# เฉลยแบบฝึกหัด

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.1

## ข้อ 1

1.1) $A' = \{$ เมษายน, มิถุนายน, กันยายน, พฤศจิกายน $\}$

1.2) $B = \{ 1, 2, 3, 4, \ldots 199 \}$

1.3) $C = \{ 201, 202, 203, \}$

1.4) $D = \{ 2, 4, 6, 8, 10, . \}$

1.5) $E = \{ 1, 3, 5, 7, 9, \ldots \}$

1.6) $F = \{ 2, 4, 6, 8, 10, . \}$

1.7) $G = \{$ กุมภาพันธ์ $\}$

1.8) $H = \{ 1, 2 \}$

1.9) $I = \{ \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots \}$

1.10) $J = 0$

## ข้อ 2

2.1) A มีสมาชิก 3 ตัว คือ 1, 5, และ 9

2.2) B มีสมาชิก 2 ตัว คือ 1 และ $\{ 1 \}$

2.3) C มีสมาชิก 1 ตัว คือ 123

2.4) D มีสมาชิก 3 ตัว คือ 2, $\{ 2, 3 \}$ และ $\{ 3 \}$

2.5) E มีสมาชิก 4 ตัว คือ 12, 3, 456 และ 7

2.6) F มีสมาชิก 2 ตัว คือ 12 และ 21

2.7) G มีสมาชิก 2 ตัว คือ 0 และ 1

2.8) H มีสมาชิก 5 ตัว คือ 1, 2, $\{ 2 \}$, 12 และ 21

2.9) J มีสมาชิก 0 ตัว คือ ไม่มีสมาชิกเลย

2.10) K มีสมาชิก 49 ตัว คือ 1, 2, 3, . .., 49

ข้อ 3

3.1) $A = \{ x | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 < x < 6 \}$

3.2) $B = \{ x^2 | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 \leqslant 25 \}$

3.3) $c = \{ x^2 | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

3.4) $D = \{ x | x$ เป็นสีของธงชาติไทย $\}$

3.5) $E = \{ x | x$ เป็นจำนวนคู่ที่เป็นบวก $\}$

3.6) $F = \{ 3x | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

3.7) $G = \{ x | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

3.8) $H = \{ x | x$ เป็นชื่อของเดือนที่ลงท้ายด้วย "คม" $\}$

3.9) $J = \{ x | x^2 = 4 \}$

3.10) $K = \{ x | x$ เป็นเดือนที่มี 25 วัน $\}$

ข้อ 4.

เซ็ตที่เป็นเซ็ตว่างได้แก่ เซ็ตในข้อ 4.1), 4.2), 4.3), 4.7), 4.8), 4.11), 4.13) และ 4.15)

ข้อ 5

เซ็ตที่มีสมาชิก 2 ตัว เช่น { 1, 2 }, { 5, 10 }, { แดง, ดำ }

เซ็ตที่มีสมาชิก 4 ตัว เช่น { 1, 2, 3, 4 }, { ก, ข, ค, ง }, { มาลี, มาลา, มาลัย, มารุต }

**เซ็ตที่มีสมาชิก 7 ตัว เช่น** { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }, { a, b, c, d e, f, g } และ { ม่วง, คราม, ฟ้า, เขียว, เหลือง, แสด, แดง }

ข้อ 6

ไม่ใช่ เพราะ A เป็นเซ็ต ที่ถูกต้องเขียนเป็น A = { 4 } ไม่ใช่ A = 4

**ข้อ 7**

จาก B = { 1, 2, 3, 4, 5 } สามารถเขียนเซ็ตใหม่ให้มีสมาชิกเหมือนเดิม แต่ลำดับของสมาชิกแตกต่างกันได้ 120 วิธี เช่น { 1, 2, 3, 5, 4 }, { 1, 2, 5, 4, 3 }, { 5, 4, 3, 2, 1 } เป็นต้น

**ข้อ 8**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8.1) ถูก | 8.2) ผิด | 8.3) ผิด | 8.4) ถูก |
| 8.5) ถูก | 8.6) ผิด | 8.7) ถูก | 8.8) ผิด |
| 8.9) ถูก | 8.10) ผิด | | |

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

## ข้อ 1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1.1) ผิด | 1.2) ถูก | 1.3) ผิด | 1.4) ผิด | 1.5) ผิด |
| 1.6) ผิด | 1.7) ผิด | 1.8) ผิด | 1.9) ผิด | 1.10) ผิด |
| 1.11) ผิด | 1.12) ผิด | 1.13) ผิด | 1.14) ผิด | 1.15) ถูก |
| 1.16) ถูก | 1.17) ผิด | 1.18) ผิด | 1.19) ถูก | 1.20) ถูก |
| 1.21) ผิด | 1.22) ผิด | 1.23) ถูก | 1.24) ถูก | 1.25) ผิด |
| 1.26) ผิด | 1.27) ถูก | 1.28) ผิด | 1.29) ถูก | 1.30) ผิด |

## ข้อ 2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.1) ผิด | 2.2) ถูก | 2.3) ผิด | 2.4) ผิด | 2.5) ถูก |
| 2.6) ผิด | 2.7) ถูก | 2.8) ถูก | 2.9) ผิด | 2.10) ถูก |

## ข้อ 3

3.1) เซ็ตย่อยของ $\varnothing$ มี 1 เซ็ตได้แก่ $\varnothing$

3.2) เซ็ตย่อยของ $\{ a \}$ มี 2 เซ็ตได้แก่ $\varnothing$ และ $\{ a \}$

3.3) เซ็ตย่อยของ $\{ a, \{ b, c \} \}$ มี 4 เซ็ต ได้แก่ $0, \{ a \}, \{ \{ b, c \} \}$ และ $\{ a, \{ b, c \} \}$

3.4) เซ็ตย่อยของ $\{ a, b, c \}$ มี 8 เซ็ต ได้แก่ $0, \{ a \}, \{ b \}, \{ c \}, \{ a, b \}, \{ a, c \}$,- $\{ b, c \}$ และ $\{ a, b, c \}$

3.5) เซ็ตย่อยของ $\{ \{ a \} \}$ มี 2 เซ็ต ได้แก่ 0 และ $\{ \{ a \} \}$

3.6 เซ็ตย่อยของ $\{ a, b, c, d, e \}$ มี 32 เซ็ต ได้แก่ $0, \{ a \}, \{ b \}, \{ c \}, \{ d \}, \{ e \}, \{ a, b \}, \{ a, c \}, \{ a, d \}, \{ a, e \}, \{ b, c \}, \{ b, d \}, \{ b, e \}, \{ c, d \}, \{ c, e \}, \{ d, e \}, \{ a, b, c \}, \{ a, b, d \}, \{ a, b, e \}, \{ a, c, d \}, \{ a, c, e \}, \{ a, d, e \}, \{ b, c, d \}, \{ b, c, e \}, \{ b, d, e \}, \{ c, d, e \}, \{ a, b, c, d \}, \{ a, b, c, e, \}, \{ a, b, d, e \}, \{ a, c, d, e \}, \{ b, c, d, e \}$, และ $\{ a, b, c, d, e \}$

### ข้อ 4

4.1) เซ็ตย่อยแท้ของ $A = \emptyset$ ไม่มี

4.2) เซ็ตย่อยแท้ของ $B = \{ 0 \}$ ได้แก่ 0

4.3) เซ็ตย่อยแท้ของ $C = \{ \{ 0 \} \}$ ได้แก่ 0

4.4) เซ็ตย่อยแท้ของ $D = \{ 0, 1, 2 \}$ ได้แก่ 0, $\{ 0 \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 0, 1 \}, \{ 0, 2 \}$ และ $\{ 1, 2 \}$

4.5) เซ็ตย่อยแท้ของ $E = \{ \{ 0, 1 \}, \{ 2 \} \}$ ได้แก่ 0, $\{ \{ 0, 1 \} \}$ และ $\{ \{ 2 \} \}$

4.6) เซ็ตย่อยแท้ของ $F = \{ 0, \{ 1, 2 \} \}$ ได้แก่ 0, $\{ 0 \}$ และ $\{ \{ 1, 2 \} \}$

4.7) เซ็ตย่อยแท้ของ $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ ได้แก่ 0, { **2** }, **(4** }, { 6 }, **(8** }, { 2, 4 }, { 2, 6 }, { 2, 8 }, { 4, 6 }, { 4, 8 }, { 6, 8 }, { 2, 4, 6 }, { 2, 4, 8 }, { 2, 6, 8 } และ { 4, 6, 8 }

