หนังสือประกอบการเรียน

บทที่ 1
เซ็ต
(Sets)

1.1 เซ็ตและการเขียนสัญลักษณ์แทนเซ็ต

การใช้ภาษาพูดในชีวิตประจำวันนั้น มีคำอยู่หลายคำที่มีความหมายบ่งบอกถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ เช่น คำว่า ฝูง, หมู่, คณะ, พวก, เหล่า, กอง, โขลง, ชุด ฯลฯ เป็นต้น ในคณิตศาสตร์จะใช้คำว่า เซ็ต เพียงคำเดียวแทนความหมายถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ อันอาจจะเป็น คน, สัตว์, สิ่งของ หรืออะไรก็ได้ โดยมีคุณสมบัติที่ทำให้ทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดบ้างที่อยู่ในเซ็ต หรือสิ่งใดบ้างที่ไม่อยู่ในเซ็ต เช่น เซ็ตของเดือนที่มี 30 วัน จะเห็นว่า เซ็ตนี้ก็คือกลุ่มของเดือนต่าง ๆ ที่มีอยู่ 30 วัน อันได้แก่ เดือนเมษายน, มิถุนายน, กันยายน,และพฤศจิกายน จะเห็นได้ว่า เมื่อกล่าวถึงเดือนใดขึ้นมา ก็สามารถบอกได้ว่า เดือนที่กล่าวถึงนั้นอยู่ในเซ็ตหรือไม่

สิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซ็ตนั้น จะเรียกว่า สมาชิก (element) ดังนั้น สมาชิกของเซ็ตของเดือนที่มี 30 วัน ก็คือ เดือนเมษายน, เดือนมิถุนายน, เดือนกันยายน และเดือนพฤศจิกายน โดยปกติมักนิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C,... เขียนแทนชื่อเซ็ต และใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c,... แทนชื่อสมาชิก

การเขียนสัญลักษณ์แทนเซ็ต มีการเขียนได้ 2 แบบ คือ

1) **แบบแจกแจงสมาชิก** การเขียนแบบนี้ให้เขียนสมาชิกทั้งหลายของเซ็ตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

ตัวอย่างที่ 1.1.1 เซ็ตของจำนวน 1,3 และ 5 เขียนแทนด้วย {1,3,5} อ่านว่า "เซ็ต ซึ่งประกอบด้วย 1,3 และ 5"

ตัวอย่างที่ 1.1.2 ถ้าให้ A แทนเซ็ตที่ประกอบด้วยอักษรภาษาอังกฤษ 5 ตัวแรก ก็จะเขียนเซ็ต A แบบแจกแจงสมาชิก A ได้เป็น A = {a,b,c,d,e} อ่านว่า "A เป็นเซ็ตซึ่งประกอบด้วย a,b,c,d และ e"

ตัวอย่างที่ 1.1.3 ถ้าให้ B แทนเซ็ตของเดือนที่มี 30 วัน ก็สามารถเขียนได้ว่า B = {เมษายน, มิถุนายน, กันยายน, พฤศจิกายน} อ่านว่า "B เป็นเซ็ต ซึ่งประกอบด้วย เมษายน, มิถุนายน, กันยายน และพฤศจิกายน"

อนึ่ง การเขียนสัญลักษณ์แทนเซ็ตแบบแจกแจงสมาชิกนี้ เหมาะสำหรับเซ็ตที่มีสมาชิกไม่มากนัก หรือถ้าเป็นเซ็ตที่มีสมาชิกมาก สมาชิกเหล่านั้นก็ควรจะมีลักษณะเรียงรายกันอยู่อย่างมีระเบียบ ในกรณีอย่างนี้ การแจกแจงสมาชิกมักจะใช้จุด 3 จุด (...) หรือ ขีด 3 ขีด (- - -) เขียนต่อหลังสมาชิกที่แจกแจงไว้บ้างแล้ว (ประมาณ 3 ตัว) การทำเช่นนี้จะช่วยให้ประหยัดเวลาในการเขียนสมาชิกของเซ็ตได้ แต่บางกรณีก็อาจทำให้ความหมายกำกวมได้

ตัวอย่างที่ 1.1.4 ให้ C แทนเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 200 ดังนั้น จะเขียนได้ว่า $C = \{1,2,3,\ldots, 199\}$

ข้อสังเกต

1) โดยทั่วไปมักนิยมใช้อักษรต่าง ๆ ต่อไปนี้แทนเซ็ตของจำนวนต่าง ๆ คือ

N แทนเซ็ตของจำนวนนับ คือ $N = \{1,2,3,\ldots\}$

I แทนเซ็ตของจำนวนเต็ม คือ $I = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1,2,3,\ldots\}$

