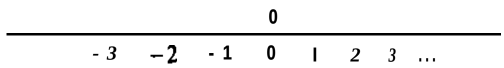
บทที่ 4
ระบบพิกัด
(Coordinate System)

4.1 ระบบพิกัดฉาก (The Rectangular Coordinate System)

พิจารณาเส้นตรงเส้นหนึ่ง ถ้าเลือกจุด ๆ หนึ่งให้เป็นจุดกำเนิด (origin) โดยมีพิกัดเท่ากับ 0 (ศูนย์) ให้ชื่อว่าจุด 0 วัดระยะทาง 1 หน่วยไปทางขวามือของจุด 0 แทน 1 และระยะทาง 2 หน่วยไปทางขวามือของจุด 0 แทน 2 ฯลฯ ในทำนองเดียวกันวัดระยะทาง 1 หน่วยไปทางซ้ายมือของจุด 0 แทน −1 และระยะทาง 2 หน่วยไปทางซ้ายมือของจุด 0 แทน −2 ฯลฯ ดูรูป 4.1.1



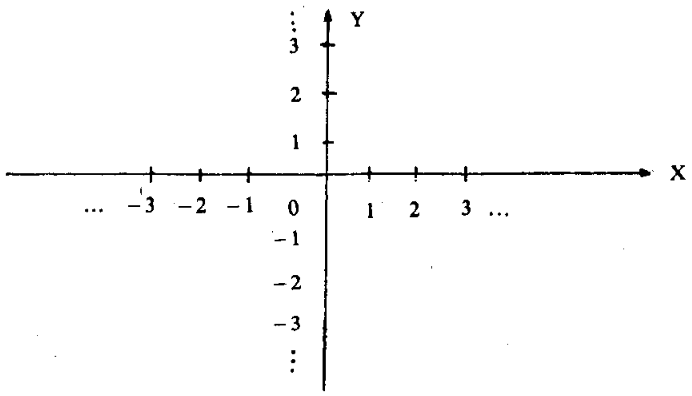
รูป 4.1.1

เส้นตรงในรูป 4.1.1 เราเรียกว่าเส้นพิกัด

เมื่อเรานำเส้นพิกัด 2 เส้น มาตัดกันที่จุด 0 ทำมุม 90° โดยให้เส้นหนึ่งอยู่ในแนวนอน (horizonatal) อีกเส้นหนึ่งอยู่ในแนวตั้ง (vertical) ดูรูป 4.1.2

เราเรียกเส้นตรงทั้ง 2 นี้ว่า แกนพิกัด

เส้นที่อยู่ในแนวนอน เรียกว่า แกน X (X-axis) และเส้นที่อยู่ในแนวดิ่งเรียกว่า แกน Y (Y-axis) จุดที่เกิดการตัดกันเรียกว่าจุดกำเนิด (origin) จะมีพิกัด (0, 0)



จากรูปจะเห็นว่าค่า x ที่อยู่ทางขวามือของแกน Y จะมีเครื่องหมายบวกและถ้าอยู่ทางซ้ายมือของแกน Y จะมีเครื่องหมายลบ

ในทำนองเดียวกันค่า y ที่อยู่เหนือแกน X จะมีเครื่องหมายบวก และค่า y ที่อยู่ใต้แกน X จะมีเครื่องหมายลบ

จากความจริงที่ว่าเส้นตรง 2 เส้นตัดกันย่อมได้ระนาบ 1 ระนาบ ดังนั้น เมื่อเรามีแกน X ตัดกับแกน Y ที่จุด 0 จึงทำให้ระนาบขึ้นมา ซึ่งเราเรียกว่า ระนาบ XY

จุด P ใด ๆ ที่อยู่บนระนาบ XY จะเกี่ยวข้องกับเลข 2 จำนวนคือ พิกัดที่หนึ่ง (x-coordinate หรือ abscissa) ซึ่งเป็นระยะที่จุดนั้นอยู่ห่างจากแกน Y และเลขอีกจำนวนหนึ่งคือ พิกัดที่สอง (y-coordinate หรือ ordinate) ซึ่งเป็นระยะที่จุดนั้นอยู่ห่างจากแกน X ทั้งพิกัดที่หนึ่งและพิกัดที่สองรวมเรียกว่า พิกัดของจุด P และเขียน P(x, y) เมื่อ x เป็นพิกัดที่หนึ่ง และ y เป็นพิกัดที่สอง

พิกัดของจุดใด ๆ บนระนาบ XY เราจะแทนด้วยคู่อันดับ ซึ่งสมาชิกตัวแรกแทนค่า x และสมาชิกตัวที่สองแทนค่า y

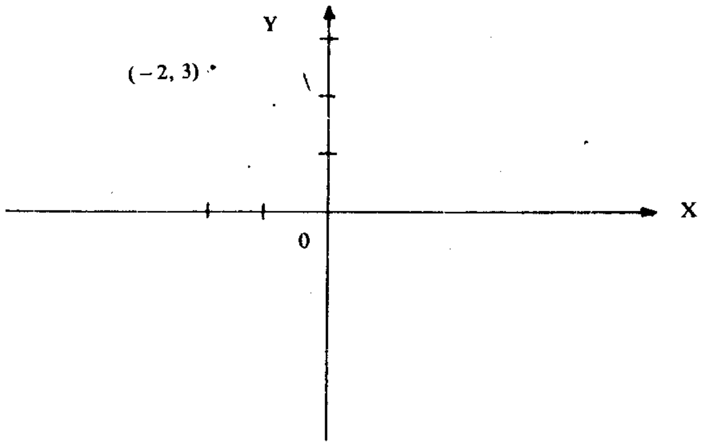
วิธีเขียนจุดลงบนระนาบ XY

การเขียนจุดในระบบพิกัดฉากเรียกว่า การลงจุด (plotting the point)

สมมติว่า ต้องการแทนจุด (x,y) ลงบนระนาบ XY เริ่มแรกเราก็วัดระยะห่างจากแกน Y x หน่วย จะวัดไปทางซ้ายหรือขวา ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของค่า x ถ้าค่า x เป็นบวก ก็วัดไปทางขวา ถ้าค่า x เป็นลบก็วัดไปทางซ้าย ขั้นต่อไปก็วัดระยะห่างจากแกน X y หน่วยจะวัดขึ้นข้างบน หรือลงข้างล่างขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของค่า y ถ้าค่า y เป็นบวกก็วัดขึ้นข้างบน ถ้าค่า y เป็นลบก็วัดลงข้างล่าง

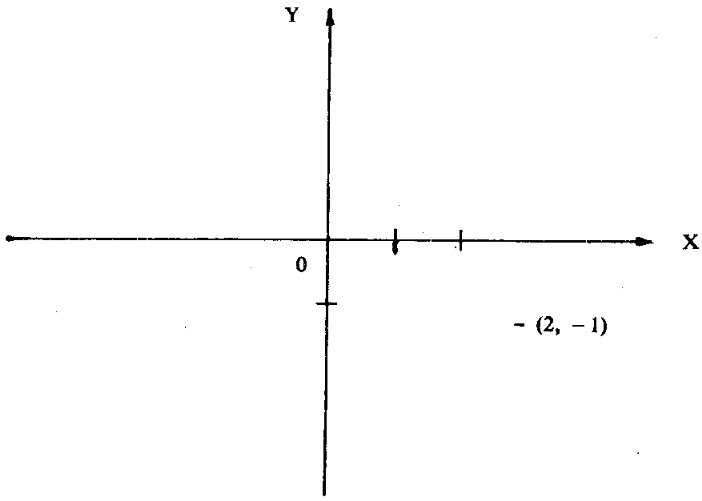
ตัวอย่างที่ 4.1.1 จงเขียนจุด $(-2, 3)$ ลงบนระนาบ XY

วิธีทำ $(-2, 3)$ เป็นจุดที่มีค่า x เป็น -2 และค่า y เป็น 3 ดังนั้นจุด $(-2, 3)$ เป็นจุดที่ห่างจากแกน Y ไปทางซ้ายมือ 2 หน่วย และห่างจากแกน X ขึ้นไปข้างบน 3 หน่วย ดังรูป



ตัวอย่างที่ 4.1.2 จงเขียนจุด $(2, -1)$ ลงบนระนาบ XY

วิธีทำ จุด $(2, -1)$ เป็นจุดที่อยู่ห่างจากแกน Y ไปขวามือ 2 หน่วย และอยู่ห่างจากแกน X ลงไปข้างล่าง 1 หน่วย ดูรูป



จุดที่อยู่บนแกน X จะมีค่า y เป็นศูนย์ในทำนองเดียวกันจุดที่อยู่บนแกน Y จะมีค่า x เป็นศูนย์