4.8) เซ็ตย่อยแท้ของ $H = \{ 100 \}$ ได้แก่ 0

### ข้อ 5

5.1) เซ็ตย่อยทั้งหมดของ $A = 2^3 = 8$ เซ็ต

เซ็ตย่อยแท้ของ $A = 8 - 1 = 7$ เซ็ต

5.2) เซ็ตย่อยทั้งหมดของ $B = 2^5 = 32$ เซ็ต

เซ็ตย่อยแท้ของ $B = 32 - 1 = 31$ เซ็ต

5.3) เซ็ตย่อยทั้งหมดของ $C = 2^9 = 512$ เซ็ต

เซ็ตย่อยแท้ของ $C = 512 - 1 = 511$ เซ็ต

5.4) เซ็ตย่อยทั้งหมดของ $D = 2^n$ เซ็ต

เซ็ตย่อยแท้ของ $C = 2^n - 1$ เซ็ต

### ข้อ 6

6.1) เซ็ตย่อยของ A มีทั้งหมด $2^{100}$ เซ็ต

6.2) เซ็ตย่อยแท้ของ A มีทั้งหมด $2^{100} - 1$ เซ็ต

6.3) เซ็ตย่อยของ A ที่มีสมาชิก 1 ตัว มี 100 เซ็ต

6.4) เซ็ตย่อยของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว มี $2^{100} - 1$ เซ็ต

**ข้อ 7**

7.1) ไม่มีเซ็ตใดเท่ากันหรือสมมูลกัน

7.2) $C = D$, $C \sim E$ และ $D \sim E$

7.3) $F = G = H = J$, $F \sim K$, $G \sim K$, $H \sim K$, $J \sim K$

7.4) $M = N = Q$, $R \sim S$

7.5) $U = V = X$, $Y = Z$ และ $T \sim W$

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.3

**ข้อ 1**

1.1) ผิด 1.2) ถูก 1.3) ถูก 1.4) ผิด

**ข้อ 2**

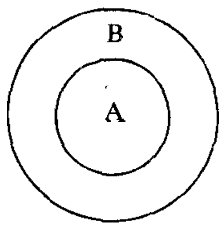
อาจจะกำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ เป็นเอกภพสัมพัทธ์ก็ได้

**ข้อ 3**

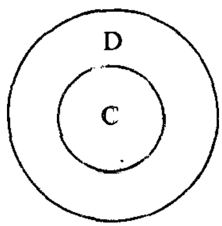
อาจจะกำหนดให้ $U = \{0\}$ เป็นเอกภพสัมพัทธ์ก็ได้

**ข้อ 4**

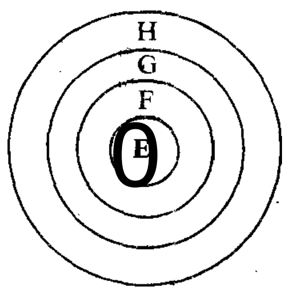
4.1) แผนภาพ คือ



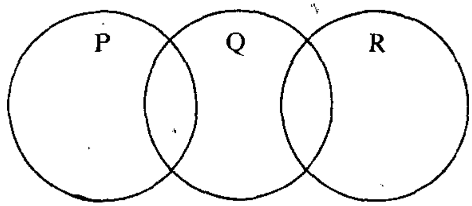

4.2) แผนภาพ คือ



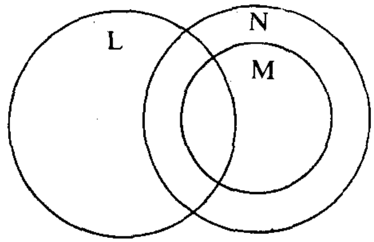

4.3) แผนภาพ คือ



4.4) แผนภาพ คือ




4.5) แผนภาพ คือ



# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.4

**ข้อ 1**

1.1) $A \cap B = \{1\}$

1.2) $B \cap C = 0$

1.3) $A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 8, 9\}$

1.4) $B \cup C = \{1, 3, 4, 8\}$

1.5) $A \cap (B \cup C) = \{1, 3\}$

1.6) $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{1\} \cup \{3\} = \{1, 3\}$

1.7) $A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 6, 9\} \cup 0 = \{1, 3, 6, 9\}$

1.8) $(A \cap B) \cup C) = \{1\} \cup \{3\} = \{1, 3\}$

1.9) $A - B = \{3, 6, 9\}$ .

1.10) $C - A = 0$

1.11) $C' = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

1.12) $C' \quad B = \{2, 5, 6, 7, 9\}$

1.13) $(A \cap B) - C = \{1\} \quad \{3\} = \{1\}$

1.14) $(A \cap B)' - C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{3\} = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

1.15) $C - (A \cap B) = \{3\} - \{1\} = \{3\}$

1.16) $(A - B) - C = \{3, 6, 9\} - \{3\} = \{6, 9\}$

1.17) $(A \cap B) \cap c = \{1\} \cap \{3\} = 0$

1.18) $\varnothing \cup C = \{\ \} \cup \{3\} = \{3\}$

1.19) $\varnothing \cap C = \{\ \} \cap \{3\} = \varnothing$

1.20) $(B - A) \cup C' = \{4, 8\} \cup \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$= \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

1.21) $c \quad c = \{3\} - \{3\} = \varnothing$

1.22) $(B \cup C) - A = \{2, 5, 6, 7, 9\} - \{1, 3, 6, 9\}$

$= \{2, 5, 7\}$

1.23) $(A \cap B) - B = \{1\} - \{1, 4, 8\} = 0$

1.24) $A \cap (B \cap C) = \{1, 3, 6, 9\} \cap \{\} = 0$

1.25) $B \cap (A \cap C) = \{1, 4, 8\} \cap \{3\} = 0$

1.26) $B - C = \{1, 4, 8\}$

1.27) $B \cap C' = \{1, 4, 8\} \cap \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$= \{1, 4, 8\}$

1.28) $A - B = \{3, 6, 9\}$

1.29) $A \cap B' = \{1, 3, 6, 9\} \cap \{2, 3, 5, 6, 7, 9\} = \{3, 6, 9\}$

1.30) $B' \cap B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{3\} = 0$

ข้อ 2

2.1) $A = \{a,e\}$

และ $A \cap A = \{a, e\}$

$\therefore A \cap A = A$

2.2) $A = \{a,e\}$

$A \cup A = \{a, e\}$

$\therefore A \cup A = A$

2.3) $A \cup B = \{a, c, e, g\}$

$B \cup A = \{a, c, e, g\}$

$\therefore B \cup B = B \cup A$

2.4) $A \cap B = \{a, e\}$

$B \cap A = \{a, e\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$

2.5) $A \cap (B \cap C) = \{a, e\} \cap \{c, e\} = \{e\}$

$(A \cap B) \cap C = \{a, e\} \cap \{b, c, d, e, f\} = \{e\}$

$\therefore A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

2.6) $A \cup (B \cup C) = \{a, e\} \cup \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$= \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$(A \cup B) \cup C = \{a, c, e, g\} \cup \{b, c, d, e, f\}$

$= \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$\therefore A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

2.7) $A \cap (B \cup C) = \{a, e\} \cap \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$= \{a, e\}$

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{a, e\} \cup \{e\}$

$= \{a, e\}$

$\therefore A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

2.8) $A \cup (B \cap C) = \{a, e\} \cup \{c, e\}$

$= \{a, c, e\}$

$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{a, c, e, g\} \cap \{a, b, c, d, e, f\}$

$= \{a, c, e\}$

$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

2.9) $(A \cup B)' = \{a, e, c, g\}'$

$= \{b, d, f, h\}$

$A' \cap B' = \{b, c, d, f, g, h\} \cap \{b, d, f, h\}$

$= \{b, d, f, h\}$

$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$

2.10) $(A \cap B)' = \{a, e\}' = \{b, c, d, f, g, h\}$

$A' \cup B' = \{b, c, d, f, g, h\} \cup \{b, d, f, h\}$

$= \{b, c, d, f, g, h\}$

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$

2.11) $A \cap B' = \{a, e\} \cap \{b, d, f, h\} = 0$

$A-B = 0$

$\therefore A \cap B' = A - B$

2.12) $A \cup 0 = \{a, e\} \cup \{\ \} = \{a, e\}$

$A = \{a,e\}$

$\therefore A \cup 0 = A$

2.13) $A \cap 0 = \{a, e\} \cap \{\ \} = \varnothing$

$\therefore A \cap 0 = 0$

2.14) $A \cap U = \{a, e\}$

$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$\therefore A \cap U \neq u$

2.15) $A \cap U = \{a, e\}$

$\therefore A \cap U = A$

2.16) $U' = \{\ \} = \varnothing$

2.17) $\varnothing' = \{a, b, c, d, e, f, g, h\} = u$

2.18) $A \cup A' = \{a, e\} \cup \{b, c, d, f, g, h\}$

$= \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$\therefore A \cup A' = u$