I^+ แทนเซ็ตของจำนวนเต็มบวก คือ $I^+ = \{1,2,3,\ldots\}$

I^- แทนเซ็ตของจำนวนเต็มลบ คือ $I^- = \{-1, -2, -3,\ldots\}$

P แทนเซ็ตของจำนวนเฉพาะ คือ $P = \{2,3,5,7,11,13,17,\ldots\}$

Q แทนเซ็ตของจำนวนตรรกยะ

R แทนเซ็ตของจำนวนจริง

2) สมาชิกในเซ็ตใด ๆ จะมีซ้ำกันสักกี่ตัวก็ตาม จะถือว่าเป็นสมาชิกเพียงตัวเดียวโดยปกติมักนิยมเขียนเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่น $\{1,2\}$ อาจเขียนเป็น $\{1,2,1\}$ หรือ $\{1,2,2,2,1\}$ หรือ $\{1,1,2,1,1,2,2,2\}$ ก็ได้ ต่างก็หมายถึง เซ็ตเดียวกันทั้งสิ้น คือ เป็นเซ็ตที่มีสมาชิกเพียง 2 ตัวเท่านั้น โดยปกติเรามักเขียนเป็น $\{1,2\}$

3) ลำดับก่อนหลังของการเขียนแจกแจงสมาชิกแต่ละตัวในเซ็ตไม่มีความสำคัญ จะเขียนสมาชิกตัวใดก่อนตัวใดหลังก็ได้ ถือว่า เป็นเซ็ตที่มีสมาชิกเป็นชุดเดียวกันทั้งสิ้น เช่น {1,2,3,4} อาจเขียนเป็น {4,3,2,1} หรือ {2,1,4,3} หรือ {3,1,2,4} ก็ได้

2) **แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซ็ต** การเขียนแบบนี้ให้เขียนตัวแปรตัวหนึ่งซึ่งแทนสมาชิกในเซ็ตลงในวงเล็บปีกกา แล้วบรรยายคุณสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในเซ็ตนั้น ๆ ในรูปของตัวแปร ด้วยการคั่นระหว่างตัวแปรที่แทนสมาชิกในเซ็ตกับคำบรรยายคุณสมบัติของมันด้วยเครื่องหมาย "|" หรือ ":" หรือ ";" ซึ่งในที่นี้มักใช้เครื่องหมาย "|" เพียงอย่างเดียว และจะอ่านเครื่องหมาย "|" ว่า "ซึ่ง" หรือ "ที่" หรือ "โดยที่"

ตัวอย่างที่ 1.1.5 ให้ D เป็นเซ็ตของวันในหนึ่งสัปดาห์ จะเขียน D แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้เป็น D = {x|x เป็นวันในหนึ่งสัปดาห์} อ่านว่า "D" เป็นเซ็ตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นวันในหนึ่งสัปดาห์

หมายเหตุ สำหรับเซ็ต D ในตัวอย่าง 1.1.5 ถ้าเขียนแบบแจกแจงสมาชิก จะเขียนได้เป็น D = {วันอาทิตย์, วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์}

ตัวอย่างที่ 1.1.6 ให้ E เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง $-10{,}000$ กับ $10{,}000$ ก็สามารถเขียนเซ็ต E แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้เป็น E = {x|x เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง $-10{,}000$ กับ $10{,}000$} หรือ E = {x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $-10{,}000 < x < 10{,}000$} ก็ได้

ตัวอย่างที่ 1.1.7 ให้ Q เป็นเซ็ตของจำนวนตรรกยะ จะเขียนเซ็ต Q แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้เป็น Q = {x|x = $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มและ $b \neq 0$}

อนึ่ง การเขียนสัญลักษณ์แทนเซ็ตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกนี้ เหมาะกับการเขียนแทนเซ็ต เมื่อเซ็ตนั้นมีสมาชิกจำนวนมาก ๆ หรือนับไม่ได้

นิยาม 1.1.1 ถ้าสมาชิกตัวใดอยู่ในเซ็ต ๆ หนึ่ง จะเรียกว่าสมาชิกตัวนั้นเป็น "สมาชิกของ" เซ็ต ๆ นั้น เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ "$\in$" เช่น a เป็นสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต A ก็จะ

กล่าวว่า "a เป็นสมาชิกของ A" เขียนแทนด้วย $a \in A$ แต่ถ้า b ไม่ได้เป็นสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต A ก็จะกล่าวได้ว่า "b ไม่เป็นสมาชิกของ A" และจะเขียนแทนด้วย $b \notin A$

ตัวอย่างที่ 1.1.8 ให้ $F = \{1,2, \{3\}\}$ จะได้ว่าเซ็ต F มีสมาชิกทั้งหมด 3 ตัว คือ 1,2, และ $\{3\}$ จึงกล่าวได้ว่า 1,2 และ $\{3\}$ ต่างก็เป็นสมาชิกของ F ซึ่งอาจเขียนได้เป็น $1 \in F, 2 \in F, \{3\} \in F,$ และจะเขียนได้ด้วยว่า $3 \notin F, \{2\} \notin F, 0 \notin F, 4 \notin F, a \notin F$ เป็นต้น

นิยาม 1.1.2 เซ็ตเปล่าหรือเซ็ตว่าง ก็คือ เซ็ตที่ไม่มีสมาชิกเลย เขียนแทนด้วย "{ }" หรือ "ø" (ø เป็นอักษรกรีก อ่านว่า Phi) และเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $\varnothing = \{ x : x \neq x \}$

