

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.6

ข้อ 1

จากตาราง

o	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	b	c
c	a	d	c	d
d	c	c	a	a

1.1) $cob = d$

1.2) $boc = b$

1.3) $\therefore bod = c$

$$\therefore co(bod) = coc = c$$

1.4) $\therefore cob = d$

$$\begin{aligned} \therefore (cob)od &= dod \\ &= a \end{aligned}$$

1.5) $\therefore aob = b$

$$\begin{aligned} \therefore (aob)oc &= boc \\ &= b \end{aligned}$$

ดังนั้น $((aob)oc)od = bod$

1.6) $\therefore aoc = c$

และ $bod = c$

$$\begin{aligned} \therefore (bod)oc &= coc \\ &= c \end{aligned}$$

ดังนั้น $(a \circ c) \circ ((b \circ d) \circ c) = c \circ c = c$

1.7) $\therefore d \circ d = a$
 $\therefore (d \circ d) \circ d = a \circ d$
 $= d$

ดังนั้น $((d \circ d) \circ d) \circ d = d \circ d$
 a

1.8) $\therefore a \circ d = d$
 และ $c \circ b = d$
 $\therefore (a \circ d) \circ (c \circ b) = d \circ d$
 a

1.9) “ \circ ” ไม่คล้องตามกฎการสลับที่
 เพราะว่า ถ้าให้ $x = b, y = c$
 จะได้ว่า $x \circ y = b \circ c = b$
 และ $y \circ x = c \circ b = d$
 ดังนั้นจะเห็นว่ามีการณ์ที่ $x \circ y \neq y \circ x$
 นั่นคือ “ \circ ” ไม่คล้องตามกฎการสลับที่

1.10) “ \circ ” ไม่คล้องตามกฎการจัดหมู่
 เพราะว่า ถ้าให้ $x = c, y = b, z = d$
 จะได้ว่า $(x \circ y) \circ z = (c \circ b) \circ d$
 $= d \circ d$
 $= a$

และ $x \circ (y \circ z) = c \circ (b \circ d)$
 $= c \circ c$
 $= c$

ดังนั้นจะเห็นว่ามีการณ์ที่ $(x \circ y) \circ z \neq x \circ (y \circ z)$
 นั่นคือ “ \circ ” ไม่คล้องตามกฎการจัดหมู่

ข้อ 2

จากตาราง

\circ	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	(6)	c	e
c	(1)	a	(7)	(9)	e
d	(2)	(4)	b	(10)	e
e	(3)	(5)	(8)	e	e

ซึ่งโจทย์กำหนดว่า \circ คล้องตามกฎการสลับที่ คือจะได้ว่า

$$x \circ y = y \circ x \quad \text{ทุกค่าของ } x, y$$

และ \circ คล้องตามกฎการจัดหมู่ด้วย คือจะได้ว่า

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) \quad \text{ทุกค่าของ } x, y, z \text{ ดังนั้น}$$

ข้อ (1) ได้ c เพราะว่า ข้อ (1) คือผลของ $c \circ a$ ซึ่งจะต้องเท่ากับ $a \circ c$
(ตามกฎการสลับที่)

$$\text{โดยที่ } a \circ c = c \quad \text{จากตาราง}$$

$$\text{ดังนั้น } c \circ a = c \quad \text{ด้วย}$$

ข้อ (2) จะได้ d \because ข้อ (2) = $d \circ a = a \circ d$

$$\text{แต่ } a \circ d = d \quad \text{(จากตาราง)}$$

$$\therefore d \circ a = d \quad \text{ด้วย}$$

ข้อ (3) ได้ e \because ข้อ (3) = $e \circ a = a \circ e$

$$\text{แต่ } a \circ e = e \quad \text{(จากตาราง)}$$

$$\therefore e \circ a = e \quad \text{ด้วย}$$

ข้อ (4) ได้ c \because ข้อ (4) = $d \circ b = b \circ d$

$$\text{แต่ } b \circ d = c \quad \text{(จากตาราง)}$$

$$\therefore d \circ b = c \quad \text{ด้วย}$$

ข้อ (5) ได้ e

ข้อ (6) ได้ a

ข้อ (7) ได้ d \because ข้อ (7) = c o c

$$\text{แต่ } c = b o d$$

$$\therefore c o c = (b o d) o c$$

$$= b o (d o c) \quad \text{ตามกฎการจัดหมู่}$$

$$= b o b$$

$$= d$$

$$\therefore c o c = d$$

ข้อ (8) ได้ e \because ข้อ (8) = e o c = c o e

$$\text{แต่ } c o e = e \quad (\text{ตามตาราง})$$

$$\therefore e o c = e$$

ข้อ (9) ได้ b

ข้อ (10) ได้ a

$$\therefore \text{ข้อ (10)} = d o d$$

$$\text{แต่ } d = b o b$$

$$\therefore d o d = d o (b o b)$$

$$= (d o b) o b \quad \text{ตามกฎการจัดหมู่}$$

$$= c o b (d o b) = c \quad \text{ได้จากข้อ (10)}$$

a

ดังนั้นตาราง \circ ที่สมบูรณ์ คือ

\circ	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	a	c	e
c	c	a	d	b	e
d	d	c	b	a	e
e	e	e	e	e	e

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.2

- 1) เมื่อ $x \neq 0$
- 2) $x = 0$
- 3) y เป็นเลขจำนวนจริงใดก็ได้
- 4) $(-x) + (-y)$
- 5) $xz - xt + yz - yt$
- 6) $x - y + z$
- 7) $x - y - z$
- 8) 1
- 9) $y \neq 0 \wedge t \neq 0$
- 10) $xy + 3y + 2x + 6$
- 11) $\frac{xy + t}{z}$
- 12) x
- 13) $y + z$
- 14) $x + y \neq 0$
- 15) $xz - xt - yz + yt$
- 16) $xz - xy + tz - ty$
- 17) $y \neq 0 \wedge t \neq 0$
- 18) $y \neq 0, \frac{z}{t} \neq 0 \wedge t \neq 0$
- 19) $-y < x$
- 20) $x < y$
- 21) $xz > yz$
- 22) $xz < yz$
- 23) $\frac{1}{Y} < \frac{1}{X} < 0$
- 24) $x - t > y - z$
- 25) $\frac{xz}{yz}$
- 26) $\frac{xt + yt}{xz + yz}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.4

ข้อ 1

- 1.1) ขอบเขตข้างบนของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \geq -5\}$
ขอบเขตข้างล่างของ S คือ $\{x(x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -10)\}$
ขอบเขตข้างบนต่ำสุดของ S คือ -5
ขอบเขตข้างล่างสูงสุดของ S คือ -10

- 1.2) ขอบเขตข้างบนของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 6\}$
ขอบเขตข้างล่างของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -2\}$
l.u.b. ของ S คือ 6
g.l.b. ของ S คือ -2

- 1.3) จาก $S = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$, \mathbb{N} เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

โดยการแจกแจงอีลีเมนต์ จะได้ว่า $S = \{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{10,000}, \dots\}$

ขอบเขตข้างบนของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 1\}$

ขอบเขตข้างล่างของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 0\}$

ขอบเขตข้างบนต่ำสุดของ S คือ 1

ขอบเขตข้างล่างสูงสุดของ S คือ 0

- 1.4) จาก $S = \{\frac{1}{n+5} | n \in \mathbb{N}\}$

โดยการแจกแจงอีลีเมนต์จะได้ว่า $S = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{10,000}, \dots\}$