2.19) $A \cap A' = \{a, e\} \cap \{b, c, d, f, g, h\}$

$= 0$

$\therefore A \cap A' = 0$

2.20) $A-B = \{\ \}$

$B' - A' = \{b, d, f, h\} - \{b, c, d, f, g, h\}$

$= \{\ \}$

$\therefore A - B = B' - A'$

2.21) $(A')' = \{ b, c, d, f, g, h \}'$

$= \{ a, e \}$

$\therefore A = \{ a, e \}$

$\therefore (A')' = A$

**ข้อ** 3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.1) ผิด | 3.2) ถูก | 3.3) ถูก | 3.4)ผิด |
| 3.5) ถูก | 3.6) ผิด | 3.7) ผิด | 3.6) ถูก |
| 3.9) ถูก | 3.10) ถูก | | |

**ข้อ** 4

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4.1) ผิด | 4.2) ถูก | 4.3) ผิด | 4.4) ถูก |
| 4.5) ถูก | 4.6) ผิด | 4.7) ถูก | 4.8) ถูก |
| 4.9) ผิด | 4.10) ถูก | | |

**ข้อ** 5

5.1) เซ็ตของพลเมืองที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ หรือพลเมืองชาย

5.2) เซ็ตของพลเมืองที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ และไปทำงานโดยรถประจำทาง

5.3) เซ็ตของพลเมืองที่ไม่เป็นชายในประเทศไทย

5.4) เซ็ตของพลเมืองชายที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ

5.5) เซ็ตของพลเมืองที่ไม่ใช่ชายที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ

5.6) เซ็ตของพลเมืองชายที่ไปทำงานโดยไม่ใช้รถประจำทาง

5.7) เซ็ตของพลเมืองที่ไม่ได้อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ หรือไม่เป็นเซ็ตของพลเมืองชาย

5.8) เซ็ตของพลเมืองชายที่ไปทำงานโดยไม่ใช้รถประจำทาง

5.9) เซ็ตของพลเมืองที่ไปทำงานโดยรถประจำทางและเป็นพลเมืองที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ หรือเป็นพลเมืองชาย

5.10) เซ็ตของพลเมืองชายหรือพลเมืองที่ไปทำงานโดยรถประจำทาง และอาศัยอยู่ในเขตกรุงเทพฯ

**ข้อ 6**

ไม่ได้ เพราะว่า B อาจไม่เท่ากับ C ก็ได้ เช่น

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{3, 4, 6\}$

จะได้ว่า $A \cap B = \{3, 4\} = A \cap C$ แต่ $B \neq C$

ข้อ 7

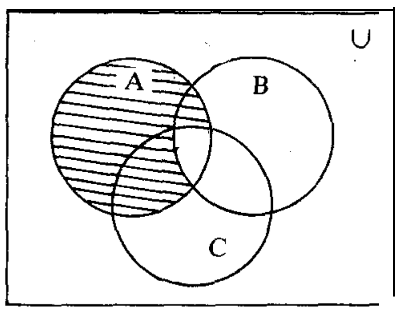
ถ้า $A \cup B = A$ แล้ว แสดงว่า $B \subseteq A$ หรือ $B = A$

**ข้อ 8**

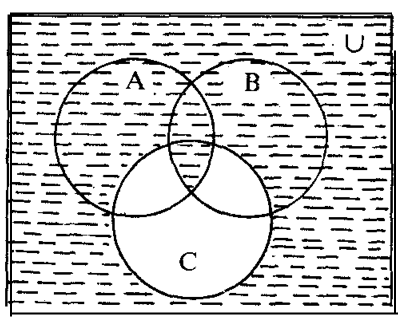
ถ้า $A \cup B = 0$ แล้ว แสดงว่า $A = B = \varnothing$

**ข้อ 9**

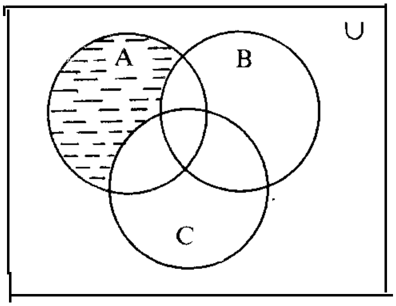
9.1) แผนภาพ แสดง $A - (B \cap C)$



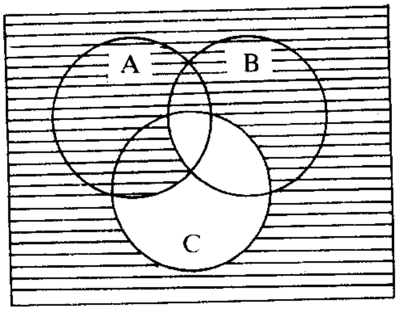

9.2) แผนภาพแสดง $(A \cap B) \cup C'$



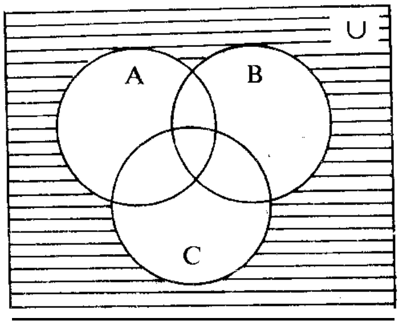
9.3) แผนภาพ แสดง $(A \cap B') - C$ คือ




9.4) แผนภาพ แสดง $((A - B)' \cap C)'$

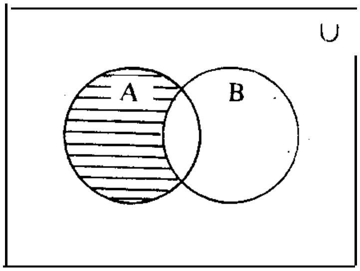



9.5) แผนภาพ แสดง $(A \cup B)' \cap C'$ คือ

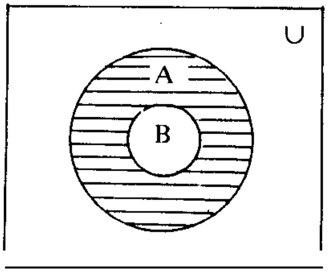


## ข้อ 10

10.1) แรเงาที่แสดงส่วนที่เป็นเซ็ต A − B คือ

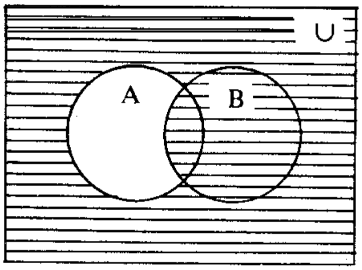



(1)

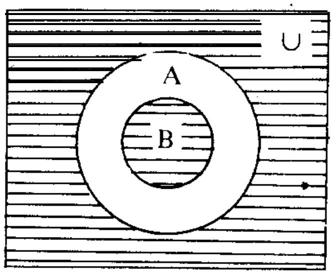



(2)

10.2) แรเงาที่แสดงส่วนที่เป็นเซ็ต A′ ∪ B คือ

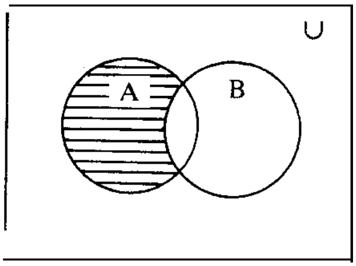



(1)

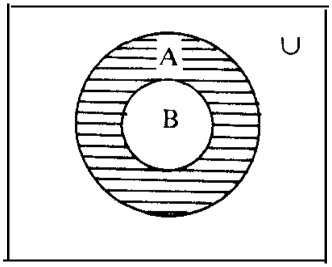



(2)

10.3) แรเงาที่แสดงส่วนที่เป็นเซ็ต B′ ∩ A คือ

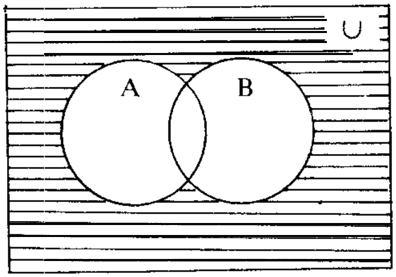



(1)

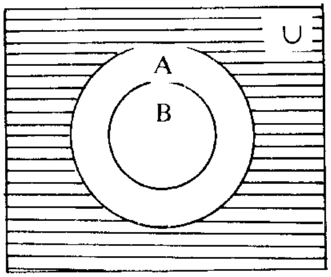



(2)

10.4) แรเงาที่แสดงส่วนที่เป็นเซ็ต $B' \cap A'$ คือ

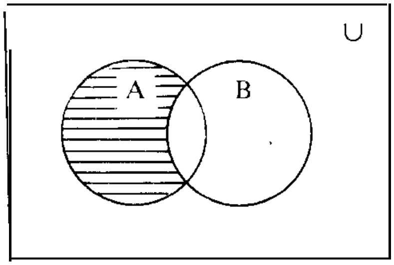



(1)