ตัวอย่างที่ 1.1.9 ให้ $G = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 < 0\}$ จะเห็นว่า **ไม่มี** เลขจำนวนเต็มตัวใดเลยที่ยกกำลังสองแล้ว ได้ค่าน้อยกว่า 0 จึงกล่าวได้ว่า G เป็นเซ็ตว่าง

ตัวอย่างที่ 1.1.10 ให้ H เป็นเซ็ตของเดือนที่มี 40 วัน จะเห็นว่าไม่มีเดือนใดเลยที่มี 40 วัน ดังนั้น จึงได้ว่า H เป็นเซ็ตว่าง

ข้อสังเกต ø มีความหมายไม่เหมือนกับ 0 เพราะว่า ø เป็นเซ็ต แต่ 0 เป็นจำนวน และ {0} กับ ø ก็ไม่เหมือนกัน เพราะว่า ø เป็นเซ็ตว่างที่ไม่มีสมาชิก แต่ {0} เป็นเซ็ตที่มีสมาชิกหนึ่งตัว คือ 0

นิยาม 1.1.3 เซ็ตใด ๆ ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นเซ็ต จะเรียกว่า เซ็ตของเซ็ต (set of sets) หรือกลุ่มของเซ็ต (family of sets or class of sets)

ตัวอย่างที่ 1.1.11 เซ็ต $A = \{\{2\}, \{5, 10\}, \{2, 5\}\}$ เรียก A ว่าเป็นเซ็ตของเซ็ตหรือกลุ่มของเซ็ต เพราะว่า A มีสมาชิกเป็นเซ็ตทั้งสิ้น คือ เซ็ต {2}, {5,10} และ {2,5}

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนเซ็ตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

   1.1) A เป็นเซ็ตของเดือนที่ลงท้ายด้วย "ยน"

   1.2) B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 200

   1.3) C เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 200

   1.4) D เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนคู่

   1.5) E เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนคี่

   1.6) F เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 2 ลงตัว

   1.7) G = {x|x เป็นเดือนที่มีจำนวนวันน้อยที่สุด}

   1.8) H = {x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2-3x+2 = 0$}

   1.9) I = {x|x เป็นจำนวนเต็ม}

   1.10) J = {x|x เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2}

2. สมาชิกของเซ็ตต่อไปนี้มีจำนวนเท่าไร อะไรบ้าง?

   2.1) A = {1,5,9}

   2.2) B = {1, {1} }

   2.3) C = {1 2 3}

   2.4) D = {2, {2,3}, {3} }

   2.5) E = {12, 3, 456, 7}

   2.6) F = {12, 21}

   2.7) G = {1,0,1}

   2.8) H = {1,2, {2}, 2,1,12,21, {2} }

   2.9) J = {x|x เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 0 กับ 1}

   2.10) K = {x|x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 50}

3. จงเขียนเซ็ตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซ็ต

3.1) A = {1,2,3,4,5}

3.2) B = { 1,4,9,16,25}

3.3) c = {1,4,9 ,... }

3.4) D = {สีแดง, สีขาว, สีน้ำเงิน}

3.5) E = {2,4,6,8,10 ,... }

3.6) F = {3,6,9,12,...}

3.7) G = {1,2,3,4,5 ,... }

3.8) H = {มกราคม, มีนาคม, พฤษภาคม, กรกฎาคม, สิงหาคม, ตุลาคม, ธันวาคม}

3.9) J = {2, -2)

3.10) K = { }

4. เซ็ตต่อไปนี้เซ็ตใดเป็นเซ็ตว่าง

4.1) เซ็ตคนที่บินได้

4.2) เซ็ตของแมวที่มี 2 ขา

4.3) เซ็ตของจำนวนคู่ที่ยกกำลังสองแล้วเป็นจำนวนคี่

4.4) เซ็ตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่มากกว่า 2

4.5) เซ็ตจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับ $x + x = x^2$

4.6) เซ็ตของมหาวิทยาลัยในประเทศไทยที่มีนักศึกษามากกว่า 100,000 คน

4.7) เซ็ตของคนที่สูงเกินกว่า 2,000 เมตร

4.8) เซ็ตของสามเหลี่ยม ในระนาบที่มุมภายในรวมกันน้อยกว่า 100°

4.9) เซ็ตของจำนวนคู่ที่ไม่มากกว่า 2

4.10) เซ็ตของจำนวนคู่ที่น้อยกว่า 2

4.11) $\{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x \neq x\}$

4.12) $\{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x - 8 = -8\}$

4.13) $\{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 = -1\}$

4.14) $\{x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 < 4\}$

4.15) $\{x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 < 0\}$

5. จงเขียนเซ็ตที่มีสมาชิก 2 ตัว, 4 ตัว และ 7 ตัว มาอย่างละ 3 เซ็ต

6. ให้ $A = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $3x = 12\}$ แล้ว $A = 4$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

7. ให้ $B = \{1,2,3,4,5\}$ จงเขียนเซ็ตใหม่ให้มีสมาชิกเหมือนเดิม แต่ลำดับของสมาชิกแตกต่างกันแล้วจะเขียนได้ทั้งหมดกี่วิธี

8. ถ้าให้ $A = \{1,2, \{3\}, \{2,3\}\}$ แล้ว จงพิจารณาว่าข้อใดถูก, ข้อใดผิด พร้อมทั้งให้เหตุผล