\therefore ขอบเขตข้างบนของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \geq \frac{1}{6}\}$

ขอบเขตข้างล่างของ S คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 0\}$

ขอบเขตข้างบนต่ำสุดของ S คือ $\frac{1}{6}$

ขอบเขตข้างล่างสูงสุดของ S คือ 0

1.5) จาก $S = \left\{ \frac{n}{n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

โดยการแจกแจงอีลีเมนต์ เราได้ว่า $S = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \dots, \frac{98}{100}, \dots \right\}$









∴ ขอบเขตข้างบนของ S คือ $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 1 \}$

ขอบเขตข้างล่างของ S คือ $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \leq \frac{1}{3} \}$

ขอบเขตข้างบนต่ำสุดของ S คือ 1

ขอบเขตข้างล่างสูงสุดของ S คือ $\frac{1}{3}$

ข้อ 2

จากเซต	ภาพบนเส้นจำนวนคือ	ช่วงคือ
2.1) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge 2 < x < 3 \}$		(2, 3)
2.2) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -1 < x \leq 4 \}$		(-1, 4]
2.3) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge 0 \leq x \leq 2 \}$		[0, 2]
2.4) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -3 \leq x < 1 \}$		[-3, 1)
2.5) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x < 0 \}$		$(-\infty, 0)$
2.6) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge 2 \leq x \}$		$[2, +\infty)$
2.7) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -5 \}$		$(-\infty, -5]$
2.8) $\{ x \mid x \in \mathbb{R} \wedge 0 < x \}$		$(0, +\infty)$

ข้อ 3

จากช่วง	เซตคือ	ภาพบนเส้นจำนวนคือ
3.1) $(-1, 0)$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge -1 < x < 0\}$	
3.2) $(-1, +\infty)$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge -1 < x\}$	
3.3) $(-\infty, -5)$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge x < -5\}$	
3.4) $[2, 5]$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 2 \leq x \leq 5\}$	
3.5) $[-2, 3)$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge -2 \leq x < 3\}$	
3.6) $[3, +\infty)$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 3 \leq x\}$	
3.7) $(-\infty, 4]$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 4\}$	
3.8) $(1, 2]$	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 1 < x \leq 2\}$	
3.9) $(-\infty, +\infty)$	$\{x x \in \mathbb{R}\}$	

ข้อ 4

จากภาพบนเส้นจำนวน	เซตคือ	ช่วงคือ
4.1)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge -2 < x \leq -1\}$	$(-2, -1]$
4.2)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -3\}$	$(-\infty, -3]$
4.3)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 1 \leq x \leq 3\}$	$[1, 3]$
4.4)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 0 < x\}$	$(0, +\infty)$
4.5)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge -1 < x < \frac{1}{2}\}$	$(-1, \frac{1}{2})$
4.6)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge \frac{1}{2} \leq x\}$	$[\frac{1}{2}, +\infty)$
4.7)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge x \leq -\frac{1}{2}\}$	$(-\infty, -\frac{1}{2}]$
4.8)	$\{x x \in \mathbb{R} \wedge 2 \leq x < 5\}$	$[2, 5)$

ข้อ 5

$$\begin{array}{l} \text{จาก A} \\ \text{หรือ} \\ \text{B} \end{array} \quad \begin{array}{l} = (1, 4) = \\ \\ = [3, 6] = \end{array} \quad \begin{array}{l} \{ x | x \in \mathbb{R} \wedge 1 < x < 4 \} \\ \hline 1 \qquad 4 \\ \\ \{ x | x \in \mathbb{R} \wedge 3 \leq x \leq 6 \} \\ \hline 3 \qquad 6 \end{array}$$

5.1) (1, 6]

5.2) [3, 4)

5.3) (1, 3)

5.4) [4, 6]

5.5) (1, 4)

5.6) [3, 6]

ข้อ 6

6.1) [2, 3)

6.2) (1, 2]

6.3) (0, 2)

6.4) [2, 3]

6.5) ไม่มีช่วงที่เป็นจริง

6.6) [1, 5]

6.7) [2, 5]

6.8) (1, 6]

6.9) (1, 2)

6.10) [3, 5]

ข้อ 7

มีจำนวนอตรรกยะ 7 จำนวน $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.5

ข้อ 1

1.1) $\frac{1}{25} = 0.04$

1.2) $\frac{4}{2} = 2.0$

1.3) $\frac{22}{15} = 1.40666\dots$

1.4) $\frac{3}{48} = 0.0625$

1.5) $\frac{26}{111} = 0.234234\dots$

1.6) $3.142857142857\dots$

ข้อ 2

2.1) จำนวนตรรกยะ

2.2) เป็นจำนวนตรรกยะ

2.3) เป็นจำนวนตรรกยะ.

2.4) เป็นจำนวนตรรกยะ

2.5) เป็นจำนวนอตรรกยะ

2.6) เป็นจำนวนอตรรกยะ

2.6) เป็นจำนวนอตรรกยะ

2.7) เป็นจำนวนตรรกยะ

2.7) เป็นจำนวนตรรกยะ

2.10) เป็นจำนวนตรรกยะ

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.6

ข้อ 1

$$4x - 9 < 15$$

วิธีทำ

จาก $4x - 9 < 15$

เอา 9 บวกทั้งสองข้างได้

$$4x < 24$$

เอา 4 หารทั้งสองข้างได้

$$x < 6$$

ดังนั้น เซตคำตอบคือ $\{x|x < 6\}$ หรือเขียนได้ในรูป $(-\infty, 6)$

ข้อ 2

$$7 < 2x - 3$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 7 < 2x - 3$$

เอา 3 บวกตลอดได้

$$10 < 2x$$

$$\therefore 5 < x$$

ดังนั้น เซตคำตอบคือ $\{x|5 < x\}$ หรือเขียนได้ในรูป $(5, +\infty)$

ข้อ 3

$$5x + 2 < 4x - 3$$

วิธีทำ

จาก $5x + 2 < 4x - 3$ จะได้

$$5x - 4x < -3 - 2$$

$$\therefore x < -5$$

ดังนั้น เซตคำตอบคือ $\{x|x < -5\}$ หรือเขียนได้ในรูป $(-\infty, -5)$

ข้อ 4

$$3x - 3 < 5x + 11$$

วิธีทำ

จาก $3x - 3 < 5x + 11$ จะได้

$$3x - 5x < 11 + 3$$

$$-2x < 14$$

เอา - 2 หารตลอด จะได้

$$x > -7$$

ดังนั้น เซตคำตอบคือ $\{x | x > -7\}$ หรือเขียนได้ในรูป $(-7, +\infty)$

ข้อ 6

$$x^2 + 4x \leq 5$$

วิธีทำ

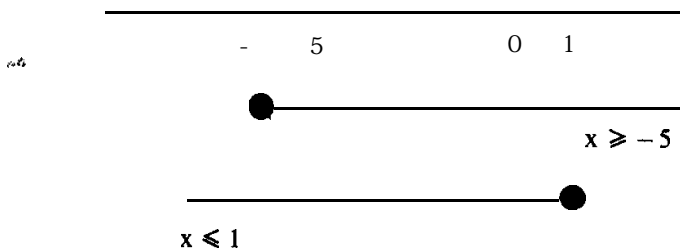
จาก $x^2 + 4x - 5 \leq 0$

$$(x + 5)(x - 1) \leq 0$$

ดังนั้น $x + 5, x - 1$ มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน หรือเท่ากับ 0