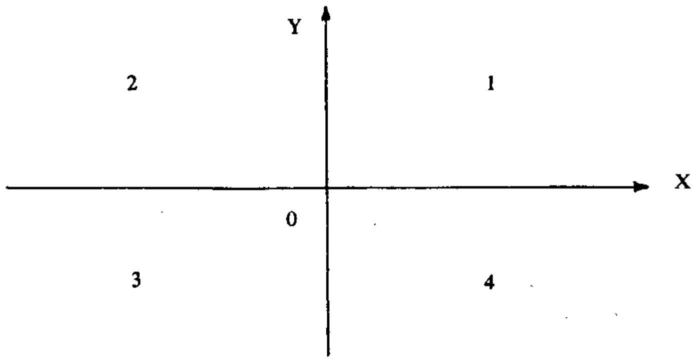
ตัวอย่างที่ 4.1.3 จุด (1, 0), (4, 0), (−3, 0), (−10, 0) ต่างก็อยู่บนแกน X และจุด (0, 3), (0, −2), (0, 6), (0, 9) ต่างก็อยู่บนแกน Y

เส้นตรงที่ขนานกับแกน X จะมีค่า y คงที่ในทำนองเดียวกันเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะมีค่า x คงที่

ตัวอย่างที่ 4.1.4 จุด (2, 2), (3, 2), (−7, 2), (8, 2) มีค่า y เท่ากัน ดังนั้นจุดเหล่านี้จะอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน X อยู่เหนือแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะทาง 2 หน่วย

ตัวอย่างที่ 4.1.5 จุด (1, 3), (1, 0), (1, −5), (1, 6) มีค่า x เท่ากัน ดังนั้นจุดเหล่านี้จะอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ทางขวามือของแกน Y และห่างจากแกน Y เป็นระยะทาง 1 หน่วย

จากรูป 4.1.2 จะเห็นว่าแกน X และแกน Y ตัดกันจะแบ่งระนาบ XY ออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเราเรียกว่า จตุตถภาค (quadrant) ดูรูป 4.1.3



รูปที่ 4.1.3

จากรูป 4.1.3 จะเห็นว่า จตุตถภาคที่ 1 มีค่า x และค่า y เป็นบวกทั้งคู่
จตุตถภาคที่ 2 มีค่า x เป็นลบและค่า y เป็นบวก
จตุตถภาคที่ 3 มีค่า x เป็นลบและค่า y เป็นลบ
จตุตถภาคที่ 4 มีค่า x เป็นบวกและค่า y เป็นลบ

แบบฝึกหัด 4.1

1. จงเขียนจุดเหล่านี้ ลงบนระนาบ XY

   ก. (0, 1)

   ข. (2, 3)

   ค. (−4, 5)

   ง. (3, −7)

   จ. (−1, −3)

   ฉ. (5, 0)

   ช. $(2, \sqrt{2})$

   ซ. $(\sqrt{2}, 3)$

   ฌ. $(-\sqrt{2}, 4)$

   ญ. $(6, -\sqrt{2})$

2. จงพิจารณาดูว่าจุดต่าง ๆ ในข้อต่อไปนี้อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

   ก. (2, 3), (2, −3), (2, 5)

   ข. (−1, 0), (−2, 0), (2, 3)

   ค. (0, 1), (1, 2), (3, 6)

   ง. (3, 1), (−2, 1), (−1, 1)

   จ. (−3, 7), (2, 7), (3, 7)

3. จงพิจารณาดูว่าจุดต่อไปนี้อยู่ในจตุตถภาคที่เท่าใด

   ก. (1, 3)

   ข. (−1, −5)

   ค. (−1, 7)

   ง. (3, −8)

   จ. (4, 7)

4. จงเขียนจุดทั้งหมดที่มีระยะห่างจากแกน X เท่ากับ 1

5. จงเขียนจุดที่มีพิกัดที่หนึ่งเป็นค่าลบของพิกัดที่สอง

4.2 สูตรจุดกึ่งกลาง (midpoint formula)

สำหรับจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ที่อยู่ในระนาบ XY ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง P_1 และ P_2

ดังนั้นพิกัดของ $P(x, y)$ คือ

$$x = (x_1 + x_2)/2$$

$$Y = (y_1 + y_2)/2$$

ตัวอย่างที่ 4.2.1 จงหาพิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นตรงซึ่งเชื่อมระหว่างจุด (2, 3) และ (7, 6)

วิธีทำ ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (2, 3) และ (7, 6)

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x2 = 7, y_2 = 6$

ดังนั้น $x = (2 + 7)/2$

$= 9/2$

$y = (3 + 6)/2$

$= 9/2$

ดังนั้น พิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นที่เชื่อมระหว่างจุด (2, 3) และ (7, 6) คือ (9/2, (9/2) **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.2.2 เส้นตรง P_1P_2 โดยที่ P_1 มีพิกัดคือ (1, 2) และจุด P_2 อยู่บน X และ ห่างจากแกน Y ไปทางขวา 3 หน่วย จงหาจุดกึ่งกลางของเส้น P_1P_2

วิธีทำ ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างเส้นตรง P_1P_2

$X_1 = 1, y_1 = 2$

เพราะจุด P_2 อยู่บนแกน X ดังนั้น $y_2 = 0$
และอยู่ห่างจากแกน Y ไปทางขวามือ 3 หน่วย

ดังนั้น $X_2 = 3$

$$x = (1+3)/2 = 2$$

$$y = (2+0)/2 = 1$$

ดังนั้น พิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นที่เชื่อมระหว่าง (1, 2), (3, 0)
คือ (2, 1) **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.2.3 จงหาพิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุด (a, 0) และ (0, b)

วิธีทำ ให้ P(x, y) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (a, 0) และ (0, b)

$$x_1 = a, y_1 = 0$$

$$x_2 = 0, y_2 = b$$

ดังนั้น $x = (a+0)/2 = a/2$

$$y = (0+b)/2 = b/2$$

ดังนั้น พิกัดของจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (a, 0) และ (0, b) คือ (a/2, b/2)

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.2.4 ถ้าจุดปลายข้างหนึ่งคือ (1, 3) และจุดกึ่งกลางคือ (2, 5) จงหาจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

วิธีทำ ให้ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

$$x_1 = 1, y_1 = 3$$

$$x = 2, y = 5$$

ดังนั้น $2 = (1+x_2)/2$

$$4 = 1+x_2$$

$$x_2 = 3$$

$$5 = (3+y_2)/2$$

$$10 = 3 + y_2$$

$$y_2 = 7$$

ดังนั้นจุดปลายอีกข้างหนึ่งคือ (3, 7) **ตอบ**

แบบฝึกหัด 4.2

1. จงหาพิกัดของจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

   ก. (2, 3), (0, 1)

   ข. (4, 2), (2, 1)

   ค. (−1, −2), (3, 5)

   ง. (−3, 4), (2, −5)

   จ. (0, 0), (4, 6)

   ฉ. (5, 0), (−4, 1)

   ช. (1, 2), (5, 6)

   ซ. (−2, 1), (0, 3)

2. กำหนดพิกัดของจุด P_1 ซึ่งเป็นจุดปลายข้างหนึ่งและจุดกึ่งกลาง P ให้จงหาจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

   ก. $P_1(1, 3)$, $P(0, 2)$

   ข. $P_1(2, 4)$, $P(-1, 2)$

   ค. $P_1(0, 3)$, $P(4, 5)$

   ง. $P_1(0, 0)$ $P(1, 4)$

   จ. $P_1(5, 0)$, $P(6, 8)$

3. รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดเป็น (5, −7), (−1, 1), (5, 3) และ (7, −1) จงพิจารณาดูว่าเส้นทั้งสี่ซึ่งเชื่อมต่อระหว่างจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมนี้ประกอบกันเป็นสี่เหลี่ยมอะไร

4.3 สูตรระยะทางระหว่างจุด 2 จุด (Distance between two points formula)

ถ้าเราต้องการทราบระยะทางระหว่างจุด 2 จุด ในระนาบ XY เราจะนำเอาทฤษฎีของพิธากอรัส (Pythagorean Theorem) มาใช้ ซึ่งพูดถึงสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) ว่าด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง จะเท่ากับด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้านยกกำลังสองแล้วนำมาบวกกัน