8.1) $1 \in A$,

8.2) $2 \notin A$

8.3) $\{2\} \in A$

8.4) $\{1\} \notin A$

8.5) $3 \notin A$

8.6) 3EA

8.7) $\{3\} \in A$

8.8) $\{3\} \notin A$

8.9) $\{2,3\} \in A$

8.110) $\{2,3\} \notin A$

1.2 ความสัมพันธ์ของเซ็ตและเซ็ตสมมูล

กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$

$B = \{2,4,6\}$

$C = \{1,2,3,4,5\}$

จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของเซ็ต A คือ 1, 2 และ 3 ต่างก็เป็นสมาชิกของเซ็ต C ในกรณีเช่นนี้จะกล่าวว่า เซ็ต A เป็นสับเซ็ต (sub set) หรือ เซ็ตย่อยของเซ็ต C และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subseteq B$

แต่เมื่อพิจารณาเซ็ต B กับ C จะเห็นว่า มีสมาชิกของเซ็ต B ตัวหนึ่ง คือ 6 ซึ่งไม่ได้อยู่ในเซ็ต C ในกรณีเช่นนี้ก็จะกล่าวว่า เซ็ต B ไม่เป็นสับเซ็ตของเซ็ต C และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $B \not\subseteq C$ จากสิ่งที่กล่าวมานี้พอจะสรุปเงื่อนไขการเป็นเซ็ตย่อยได้ดังนิยามต่อไปนี้

นิยาม 1.2.1 เซ็ต A จะเป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซ็ต A เป็นสมาชิกของเซ็ต B โดยจะเขียนแทนด้วย $A \subseteq B$

ดังนั้น ถ้ามีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวที่เป็นสมาชิกของ A แต่ไม่เป็นสมาชิกของ B ก็จะกล่าวว่า เซ็ต A ไม่เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \not\subseteq B$

ตัวอย่าง 1.2.1 ถ้า $A = \{3,5\}$ และ $B = \{1,2,3,4,5\}$ จะเห็นว่าสมาชิกทั้งหมดของเซ็ต A คือ 3 กับ 5 ต่างก็เป็นสมาชิกของเซ็ต B จึงกล่าวได้ว่า $A \subseteq B$ แต่ $B \not\subseteq A$ เพราะว่ามีสมาชิกที่อยู่ใน B คือ 1,2,4 ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A และอาจจะกล่าวได้ด้วยว่า $A \subseteq A$ เพราะสมาชิกทั้งหมดของเซ็ต A ต่างก็เป็นสมาชิกของเซ็ต A

ตัวอย่างที่ 1.2.2 ถ้า $A = \{2\}$, $B = \{0,1,2\}$, $C = \{2,4,6\}$ และ $D = \{1,2,3,4,5,6\}$ แล้วจะได้ว่า

(1) $A \subseteq A$ (2) $A \subseteq B$ (3) $A \subseteq C$ (4) $A \subseteq D$

(5) $B \not\subseteq A$ (6) $B \not\subseteq B$ (7) $B \not\subseteq C$ (8) $B \not\subseteq D$

(9) $C \not\subseteq A$ (10) $C \not\subseteq B$ (11) $C \subseteq C$ (12) $C \subseteq D$

(13) $D \not\subseteq A$ (14) $D \not\subseteq B$ (15) $D \not\subseteq C$ (16) $D \subseteq D$

นิยาม 1.2.2 สำหรับเซ็ต A และเซ็ต B ใด ๆ จะกล่าวว่า เซ็ต A เป็นเซ็ตย่อยแท้ (proper subset) ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ และ $A \neq B$ เขียนแทนด้วย A c B

นั่นคือ $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ และ $A \neq B$

ตัวอย่างเช่น $A = \{1,3,5\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$ จะได้ว่า $A \subset B$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.2.3 ถ้า $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{2,3,1\}$

จะได้ว่า $A \subseteq B$ เพราะสมาชิกทุกตัวที่อยู่ใน A ต่างก็อยู่ใน B และ $B \subseteq A$ ด้วย เพราะสมาชิกทุกตัวที่อยู่ใน B ต่างก็อยู่ใน A เช่นนี้ จะเห็นว่า เซ็ต A กับเซ็ต B นั้น มีสมาชิกเป็นชุดเดียวกัน คือ ต่างก็มี 1,2 และ 3 เป็นสมาชิกของเซ็ต จึงอาจกล่าวได้ว่า เซ็ต A กับเซ็ต B เป็นเซ็ตเดียวกัน นั่นคือ เซ็ต A เท่ากับ เซ็ต B นั่นเอง ซึ่งจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A = B$ แต่ถ้ามี เซ็ต C กับ D สองเซ็ตใด ๆ ที่ไม่ใช่เซ็ตเดียวกัน ก็จะกล่าวว่าเซ็ต C ไม่เท่ากับเซ็ต D ซึ่งจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $C \neq D$ เช่น $C = \{1,2,3\}$ และ $D = \{1,3,5\}$ เป็นต้น ซึ่งอาจเขียนเป็นนิยามได้ดังนี้