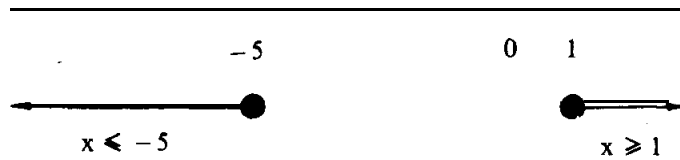
กรณีที่ 1 $x + 5 \geq 0$ และ $x - 1 \leq 0$

$$x \geq -5 \text{ และ } x \leq 1$$



คำตอบ คือ $-5 \leq x \leq 1$

กรณีที่ 2 $x + 5 \leq 0$ และ $x - 1 \geq 0$
 $x \leq -5$ และ $x \geq 1$



รูป 1.13

คำตอบ สำหรับกรณีที่ 2 ไม่มี เซตคำตอบคือ \emptyset
 ดังนั้นคำตอบของสมการ คือ $\{x \mid -5 \leq x \leq 1\}$

ข้อ 6

$$(x - 2)^2 \leq 7$$

วิธีทำ

$$|x - 2| \leq \sqrt{7}$$

ดังนั้น

$$-\sqrt{7} \leq x - 2 \leq \sqrt{7}$$

$$2 - \sqrt{7} \leq x \leq 2 + \sqrt{7}$$

เซตคำตอบคือ ช่วงปิด $[2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}]$

ข้อ 7

$$\frac{x + 1}{x - 1} \leq 1$$

วิธีทำ

$$\frac{x + 1}{x - 1} - 1 \leq 0$$

$$\frac{x + 1 - (x - 1)}{x - 1} \leq 0$$

$$\frac{x + 1 - x + 1}{x - 1} \leq 0$$

$$\frac{2}{x - 1} \leq 0$$

แสดงว่า $x - 1$ ต้องมีเครื่องหมายเป็นลบ แต่ $x \neq 1$

ดังนั้น

$$x - 1 < 0$$

$$x < 1$$

เซตคำตอบคือ $\{x|x < 1\}$

ข้อ 8

$$13 \geq 2x - 3 \geq 5$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 13 \geq 2x - 3 \geq 5$$

เอา 3 บวกตลอด จะได้

$$13 + 3 \geq 2x - 3 + 3 \geq 5 + 3$$

$$16 \geq 2x \geq 8$$

เอา 2 หารตลอด จะได้

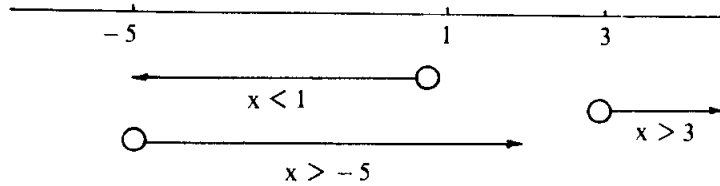
$$8 \geq x \geq 4$$

เซตคำตอบคือ $\{x|8 \geq x \geq 4\}$ หรือ $\{x|4 \leq x \leq 8\}$

ข้อ 9

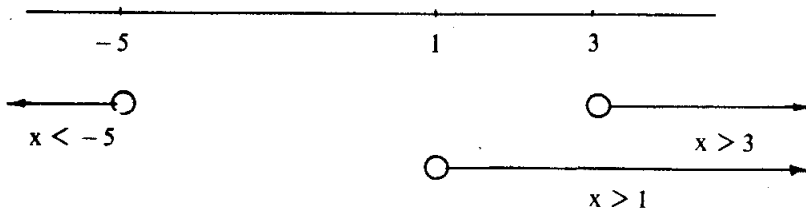
$$\frac{3x}{x - 1} \leq 5 - \frac{x}{x - 4}$$

กรณีที่ 1 $x - 3 > 0$, $x + 5 > 0$, และ $x - 1 < 0$
 เพราะฉะนั้น $x > 3$, $x > -5$ และ $x < 1$



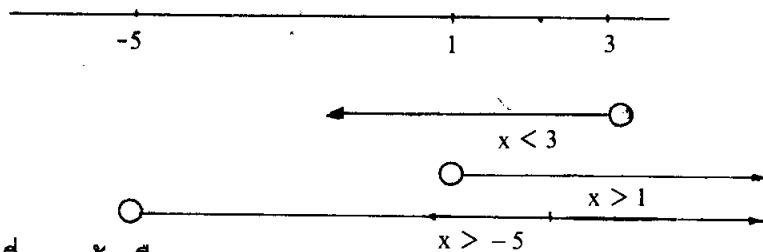
จากรูปจะเห็นว่าไม่มี x ค่าใดที่มีคุณสมบัติดังกล่าวพร้อมกัน

กรณีที่ 2 $x - 3 > 0$, $x + 5 < 0$ และ $x - 1 > 0$
 เพราะฉะนั้น $x > 3$, $x < -5$ และ $x > 1$



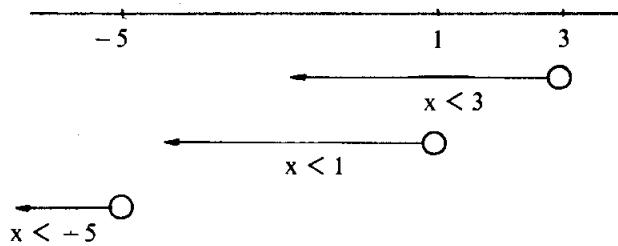
จากรูปจะเห็นว่าไม่มี x ค่าใดที่มีคุณสมบัติดังกล่าวพร้อมกัน

กรณีที่ 3 $x - 3 < 0$, $x + 5 > 0$ และ $x - 1 > 0$
 $x < 3$, $x > -5$ และ $x > 1$



คำตอบที่สอดคล้องคือ $x > 1$ และ $x < 3$
 นั่นคือ $1 < x < 3$

กรณีที 4 $x - 3 < 0$, $x + 5 < 0$ และ $x - 1 < 0$
 $x < 3$, $x < -5$ และ $x < 1$



คำตอบที่สอดคล้องคือ $x < -5$

เซตคำตอบของสมการคือ $\{x | x < -5 \text{ หรือ } 1 < x < 3\}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.7