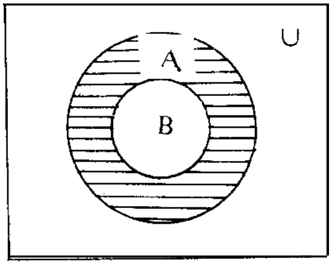



(2)

10.5) แรเงาที่แสดงส่วนที่เป็นเซ็ต $B' - A'$ คือ



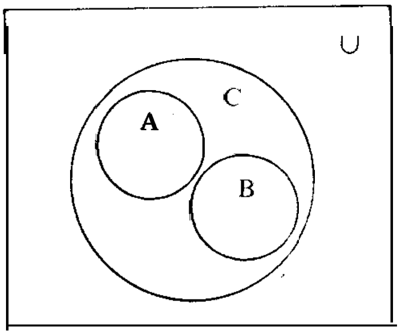

(1)



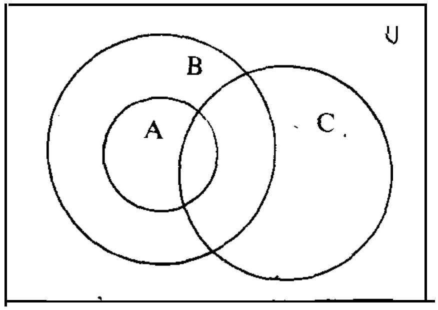

(2)

**ข้อ 11**

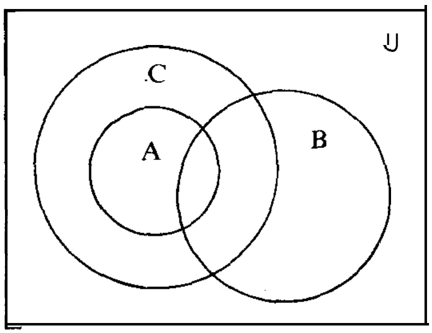
11.1) แผนภาพแสดงว่า A, B, C ซึ่ง $A \subset C$, $B \cap C$ และ $A \cap B = \varnothing$ คือ



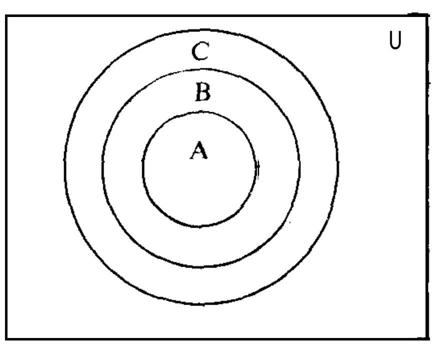
11.2) แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของ A, B, C ซึ่ง $A \subset B$, $A \neq B$ และ $B \cap C \neq \emptyset$ คือ



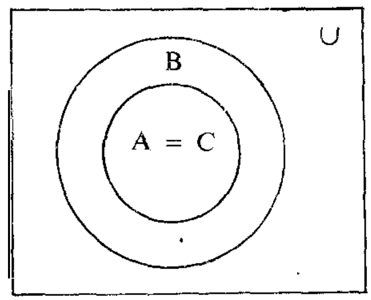

11.3) แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของ A, B, C ซึ่ง $A \subset C$, $B \not\subset C$ และ $A \cap B \neq \emptyset$ คือ




11.4) แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของ A, B, C ซึ่ง $A \subset (B \cap C)$, $B \subset C$, $C \neq B$ และ $A \neq C$ คือ



11.5) แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของ A, B, C ซึ่ง $A \subset B$, $C \subset B$ และ $A - C = \varnothing$ คือ




**ข้อ** 1 2

12.1) $F = M \cap (A \cup C) = 10 + 6 = 16$ คน

12.2) $G = W \cap (B \cup (C \cup D))$

$= 18 + 8 + 17 = 53$ คน

12.3) $H = (M \cup W) \cap (A \cap E)$

$= 10 + 51 + 42 + 15 = 118$ คน

12.4) $K = M \cap (D' \cap B')$

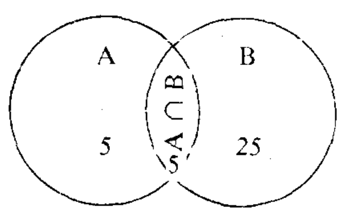
$= 10 + 51 = 61$ คน

**ข้อ** 13

ให้ A แทนเซ็ตของนักเรียนที่ได้รับรางวัลเรียนดี ซึ่งมี 10 คน

B แทนเซ็ตของนักเรียนที่ได้รับรางวัลมารยาทดี ซึ่งมี 30 คน

ดังนั้นเซ็ตของนักเรียนที่ได้รับรางวัลทั้งสองรางวัล ก็คือ $A \cap B$ มี 5 คน เราสามารถเขียนภาพแทนเซ็ตได้เป็น



โดยขั้นแรกเขียน $A \cap B$ (ซึ่งเท่ากับ 5 ก่อน)

13.1) โดยที่ A มี 10 คน ดังนั้น $A - (A \cap B) = 10 - 5 = 5$ คน
นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับรางวัลเรียนดีเพียงอย่างเดียวมี 5 คน

13.2) และโดยที่ B มี 30 คน ดังนั้น $B - (A \cap B) = 30 - 5 = 25$
นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับรางวัลมารยาทดีเพียงอย่างเดียวมี 25 คน

13.3) นักเรียนทั้งหมดที่ได้รับรางวัล มี $5 + 5 + 25 = 35$ คน

13.4) โดยที่นักเรียนทั้งหมดมี 80 คน และได้รับรางวัลมีทั้งหมด 35 คน
ดังนั้น คนที่ไม่ได้รับรางวัลมี $80 - 35 = 45$ คน

**ข้อ 14**

ให้ A แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 80 คน
B แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบวิทยาศาสตร์ ซึ่งมี 65 คน
C แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบภาษาอังกฤษ ซึ่งมี 55 คน

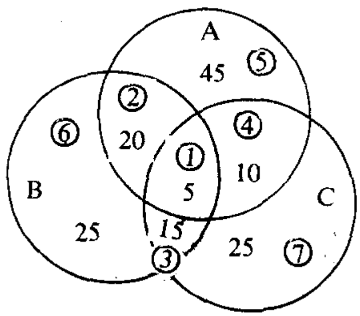
ดังนั้น $B \cap C$ หมายถึง เซ็ตของนักเรียนที่ชอบทั้งวิทยาศาสตร์ และภาษาอังกฤษ ซึ่งมี 20 คน

$A \cap B$ หมายถึง เซ็ตของนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ซึ่งมี 25 คน

$A \cap C$ หมายถึง เซ็ตของนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษ ซึ่งมี 15 คน

$(A \cap B) \cap C$ หมายถึง เซ็ตของนักเรียนที่ชอบทั้งสามวิชา ซึ่งมี 5 คน

เราสามารถเขียนภาพแทนเซ็ตต่าง ๆ ได้ดังนี้



เราทราบว่า $(A \cap B) \cap C$ หรือส่วนที่ ① = 5 และทราบว่า $A \cap B = 25$ ดังนั้นส่วนที่ ② จึงได้เท่ากับ $25 - 5 = 20$

เราทราบว่า $B \cap C = 20$ ดังนั้นส่วนที่ ③ จึงได้เท่ากับ $20 - 5 = 15$

เราทราบว่า $A \cap C = 15$ดังนั้นส่วนที่ ④ จึงได้เท่ากับ $15 - 5 = 10$

เราทราบว่า $A = 80$ ดังนั้นส่วนที่ ⑤ จึงได้เท่ากับ $80 - (20 + 5 + 10) = 45$

เราทราบว่า $B = 65$ ดังนั้นส่วนที่ ⑥ จึงได้เท่ากับ $65 - (20 + 5 + 15) = 25$

เราทราบว่า $C = 55$ ดังนั้นส่วนที่ ⑦ จึงได้เท่ากับ $55 - (10 + 5 + 15) = 25$

ลองทดสอบว่า จำนวนต่าง ๆ สอดคล้องกับที่โจทย์กำหนดไหม?