นิยาม 1.2.3 ให้ A กับ B เป็นเซ็ตสองเซ็ตใด ๆ จะกล่าวว่า $A = B$ ก็ต่อเมื่อ A กับ B มีสมาชิกเป็นชุดเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 1.2.4 กำหนดให้ A แทนเซ็ตของพยัญชนะในคำว่า “สับสน”

B แทนเซ็ตของพยัญชนะในคำว่า “สนับสนุน”

จะเห็นว่า เซ็ต A คือ {ส, บ, น} และเซ็ต B คือ เซ็ต {ส, น, บ}

ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า $A = B$

ตัวอย่างที่ 1.2.5 ให้ $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{3,1,2\}$

จะได้ว่า $A = B$

ตัวอย่างที่ 1.2.6 ให้ $C = \{1,2,3\}$ และ $D = \{a,b,c\}$

จะได้ว่า $C \neq D$

ตัวอย่างที่ 1.2.7 ให้ $E = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 - 4 = 0\}$ และ $F = (2, -2)$

จะได้ว่า $E = F$

ตัวอย่างที่ 1.2.8 ให้ $G = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 + 1 < 0\}$

จะได้ว่า $G = \varnothing$

ตัวอย่างที่ 1.2.9 ให้ $K = \{2,4,6,8,10\}$

$L = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และเป็นจำนวนคู่$\}$

$M = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และเป็นจำนวนคู่ที่น้อยกว่า 12$\}$

และ $N = \{x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 \leqslant 100\}$

จะได้ว่า $K \neq L$

$K = M$

$K \neq N$

$L \neq M$

$L \neq N$

และ $M \neq N$

ทฤษฎีบทที่สำคัญ

ทฤษฎีบท 1.2.1.

สำหรับเซ็ต A, B และ C ใด ๆ

1) $A \subseteq A$
2) ถ้า $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$ แล้ว $A = B$
3) ถ้า $A \subseteq B$ และ $B \subseteq C$ แล้ว $A \subseteq C$

ทฤษฎีบท 1.2.2

สำหรับเซ็ต A, B และ C ใด ๆ

1) $A = A$
2) ถ้า $A = B$ แล้ว $B = A$
3) ถ้า $A = B$ และ $B = C$ แล้ว $A = C$

ทฤษฎีบท 1.2.3

สำหรับเซ็ต A ใด ๆ จะได้ว่า $\varnothing \subseteq A$

ตัวอย่าง

ให้ $A = \{1,2\}$

$B = \{1,2,3,4\}$

และ $C = \{1,2,3,4,5\}$

เราพบว่า $A \subseteq B$ และ $B \subseteq C$

แล้วจะเห็นว่า $A \subseteq C$ ด้วย

ข้อสังเกตุ

1) เซ็ตทุกเซ็ตเป็นเซ็ตย่อยของตัวเอง
   นั่นคือ ถ้า A เป็นเซ็ตใด ๆ แล้ว $A \subseteq A$ เสมอ
2) เซ็ตว่างเป็นเซ็ตย่อยของทุกเซ็ต
   นั่นคือ ถ้า A เป็นเซ็ตใด ๆ แล้ว $\varnothing \subseteq A$ เสมอ
3) จำนวนเซ็ตย่อยของเซ็ตใด ๆ ย่อมมีจำนวนเท่ากับ 2^n
   เมื่อ n คือ จำนวนสมาชิกในเซ็ตนั้น ๆ
   นั่นคือ ถ้า A เป็นเซ็ตใด ๆ ที่มีสมาชิกทั้งหมด n ตัวแล้ว เซ็ต A ย่อมมีเซ็ตย่อยได้ทั้งหมด จำนวน 2^n เซ็ต

ตัวอย่างที่ 1.2.10 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จะได้ว่า เซ็ตย่อยทั้งหมดของ A มี $2^3 = 8$ เซ็ต คือ

(1) $\varnothing$ (เซ็ตว่าง) (2) $\{1\}$

(3) $\{2\}$ (4) $\{3\}$

(5) $\{1, 2\}$ (6) $\{1, 3\}$

(7) $\{2, 3\}$ (8) $\{1, 2, 3\}$

จากตัวอย่าง 1.2.10 จะสังเกตเห็นว่า เราเริ่มต้นเขียนจากเซ็ตว่าง ซึ่งเป็นเซ็ตที่ไม่มีสมาชิกเลย จากนั้นก็จะเขียนเซ็ตที่มีสมาชิก 1 ตัว ซึ่งได้มาจากบรรดาสมาชิกของ A คือ เซ็ต $\{1\}$, $\{2\}$ และ $\{3\}$ จากนั้นก็เขียนเซ็ตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้ $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ และ $\{2, 3\}$ สุดท้ายก็จะเขียนเซ็ตที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้ $\{1, 2, 3\}$

ซึ่งก็คือ เซ็ตตัวของมันเอง โดยเราถือว่าในการเขียนเซ็ตย่อยต่าง ๆ ของ A นั้น สมาชิกแต่ละตัวของ A อาจจะอยู่หรือไม่อยู่ในเซ็ตก็ได้