ข้อ 1

$$1.1) |-5| = -(-5) = 5$$

$$1.2) |-10 + .14| = |4| = 4$$

$$1.3) |-2(6)| = |-12| = -(-12) = 12$$

$$1.4) \because |-12| = -(-12) = 12$$

$$\text{และ } |5| = 5$$

$$\therefore |-12| + |5| = 12 + 5 = 17$$

$$1.5) \because |-4| = -(-4) = 4$$

$$\text{และ } |-3| = -(-3) = 3$$

$$\therefore |-4| + |-3| = 4 + 3 = 7$$

$$1.6) \because \quad | -5 | \quad = \quad -(-5) = 5$$

$$\therefore \quad 4 - | -5 | \quad = \quad 4 - 5 = -1$$

$$1.7) \because \quad | -5 | \quad = \quad -(-5) = 5$$

$$\therefore \quad -4 - | -5 | \quad = \quad -4 - 5 = -9$$

$$1.8) | -4 + 2 - 8 | = | -10 | = 10$$

ข้อ 2

(ตั้งแต่ 2.1) ถึง 2.6) ทำโดยใช้ ท.บ. 3.4.2 คือ

ถ้า $|x| \leq a$ แล้ว $-a \leq x \leq a$ เมื่อ $a > 0$)

$$2.1) |x| = 4$$

จะได้ว่า $-4 = x = 4$

นั่นคือ $x = 4$ และ -4

$$2.2) |x| = 0$$

นั่นคือ $x = 0$

$$2.3) |x| = -3$$

นั่นคือ **ไม่มี** ค่า x ที่สอดคล้อง

$$2.4) |x - 3| = 2$$

$\therefore \quad -2 = x - 3$ และ $x - 3 = 2$

นั่นคือ $x = 1$ และ $x = 5$

$$2.5) |x| < 2$$

จะได้ว่า $-2 < x < 2$

ดังนั้น ค่าของ x เมื่อกำหนด $|x| < 2$ คือ $-2 < x < 2$

$$2.6) |x - 2| \leq 4 \text{ จะได้ว่า } -4 \leq x - 2 \leq 4$$

เอา 2 บวกตลอด

$$\therefore -4 + 2 \leq x - 2 + 2 \leq 4 + 2$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 6$$

ดังนั้น ค่าของ x เมื่อ $|x - 2| \leq 4$ คือ $-2 \leq x \leq 6$

$$2.7) \text{ จาก } |x| = x + 1$$

แยกพิจารณา 3 กรณี

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \text{ถ้า } x > 0 \text{ จะได้ } |x| = x$$

$$\text{จากโจทย์ } |x| = x + 1$$

$$\text{ถ้า } x > 0 \text{ จะได้}$$

$$x = x + 1$$

$$\therefore 0 = 1 \quad \text{ไม่จริง}$$

แสดงว่า $x > 0$ ไม่ได้

$$\text{กรณีที่ 2} \quad \text{ถ้า } x = 0 \text{ จะได้ } |x| = 0$$

$$\text{จากโจทย์ } |x| = x + 1$$

$$\text{ถ้า } x = 0 \text{ จะได้}$$

$$0 = 0 + 1$$

$$\therefore 0 = 1 \quad \text{ไม่จริง}$$

แสดงว่า $x = 0$ ไม่ได้

$$\text{กรณีที่ 3} \quad \text{ถ้า } x < 0 \text{ จะได้ } |x| = -x$$

$$\text{จากโจทย์ } |x| = x + 1$$

$$\text{ถ้า } x < 0 \text{ จะได้}$$

$$-x = x + 1$$

$$-2x = 1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ดังนั้น ค่า x ที่สอดคล้องกับ $|x| = x + 1$ คือ $x = -\frac{1}{2}$

2.8) $x = \frac{1}{2}$

ข้อ 8

3.1) จาก $A = \{ x \mid |x| < 10 \}$

พิจารณาจาก $|x| < 10$

จะได้ว่า $-10 < x < 10$

ดังนั้น $A = \{ x \mid -10 < x < 10 \}$

3.2) จาก $B = \{ x \mid |2x + 7| \leq 9 \}$

พิจารณา $|2x + 7| \leq 9$

จะได้ $-9 \leq 2x + 7 \leq 9$

เอา 7 ลบตลอด

$$\therefore -9 - 7 \leq 2x + 7 - 7 \leq 9 - 7$$

$$-16 \leq 2x \leq 2$$

เอา 2 หารตลอด

$$\therefore -\frac{16}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{2}{2}$$

จะได้ $-8 \leq x \leq 1$

ดังนั้น $B = \{ x \mid -8 \leq x \leq 1 \}$

3.3) $C = \{ x \mid x = -\frac{1}{2}, \frac{7}{2} \}$

3.4) จาก $D = \{ x \mid |x - 2| < 0 \}$

พิจารณา จาก $|x - 2| < 0$ จะเห็นว่า ไม่มีค่า x ที่สอดคล้องเลย (เพราะว่าค่าสัมบูรณ์ย่อมเป็นจำนวนบวกหรือศูนย์เสมอ)

ดังนั้น $D = \emptyset$ (เซตเปล่า)

ข้อ 4

(ทุกข้อทำโดยใช้นิยามค่าสัมบูรณ์)

4.1) จาก $x < y$ จะได้ว่า $x - y < 0$

$$\begin{aligned}\therefore |x - y| &= -(x - y) (\because x - y < 0) \\ &= y - x\end{aligned}$$

4.2) จาก $x + y < z$ จะได้ว่า $x + y - z < 0$

$$\begin{aligned}\therefore |x + y - z| &= -(x + y - z) \\ &= z - x - y\end{aligned}$$

4.3) จาก $x + y < z$ จะได้ว่า $0 < z - x - y$ หรือ $z - x - y > 0$

$$\therefore |z - x - y| = z - x - y$$

4.4) จาก $x < y + z$ จะได้ว่า $x - y - z < 0$

$$\begin{aligned}\therefore |x - y - z| &= -(x - y - z) \\ &= -x + y + z \\ &= y + z - x\end{aligned}$$

4.5) จาก $|x - y| = y - x$

$$= -(x - y)$$

แสดงว่า $x - y < 0$ (จากนิยามค่าสัมบูรณ์)