จะเห็นว่า เซ็ต

$$A = 45 + 20 + 5 + 10 = 80$$

$$B = 25 + 20 + 5 + 15 = 65$$

$$C = 25 + 10 + 5 + 15 = 55$$

$$B \cap C = 5 + 15 = 20$$

$$A \cap B' = 20 + 5 = 25$$

$$A \cap C = 10 + 5 = 15$$

$$(A \cap B) \cap C = 5$$

· เป็นจริงตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้นจากแผนภาพจะได้ว่า

14.1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมี 200 คน ดังนั้นนักเรียนที่ไม่ชอบวิชาใดเลยในสามวิชานี้

คือ $200 - (45 + 20 + 5 + 10 + 25 + 15 + 25)$

$= 200 - 145 = 55$ คน

14.2) นักเรียนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์เพียงวิชาเดียวเท่านั้นมี 45 คน

14.3) นักเรียนที่ชอบวิชาเพียงวิชาเดียวเท่านั้น มี $45 + 25 + 25 = 95$ คน

14.4) นักเรียนที่ชอบ 2 วิชา เท่านั้น มี $20 + 10 + 15 = 45$ คน

14.5) นักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์, วิทยาศาสตร์, แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ มี

$45 + 20 + 25 = 90$ คน

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.5

**ข้อ 1.** ( A n B ) n C $= (A \cup C) \cap (B \cup C)$

**พิสูจน์**

(An B) n c $=$ C $\cup (A \cap B)$

$=$ (C U A) n (C $\cup$ B)

$=$ (A U C) n (B U C)

**ข้อ 2.** ถ้า $A \cap C = 0$ แล้ว $A \cap (B \cup C)$ = A n B

**พิสูจน์**

A n (B U C) = (A n B) U (A n C)

= (A n B) $\cup$ 0

= $A \cap B$

**ข้อ 3.** ถ้า $A \cap B = 0$ 6-d A − B = A

**พิสูจน์**

$\because (A \cap B)' = 0$

A' UB' = U

A n ( A ' U B ' ) = $A \cap U$

$(A \cap A') \cup (A \cap B') =$ A

$\varnothing \cup (A \cap B') =$ A

A n B' = A

$\therefore$ A - B = A

**ข้อ 4.** A n (B − C) = (A $\cap$ B) − C

**พิสูจน์**

A n ( B - C ) = $A \cap (B \cap C')$

= $(A \cap B) \cap C'$

= (An B) − C

ข้อ 5. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

พิสูจน์

$$
\begin{aligned}
A - (B \cup C) &= A \cap (B \cup C)' \\
&= A \cap (B' \cap C') \\
&= (A \cap A) \cap (B' \cap C') \\
&= (A \cap B') \cap (A \cap C') \\
&= (A \quad B) \cap (A - C)
\end{aligned}
$$

ข้อ 6. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

พิสูจน์

$$
\begin{aligned}
A - (B \cap C) &= A \cap (B \cap C)' \\
&= A \cap (B' \cup C') \\
&= (A \cap B') \cup (A \cap C') \\
&= (A - B) \cup (A \quad C)
\end{aligned}
$$

ข้อ 7. ถ้า $A \cup B = 0$ แล้ว $A = 0$ และ $B = 0$

พิสูจน์

$$
\begin{aligned}
\because A \cup B &= 0 \\
(A \cup B)' &= 0' \\
A' \cap B' &= U
\end{aligned}
$$

จาก (1) $(A \cap A') \cup B' = A \cap U$

$$
\begin{aligned}
0 \cap B' &= A \\
\therefore A &= 0
\end{aligned}
$$

จาก (1) $A' \cap (B' \cap B) = U \cap B$

$$
\begin{aligned}
A' \cap \varnothing &= B \\
\therefore B &= 0
\end{aligned}
$$

ข้อ 8. ถ้า $A \subset B$ และ $C = B - A$ แล้ว $A = B - C$

พิสูจน์

จาก

$$
\begin{aligned}
C &= B - A \\
&= B \cap A' \\
C' &= B' \cup A \\
B \cap C' &= B \cap (B' \cup A) \\
&= (B \cap B') \cup (B \cap A) \\
&= \emptyset \cup (A \cap B) \\
&= A \cap B \\
&= A \\
\therefore A &= B - C
\end{aligned}
$$

# เฉลยแบบฝึกหัด 1.6

**ข้อ** 1

1.1) $P(A) = \{ \varnothing , \{ 1 \}, \{ -1 \}, \{ 1, -1 \}\}$ ซึ่งมีสมาชิก 4 ตัว

1.2) $P(B) = \{ 0 , \{ (1, 2) \}\}$ ซึ่งมีสมาชิก 2 ตัว

1.3) $P(C) = \{ \varnothing , \{\{ 1 \}\}, \{\{ 1, 2 \}\}, \{\{ 1 \}, \{ 1, 2 \}\}\}$ ซึ่งมีสมาชิก 4 ตัว

1.4) $P(D) = \{ 0, \{ 0 \}\}$ ซึ่งมีสมาชิก 2 ตัว

1.5) $P(E) = \{ \varnothing , \{ \varnothing \}, \{ 0 \}, \{ 1 \}, \{ \varnothing, 0 \}, \{ \varnothing, 1 \}, \{ 0, 1 \}, \{ \varnothing, 0, 1 \}\}$
ซึ่งมีสมาชิก 8 ตัว

1.6) $P(F) = \{ \varnothing, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 4 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 1, 4 \}, \{ 2, 3 \},$
$\{ 2, 4 \}, \{ 3, 4 \}, \{ 1, 2, 3 \}, \{ 1, 2, 4 \}, \{ 1, 3, 4 \}, \{ 2, 3, 4 \},$
$\{ 1, 2, 3, 4 \}\}$

**ข้อ** 2

2.1) $P(A) = \{ \varnothing, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

2.2) $P(B) = \{ \varnothing, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 2, 3 \}\}$

2.3) $P(A) \cup P(B) = \{ 0, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 2, 3 \}\}$

2.4) $P(A \cup B) = \{ \varnothing, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 2, 3 \}$
$\{ 1, 2, 3 \}\}$

2.5) $P(A) \cap P(B) = \{ 0, \{ 2 \}\}$

2.6) $P(A \cap B) = \{ \varnothing, \{ 2 \}\}$

# เฉลยแบบฝึกหัด 1.7

**ข้อ 1**

1.1) ไม่เป็น　　1.2) ไม่เป็น　　1.3) เป็น

1.4) ไม่เป็น　　1.5) ไม่เป็น　　1.6) เป็น

**ข้อ 2** $C = \{ A,, A,, A, \}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

**ข้อ 3**

3.1) ไม่มี

3.2) $\{\{1\}\}$

3.3) $\{\{1, 2\}\}, \{\{1\}, \{2\}\}$

3.4) $\{\{1, 2, 3\}\}, \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}, \{\{1, 2\}, \{3\}\}$

$\{\{1\}, \{2, 3\}\}, \{\{1, 3\}, \{2\}\}$

**ข้อ 4**

4.1) มี 2 เซ็ต

4.2) มี 5 เซ็ต

**ข้อ 5**

กรณีที่ 1 $A, = \{2\}$ และ $A., = \{4\}$

กรณีที่ 2 $A, = \{4\}$ และ $A_4 = \{2\}$

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.1

**ข้อ 1**

ความแตกต่างระหว่าง (1, 2), { 1, 2 } และ { (1, 2) } คือ

(1, 2) เป็นคู่อันดับ โดยมี 1 เป็นอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่ง และ 2 เป็นอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่อันดับ (ซึ่งไม่เท่ากับ (2, 1))

{ 1, 2 } เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์สองอีลีเมนต์ คือ 1 กับ 2 (ซึ่งเท่ากับ {2, 1 })

{ (1, 2) } เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์หนึ่งอีลีเมนต์ คือ คู่อันดับ (1, 2) (ซึ่งไม่เท่ากับ { (2 1) } )

**ข้อ 2**

จาก $(2x,\ y + 3) = (4,\ 2)$

จะได้ว่า $2x = 4$

$\therefore\ x = 2$

และ $y + 3 = 2$

$\therefore\ y = -1$

ดังนั้นจะได้ว่า $x = 2,\ y = -1$

**ข้อ 3**

จาก $(2x - y,\ 3x + y) = (10,\ 5)$

จะได้ว่า $2x - y = 10$ ---------- (1)

$3x + y = 5$ ---------- (2)

(1) + (2) $5x = 15$

$\therefore\ x = 3$

แทนค่า x ใน (2)

$$\therefore \quad 3(3) + y = 5$$

$$y = 5 - 9$$

$$= -4$$

ดังนั้น จะได้ว่า $x = 3, \quad y = -4$

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.2

**ข้อ** 1

จาก $A = \{a, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{3, b\}$ ดังนั้น

1.1) $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$

1.2) $B \times A = \{(1, a), (1, 1), (2, a), (2, 1), (3, a), (3, 1)\}$

1.3) $A \times C = \{(a, 3), (a, b), (1, 3), (1, b)\}$

1.4) $C \times A = \{(3, a), (3, 1), (b, a), (b, 1)\}$

1.5) $B \times C = \{(1, 3), (1, b), (2, 3), (2, b), (3, 3), (3, b)\}$

1.6) $C \times B = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$

1.7) $A \times A = \{(a, a), (a, 1), (1, a), (1, 1)\}$

1.8) $B \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

1.9) $C \times C = \{(3, 3), (3, b), (b, 3), (b, b)\}$

1.10) $\because$ $B \cap C = \{3\}$

$\therefore$ $A \times (B \cap C) = \{(a, 3), (1, 3)\}$

1.11) $\because$ $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$

และ $A \times C = \{(a, 3), (a, b), (1, 3), (1, b)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a, 3), (1, 3)\}$

