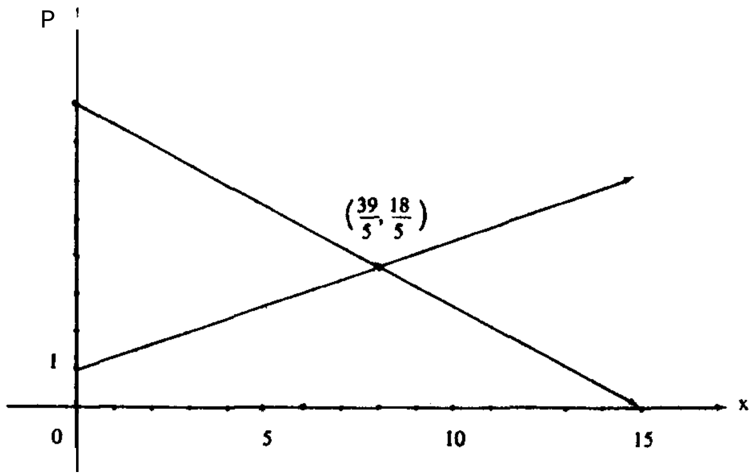
$$x = 3\left(\frac{18}{5}\right)-3$$

$$= \frac{39}{5}$$

(ก) จำนวนสมดุล $= \left(\frac{39}{5}\right)100 = 780$ หน่วย

ราคาสมดุล $= \frac{18}{5} = 3.6$ บาท

(ข) เขียนกราฟ



จุดสมดุลคือ $(\frac{39}{5}, \frac{18}{5}) = (x_E, P_E)$

22. $3x+p-21 = 0, \; 3x-4p+9 = 0$

วิธีทำ แก้สมการทั้งสอง หาจุดตัด จากสมการ

$$3x+p-21 = 0 \qquad (1)$$

$$3x-4p+9 = 0 \qquad (2)$$

(1) - (2) ;

$$5p = 30$$

$$P = 6$$

แทนค่า p ลงใน (2) จะได้

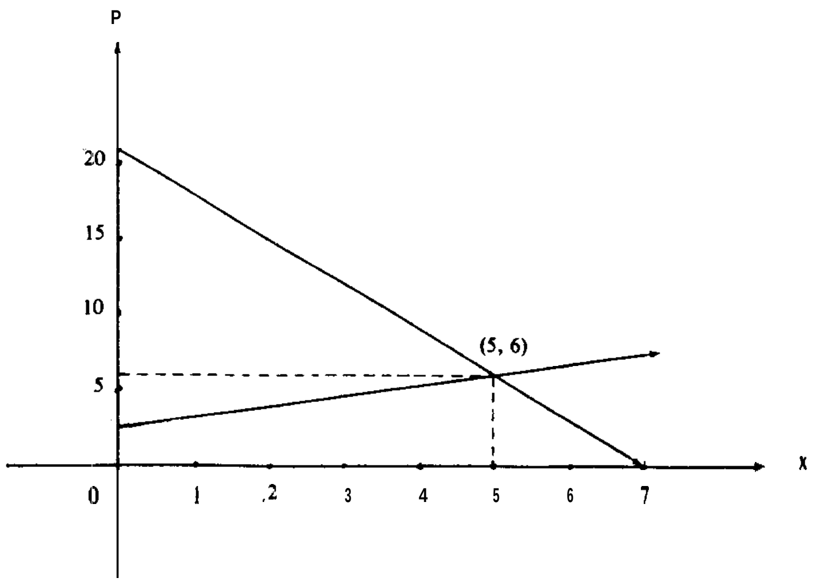
$$3x = 4(6) - 9$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