ดังนั้น $x < y$

4.6) จาก $|x - y| = x - y$

แสดงว่า $x - y > 0$

ดังนั้น $x > y$

4.7) จาก $|x - y| = 0$

แสดงว่า $x - y = 0$

ดังนั้น $x = y$

ข้อ 5

5.1) $|x + 4| < 7$

กรณีที่ 1 $x + 4 < 7$

$$x < 3$$

กรณีที่ 2 $-x - 4 < 7$

$$-x < 11$$

$$x > -11$$



5.2) $|2x - 5| < 3$

กรณีที่ 1 $2x - 5 < 3$

$$2x < 8$$

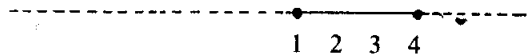
$$x < 4$$

กรณีที่ 2 $-2x + 5 < 3$

$$-2x < -2$$

$$-x < -1$$

$$x > 1$$



5.3) $|3x - 4| \leq 2$

กรณีที่ 1 $3x - 4 \leq 2$

$$3x \leq 6$$

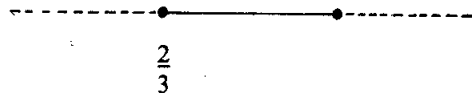
$$x \leq 2$$

กรณีที่ 2 $-3x + 4 \leq 2$

$$-3x \leq -2$$

$$-x \leq -\frac{2}{3}$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$



$$5.4) |2x - 5| > 3$$

กรณีที่ 1 $2x - 5 > 3$

$$2x > 8$$

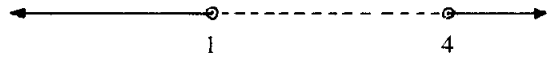
$$x > 4$$

กรณีที่ 2 $-2x + 5 > 3$

$$-2x > -2$$

$$-x > -1$$

$$\therefore x < 1$$



$$5.5) |6 - 2x| \geq 7$$

กรณีที่ 1 $6 - 2x \geq 7$

$$-2x \geq 1$$

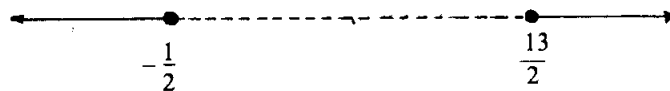
$$-x \geq \frac{1}{2}$$

$$x \leq -\frac{1}{2}$$

กรณีที่ 2 $6 + 2x \geq 7$

$$2x \geq 13$$

$$x \geq \frac{13}{2}$$



$$5.6) |x + 4| \leq |2x - 6|$$

$$|x + 4|^2 \leq |2x - 6|^2$$

$$x^2 + 8x + 16 \leq 4x^2 - 24x + 36$$

$$3x^2 - 32x + 20 \geq 0$$

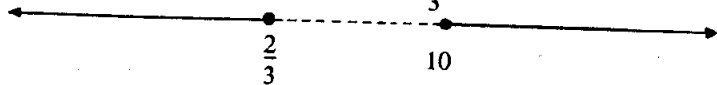
$$(x - 10) \left(x - \frac{2}{3}\right) \geq 0$$

กรณีที่ 1 $(x - 10) \geq 0$ และ $(x - \frac{2}{3}) \geq 0$

$$x \geq 10 \quad \text{และ} \quad x \geq \frac{2}{3}$$

กรณีที่ 2 $x - 10 \leq 0$ และ $x - \frac{2}{3} \leq 0$

$$x \leq 10 \quad \text{และ} \quad x \leq \frac{2}{3}$$



$$5.7) |3 + 2x| < |4 - x|$$

$$|3 + 2x|^2 < |4 - x|^2$$

$$9 + 12x + 4x^2 < 16 - 8x + x^2$$

$$3x^2 + 20x - 7 < 0$$

$$(x + 7)(3x - 1) < 0$$

กรณีที่ 1 $x + 7 > 0$ และ $3x - 1 < 0$

$$x > -7 \quad \text{และ} \quad x < \frac{1}{3}$$

กรณีที่ 2 $x + 7 < 0$ และ $3x - 1 < 0$

$$x < -7 \quad \text{และ} \quad x > \frac{1}{3}$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้



$$5.8) |3x| > |6 - 3x|$$

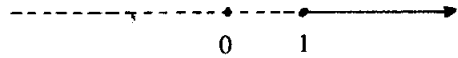
$$|3x^2| > |6 - 3x|^2$$

$$9x^2 > 36 - 36x + 9x^2$$

$$0 > 36 - 36x$$

$$36x > 36$$

$$x > 1$$



$$5.9) |9 - 2x| \geq |4x|$$

$$|9 - 2x|^2 \geq |4x|^2$$

$$81 - 36x + 4x^2 \geq 16x^2$$

$$0 \geq |2x^2 + 36x - 8|$$

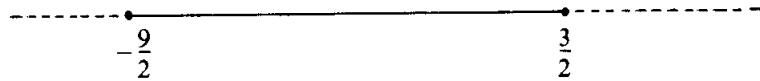
$$0 \geq (x + \frac{9}{2})(x - \frac{3}{2})$$

กรณีที่ 1 $(x + \frac{9}{2}) \geq 0$ และ $(x - \frac{3}{2}) \leq 0$

$$x \geq -\frac{9}{2} \text{ และ } x \leq \frac{3}{2}$$

กรณีที่ 2 $(x + \frac{9}{2}) \leq 0$ และ $(x - \frac{3}{2}) \geq 0$

$$x \leq -\frac{9}{2} \text{ และ } x \geq \frac{3}{2}$$



$$5.10) |4x + 7| = 7$$

กรณีที่ 1 $4x + 7 = 7$

$$4x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

กรณีที่ 2 $-4x - 7 = 7$

$$-4x = 14$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 0 \text{ หรือ } -\frac{7}{2}$$

$$5.11) |3x - 8| = 4$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 1} \quad 3x - 8 &= 4 \\ 3x &= 12 \\ x &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 2} \quad -3x + 8 &= 4 \\ -3x &= -4 \\ x &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 4 \text{ หรือ } \frac{4}{3}$$

$$5.12) |5 - 2x| = 11$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 1} \quad 5 - 2x &= 11 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 2} \quad -5 + 2x &= 11 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8\end{aligned}$$

$$\therefore x = -3 \text{ หรือ } 8$$

$$5.13) |4 + 3x| = 1$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 1} \quad 4 + 3x &= 1 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{กรณีที่ 2} \quad -4 - 3x &= 1 \\ -3x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{3}\end{aligned}$$

$$\therefore x = -1 \text{ หรือ } -\frac{5}{3}$$

$$5.14) |5x - 3| = |3x + 5|$$

$$\text{กรณีที่ 1} \quad 5x - 3 = 3x + 5$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad -5x + 3 = 3x + 5$$

$$-8x = 2$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x = 4 \text{ หรือ } -\frac{1}{4}$$

$$5.15) |x - 2| = |3 - 2x|$$

$$\text{กรณีที่ 1} \quad x - 2 = 3 - 3x$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad -x + 2 = 3 - 2x$$

$$x = 1$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \text{ หรือ } 1$$

$$5.16) |7x| = 4 - x$$

$$\text{กรณีที่ 1} \quad 7x = 4 - x$$

$$8x = 4$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad -7x = 4 - x$$

$$-6x = 4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ หรือ } -\frac{2}{3}$$

$$5.17) \quad 2x + 3 = |4x + 5|$$

กรณีที่ 1 $4x + 5 = 2x + 3$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

กรณีที่ 2 $-4x - 5 = 2x + 3$

$$-6x = 8$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore x = -1 \text{ หรือ } -\frac{4}{3}$$

$$5.18) \quad |x| < 3 - 2x$$

วิธีทำ

$$|x|^2 < (3 - 2x)^2$$

$$x^2 < 9 - 12x + 4x^2$$

$$3x^2 - 12x + 9 > 0$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

$$(x - 1)(x - 3) > 0$$

กรณีที่ 1

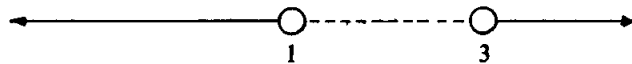
$$(x - 1) > 0 \text{ และ } (x - 3) > 0$$