นั่นคือ ถ้า a, b และ c เป็นด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แล้ว

$$c^2 = a^2+b^2$$

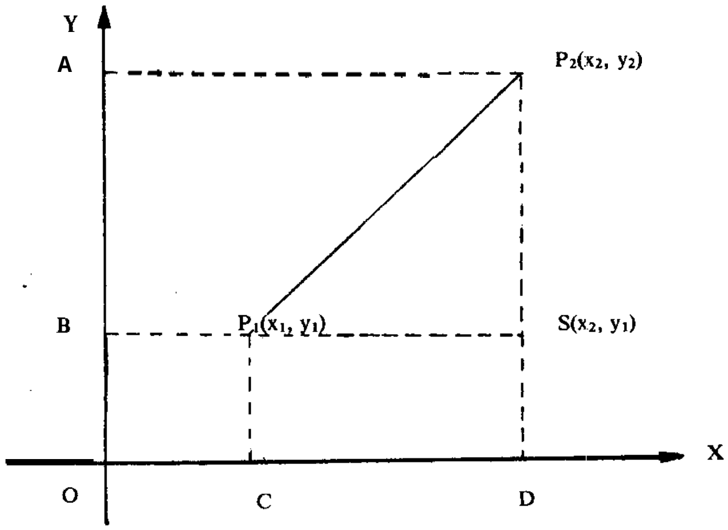
และ $$c = \sqrt{a^2+b^2}$$

ทฤษฎีที่ 4.3.1 ถ้า $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุด 2 จุดในระนาบพิกัด และ d เป็นระยะทางระหว่าง P_1 และ P_2 แล้ว

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

พิสูจน์ เขียนจุด $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ลงบนระนาบ XY แล้ว สร้างสามเหลี่ยม P_1SP_2 โดยให้มุม P_1SP_2 เป็นมุมฉาก

และพิกัดของ S คือ (x_2, y_1)



รูป 4.3.1

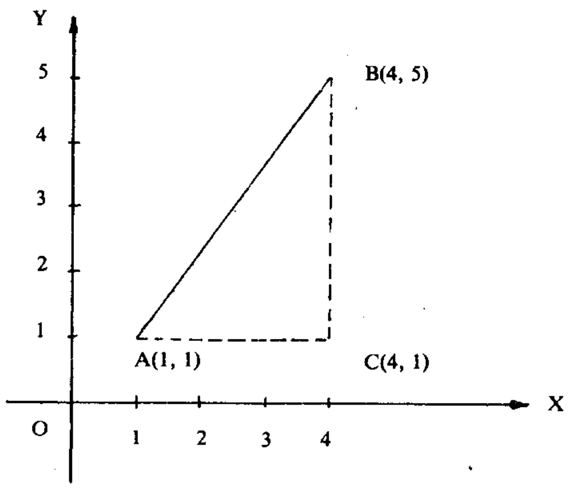
$$P_1S = OD - OC$$
$$= x_2 - x_1$$
$$P_2S = OA - OB$$
$$= y_2 - y_1$$

จากทฤษฎีของพิธากอรัส จะได้ว่า

$$(P_1P_2)^2 = (P_1S)^2 + (P_2S)^2$$
$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$
$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$\boxed{d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

ตัวอย่างที่ 4.3.1 จงหาระยะทางระหว่าง A (1, 1) และ B (4, 5)

วิธีทำ เขียนจุด A(1, 1), B(4, 5) ลงบนระนาบ XY และเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคล้าย ๆ กับรูป 4.3.1



ให้ a, b, c เป็นความยาวของด้าน BC, AC และ AB ตามลำดับ

ให้ $x_1 = 1, y_1 = 1$

และ $x_2 = 4, y_2 = 5$

$$a = y_2 - y_1$$
$$= 5 - 1$$

$$
\begin{aligned}
&= 4 \\
b &= x_2 - x_1 \\
&= 4 - 1 \\
&= 3
\end{aligned}
$$

ดังนั้น

$$
\begin{aligned}
c &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\
&= \sqrt{4^2+3^2} \\
&= \sqrt{16+9} \\
&= \sqrt{25} \\
&= 5
\end{aligned}
$$

นั่นคือ ระยะทางระหว่าง A(1, 1) และ B(4, 5) คือ 5

เราอาจจะให้ $x_1 = 4, y_1 = 5$

$$
\begin{aligned}
x_2 &= 1, y_2 = 1 \\
c &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\
&= \sqrt{(1-4)^2+(1-5)^2} \\
&= \sqrt{(-3)^2+(-4)^2} \\
&= \sqrt{9+16} \\
&= \sqrt{25} \\
&= 5
\end{aligned}
$$

นั่นคือระยะทางระหว่าง A(1, 1) และ B(4, 5) คือ 5

จะเห็นว่า ไม่ว่าเราจะกำหนดให้จุดใดเป็น P_1 หรือ P_2 ก็ได้ จะได้ระยะทางเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 4.3.2 จงหาระยะทางระหว่าง A(−3, −2) และจุด B(2, 5)

วิธีทำ

$$
\begin{aligned}
AB &= \sqrt{(2-(-3)^2+(5-(-2))^2} \\
&= \sqrt{(2+3)^2+(5+2)^2} \\
&= \sqrt{5^2+7^2} \\
&= \sqrt{25+49} \\
&= \sqrt{74}
\end{aligned}
$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.3.3 จงพิจารณาว่า สามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีจุดมุมทั้งสาม คือ A$(-2, 1)$, B$(2, -3)$, C$(6, 5)$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วิธีทำ จากสูตรระยะทาง

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(2+2)^2+(-3-1)^2} \\ &= \sqrt{4^2+(4)^2} \\ &= \sqrt{32} \\ BC &= \sqrt{(6-2)^2+(5+3)^2} \\ &= \sqrt{4^2+8^2} \\ &= \sqrt{80} \\ AC &= \sqrt{(6+2)^2+(5-1)^2} \\ &= \sqrt{8^2+4^2} \\ &= \sqrt{80} \end{aligned}$$

จะเห็นว่า สามเหลี่ยม ABC มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน คือ AC = BC
นั่นคือ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว **ตอบ**

แบบฝึกหัด 4.3

1. กำหนดจุด A, B ให้ จงหาระยะทาง AB
   ก. A$(-3, -3)$, B$(2, 9)$
   ข. A$(1, -1)$, B$(-3, 2)$
   ค. A$(-2, 1)$, B$(4, 7)$
   ง. A$(3, -5)$, B$(-2, 4)$
   จ. A$(-2, 5)$, B$(3, 1)$
   ฉ. A$(-6, -3)$, B$(2, 3)$
   ช. A$(-7, -4)$, B$(-1, 2)$
   ซ. A$(1, -1)$, B$(4, 6)$

จากข้อ 2 ถึง 6 จงพิจารณาว่า จุดสามจุดที่กำหนดให้เป็นจุดมุมของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หรือสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือเป็นทั้งสองอย่าง

2. (3, 8), (−11, 3), (−8, −2)

3. (7, 5), (2, 3), (6, −7)

4. (−5, −3), (−7, 3), (2, 6)

5. (7, 8), (5, 2), (0, 7)

6. (1, 1), (6, −1), (4, −6)

7. จงพิจารณาดูว่า (3, −1), (3, 0), (3, 7) อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

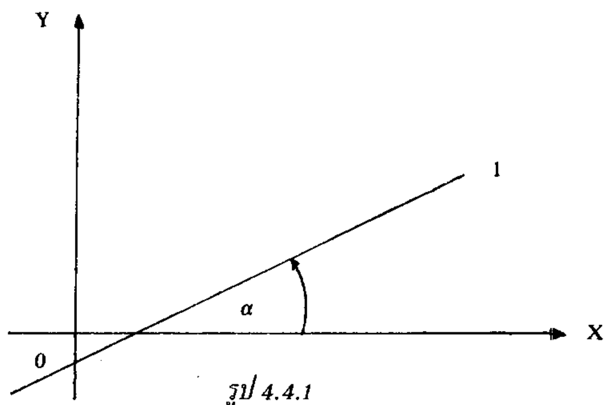
8. จงพิจารณาดูว่า (−4, −6), (1, 0), (11, 12) อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

9. จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมที่มีจุดมุมอยู่ที่ (2, 2), (6, 2), (4, 7)

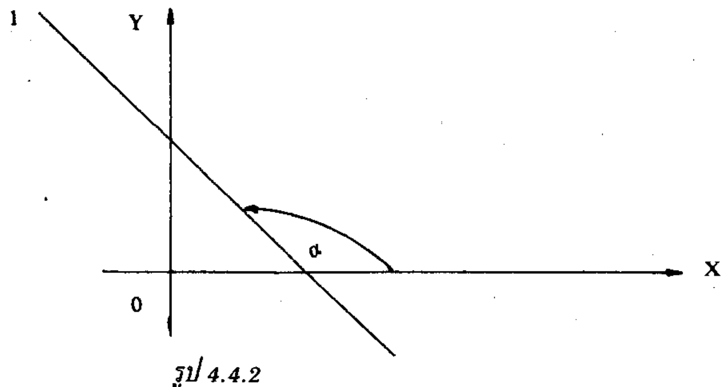
10. จงแสดงว่าสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น (−3, 0), (1, 0), $(-1, 2\sqrt{3})$ เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า