(n) จำนวนสมดุล = (5)100 = 500 หน่วย

ราคาสมดุล = 6 บาท

(91)เขียนกราฟ



จุดสมดุลคือ $(x_E, P_E) = (5, 6)$

23. $3x^2+p-10 = 0$, $x^2+2x-p+4 = 0$

วิธีทำ แก้สมการทั้งสองหาจุดตัด จากสมการ

$$3x^2+p-10 = 0 \quad (1)$$

$$x^2+2x-p+4 = 0 \quad (2)$$

(1) + (2); $\quad 4x^2+2x-6 = 0$

เอา 4 หารตลอด

$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2} = 0$$

$$(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$x = 1, -\frac{3}{2}$$

แต่ค่า x ที่เป็นลบใช้ไม่ได้

ดังนั้น $\quad x = 1$

แทนค่า $\quad x = 1$ ลงใน (1) จะได้

$$3(1)^2+p-10 = 0$$

$$P = 7$$

(ก) จำนวนสมดุล = (1)100 = 100 หน่วย

ราคาสมดุล = 7 บาท

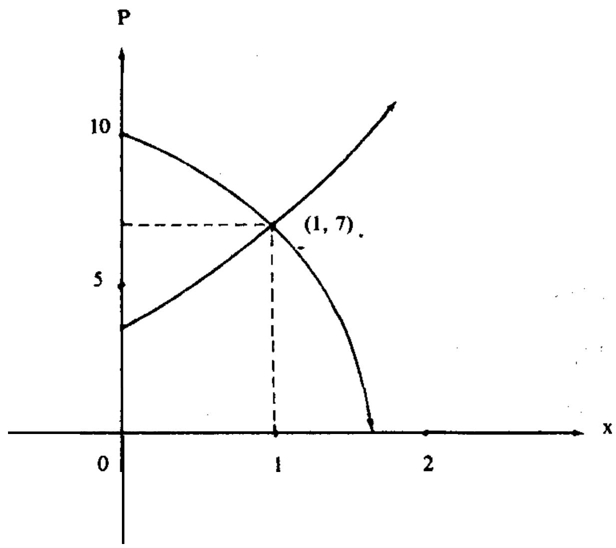
(ข) เขียนกราฟ โดยจัดรูป (1) และ (2) ใหม่ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

จาก (1) $\quad x^2 = -\frac{1}{3}(p-10) \quad (3)$

จาก (2) $\quad x*+2x = p-4$

$$x^2+2x+(1)^2 = p-4+(1)^2$$

$$(x+1)^2 = p-3 \quad (4)$$



จุดสมดุลคือ $(x_E, P_E) = (1, 7)$

24. $p^2+p+x-12 = 0$, $2p^2-2p-x-4= 0$

วิธีทำ แก้สมการทั้งสองหาจุดตัด จากสมการ

$$p^2+p+x-12 = 0 \qquad (1)$$

$$2p^2-2p-x-4 = 0 \qquad (2)$$

$(1)+(2)$; $$3p^2-p-16 = 0$$

แก้สมการโดยใช้สูตรกำลังสอง (quadratic formula)

$$p = \frac{1 \pm\sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-16)}}{2(3)}$$

$$= \frac{1 \pm\sqrt{1+192}}{6}$$

$$= \frac{1 \pm\sqrt{193}}{6}$$

$$\simeq \frac{1 \pm 13.89}{6}$$

$p \cong 2.48$ ค่าลบใช้ไม่ได้

แทนค่า P ลงใน (1) จะได้

$$x \cong 12 - (2.48)^2 - 2.48$$
$$\cong 12 - 2.48(2.48 + I)$$
$$\cong 12 - 2.48(3.48)$$
$$\cong 12 - 8.6304$$
$$\cong 3.37$$

(n) **จำนวนสมดุล** = $3.37 \times 100 = 337$ **หน่วย**

ราคาสมดุล = 2.48 **บาท**

จากสมการ (1) และ (2) **จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานจะได้**

จาก (I) $\quad p^2 + p = -x + 12$

$$p^2 + p + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -x + 12 + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(p + \frac{1}{2}\right)^2 = -x + \frac{49}{4}$$

หรือ $\quad \left(p + \frac{1}{2}\right)^2 = -\left(x - \frac{49}{4}\right) \qquad$ **(3)**

จาก *(2)* $\quad 2p^2 - 2p = x + 4$

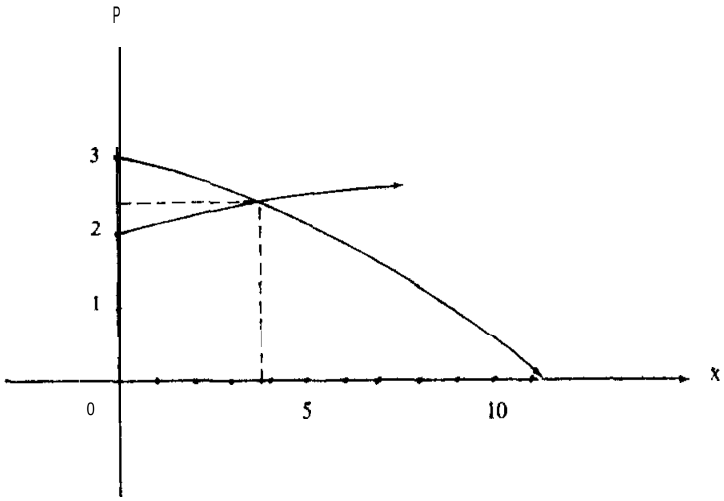
เอา 2 **หารตลอด**

$$p^2 - p = \frac{1}{2}x + 2$$

$$p^2 - p + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}x + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}$$

$$\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(x + \frac{9}{2}\right) \qquad \textbf{(4)}$$



ดังนั้น จุดสมดุลคือ $(x_E, P_E) = (3.37, \mathbf{2.48})$