$$x > 1 \text{ และ } x > 3$$

กรณีที่ 2

$$(x - 1) < 0 \text{ และ } (x - 3) < 0$$

$$x < 1 \text{ และ } x < 3$$



เซตคำตอบคือ $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

$$5.19) \quad \left| \frac{x-2}{x} \right| \leq 2$$

$$\therefore -2 \leq \frac{x-2}{x} \leq 2$$

กรณีที่ 1

ถ้า $x \geq 0$ จะได้

$$-2x \leq x-2 \leq 2x$$

$$-2x \leq x-2 \text{ และ } x-2 \leq 2x$$

$$3x \geq 2 \quad \text{และ} \quad x \geq -2$$

$$x \geq \frac{2}{3} \quad \text{และ} \quad x \geq -2$$

$$\text{นั่นคือ } x \geq \frac{2}{3}$$

กรณีที่ 2

ถ้า $x < 0$ จะได้

$$2x \leq x-2 \leq -2x$$

$$2x \leq x-2 \text{ และ } x-2 \leq -2x$$

$$x \leq -2 \text{ และ } 3x \leq 2$$

$$x \leq -2 \text{ และ } x \leq \frac{2}{3}$$

$$\therefore x \leq -2$$

คำตอบของอสมการคือ $x \leq -2$ หรือ $x \geq \frac{2}{3}$

เซตคำตอบคือ $(-\infty, -2] \cup [\frac{2}{3}, \infty)$

เฉลยแบบฝึกหัด 4.4

ข้อ 1

$$1.1) y = \frac{1}{2}$$

$$1.2) y = -6$$

$$1.3) y = 0$$

$$1.4) x = 3$$

$$1.5) x = -\frac{3}{4}$$

$$1.6) x = 0$$

$$1.7) x = 4$$

$$1.8) y = -4$$

ข้อ 2

2.1) จุด (1, 1) กับ (3, 3)

$$\text{จากสูตร} \quad \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\therefore \text{สมการคือ} \quad \frac{y - 1}{x - 1} = \frac{3 - 1}{3 - 1}$$

$$\therefore y - 1 = x - 1$$

ดังนั้น สมการที่ต้องการคือ $y = x$

2.2) จุด (4, 3) กับ (1, 4)

$$\therefore \frac{y - 3}{x - 4} = \frac{4 - 3}{1 - 4}$$

$$\frac{y - 3}{x - 4} = \frac{1}{-3}$$

$$-3y + 9 = x - 4$$

ดังนั้นสมการคือ $x + 3y - 13 = 0$

2.3) จุด (-4, 1) กับ (-1, 4)

$$\therefore \frac{y - 1}{x - (-4)} = \frac{4 - 1}{-1 - (-4)}$$

ดังนั้นสมการคือ $y - x - 5 = 0$

2.4) $y - x + 1 = 0$

2.5) $y + x + 5 = 0$

2.6) $x - 4 = 0$

2.7) $x + 5 = 0$

2.8) $y - 5 = 0$

2.9) $y + 2 = 0$

2.10) $3y - 2x = 0$

ข้อ 3

3.1) ผ่านจุด (4, 3), ความชัน -2

จากสูตร $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\therefore y - 3 = -2(x - 4)$$

ดังนั้น สมการคือ $y + 2x - 11 = 0$

3.2) ผ่านจุด (2, -4) ความชัน $\frac{3}{4}$

$$\therefore y - (-4) = \frac{3}{4}(x - 2)$$

ดังนั้น สมการคือ $4y - 3x + 22 = 0$

3.3) ผ่านจุด (-1, -3), ความชัน $-\frac{1}{2}$

$$\therefore y - (-3) = -\frac{1}{2}(x - (-1))$$

ดังนั้น สมการคือ $2y + x + 7 = 0$

3.4) $y - x + 4 = 0$

3.5) $y + 3 = 0$

3.6) $y + 3 = 0$

3.7) $y = 0$

3.8) $x = 0$

3.9) $y - 2x + 6 = 0$

3.10) $y - 3x - 5 = 0$

ข้อ 4

4.1) จุดตัดแกน X คือ (3, 0) และจุดตัดแกน Y คือ (0, -4)

จากสมการเส้นตรงที่ตัดแกน X ที่จุด (a, 0) ตัดแกน Y ที่จุด (0, b)

คือ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ต้องการคือ $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$

4.2) จุดตัดแกน X คือ (3, 0) จุดตัดแกน Y คือ (0, -4)

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ต้องการคือ $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$

4.3) $\frac{y}{4} - \frac{x}{3} = 1$

4.4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = -1$

ข้อ 5

5.1) จุด (2, 1) กับ (3, 2)

จาก $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ เป็นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2)

$$\therefore m = \frac{2 - 1}{3 - 2}$$

ดังนั้น ความชันคือ 1

5.2) จุด (4, 1) กับ (-2, -1)

$$\therefore m = \frac{-1 - 1}{-2 - 4}$$

ดังนั้น ความชันคือ $\frac{1}{3}$

5.3) -1

5.4) ไม่มีความชัน

5.5) 0

$$5.6) \frac{b - a}{2b}$$

5.7) -1

ข้อ 6

6.1) สมการ $3x - 5y = 15$

หาความชัน

$$\therefore 5y = 3x - 15$$

$$\therefore y = \frac{3}{5}x - 3$$

ดังนั้น ความชันคือ $\frac{3}{5}$

เนื่องจากความชันเป็นจำนวนบวก ดังนั้นเส้นตรงทำมุมเป็นมุมแหลมกับแกน X

หาจุดตัดแกน X แทน $y = 0$ ลงในสมการที่โจทย์กำหนด

$$\therefore 3x - 5(0) = 15$$

$$\therefore x = 5$$

จุดตัดแกน X คือ $(5, 0)$

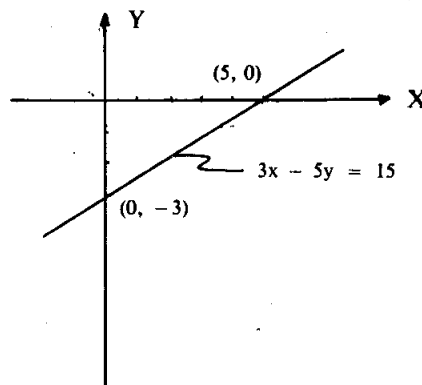
หาจุดตัดแกน Y แทน $x = 0$ ลงในสมการที่โจทย์กำหนด

$$\therefore 3(0) - 5(y) = 15$$

$$\therefore y = -3$$

จุดตัดแกน Y คือ $(0, -3)$

แสดงกราฟของเส้นตรงที่มีสมการ $3x - 5y = 15$ คือ



6.2) สมการ $3x + 4y - 12 = 0$

ความชัน $4y = -3x + 12$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 3$$

ความชันคือ $-\frac{3}{4}$ เป็นจำนวนลบ

ดังนั้น เส้นตรงที่มีสมการ $3x + 4y - 12 = 0$ ทำมุมกับแกน X เป็นมุมป้าน

หาจุดตัดแกน X ให้ $y = 0$

$$\therefore 3(x) + 4(0) - 12 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