4.4 ความชันของเส้นตรง (Slope of a straignt line)

นิยาม 4.4.1 มุมที่วัดจากแกน X ข้างที่เป็นบวก ไปยังเส้นตรง 1 เรียกว่า ความเอียง (inclination) ของเส้นตรง 1 มุมที่วัดนี้จะต้องวัดทวนเข็มนาฬิกา ดังรูป 4.4.1 และ รูป 4.4.2



รูป 4.4.1



รูป 4.4.2

จากรูป 4.4.1 และรูป 4.4.2 α คือ ความเอียงของเส้นตรง l

นิยาม 4.4.2 ความชัน (slope) ของเส้นตรง l ใช้แทนด้วยสัญลักษณ์ m คือ แทนเจนต์ของความเอียง α นั่นคือ

$$m = \tan \alpha$$

พิสัยของค่าของความเอียง α ของเส้นตรง l คือ

$$0^\circ < \alpha < 180^\circ$$

ถ้า $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ เส้นตรง l จะเฉียงขึ้นไปทางขวามือ และความชันมีค่าเป็นบวกดังรูป 4.4.1

ถ้า $\alpha > 90^\circ$ เส้นตรง l จะเฉียงขึ้นไปทางซ้ายมือ และความชันมีค่าเป็นลบดังรูป 4.4.2

เส้นตรงที่ขนานกับแกน X จะมีความเอียง คือ $\alpha = 0^\circ$ ดังนั้น

$$m = \tan 0^\circ$$
$$= 0$$

นั่นคือ ความชันของเส้นตรงที่ขนานกับแกน X มีความชันเป็นศูนย์

เส้นตรงที่ขนานกับแกน Y จะมีความเอียง คือ $\alpha = 90^\circ$ ดังนั้น

$$m = \tan 90^\circ = \infty \text{ (อนันต์)}$$

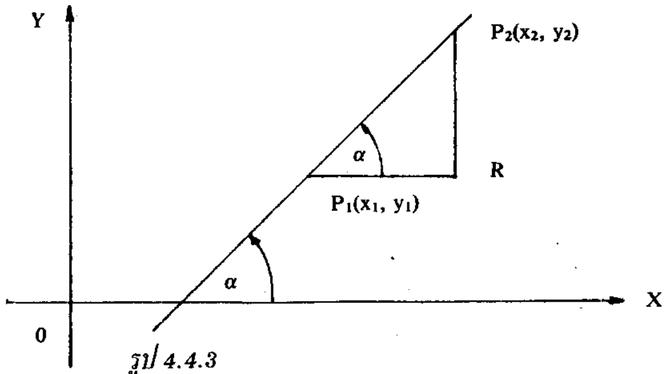
$\tan 90^\circ$ หาค่าไม่ได้ (does not exist)

นั่นคือ เส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ไม่มีความชัน

เส้นตรงที่มีความชันเท่ากัน ย่อมขนานกันหรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน และเส้นตรงที่ขนานกันย่อมมีความชันเท่ากัน

ให้ 1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุด คือ จุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ โดยที่ 1 มีความเอียงเท่ากับ α

เขียนจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ ลงบนระนาบ XY โดยทำมุม α กับแกน X สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก P_1P_2R ดังรูป 4.4.3



รูป 4.4.3

มุม P_1RP_2 เป็นมุมฉาก และ มุม P_2P_1R มีค่าเท่ากับ α

ดังนั้น ค่าความชันของเส้นตรง 1 คือ

$$m = \tan\alpha$$

$$= \frac{P_2R}{P_1R}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

นั่นคือ

$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

ความชันของเส้นตรงนี้ คือ $\tan\alpha$ จะมีค่าคงที่เสมอ เนื่องจาก α ไม่ว่าจะวัดที่จุดใด ๆ ก็ตาม จะมีค่าเท่ากันเสมอ ดังนั้น ค่าความชันของเส้นตรงเส้นเดียวกันย่อมเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 4.4.1 จงหาความชันของเส้นที่ผ่านจุด A(1, 1) และ B(4, 5)

วิธีทำ ให้

$$x_1 = 1, y_1 = 1$$
$$x_2 = 4, y_2 = 5$$
$$m = \frac{5-1}{4-1}$$
$$= \frac{4}{3}$$

หรือ ให้

$$x_1 = 4, y_1 = 5$$
$$x_2 = 1, y_2 = 1$$
$$m = \frac{1-5}{1-4}$$
$$= \frac{-4}{-3}$$
$$= \frac{4}{3}$$

ตอบ

จะเห็นว่า ไม่ว่าเราจะใช้จุดใดเป็น $P_1(x_1, y_1)$ และจุดที่เหลือเป็น $P_2(x_2, y_2)$ ก็จะได้ค่าความชันเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 4.4.2 จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(2, 3) และ B(−4, 2)

วิธีทำ ให้

$$x_1 = 2, y_1 = -3$$
$$x_2 = -4, y_2 = 2$$
$$m = \frac{2-(-3)}{-4-2}$$
$$= \frac{2+3}{-6}$$
$$= -\frac{5}{6}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4.3 ให้ 1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดที่มีพิกัด (3, −2) และ (5, −1) แล้ว

ความชัน $= m = \frac{-1-(-2)}{5-3}$

$$= \frac{1}{2}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4.4 ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดที่มีพิกัด $(-9/2, 2)$ และ $(-4, -1)$ แล้ว

$$\text{ความชัน} = m = \frac{-1-2}{-4-(-9/2)}$$

$$= \frac{-3}{1/2} = -6$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4.5 ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดที่มีพิกัด $(5, 1)$ และ $(2, 1)$ แล้ว

$$\text{ความชัน} = m = \frac{1-1}{2-5}$$

$$= 0$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4.6 ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดที่มีพิกัด $(1, 5)$ และ $(1, 3)$ จะเห็นว่าพิกัดที่ 1 ของทั้งสองจุดมีค่าเท่ากัน

ดังนั้น เส้นตรง l ขนานกับแกน y

นั่นคือ เส้นตรง l ไม่มีความชัน

ตอบ

เส้นตรง 2 เส้น l_1 และ l_2 มีความชัน m_1 และ m_2 ตามลำดับ ให้ α_1 และ α_2 เป็นความเอียงของ l_1 และ l_2 ตามลำดับ

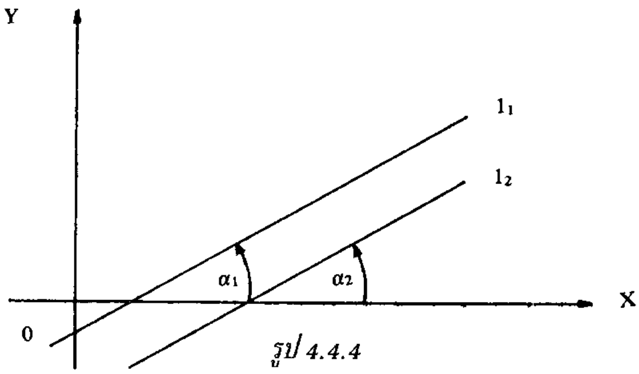
เมื่อ l_1 และ l_2 ขนานกัน จะได้ว่า

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

ดังนั้น $\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$

นั่นคือ $m_1 = m_2$

ดูรูป 4.4.4



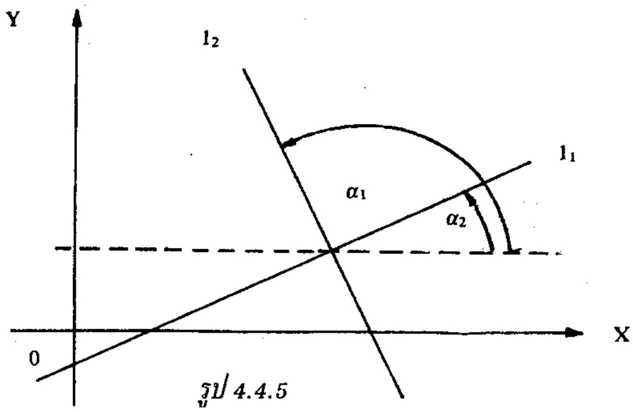
รูป 4.4.4

ให้ l_1 ตั้งฉากกับ l_2 จะได้ว่า

$$\alpha_1 \neq \alpha_2$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 90^\circ$$