ดังนั้น เพื่อไม่ให้เกิดข้อสับสนในการเขียนเซ็ตย่อยของเซ็ตใด ๆ เราก็จะเริ่มต้นจากเซ็ตว่าง (ซึ่งเป็นเซ็ตที่ไม่มีสมาชิกเลย) ก่อนเสมอ แล้วจากนั้นก็เขียนเซ็ตที่มีจำนวนสมาชิก 1,2,3, ..., ตัวไปเรื่อย ๆ ตามลำดับจนถึงเซ็ตตัวของมันเอง ก็จะได้เซ็ตย่อยทั้งหมดตามที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1.2.11 กำหนดให้ $B = \{1, 2, 3, 4\}$ จะได้ว่า B มีเซ็ตย่อยทั้งหมดจำนวน $2^4 = 16$ เซ็ต ดังต่อไปนี้คือ

พวกที่หนึ่ง เซ็ตที่ไม่มีสมาชิกเลย ได้แก่ $\varnothing$ ซึ่งก็คือ เซ็ตว่าง

พวกที่สอง เซ็ตที่มีสมาชิกเซ็ตละ 1 ตัวได้แก่ $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

พวกที่สาม เซ็ตที่มีสมาชิกเซ็ตละ 2 ตัวได้แก่ $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$

พวกที่สี่ เซ็ตที่มีสมาชิกเซ็ตละ 3 ตัวได้แก่ $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$

พวกที่ห้า เซ็ตที่มีสมาชิกเซ็ตละ 4 ตัว ได้แก่ $\{1, 2, 3, 4\}$ ซึ่งก็คือ เซ็ตตัวของมันเอง นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 1.2.12 ให้ $C = \{1, 2\}$ ดังนั้น เซ็ตย่อยของ C ได้แก่ เซ็ต $\varnothing, \{1\}, \{2\}$ และ $\{1, 2\}$ และได้ว่าเซ็ตย่อยแท้ของ C ได้แก่ เซ็ต $\varnothing$, $\{1\}$ และ $\{2\}$

นิยาม 1.2.4 เซ็ต A ใด ๆ จะสมมูล (equivalence) กับเซ็ต B ใด ๆ ก็ต่อเมื่อสมาชิกของเซ็ต A มีจำนวนเท่ากับสมาชิกของเซ็ต B เขียนแสดงด้วยสัญลักษณ์ $A \sim B$

ตัวอย่างที่ 1.2.13 ให้ $A = \{1, \{2\}, 3\}$, $B = \{a, b, \{c\}\}$, $C = \{4, 8, 25\}$, $D = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}\}$, $E = \{5, 7, 9, 7, 5\}$ จะได้ว่า ทั้งเซ็ต A, B, C, D และ E ต่างก็มีสมาชิกเซ็ตละ 3 ตัวเท่ากันทุกเซ็ต ทั้งที่ A, B, C, D และ E ไม่ใช่เซ็ตเดียวกัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า A, B, C, D และ E ต่างก็สมมูลซึ่งกันและกัน

แบบฝึกหัด 1.2

1. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

1.1) { a, b, c } = { ก, ข, ค }

1.2) { a, b, c } = { c, b, a }

1.3) { a, b, c } = { abc }

1 .4) { 0 } = { 0 }

1.5) { 0 } = 0

1.6) { 0 } = 0

1.7) { 0 } c 0

1.8) 0 = 0

1.9) 1 c { 1 }

1.10) { 1 } c 1

1.11) { 1 } $\subset$ { { 1 } }

1.12) { I } c { 1 }

1.13) { 1 } $\in$ { 1 }

1.14) { { 1 } } $\subset$ { 1 }

1.15) la c { { 1 } }

1.16) $\varnothing \subset$ { 1 }

1.17) $\varnothing \subset$ 1

1.18) 1 $\in$ { { 1 } }

1.19) { 1 } $\in$ { { 1 } }

1 .20) 1 $\in$ {1}

1.21) 0 $\in \varnothing$

1.22) 0 c 0

1.23) 5 $\in$ { x|x เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 - x - 20 = 0$ }

1.24) { 2, 4 } c { x|x เป็นจำนวนเต็มคู่ }

1.25) $\{ 1, 3, 5 \} \not\subset \{ x | x$ เป็นจำนวนเต็ม $\}$

1.26) $\{ 1, [2], 3 \}$ c $\{ x | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

1.27) $\{ 1 \} \subseteq \{ x | x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $2x^2 - x - 3 = 0 \}$

1.28) 0 ⊂ 0

1.29) ∅ c 0

1.30) $0 \not\subset \varnothing$

2. ถ้าให้ A $\{ 1, 2, \{ 3 \}, \{ 2, 3 \} \}$ แล้ว ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