1.12) $\because$ $B \cup C = \{1, 2, 3, b\}$

$\therefore$ $A \times (B \cup C) = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, b), (1, 1), (1, 2),$
$(1, 3), (1, b)\}$

1.13) $\because$ $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (1, 1), (1, 2),$

และ $A \times C = \{(a, 3), (a, b), (1, 3), (1, b)\}$

$\therefore$ $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, b), (1, 1), (1, 2),$
$(1, 3), (1, b)\}$

1.14) $\because$ $A \cup B = \{a, 1, 2, 3\}$

$\therefore$ $C \times (A \cup B) = \{(3, a), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (b, a), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$

1.15) $\because$ $A \cup B = \{a, 1, 2, 3\}$

$\therefore$ $(A \cup B) \times C = \{(a, 3), (a, b), (1, 3), (1, b), (2, 3), (2, b), (3, 3), (3, b)\}$

1.16) $\because$ $A \cap B = \{1\}$

$\therefore$ $(A \cap B) \times C = \{(1, 3), (1, b)\}$

1.17) $\because$ $B \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

และ $C \times C = \{(3, 3), (3, b), (b, 3), (b, b)\}$

$\therefore$ $(B \times B) \cap (C \times C) = \{(3, 3)\}$

1.18) $\because$ $A \times A = \{(a, a), (a, 1), (1, a), (1, 1)\}$

และ $C \times C = \{(3, 3), (3, b), (b, 3), (b, b)\}$

$(A \times A) \cup (C \times C) = \{(a, a), (a, 1), (1, a), (1, 1), (3, 3), (3, b),$
$(b, 3), (b, b)\}$.

1.19) $\because$ $A \times C = \{(a, 3), (a, b), (1, 3), (1, b)\}$

และ $B \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

$\therefore$ $(A \times C) \cap (B \times B) = \{(1, 3)\}$

1.20) $\because$ $A \times A = \{(a, a), (a, 1), (1, a), (1, 1)\}$

$\therefore$ $(A \times A) \times A = \{((a, a), a), ((a, a), 1), ((a, 1), a), ((a, 1), 1),$
$((1, a), a), ((1, a), 1), ((1, 1), a), ((1, 1), 1)\}$

1.21) $\because$ $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$

$(A \times B) \times C = \{((a, 1), 3), ((a, 1), b), ((a, 2), 3), ((a, 2), b),$
$((a, 3), 3), ((a, 3), b), ((1, 1), 3), ((1, 1), b),$
$((1, 2), 3), ((1, 2), b), ((1, 3), 3), ((1, 3), b)\}$

1.22) $B \times C = \{(1, 3), (1, b), (2, 3), (2, b), (3, 3), (3, b)\}$

$A \times (B \times C) = \{(a, (1, 3)), (a, (1, b)), (a, (2, 3)), (a, (2, b)),$
$(a, (3, 3)), (a, (3, b)), (1, (1, 3)), (1, (1, b)),$
$(1, (2, 3)), (1, (2, b)), (1, (3, 3)), (1, (3, b))\}$

1.23) $\because$ $(A - B) = \{a\}$

$\therefore$ $(A - B) \times C = \{(a, 3), (a, b)\}$

1.24) $\because$ $(A - B) = \{a\}$

และ $(B - C) = (1, 2)$

$\therefore$ $(A - B) \times (B - C) = \{(a, 1), (a, 2)\}$

1.25) $\because$ $(A - A) = \{\ \} = 0$

$\therefore$ $(A - A) \times B = 0 \times B = 0$

1.26) $\because$ $A \cap C = 0$

และ $B \cup C = \{1, 2, 3, b\}$

$\therefore$ $(A \cap C) \times (B \cup C) = 0$

1.27) $\because$ $(A \times A) = \{(a, a), (a, 1), (1, a), (1, 1)\}$

$\therefore$ $(A \times A) \times B = \{((a, a), 1), ((a, a), 2), ((a, a), 3), ((a, 1), 1),$
$((a, 1), 2), ((a, 1), 3), ((1, a), 1), ((1, a), 2),$
$((1, a), 3), ((1, 1), 1), ((1, 1), 2), ((1, 1), 3)\}$

1.28) $\because$ $C - B = \{b\}$

และ $A \cap B = \{J\}$

$\therefore$ $(C - B) \times (A \cap B) = \{(b, 1)\}$

1.29) $\because$ $A \cap B = \{1\}$

และ $A \cap C = 0$

$\therefore$ $(A \cap B) \times (A \cap C) = 0$

1.30) $\because$ $A - B = \{a\}$

และ $B - A = \{2, 3\}$

$\therefore$ $(A - B) \times (B - A) = \{(a, 2), (a, 3)\}$

**ข้อ 2**

จาก เซ็ต A เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์ 4 ตัว และ B เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์ 6 ตัว ดังนั้น

2.1) $A \times A$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $4 \times 4 = 16$ อีลีเมนต์

2.2) $A \times B$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $4 \times 6 = 24$ อีลีเมนต์

2.3) $B \times A$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $6 \times 4 = 24$ อีลีเมนต์

2.4) $B \times B$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $6 \times 6 = 36$ อีลีเมนต์

# เฉลยแบบฝึกหัด 2.3

จาก $G = \{(a, b), (b, c), (c, c), (c, d)\}$ และ $H = \{(b, a), (c, b), (d, c)\}$

1) $G^{-1} = \{(b, a), (c, b), (c, c), (d, c)\}$

2) $H^{-1} = \{(a, b), (b, c), (c, d)\}$

3) $G \circ H = \{(b, b), (c, c), (d, c), (d, d)\}$

4) $H \circ G = \{(a, a), (b, b), (c, b), (c, c)\}$

5) $(G \circ H)^{-1} = \{(b, b), (c, c), (c, d), (d, d)\}$

6) $H^{-1} \circ G^{-1} = \{(b, b), (c, c), (c, d), (d, d)\}$

7) $(H \circ G)^{-1} = \{(a, a), (b, b), (b, c), (c, c)\}$

8) $G^{-1} \circ H^{-1} = \{(a, a), (b, b), (b, c), (c, c)\}$

9) $(G \cup H)^{-1} = \{(b, a), (c, b), (c, c), (d, c), (a, b), (b, c), (c, d)\}$

10) $(G \cap H)^{-1} = \{\ \}$

11) $H^{-1} \circ G = \{(a, c), (b, d), (c, d)\}$

12) $G^{-1} \circ H = \{(c, a), (d, b), (d, c)\}$

13) $H \circ G^{-1} = \{(c, a), (c, b), (d, b)\}$

14) $G \circ H^{-1} = \{(a, c), (b, c), (b, d)\}$

15) $G \circ (H \circ G) = \{(a, b), (b, c), (c, c), (c, c), (c, d)\}$

16) $H \circ (G \circ G) = \{(a, b), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c)\}$

17) $D_{G \circ H} = \{b, c, d\}$

18) $D_H = \{b, c, d\}$

19) $R_{G \circ H} = \{b, c, d\}$

20) $R_G = \{b, c, d\}$

# เฉลยแบบฝึกหัด 2.4

**ข้อ 1**

จากโจทย์ เราจะได้ว่า

1.1) $G_2, G_5, G_8, G_{10}$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไปยัง A

1.2) $G_1, G_2, G_3, G_{10}$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไปยัง B

1.3) $G_4, G_5, G_6, G_8, G_{10}$ เป็นความสัมพันธ์จาก B ไปยัง A

1.4) $G_7, G_9, G_{10}$ เป็นความสัมพันธ์ B ไปยัง B

**ข้อ 2**

$$
\begin{aligned}
G_1^{-1} &= \{ (2, 1), (4, 3) \} \\
G_2^{-1} &= \{ (2, 2), (3, 3) \} \\
G_3^{-1} &= \{ (2, 1), (3, 1), (4, 1) \} \\
G_4^{-1} &= \{ (1, 2), (1, 3), (1, 4) \} \\
G_5^{-1} &= \{ (1, 2), (2, 2), (3, 2) \} \\
G_6^{-1} &= \{ (1, 4), (3, 4) \} \\
G_7^{-1} &= \{ (3, 3), (3, 4), (4, 4) \} \\
G_8^{-1} &= \{ (1, 3), (2, 3), (3, 3) \} \\
G_9^{-1} &= \{ (2, 4), (3, 3), (4, 2) \} \\
G_{10}^{-1} &= \{ \quad \} = \varnothing
\end{aligned}
$$