ดูรูป 4.4.5



รูป 4.4.5

$$\tan \alpha_2 = \tan (90^\circ + \alpha_1)$$

$$= -\cot \alpha_1$$

$$= -\frac{1}{\tan\alpha_1}$$

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

ตัวอย่างที่ 4.4.7 จงหาความชันของเส้นที่ขนานกับเส้นที่ผ่านจุด A(2, 1) และ B(3, 3)

วิธีทำ ให้ $x_1 = 2, y_1 = 1$

$$x_2 = 3, y_2 = 3$$

$$m = \frac{3-1}{3-2}$$

$$= \frac{2}{1}$$

$$= 2$$

ความชันของเส้นที่ขนานกับเส้นที่ผ่านจุด A(2, 1) และ B(3, 3) คือ 2 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.4.8 จงหาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นที่ผ่านจุด A(3, 2) และ B(−1, 1)

วิธีทำ ให้ $x_1 = 3, y_1 = 2$

$$x_2 = -1, y_2 = 1$$

$$m = \frac{1-2}{-1-3}$$

$$= \frac{-1}{-4}$$

$$= \frac{1}{4}$$

ความชันของเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นที่ผ่านจุด A(3, 2) และ B(−1, 1) คือ −4

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4.9 สามเหลี่ยม ABC มีจุดมุมอยู่ที่ A(1, 1), B(3, 5) และ C(2, 6) จงหาความชันของเส้นที่แสดงความสูงจากจุดยอด A ไปยังฐาน BC

วิธีทำ ความชันของเส้น BC $= \frac{6-5}{2-3}$

$$= \frac{1}{-1}$$

$$= -1$$

ดังนั้น ความชันของเส้นที่แสดงความสูงจากจุดยอด A ไปยังฐาน BC คือ 1 **ตอบ**

แบบฝึกหัด 4.4

จากข้อ 1 ถึง 6 จงหาความชันของเส้นที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$

1. $P_1(-3, -3), P_2(2, 9)$
2. $P_1(1, -1), P_2(-3, 2)$
3. $P_1(-2, 1), P_2(4, 7)$
4. $P_1(-6, -3), P_2(2, 3)$

5. $P_1(-2, 5)$, $P_2(3, 1)$

6. $P_1(1, 2)$, $P_2(0, 1)$

7. จงแสดงว่า

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

8. เส้นตรง l ผ่านจุด A(1, 1) และมีความชันเท่ากับ 3 ถ้าเส้นตรงนี้ผ่านจุด B(2, y) ด้วย จงหาค่า y

9. เส้นตรง l ผ่านจุด A(1, 1) และมีความชันเท่ากับ -2 ถ้าเส้นตรงนี้ผ่านจุด B(2, y) ด้วย จงหาค่า y

10. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $-1/3$ จงหาความชันของเส้นที่ขนานกับเส้นตรงเส้นนี้

11. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $-1/3$ จงหาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นนี้

12. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ 3/2 จงหาความชันของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงเส้นนี้

13. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ 3/2 จงหาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นนี้

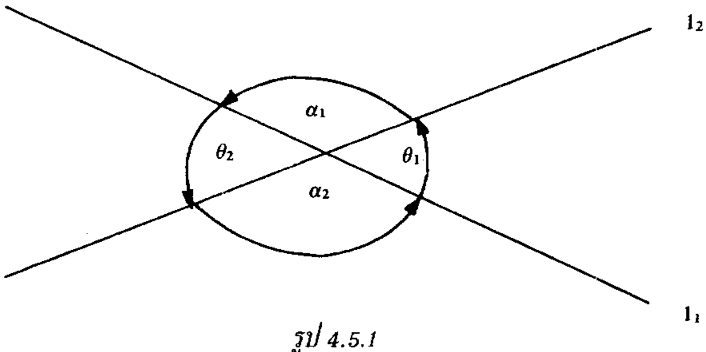
14. จงหาค่า k ซึ่งทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด (k, 2) และ (1, 3) มีค่าความชันเท่ากับ 2

15. จงแสดงว่าเส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีจุดมุมเป็น A(−2, −4) B(−3, 4), C(10, 20) และ D(5, 0) ตั้งได้ฉากกัน

16. จงแสดงว่าสี่เหลี่ยมที่มีจุดมุม B(1, 1), B(6, 0), C(7, 4), D(2, 5) เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า

4.5 **มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น** (Angle between two lines)

เส้นตรง 2 เส้น l_1 และ l_2 ตัดกัน มุมจาก l_1 ไปยัง l_2 คือ มุมที่วัดทวนเข็มนาฬิกา โดยเริ่มจากเส้น l_1 ไปยังเส้น l_2 ดังรูป 4.5.1



รูป 4.5.1

จากรูป 4.5.1 จะเห็นว่า มีมุม 2 มุม จาก l_1 ไปยัง l_2 คือ มุม θ_1 และ θ_2

ในทำนองเดียวกัน ก็มีมุม 2 มุมจาก l_2 ไปยัง l_1 คือ มุม α_1 และ α_2

แต่ $\theta_1 = \theta_2$

และ $\alpha_1 = \alpha_2$

ดังนั้น การพิจารณาว่า θ_1 หรือ θ_2 เป็นมุมจาก l_1 ไปยัง l_2 จึงไม่แตกต่างกัน

และพิจารณาว่า α_1 หรือ α_2 เป็นมุมจาก l_2 ไปยัง l_1 ก็ไม่แตกต่างกัน

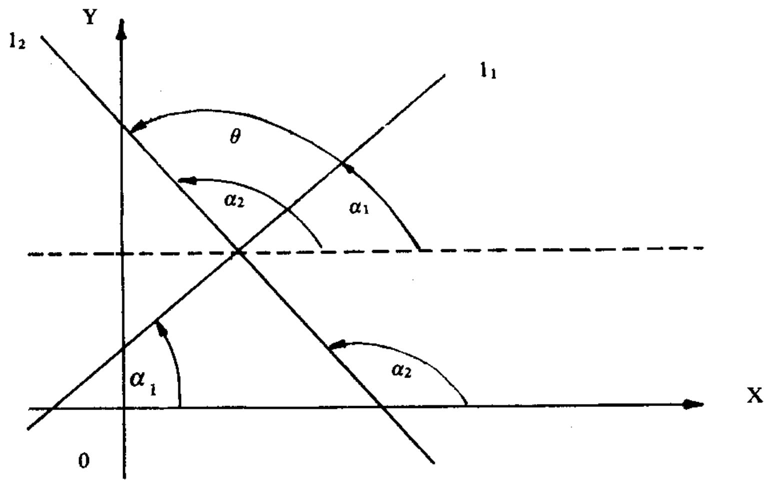
เราจะสร้างสูตรสำหรับหามุมที่เกิดจากการตัดกันของเส้นตรง 2 เส้น

ให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรง 2 เส้น ที่มีความชัน m_1 และ m_2 ตามลำดับ และ θ เป็นมุมจาก l_1 ไปยัง l_2

ถ้า $m_1m_2 = -1$ แล้ว $\theta = 90°$

แต่ถ้า $m_1m_2 \neq -1$ แล้ว

$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1m_2} \text{ เมื่อ } 0° \leqslant \theta < 180°$$



รูป 4.5.2

พิจารณาจากรูป 4.5.2 α_1 และ α_2 เป็นความเอียงของ l_1 และ l_2 ตามลำดับ และ θ เป็นมุมจาก l_1 ไปยัง l_2

ดังนั้น

$$\theta = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\tan\theta = \tan(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$= \frac{\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1}{1 + \tan\alpha_2 \tan\alpha_1}$$

$$= \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

ดังนั้น

$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

ในกรณีที่ $m_1 = m_2$ แสดงว่า l_1 และ l_2 ขนานกัน $\theta = 0°$ และเนื่องจาก $\tan 0° = 0$