2.1) $\{ 3 \}$ c A

2.2) $\{ \{ 3 \} \}$ c A

2.3) 3 c 4

2.4) $\{ 2, 3 \} \subset A$

2.5) $\{ 1, 2 \} \subset A$

2.6) $\{ \{ 1, 2 \} \} \subseteq A$

2.7) $\{ \{ 2, 3 \} \} \subseteq A$

2.8) $\{ 1, 2, \{ 3 \} \} \subset A$

2.9) $\{ \varnothing \} \subset A$

2.10) $\{ 1, 2, \{ 3 \}, \{ 2, 3 \} \} \subseteq A$

3. จงหาเซ็ตย่อยทั้งหมดของเซ็ตต่อไปนี้

3.1) $\varnothing$

3.2) $\{ a \}$

3.3) $\{ a, \{ b, c \} \}$

3.4) $\{ a, b, c \}$

3.5) $\{ \{ a \} \}$

3.6) $\{ a, b, c, d, e \}$

4. จงหาเซ็ตย่อยแท้ของแต่ละเซ็ตต่อไปนี้

4.1) $A = \varnothing$

4.2) $B = \{ \theta \}$

4.3) $C = \{ \{ 0 \} \}$

4.4) $D = \{ 0, 1, 2 \}$

4.5) $E = \{ \{ 0, 1 \}, \{ 2 \} \}$

4.6) $F = \{ 0, \{ 1, 2 \} \}$

4.7) $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

4.8) $H = \{ 100 \}$

5. จงหาจำนวนเซ็ตย่อยทั้งหมด, จำนวนเซ็ตย่อยแท้ ของแต่ละเซ็ตต่อไปนี้

5.1) เซ็ต A ที่มีสมาชิก 3 ตัว

5.2) เซ็ต B ที่มีสมาชิก 5 ตัว

5.3) เซ็ต C ที่มีสมาชิก 9 ตัว

5.4) เซ็ต D ที่มีสมาชิก n ตัว

6. ให้ A เป็นเซ็ตที่สมาชิก 100 ตัว จงหา

6.1) จำนวนเซ็ตย่อยของ A

6.2) จำนวนเซ็ตย่อยแท้ของ A

6.3) จำนวนเซ็ตย่อยของ A ที่มีสมาชิก 1 ตัว

6.4) จำนวนเซ็ตย่อยของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว

7. เซ็ตในแต่ละข้อต่อไปนี้เซ็ตใดบ้างที่เท่ากัน และเซ็ตใดบ้างที่สมมูลกันเท่านั้น

7.1) $A = \{ x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $3x - 2 < 8 \}$

$B = \{ x|x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x < 3 \}$

7.2) $C = \{ x|x = 2n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $10 \}$

$D = \{ 2, 4, 6, 8, \ldots, 18 \}$

$E = \{ 1, 2, 3, \ldots, 9 \}$

7.3) $F = \{ \{ x|x$ เป็นพยัญชนะในคำว่า "งงงวย" $\}$

$G = \{ x|x$ เป็นพยัญชนะในคำว่า "วงยาง" $\}$

$H = \{ x|x$ เป็นพยัญชนะในคำว่า "ยวง" $\}$

$J = \{ x|x$ เป็นพยัญชนะในคำว่า "ยิ่งยาว" $\}$

K = { x|x เป็นพยัญชนะในคำว่า "ยุ่งยาก" }

L = { x|x เป็นพยัญชนะในคำว่า "ยุยง" }

7.4) M = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $x + 2 = x$ }

N = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $9 < x < 10$ }

P = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 - 1 = 0$ }

Q = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 + 1 = 0$ }

R = $\{0\}$

S = $\{\varnothing\}$

7.5) T = { x|x = 1, 0, 1 }

u = $\{-1, 0, 1\}$

v = (1, 1, -1, 0, -1 }

w = { I , -1, 1, -1 }

X = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 \leqslant 1$ }

Y = { x|x เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 \leqslant 1$ }

Z = { x|x เป็นจำนวนเต็ม และ $0 < x < 2$ }

1.3 **เอกภพสัมพัทธ์** (Relative Universe) **และการเขียนแผนภาพแทนเซ็ต**

โดยทั่ว ๆ ไป เมื่อนักคณิตศาสตร์จะกล่าวถึงสิ่งใด ๆ นั้นก็มักจะกำหนดขอบข่ายของสิ่งที่จะกล่าวถึงนั้น ๆ เพื่อความสะดวกในการพิจารณา นั่นคือ อาจจะกำหนดเซ็ตขึ้นมาเซ็ตหนึ่งซึ่งเป็นเซ็ตที่กำหนดขอบข่ายของสิ่งที่จะพิจารณา สมมุติว่าเป็นเซ็ต U โดยวางเงื่อนไขเป็นข้อตกลงไว้ว่า ในการพิจารณาต่อไปนั้นจะไม่กล่าวถึงเซ็ตย่อยใดที่นอกเหนือไปจากเซ็ตย่อยของ U เลย โดยจะเรียกเซ็ต U ที่มีคุณสมบัติดังกล่าวนี้ว่า เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe)

นิยาม 1.3.1 เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซ็ตซึ่งกำหนดขอบข่ายที่จะพิจารณา โดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงเซ็ตย่อยใดที่นอกเหนือไปจากเซ็ตย่อยของเซ็ตที่กำหนดขึ้นนี้ และมักเขียนแทนเอกภพสัมพัทธ์ด้วย เซ็ต U

ตัวอย่างที่ 1.3.1 ให้ U เป็นเซ็ตของโรงเรียนสหศึกษาวิทยา

$A = \{ x|x$ เป็นนักเรียนชาย $\}$ หมายความว่า A เป็นเซ็ตของนักเรียนชายที่เป็นนักเรียนของโรงเรียนสหศึกษาวิทยาเท่านั้น