ข้อ 3

3.1) $a R b$ เป็นจริง เพราะว่ามีคู่ลำดับ $(a, b)$ อยู่ใน R (คือมี $(a, b) \in R$)

3.2) $a G b$ เป็นเท็จ เพราะว่าไม่มี $(a, b) \in G$

3.3) $b G a$ เป็นจริง เพราะว่ามี $(b, a) \in G$

3.4) $b R a$ เป็นเท็จ เพราะว่าไม่มี $(b, a) \in R$

3.5) $c R c$ เป็นจริง เพราะว่ามี $(c, c) \in R$

3.6) $c G c$ เป็นจริง เพราะว่ามี $(c, c) \in G$

3.7) $b R b$ เป็นเท็จ

3.8) $b R d$ เป็นจริง

3.9) $d R a$ เป็นเท็จ

3.10) $d G a$ เป็นเท็จ

3.11) $b G c$ เป็นจริง

3.12) $c G b$ เป็นเท็จ

3.13) เป็นจริง เพราะบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งของคู่อันดับทั้งหมด คือ a, b, c อยู่ในเซ็ต A และบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่อันดับทั้งหมดคือ b, d, c อยู่ในเซ็ต B

3.14) เป็นเท็จ เพราะบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่อันดับทั้งหมด คือ b, d, c ไม่ได้อยู่ในเซ็ต A ทั้งหมด คือ $d \notin A$ (ถึงแม้อีลีเมนต์ตัวหนึ่งของคู่อันดับทั้งหมดคือ a, b, c จะอยู่ใน A ก็ตาม)

3.15) เป็นเท็จ เพราะว่ามีคู่อันดับ $(a, b)$ ซึ่ง $a \notin B$ คือ บรรดาอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งของคู่อันดับไม่ได้อยู่ในเซ็ต B ทั้งหมด ได้แก่ a ไม่อยู่ใน B

3.16) เป็นเท็จ

3.17) เป็นเท็จ

3.18) เป็นจริง

3.19) เป็นจริง

3.20) เป็นเท็จ

**ข้อ 4**

จาก $R = \{ (a, b), (b, d), (a, d), (c, c) \}$

และ $G = \{ (b, b), (c, c), (b, a), (b, c) \}$

.. $R^{-1} = \{ (b, a), (d, b), (d, a), (c, c) \}$

และ $G^{-1} = \{ (b, b), (c, c), (a, b), (c, b) \}$

**ข้อ 5**

$D_G = \{ b, c \}$

$D_{G^{-1}} = \{ b, c, a \}$

$D_R = \{ a, b, c \}$

$D_{R^{-1}} = \{ b, d, c \}$

$R_G = \{ b, c, a \}$

$R_{G^{-1}} = \{ b, c \}$

$R_R = \{ b, d, c \}$

$R_{R^{-1}} = \{ a, b, c \}$

**ข้อ 6**

6.1) $R_1 = \{ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2\ 6), (2, 7), (2, 8), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 7), (6, 8), (7, 8) \}$

6.2) $R_2 = \{ (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4), (8, 5), (8, 6), (8, 7), (8, 8), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (3, 1), (3, 2)\ (3, 3), (2, 1), (2, 2), (1, 1) \}$

6.3) $R_3 = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8) \}$

6.4) $R_4 = \{ (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8) \}$

6.5) $R_5 = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (4, 8), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8) \}$

# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.5

**ข้อ 1**

1.1) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B ได้แก่ $F_1$, $F_2$, $F_4$, $F_5$, $F_6$, $F_{13}$, $F_{16}$

1.2) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง A ได้แก่ $F_3$, $F_7$, $F_8$, $F_{12}$, $F_{14}$, $F_{16}$

1.3) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง A ได้แก่ $F_4$, $F_6$, $F_{15}$, $F_{16}$

1.4) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง B ได้แก่ $F_8$, $F_{12}$, $F_{16}$

1.5) F ที่เป็นฟังก์ชันทุกข้อ จาก 1.1) ถึง 1.4) คือ $F_{16}$

1.6) F ที่ไม่เป็นฟังก์ชันทุกข้อ จาก 1.1) ถึง 1.4) คือ $F_9$, $F_{10}$, $F_{11}$

1.7) F ที่เป็นฟังก์ชันทั้งจาก A ไปยัง B และ A ไปยัง A คือ $F_4$, $F_{16}$, $F_6$

1.8) F ที่เป็นฟังก์ชันทั้งจาก B ไปยัง A และ B ไปยัง B คือ $F_8$, $F_{12}$, $F_{16}$

**ข้อ 2**

แผนภาพที่แสดงว่าเป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B คือ แผนภาพของ $F_1$, $F_2$, $F_3$, $F_4$

**ข้อ 3**

จากโจทย์ข้อ 1 จะได้ว่า

โดเมนของ $F_1$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_1$ คือ $\{2, 4\}$

โดเมนของ $F_2$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_2$ คือ $\{2, 3, 4\}$

โดเมนของ $F_3$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_3$ คือ $\{1, 2, 3\}$

โดเมนของ $F_4$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_4$ คือ $\{2, 3\}$

โดเมนของ $F_5$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_5$ คือ $\{2, 3, 4\}$

โดเมนของ $F_6$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_6$ คือ $\{3\}$

โดเมนของ $F_7$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_7$ คือ $\{1, 2, 3\}$

โดเมนของ $F_8$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_8$ คือ $\{2, 3\}$

โดเมนของ $F_9$ คือ $\{1, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_9$ คือ $\{1, 2, 3\}$

โดเมนของ $F_{10}$ คือ $\{1, 3\}$ พิสัยของ $F_{10}$ คือ $\{2, 4\}$

โดเมนของ $F_{11}$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_{11}$ คือ $\{1, 2, 3\}$

โดเมนของ $F_{12}$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_{12}$ คือ $\{2\}$

โดเมนของ $F_{13}$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_{13}$ คือ $\{4\}$

โดเมนของ $F_{14}$ คือ $\{2, 3, 4\}$ พิสัยของ $F_{14}$ คือ $\{1\}$

โดเมนของ $F_{15}$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_{15}$ คือ $\{1, 2, 3\}$

โดเมนของ $F_{16}$ คือ $\Phi$ พิสัยของ $F_{16}$ คือ $\Phi$

**ข้อ 4**

จากโจทย์ข้อ 2

พิสัยของ $F_1$ คือ $\{1, 2, 3\}$ พิสัยของ $F_2$ คือ $\{1, 2, 3\}$

พิสัยของ $F_3$ คือ $\{1\}$ พิสัยของ $F_4$ คือ $\{1, 3\}$

พิสัยของ $F_5$ คือ $\{1, 2, 3\}$

**ข้อ** 5

จาก $F(x) = x^2 - 3x + 4$

∴ $F(0) = 0^2 - 3(0) + 4 = 4$

$F(1) = 1^2 - 3(1) + 4 = 2$

$F(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 4 = 14$

$F(a) = a^2 - 3a + 4$

$F(a + h) = (a + h)^2 - 3(a + h) + 4$

$= a^2 + 2ah + h^2 - 3a - 3h + 4$

**ข้อ 6**

**ตอบ** **พิสัยของ** f **คือ** $\{-2, -3, 1, 6\}$

∵ $f(X) = x^2 - 3$ **และ**

**โดเมนของ** f **คือ** $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

**จาก พิสัยของ f คือ เซ็ตของบรรดาค่า y (หรือค่า f(x)) ทั้งหลายของคู่อันดับ (x, y) ของ** f **ดังนั้นต้องหาค่า f(x) ที่สอดคล้องกับบรรดาค่า** x **ทั้งหลาย ที่เป็นโดเมนของ** f

จาก $f(x) = x^2 - 3$

**แทนค่า x ด้วยอีลีเมนต์ในโดเมนลงใน f(x) แล้วหาค่า f(x) ที่สอดคล้องกันจะได้**

(1) **แทน** x **ด้วย** $-3$ **จะได้** $f(-3) = (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$

(2) **แทน** x **ด้วย** $-2$ **จะได้** $f(-2) = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

(3) **แทน** x **ด้วย** $-1$ **จะได้** $f(-1) = (-1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

(4) **แทน** x **ด้วย** 0 **จะได้** $f(0) = (0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$

(5) **แทน** x **ด้วย** 1 **จะได้** $f(1) = 1^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

(6) **แทน** x **ด้วย** 2 **จะได้** $f(2) = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