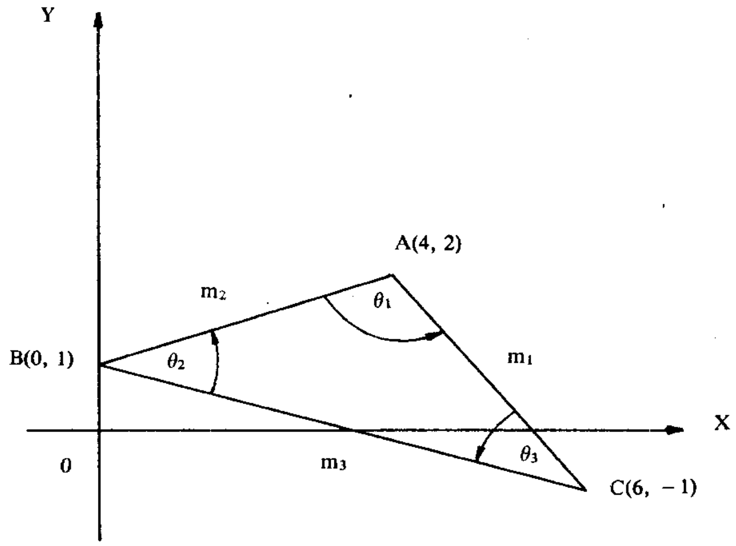
ดังนั้น ในกรณีนี้สูตร

$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \text{ ก็เป็นจริง}$$

ถ้า $m_1 m_2 = -1$ จากหัวข้อ 4.4 แสดงว่า l_1 และ l_2 ตั้งฉากกัน ดังนั้น $\theta = 90°$

ตัวอย่างที่ 4.5.1 จงหามุมภายในของสามเหลี่ยม ที่มีจุดมุมอยู่ที่ A(4, 2), B(0, 1) และ C(6, −1)

วิธีทำ



$$\text{AC มีความชัน } m_1 = \frac{2-(-1)}{4-6}$$

$$= \frac{3}{-2}$$

$$= -\frac{3}{2}$$

$$\text{AB มีความชัน } m_2 = \frac{2-1}{4-0}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\text{BC มีความชัน } m_3 = \frac{1-(-1)}{0-6}$$

$$= \frac{2}{-6}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

$$= \frac{-\frac{3}{2} - \frac{1}{4}}{1 + (-\frac{3}{2})(\frac{1}{4})}$$

$$= \frac{\frac{-6-1}{4}}{1 - \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{5}{8}}$$

$$= -\frac{7}{4} \times \frac{8}{5}$$

$$= -\frac{14}{5}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}(-\frac{14}{5})$$

$$\tan \theta_2 = \frac{m_2 - m_3}{1 + m_2 m_3}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - (-\frac{1}{3})}{1 + (\frac{1}{4})(-\frac{1}{3})}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{12}}$$

$$= \frac{\frac{3+4}{12}}{\frac{11}{12}}$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{12}{11}$$

$$= \frac{7}{11}$$

$$\theta_2 = \text{ten}^{-1}(\frac{7}{11})$$

$$\tan\theta_3 = \frac{m_3 - m_1}{1 + m_1 m_3}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} - (-\frac{3}{2})}{1 + (-\frac{1}{3})(-\frac{3}{2})}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{-2+9}{6}}{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{2}$$

$$= \frac{7}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{7}{9}$$

$\theta_3 = \tan^{-1}(\frac{7}{9})$ **ตอบ**

แบบฝึกหัด 4.5

จากข้อ 1 ถึง 10 จงหาแทนเจนต์ของมุมจากเส้น l_1 ซึ่งมีความชันเท่ากับ m_1 ไปยัง l_2 ซึ่งมีความชันเท่ากับ m_2

1. $m_1 = \frac{1}{2}$, $m_2 = -\frac{2}{3}$
2. $m_1 = \frac{4}{5}$, $m_2 = -\frac{3}{4}$
3. $m_1 = -\frac{1}{4}$, $m_2 = 4$
4. $m_1 = \frac{7}{9}$, $m_2 = \frac{5}{3}$
5. $m_1 = 3$, $m_2 = \frac{2}{3}$

6. $m_1 = \frac{-1}{3}, m_2 = 2$

7. $m_1 = \frac{1}{4}, m_2 = \frac{3}{4}$

8. $m_1 = \frac{5}{6}, m_2 = \frac{3}{5}$

9. $m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = -\frac{7}{2}$

10. $m_1 = \frac{1}{5}, m_2 = \frac{6}{7}$

11. จงหาค่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจุดมุมเป็น (2, 3), (−5, −4) และ (6, 2)

12. จงหาค่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจุดมุมเป็น (1, 1) (0, 0) และ (−2, −6)

13. ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และ (3, 5) จงหาความชันของเส้นตรง k ซึ่งมีมุมตัดกันระหว่าง l กับ k เป็น 45°

14. ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และ (3, 5) จงหาความชันของเส้นตรง m ซึ่งมีมุมตัดกันระหว่าง l กับ m เป็น 60°

15. ให้ l เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และ (3, 5) จงหาความชันของเส้นตรง n ซึ่งมีมุมตัดกันระหว่าง l กับ n เป็น 30°

4.6 สมการเส้นตรง (Equation of a straight line)

สมการเส้นตรงในระนาบ คือ สมการกำลังหนึ่งของตัวแปร 2 ตัว x และ y

ทฤษฎีที่ 4.6.1 1. พิกัด (x, y) ของจุดใด ๆ ที่อยู่บนเส้นตรงจะคล้องตามสมการของเส้นตรงนั้น

2. เซตของจุดซึ่งมีพิกัดคล้องตามสมการเส้นตรงที่กำหนดให้

$$Ax + By + C = 0$$

(A และ B ไม่เท่ากับศูนย์ทั้งคู่) จะอยู่บนเส้นตรงนั้น

$$Ax+By+C = 0,\ B \neq 0$$

เป็นสมการมาตรฐานของฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function)

หาค่า y จาก $Ax+By+C = 0$

จะได้ว่า $$By = -Ax-C$$

$$y = -\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$$

สมการเส้นตรงแบบนี้มีประโยชน์มากกว่าสมการเส้นตรงแบบมาตรฐาน ในรูปนี้ เราเรียก x ว่า ตัวแปรอิสระ (independent variable) และ แทนสมาชิกต่าง ๆ ของโดเมนของฟังก์ชัน

เรียก y ว่า ตัวแปรตาม (dependent variable) และแทนสมาชิกต่าง ๆ ของพิสัยของฟังก์ชัน

พิจารณารูปแบบ $y = -\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$

ถ้า $x = 0$ แล้ว $y = -\frac{C}{B}$

จุด $P(0, -\frac{C}{B})$ อยู่บนเส้นตรงนี้

$-\frac{C}{B}$ พิกัดของ y ของจุดที่เส้นตรงนี้ตัดกับแกน Y และเรียกว่า จุดตัดบนแกน Y(y-intercept)

ให้ Q เป็นจุดที่มีค่า $x = 1$

จะได้ $$Y = -\frac{A}{B}-\frac{C}{B}$$

$$= \frac{-A-C}{B}$$

ดังนั้น พิกัดของ Q คือ $(1, \frac{-A-C}{B})$

คำนวณหาความชัน โดยใช้จุด $P(0, -\frac{C}{B})$ และ $Q(1, \frac{-A-C}{B})$

จะได้ว่า

$$m = \frac{\frac{-A-C}{B} - \frac{-C}{B}}{1-0}$$

$$= \frac{\frac{-A-C+C}{B}}{1}$$

$$= -\frac{A}{B}$$

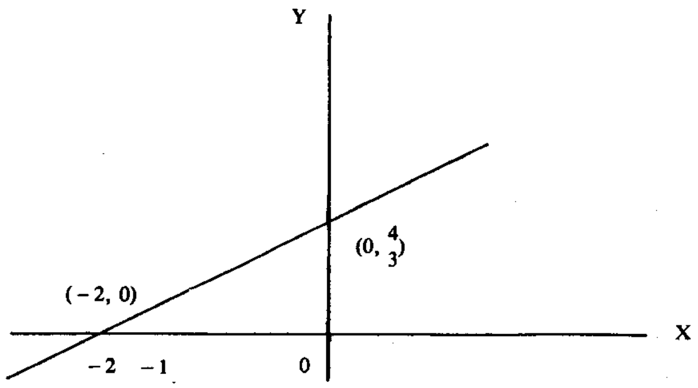
ซึ่ง $-\frac{A}{B}$ คือสัมประสิทธิ์ของ x ในสมการ

ดังนั้น เราจะเรียก สมการ

$$y = mx+b$$

ว่า slope-intercept form ของสมการเชิงเส้นเมื่อ m คือความชัน และ b คือจุดตัดบนแกน Y

ตัวอย่างที่ 4.6.1 จงหาความชัน m และจุดตัดบนแกน Y ของสมการ $2x-3y+4 = 0$ ดูรูป 4.6.1



รูป 4.6.1

วิธีทำ วิธีที่ 1 $m = -\frac{A}{B}$

$$= -\frac{2}{-3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$b = -\frac{C}{B}$$

$$= -\frac{4}{-3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$\therefore$ ความชัน $= \frac{2}{3}$