จุดตัดแกน X คือ $(4, 0)$

หาจุดตัดแกน Y

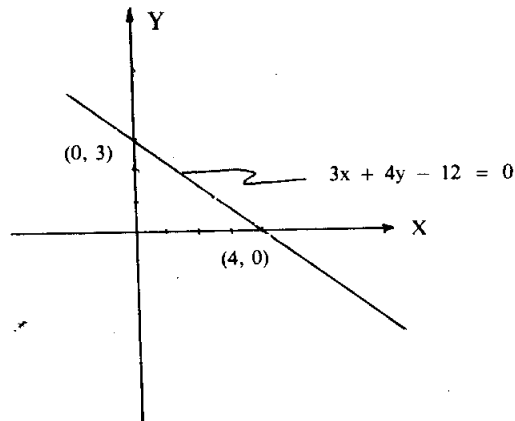
ให้ $x = 0$

$$\therefore 3(0) + 4y - 12 = 0$$

$$\therefore y = 3$$

จุดตัดแกน Y คือ $(0, 3)$

กราฟของเส้นตรงนี้คือ



6.3) ความชันคือ 3

เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุมแหลม

จุดตัดแกน X คือ $(-\frac{1}{2}, 0)$

จุดตัดแกน Y คือ $(0, \frac{3}{2})$

- 6.4) ความชันคือ $-\frac{1}{2}$
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุมป้าน
 จุดตัดแกน X คือ (0, 0)
 จุดตัดแกน Y คือ (0, 0)
- 6.5) ความชันคือ $-\frac{2}{3}$
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุมป้าน
 จุดตัดแกน X คือ (6, 0)
 จุดตัดแกน Y คือ (0, 4)
- 6.6) ความชันคือ 1
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุมแหลม
 จุดตัดแกน X และแกน Y คือ (0, 0)
- 6.7) ความชันคือ -1
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุมป้าน
 จุดตัดแกน X คือ (3, 0)
 จุดตัดแกน Y คือ (0, 3)
- 6.8) ความชันคือ 0 (ศูนย์)
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุม 0° (ศูนย์องศา)
 คือขนานกับแกน X
 จุดตัดแกน X ไม่มี
 จุดตัดแกน Y คือ (0, 4)
- 6.9) ความชัน ไม่มีค่าความชัน
 เส้นตรงทำมุมกับแกน X เป็นมุม 90° (มุมฉาก)
 จุดตัดแกน X คือ $(-2, 0)$
 จุดตัดแกน Y ไม่มี

ข้อ 7 ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(k, 3)$ กับ $(1, -5)$

$$\text{คือ } m = \frac{-5-3}{1-k} = \frac{-8}{1-k}$$

$$\text{แต่ } m = 4 \text{ (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{-8}{1-k} = 4$$

$$-8 = 4 - 4k$$

$$\therefore 4k = 12$$

$$\text{ดังนั้น } k = 3$$

ข้อ 8 เส้นตรง $2kx + 3y + k - 3 = 0$ ผ่านจุด $(1, -3)$

ดังนั้น จุดนี้ต้องสอดคล้องกับสมการ

แทน $(1, -3)$ ลงในสมการ (คือแทน $x = 1, y = -3$ ลงในสมการ)

$$2k(1) + 3(-3) + k - 3 = 0$$

$$\therefore 3k = 12$$

$$\text{ดังนั้น } k = 4$$

ข้อ 9 จากโจทย์ เส้นตรง $5x - ky + 8 = 0$ มีความชันเป็น $\frac{2}{3}$

$$\therefore -ky = -5x - 8$$

$$y = \frac{5x}{k} + \frac{8}{k}$$

ความชันคือ $\frac{5}{k}$

แต่โจทย์กำหนดว่า ความชันของเส้นตรงนี้เป็น $\frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{5}{k} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } k = \frac{15}{2}$$

ข้อ 10 จากสมการของเส้นตรงคือ $kx - y = 3k - 6$

มีจุดตัดแกน X (X - intercept) ที่ $(5, 0)$ คือผ่านจุด $(5, 0)$

แทน $(5, 0)$ ลงในสมการ (คือแทน $x = 5, y = 0$)

$$k(5) + 0 = 3k - 6$$

$$2k = -6$$

$$\text{ดังนั้น } k = -3$$

ข้อ 11

11.1) $A(2, 0), B(3, -4), C(1, -2), D(0, 2)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ B

$$m_1 = \frac{-4 - 0}{3 - 2} = -4$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน B และ C

$$m_2 = \frac{-2 - (-4)}{1 - 3} = -1$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน C และ D

$$m_3 = \frac{2 - (-2)}{0 - 1} = -4$$

ให้ m_4 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน D และ A

$$m_4 = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1$$

จะได้ว่า $m_1 = m_3$ แสดงว่า เส้นตรง AB กับ CD ขนานกัน

และ $m_2 = m_4$ แสดงว่า เส้นตรง BC กับ AD ขนานกัน

นั่นแสดงว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่ AB กับ BC ไม่ตั้งฉากกัน
จึงกล่าวได้ว่า ABCD ไม่เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า

11.2) A(3, 0), B(-1, 2), C(1, 7), D(5, 5)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ B

$$m_1 = \frac{2 - 0}{-1 - 3} = -\frac{1}{2}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน B และ C

$$m_2 = \frac{7 - 2}{1 - (-1)} = \frac{5}{2}$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน C และ D

$$m_3 = \frac{5 - 7}{5 - 1} = -\frac{1}{2}$$

ให้ m_4 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ D

$$m_4 = \frac{5 - 0}{5 - 3} = \frac{5}{2}$$

จะได้ว่า $m_1 = m_3$ แสดงว่า เส้นตรง AB กับ CD ขนานกัน

และ $m_2 = m_4$ แสดงว่า เส้นตรง BC กับ AD ขนานกัน

นั่นแสดงว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่ AB กับ BC ไม่ตั้งฉากกัน

จึงกล่าวได้ว่า ABCD ไม่เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า

11.3) A(3, 1), B(2, 2), C(0, 1), D(1, 0)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ B

$$m_1 = \frac{2 - 1}{2 - 3} = -1$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน B และ C

$$m_2 = \frac{1 - 2}{0 - 2} = \frac{1}{2}$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน C และ D

$$m_3 = \frac{0 - 1}{1 - 0} = -1$$

ให้ m_4 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ D

$$m_4 = \frac{0 - 1}{1 - 3} = \frac{1}{2}$$

จะได้ว่า $m_1 = m_3$ แสดงว่า เส้นตรง AB กับ CD ขนานกัน

และ $m_2 = m_4$ แสดงว่า เส้นตรง BC กับ AD ขนานกัน

นั่นแสดงว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่ AB กับ BC ไม่ตั้งฉากกัน
จึงกล่าวได้ว่า ABCD ไม่เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า

11.4) A(-2, 2), B(1, 3), C(2, 0), D(-1, -1)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ B

$$m_1 = \frac{3 - 2}{1 - (-2)} = \frac{1}{3}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน B และ C

$$m_2 = \frac{0 - 3}{2 - 1} = -3$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน C และ D

$$m_3 = \frac{-1 - 0}{-1 - 2} = \frac{1}{3}$$

ให้ m_4 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ D

$$m_4 = \frac{-1 - 2}{-1 - (-2)} = -3$$

จะได้ว่า $m_1 = m_3$ แสดงว่า เส้นตรง AB กับ CD ขนานกัน

และ $m_2 = m_4$ แสดงว่า เส้นตรง BC กับ AD ขนานกัน

แสดงว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

นอกจากนี้ ยังได้ว่า $m_1 m_2 = -1$ แสดงว่า AB กับ BC ตั้งฉากกัน

$$m_2 m_3 = -1 \text{ แสดงว่า BC กับ CD ตั้งฉากกัน}$$

$$m_3 m_4 = -1 \text{ แสดงว่า CD กับ DA ตั้งฉากกัน}$$

และ $m_4 m_1 = -1$ แสดงว่า DA กับ AB ตั้งฉากกัน

แสดงว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วย

11.5) A(-1, 0), B(0, -1), C(2, 0), D(3, 2)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน A และ B

$$m_1 = \frac{-1 - 0}{0 - (-1)} = -1$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน B และ C

$$m_2 = \frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่าน C และ D

$$m_3 = \frac{2 - 0}{3 - 2} = 2$$

จะได้ว่า $m_1 \neq m_3$ แสดงว่า AB กับ CD ไม่ขนานกัน

นั่นแสดงว่า ABCD ไม่เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ข้อ 12

12.1) $A(1, -2), B(6, -5), C(-10, 2)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B

$$m_1 = \frac{-5 - (-2)}{6 - 1} = -\frac{3}{5}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด B และ C

$$m_2 = \frac{2 - (-5)}{-10 - 6} = -\frac{7}{16}$$

จะได้ว่า $m_1 \neq m_2$ แสดงว่า เส้นตรง AB กับ BC ไม่ขนานกัน
นั่นคือ A, B, C ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