**ดังนั้น พิสัยของ** f **คือ** $\{-2, -3, 1, 6\}$

**ข้อ 7**

**ตอบ** โดเมนของ h คือ $\{-2, 0, 2, 4\}$

$\because$ $h(x) = x - 2$ และ

พิสัยของ h คือ $\{-4, -2, 0, 2\}$

จาก โดเมนของ h ได้แก่ เซ็ตของบรรดาค่า x ทั้งหลาย ที่มีค่า h(x) ดังนั้น เราจะต้องหาค่าของ x ที่สอดคล้องกับบรรดาค่า h(x) ทั้งหลายที่เป็นพิสัยของ h

จาก $h(x) = x - 2$

แทนค่า h(x) ด้วยอีลีเมนต์ในพิสัย แล้วหาค่า x ที่สอดคล้องกัน จะได้

แทน h(x) ด้วย $-4$ จะได้ $x - 2 = -4$

$\therefore \quad x = -4 + 2 = -2$

แทน h(x) ด้วย $-2$ จะได้ $x - 2 = -2$

$\therefore \quad x = -2 + 2 = 0$

แทน h(x) ด้วย 0 จะได้ $x - 2 = 0$

$\therefore \quad x = 2$

แทน h(x) ด้วย 2 จะได้ $x - 2 = 2$

$\therefore \quad x = 2 + 2 = 4$

ดังนั้น โดเมนของ h ก็คือ $\{-2, 0, 2, 4\}$

**ข้อ 8**

ให้ $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

8.1) $F_1 = \{(x, y) | y = 1\}$

**ตอบ** $F_1$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

**แนวการพิจารณา**

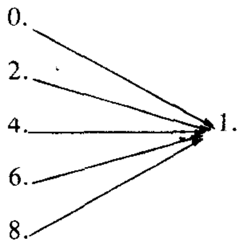
จาก $F_1 = \{(x, y) | y = 1\}$

นั่นแสดงว่า เราจะให้ x มีค่าเท่าไรก็ได้ โดยที่ $x \in A$

ค่าของ y จะเป็น 1 เสมอ

ดังนั้น $F_1 = \{ (0, 1)\ (2, 1)\ (4, 1)\ (6, 1)\ (8, 1) \}$

ซึ่งเขียนแผนภาพได้เป็น




เราพบว่าทุก ๆ $x \in A$ เราจะได้ว่า $y \in B$ โดย $(x, y) \in F_1$ ได้เพียงค่าเดียวของ y

ดังนั้น $F_1$ เป็นฟังก์ชันจาก **A** ไปยัง B

8.2) $F_2 = \{ (x, y) | x > y \}$

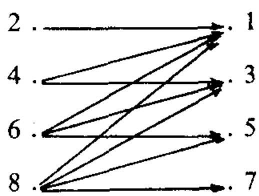
**ตอบ** $F_2$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก **A** ไปยัง **B**

**แนวการพิจารณา**

จาก $F_2 = \{ (x, y) | x > y \}$

ดังนั้น $F_2 = \{ (2, 1), (4, 1), (4, 3), (6, 1), (6, 3), (6, 5), (8, 1), (8, 3), (8, 5), (8, 7) \}$

โดยแผนภาพของ $F_2$ คือ




จะเห็นว่า $F_2$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B ถึงแม้อีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งในคู่อันดับจะอยู่ใน A และอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่อันดับ จะอยู่ใน B ก็ตาม แต่มีอีลีเมนต์บางตัวที่อยู่ใน A จับคู่กับอีลีเมนต์ใน B มากกว่าหนึ่งตัว ตัวอย่างคู่ลำดับนี้ ได้แก่ (4, 1), (4, 3),

เป็นต้น นั่นคือ 4 จับคู่กับ 1 และจับคู่กับ 3 ด้วย จึงได้ว่า อีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งตัวเดียวกัน คือ 4 แต่จับคู่กับอีลีเมนต์ตัวที่สองได้มากกว่า 1 ตัว (คือจับคู่กับ 1 และ 3)

ดังนั้น $F_2$ จึงไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.3) $F_3$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.4) $F_4$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.5) $F_5$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B (เป็นฟังก์ชันเปล่า)

**ข้อ 9**

ให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก, B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

9.1) $F_1 = \{ (x, y) | x^2 + y^2 = 1 \}$

**ตอบ** $F_1$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

**แนวการพิจารณา**

โจทย์กำหนดให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก

B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

$F_1$ เป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (x, y) โดยที่ $x \in A$, $y \in B$ และ $x^2 + y^2 = 1$

กล่าวคือ เราจะแทนค่า x ด้วยเลขจำนวนเต็มบวก แล้วหาค่า y ที่เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับ $x^2 + y^2 = 1$

จาก $x^2 + y^2 = 1$

หาค่า y เมื่อ $x = 1$ $\therefore$ $1^2 + y^2 = 1$

$$y^2 = 0$$

$$y = 0$$

เมื่อ $x = 2$ $\therefore$ $2^2 + y^2 = 1$

$$y^2 = -3$$

$y = \pm\sqrt{-3}$ ใช้ไม่ได้ $\because y \notin B$

ฯลฯ

เราพบว่า เมื่อ $x$ มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป คือ 2, 3, 4, ... เราจะได้ค่า $y$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม จึงใช้ไม่ได้

เพราะฉะนั้น จะได้ค่าที่เป็นจริงสอดคล้องกับโจทย์ คือ $x = 1, y = 0$

ดังนั้น $F_1 = \{ (1, 0) \}$

เมื่อ พิจารณาคู่อันดับใน $F_1$ แล้วจะพบว่า $x \in A$ (คือ $x = 1$)

เราจะหาค่า $y \in B$ (คือ $y = 0$) ซึ่ง $(x, y) \in F_1$ ได้เพียงค่าเดียวของ $y$ (แต่ถ้า $x$ ไม่ใช่ 1 แล้ว เราหาค่า $y \in B$ ซึ่ง $(x, y) \in F$ ไม่ได้)

ดังนั้น F ก็เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

9.2) $F_2 = \{ (x, y) | x^2 + y^2 = 2 \}$

**ตอบ** $F_2$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

**แนวการพิจารณา**

โจทย์ ให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก

B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

$F_2$ เป็นเซ็ตของคู่ลำดับ $(x, y)$ ซึ่ง $x \in A, y \in B$ และ $x^2 + y^2 = 2$ กล่าวคือ จะแทนค่า $x$ ด้วยจำนวนเต็มบวก แล้วหาค่า $y$ ที่เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งสอดคล้องกับ $x^2 + y^2 = 2$

จาก $x^2 + y^2 = 2$

หาค่า $y$ เมื่อ $x = 1 \quad \therefore \quad 1^2 + y^2 = 2$

$$y^2 = 1 \quad \therefore y = \pm 1$$

เมื่อ $x = 2$, $\quad 2^2 + y^2 = 2$

$$y^2 = -2$$

$$\therefore \quad y = \pm\sqrt{-2}$$

ฯลฯ

เราพบว่า เมื่อ $x$ มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป คือ 2, 3, 4, ... เราจะได้ค่า $y$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม จึงใช้ไม่ได้ เพราะโจทย์กำหนดให้ $y \in B$ คือ $y$ ต้องเป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น เราจะได้ค่าที่สอดคล้องกับโจทย์ คือ $x = 1, y = 1$ กับ $x = 1, y = -1$

นั่นคือ $F_2 = \{(1, 1), (1, -1)\}$

เมื่อพิจารณาคู่อันดับใน $F_2$ จะพบว่า แต่ละ $x \in A$ ถ้า $x = 1$ เราจะหาค่า $y \in B$ ได้มากกว่าหนึ่งค่าที่ทำให้ $(x, y) \in F_2$ คือ ได้คู่อันดับ $(1, 1), (1, -1)$ ในเมื่อ x หนึ่งค่า ให้ค่า y มากกว่าหนึ่งค่า เราจึงกล่าวได้ว่า

$F_2$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

9.3) $F_3$ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

9.4) $F_4$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

**ข้อ 10**

จากโจทย์ข้อ 9

| | |
|---|---|
| โดเมนของ $F_1$ คือ $\{1\}$ | พิสัยของ $F_1$ คือ $\{0\}$ |
| โดเมนของ $F_2$ คือ $\{1\}$ | พิสัยของ $F_2$ คือ $\{1, -1\}$ |
| โดเมนของ $F_3$ คือ $\{1, 4\}$ | พิสัยของ $F_3$ คือ $\{2, -2, 1, -1\}$ |
| โดเมนของ $F_4$ คือ $\{1, 2, 3, \ldots\}$ | พิสัยของ $F_4$ คือ $\{0\}$ |

**ข้อ** 11

| | |
|---|---|
| 11.1) $G_2, G_{10}$ | เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง A |
| 11.2) $G_1, G_2, G_{10}$ | เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B |
| 11.3) $G_9, G_{10}, G_2$ | เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง B |
| 11.4) $G_4, G_{10}, G_2$ | เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง A |