จุดตัดบนแกน Y มีพิกัด คือ $(0, \frac{4}{3})$ **ตอบ**

วิธีที่ 2

$$2x-3y+4 = 0$$

$$-3y = -2x-4$$

$$3y = 2x+4$$

$$y = \frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

นั่นคือ $m = \frac{2}{3}, b = \frac{4}{3}$

ดังนั้น ความชัน $= \frac{2}{3}$

และ จุดตัดบนแกน Y มีพิกัด คือ $(0, \frac{4}{3})$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.6.2 จงหาจุดตัดบนแกน X จากสมการ

$$2x-3y+4 = 0$$

วิธีทำ $y = 0,\ 2x+4 = 0$

$$x = -2$$

ดังนั้น จุดตัดบนแกน X (x-intercept) มีพิกัด คือ $(-2, 0)$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4.6.3 จงหาจุดตัดบนแกน X
และจุดตัดบนแกน Y
ของสมการ $x+3y-2 = 0$
และเขียนกราฟของสมการด้วย

วิธีทำ ถ้า $x = 0, 3y-2 = 0$

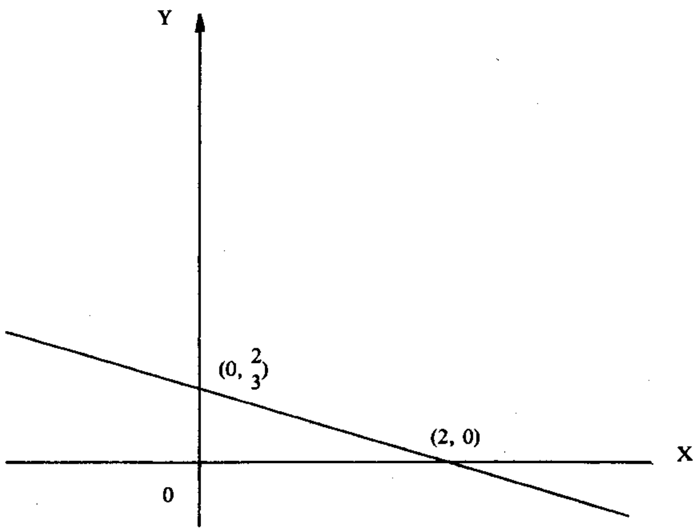
$$3y = 2 \therefore y = \frac{2}{3}$$

ดังนั้น พิกัดของจุดตัดบนแกน Y คือ $(0, \frac{2}{3})$

ถ้า $y = 0, x-2 = 0$

$$x = 2$$

ดังนั้น พิกัดของจุดตัดบนแกน X คือ $(2, 0)$



รูป 4.6.2

ความชันของเส้นตรง $x+3y-2 = 0$

คือ

$$m = \frac{0-\frac{2}{3}}{2-0}$$

$$= \frac{-\frac{2}{3}}{2}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

ข้อสังเกต ในการพิจารณาฟังก์ชันทั่วไป เราจะสมมติว่า โดเมนของแต่ละฟังก์ชันเป็นเซตของจำนวนจริง นอกจากเราจะกำหนดว่า โดเมนคือเซตอะไร หรือเป็นไปตามเงื่อนไขของฟังก์ชัน

เช่น $f(x) = \sqrt{x}$

โดเมนจะต้องเป็นเซต $\{x|x \geqslant 0\}$

เพราะว่า $\sqrt{x}$ จะไม่ใช่จำนวนจริง ถ้า x มีเครื่องหมายลบ

ถ้ากำหนดจุด 2 จุดให้ $P(x_1y_1)$ และ $Q(x_2y_2)$ ความชันของเส้นที่ผ่านจุด P และ Q คือ m

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ให้จุด R(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนเส้นตรงที่ผ่านจุด P และ Q

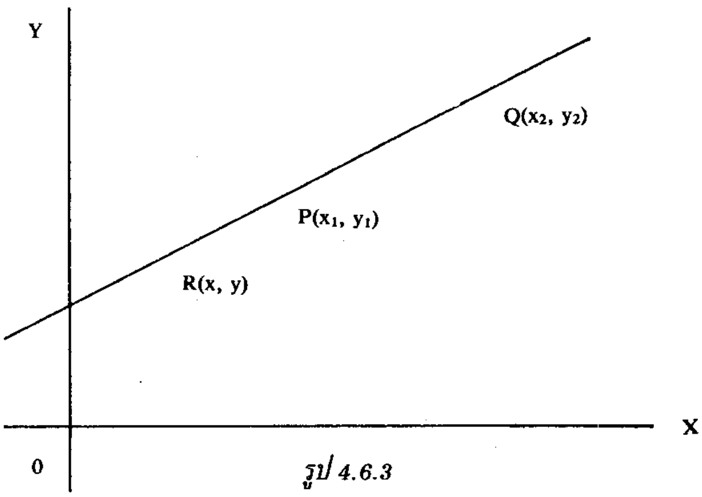
ดังนั้น ความชันที่ผ่านจุด R(x, y) และ $P(x_1, y_1)$ คือ

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

นั่นคือ สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และ Q คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ซึ่งเรียกว่า point-slope form ของสมการเส้นตรง



รูป 4.6.3

ตัวอย่างที่ 4.6.4 จงเขียนสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(2, 3) และ B(−1, −3)

วิธีทำ

$$m = \frac{3-(-3)}{2-(-1)}$$

$$= \frac{3+3}{2+1}$$

$$= \frac{6}{3}$$

$$= 2$$

วิธีที่ 1 สำหรับ จุด (x, y) ใด ๆ บนเส้นตรงที่ต้องการ และใช้จุด A(2, 3) ในการสร้างสมการเส้นตรง

$$\frac{y-3}{x-2} = 2$$

$$y-3 = 2(x-2)$$

$$= 2x-4$$

$$2x-y-1 = 0$$

หรือ $y = 2x-1$ **ตอบ**

วิธีที่ 2 ใช้จุดตัดบนแกน Y

ให้จุดตัดบนแกน Y คือ (0, b)

ดังนั้น $\frac{b-3}{-2} = 2$

$$b-3 = -4$$

$$b = -1$$

ใช้สมการเส้นตรงในแบบ slope-intercept

$$y = 2x-1$$

ดังนั้น สมการของเส้นตรงที่ต้องการ คือ

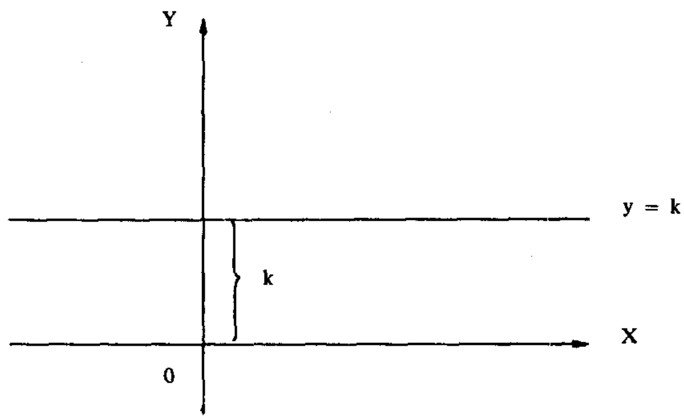
$2x-y-1 = 0$ **ตอบ**

สมการของเส้นที่ขนานกับแกนพิกัด

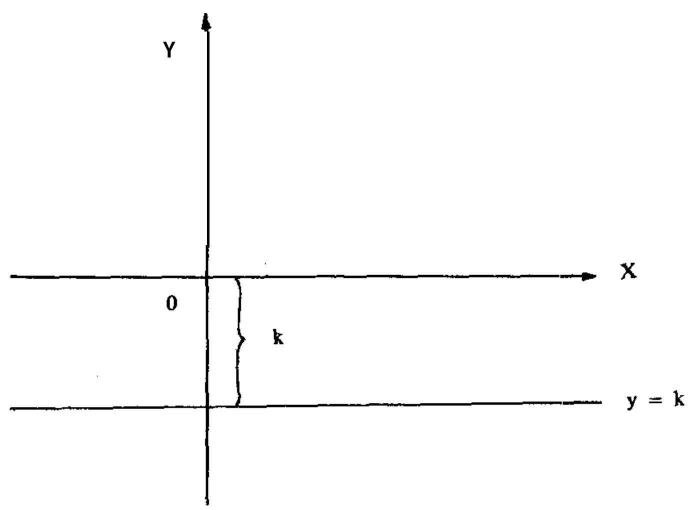
สมการของเส้นที่ขนานกับแกน X อยู่ในรูป

$y = k$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า $k > 0$ เส้นตรงนี้จะอยู่เหนือแกน **X**