12.2) $A(5, 1), B(-1, -1), C(8, 2)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B

$$m_1 = \frac{-1 - 1}{-1 - 5} = \frac{1}{3}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด B และ C

$$m_2 = \frac{2 - (-1)}{8 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

จะได้ว่า $m_1 = m_2$ แสดงว่า AB กับ BC ขนานกัน แต่เส้นตรงทั้งสองมีจุด B
ร่วมกัน ดังนั้น AB กับ BC เป็นเส้นตรงเดียวกัน
นั่นคือ A, B, C อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

1.23) A(-2, 1), B(1, 3), C(6, -7)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B

$$m_1 = \frac{3 - 1}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด B และ C

$$m_2 = \frac{-7 - 3}{6 - 1} = -2$$

จะได้ว่า $m_1 \neq m_2$ แสดงว่า เส้นตรง AB และ BC ไม่ขนานกัน
นั่นคือ A, B, C ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

12.4(A(3, 1), B(-1, 2), C(5, 0)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B

$$m_1 = \frac{2 - 1}{-1 - 3} = -\frac{1}{4}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด B และ C

$$m_2 = \frac{0 - 2}{5 - (-1)} = -\frac{1}{3}$$

จะได้ว่า $m_1 \neq m_2$ แสดงว่า AB และ BC ไม่ขนานกัน
นั่นคือ A, B, C ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ข้อ 13

13.1) $A(-4, 2), B(-1, -1), C(1, 1)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB

$$m_1 = \frac{-1 - 2}{-1 - (-4)} = -1$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรง BC

$$m_2 = \frac{1 - (-1)}{1 - (-1)} = 1$$

จะได้ว่า $m_1 m_2 = -1$ แสดงว่า AB และ BC ตั้งฉากกัน

นั่นคือ $A(-4, 2), B(-1, -1)$ และ $C(1, 1)$

เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

13.2) $A(4, 4), B(1, 2), C(2, 1)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB

$$m_1 = \frac{2 - 4}{1 - 4} = \frac{2}{3}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรง BC

$$m_2 = \frac{1 - 2}{2 - 1} = -1$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรง AC

$$m_3 = \frac{1 - 4}{2 - 4} = \frac{3}{2}$$

จะได้ว่า $m_1 m_2 \neq -1$, $m_1 m_3 \neq -1$ และ $m_2 m_3 \neq -1$ แสดงว่า AB, BC, และ AC ไม่มีเส้นตรงคู่ใดตั้งได้ฉากกันเลย

นั่นคือ $A(4, 4)$, $B(1, 2)$ และ $C(2, 1)$ ไม่ใช่จุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

13.3) $A(0, -1)$, $B(4, 0)$, $C(3, 4)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB

$$m_1 = \frac{0 - (-1)}{4 - 0} = \frac{1}{4}$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรง BC

$$m_2 = \frac{4 - 0}{3 - 4} = -4$$

จะได้ว่า $m_1 m_2 = -1$ แสดงว่า AB กับ BC ตั้งได้ฉากกัน

นั่นคือ $A(0, -1)$, $B(4, 0)$ และ $C(3, 4)$ เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

13.4) $A(1, 2)$, $B(6, -3)$, $C(9, 0)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB

$$m_1 = \frac{-3 - 2}{6 - 1} = -1$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรง BC

$$m_2 = \frac{0 - (-3)}{9 - 6} = 1$$

จะได้ว่า $m_1 m_2 = -1$ แสดงว่า AB กับ BC ตั้งได้ฉากกัน

นั่นคือ $A(1, 2)$, $B(6, -3)$ และ $C(9, 0)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

13.5) $A(2, -1), B(4, 3), C(-1, -7)$

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB

$$m_1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2} = 2$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรง BC

$$m_2 = \frac{-7 - 3}{-1 - 4} = 2$$

ให้ m_3 แทนความชันของเส้นตรง AC

$$m_3 = \frac{-7 - (-1)}{-1 - 2} = 2$$

จะได้ว่า $m_1 m_2 \neq -1$, $m_1 m_3 \neq -1$ และ $m_2 m_3 \neq -1$ แสดงว่า AB, BC และ AC ไม่มีเส้นตรงคู่ใดตั้งได้ฉากกัน

นั่นคือ $A(2, -1), B(4, 3)$ และ $C(-1, -7)$ ไม่เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อ 14

14.1) ขนานกับเส้นตรงที่มีความชัน -3

วิธีทำ

ให้ m แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(3, -2)$ และ $Q(4, k)$

$$m = \frac{k - (-2)}{4 - 3} = k + 2$$

จากเส้นตรงที่ผ่าน PQ นี้ ขนานกับเส้นตรงที่มีความชัน -3 จะได้ว่า

$$k + 2 = -3$$

$$\therefore k = -5$$

14.2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีความชัน -3

วิธีทำ

จาก (1) ได้ว่า ความชันที่ผ่าน $P(3, -2)$ และ $Q(4, k)$ คือ $k + 2$

และจากโจทย์ กำหนดให้เส้นตรง PQ นี้ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีความชัน -3

จะได้ว่า

$$(k + 2)(-3) = -1$$

$$k + 2 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore k = -\frac{5}{3}$$

ข้อ 15

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด และ $P(x, y)$

$$m_1 = \frac{y - 0}{x - 0}$$

$$\therefore \frac{y}{x} = 2$$

$$\therefore y = 2x$$

ให้ m_2 แทนความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 0)$ และ $P(x, y)$

$$m_2 = \frac{y - 0}{x - (-1)}$$

$$\therefore \frac{y}{x + 1} = 1$$

$$\therefore y = x + 1$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$2x = x + 1$$

$$\therefore x = 1$$

แทน $x = 1$ ลงใน (2) ได้ $y = 2$
 ดังนั้น จึงได้ว่า $x = 1, y = 2$

ข้อ 16

วิธีทำ

จากโจทย์ จึงได้ว่า เส้นตรง L ตัดแกน X ที่จุด $(\sqrt{3}, 0)$ และตัดแกน Y ที่จุด $(0, 1)$

ให้ m แทนความชันของเส้นตรง L

$$m = \frac{1 - 0}{0 - \sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

ให้ θ เป็นมุมเอียงที่เส้นตรง L ทำกับแกน X

$$\therefore \tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 150^\circ$$

ดังนั้น มุมเอียงที่เส้นตรง L ทำกับแกน X คือ 150°

ข้อ 17

วิธีทำ

ให้ $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุด 2 จุด ดังรูป