ถ้า $k < 0$ เส้นตรงนี้จะอยู่ใต้แกน X

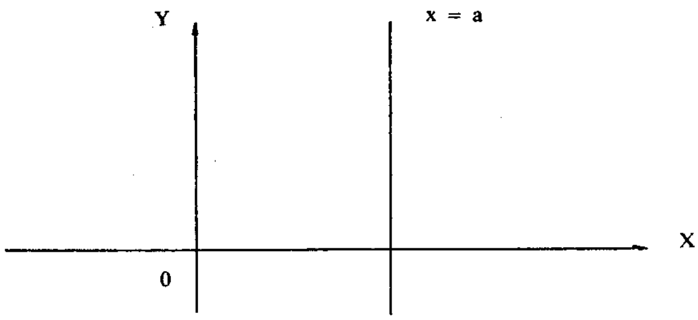


ถ้า $k = 0$ เส้นตรงนี้ คือ แกน X

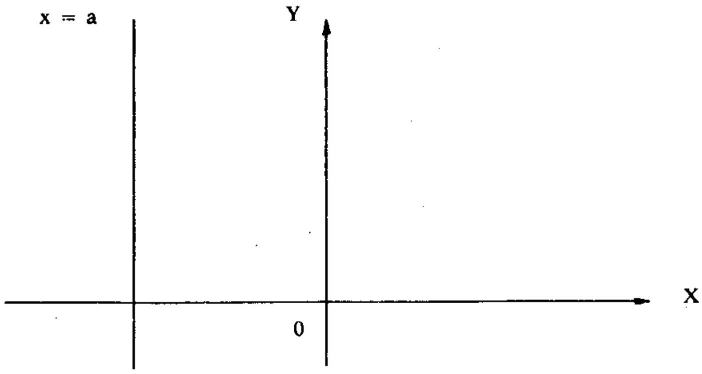
สมการของเส้นที่ขนานกับแกน Y อยู่ในรูป

$x = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า $a > 0$ เส้นตรงนี้จะอยู่ทางขวามือของแกน Y

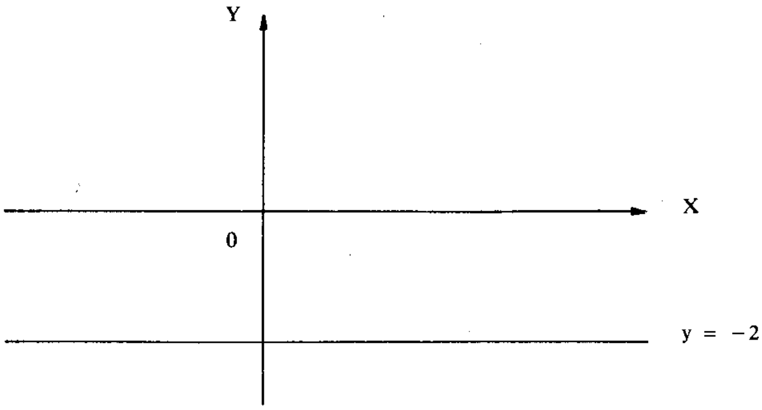


ถ้า $a < 0$ เส้นตรงนี้จะอยู่ทางซ้ายมือของแกน Y

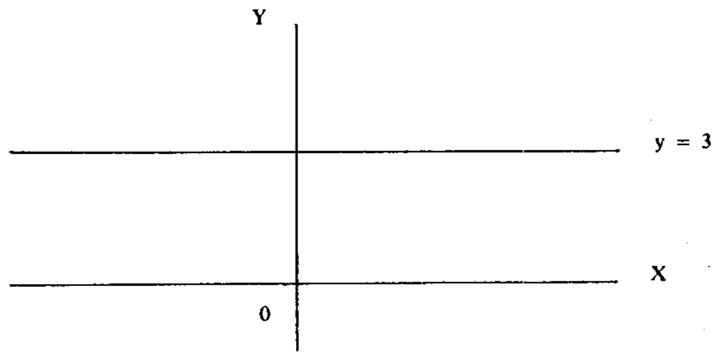


ถ้า $a = 0$ เส้นตรงนี้ก็คือแกน Y

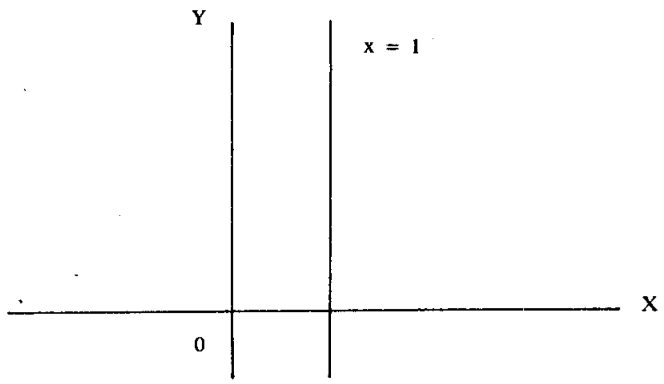
ตัวอย่างที่ 4.6.5 จงเขียนกราฟของสมการ $y = -2$



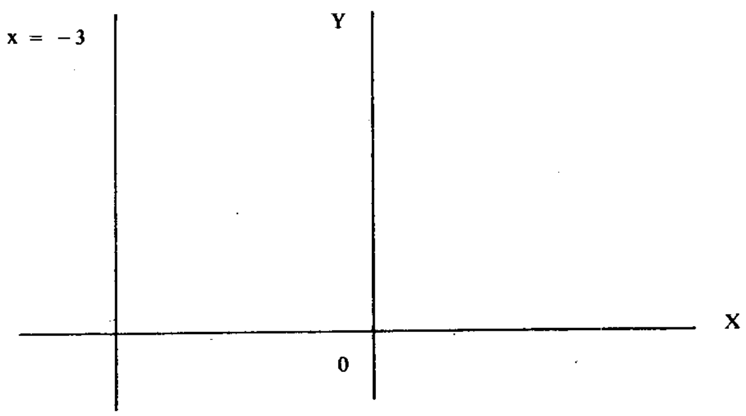
ตัวอย่างที่ 4.6.6 จงเขียนกราฟของสมการ $y = 3$



ตัวอย่างที่ 4.6.7 จงเขียนกราฟของสมการ $x = 1$



ตัวอย่างที่ 4.6.8 จงเขียนกราฟของสมการ $x = -3$



แบบฝึกหัด 4.6

1. จงเขียนสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดในแต่ละข้อต่อไปนี้

   ก. A(3, 5), B(−1, 7)

   ข. A(−5, 2), B(−1, −3)

   ค. A(−4, 4), B(3, −3)

   ง. A(8, 13), B(−3, 4)

   จ. A(−4, −4), B(3, 3)

   ฉ. A(2, 3), B(0, 1)

2. จงเขียนสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ และมีความชันตามที่กำหนดให้

   ก. $m = 3$, A(3, 5)

   ข. $m = -\frac{2}{3}$, A(2, −1)

   ค. $m = -4$, A(−1, 8)

   ง. $m = \frac{1}{3}$, A(3, 2)

   จ. $m = -\frac{5}{2}$, A(4, −1)

   ฉ. $m = 2$, A(1, 3)

   ช. $m = -1$, A(1, −1)

   ซ. $m = -\frac{3}{2}$, A(2, 2)

จากข้อ 3 ถึง 7 กำหนดสมการเส้นตรงให้

   ก. จงเขียนสมการที่กำหนดให้ ให้อยู่ในรูป slope-intercept, $y = mx + b$

   ข. หาความชัน, จุดตัดบนแกน X และจุดตัดบนแกน Y

   ค. เขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ บนช่วงที่กำหนดให้ ถ้าไม่กำหนดช่วงให้ ให้ถือว่า $x \in R$

3. $3x+y+2 = 0, x \in [-3, 2]$

4. $2x-2y+3 = 0, x \in [-2, 2]$

5. $x+2y+3 = 0$

6. $3x+5y-4 = 0$

7. $-x-y+3 = 0$

8. จงเขียนสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(1, 1) และขนานกับเส้นตรง $y = 2x+3$

9. จงเขียนสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(1, 1) และตั้งฉากกับเส้นตรง $y = 2x+3$

10. จงเขียนสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด B(−1, −2) และตั้งฉากกับเส้นตรง $y = -2x+2$

11. จงเขียนกราฟของสมการ $x = 0$

12. จงเขียนกราฟของสมการ $x = -7$

13. จงเขียนกราฟของสมการ $y = 2$

14. จงเขียนกราฟของสมการ $y = -5$