$B = \{ x|x$ เป็นนักเรียนชั้น ม.5 $\}$ หมายความว่า B เป็นเซ็ตของนักเรียนโรงเรียนสหศึกษาวิทยาที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้น ม.5

$C = \{ x|x$ เป็นนักเรียนที่อายุน้อยกว่า 12 ปี $\}$ หมายความว่า C เป็นเซ็ตของนักเรียนโรงเรียนสหศึกษาวิทยาที่มีอายุน้อยกว่า 12 ปี

$D = \{ x|x \notin C \}$ หมายความว่า D เป็นเซ็ตของนักเรียนโรงเรียนสหศึกษาวิทยาที่มีอายุไม่น้อยกว่า 12 ปี นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 1.3.2 ให้ U เป็นเซ็ตของจำนวนเต็ม

$A = \{ x|x^2 = 4 \}$ หมายถึง A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 4 หรือ $A = \{ 2, -2 \}$

$B = \{ x| -2 < x < 3 \}$ หมายถึง B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มที่มากกว่า -2

และน้อยกว่า 3 หรือ $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

$C = \{x|x$ หารด้วย 5 ลงตัว $\}$ หมายถึง เซ็ตของจำนวนเต็มที่หารด้วย 5 ลงตัว หรือ $C = \{\ldots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots\}$

หมายเหตุ โดยทั่ว ๆ ไป เมื่อกล่าวถึงเซ็ตของจำนวน ถ้าไม่ได้กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์ คือ เซ็ตของจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1.3.3 $E = \{x|x^2 < 0\}$ หมายความว่า E เป็นเซ็ตของจำนวนจริงที่ยกกำลังสอง แล้วน้อยกว่า 0 ในกรณีนี้ E คือ เซ็ตว่าง

ตัวอย่างที่ 1.3.4 $D = \{x|x^2 \leqslant 0\}$ หมายความว่า D เป็นเซ็ตของจำนวนจริงที่ยกกำลังสอง แล้วน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 หรือ $D = \{0\}$

ทฤษฎีบท 1.3.1

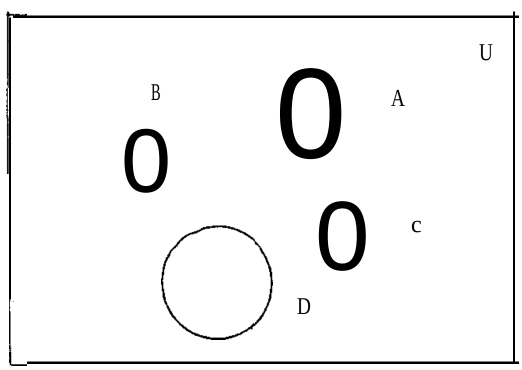
สำหรับเซ็ต A ใด ๆ จะได้ว่า $A \subseteq U$ เมื่อ U คือ เอกภพสัมพัทธ์

การเขียนแผนภาพแทนเซ็ต

การเขียนแผนภาพแทนเซ็ตนั้นจะเป็นสิ่งที่ช่วยทำให้สามารถเข้าใจความคิดเกี่ยวกับเซ็ตได้กระจ่างชัดเจนขึ้นเนื่องจากเป็นรูปธรรม แผนภาพที่ใช้เขียนแทนเซ็ตนี้เรียกว่า แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler diagram) ตามชื่อของนักคณิตศาสตร์สองท่านคือ นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ชื่อ จอน เวนน์ (John Venn ค.ศ. 1834-1923) และนักคณิตศาสตร์ชาวสวิส ชื่อ เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler ค.ศ. 1707-1783)

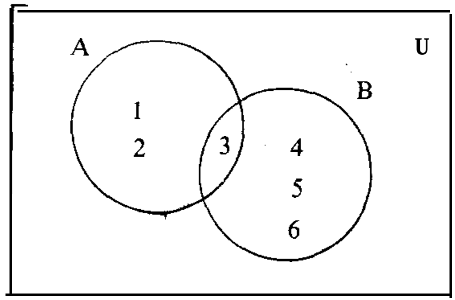
หมายเหตุ ในหนังสือเล่มนี้ จะเรียกแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ แต่เพียงสั้น ๆ ว่า แผนภาพ

การเขียนแผนภาพนี้ โดยปกตินิยมเขียนแทนเอกภพสัมพัทธ์ U ด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้า และนิยมเขียนแทนเซ็ตต่าง ๆ ที่เป็นเซ็ตย่อยของ U ด้วยวงกลมหรือวงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดใด ๆ ก็ได้ดังรูป 1.3.1



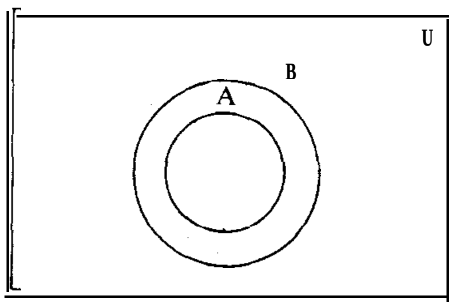
รูป 1.3.1

รูป 1.3.1 แสดงว่า เซ็ต A, B, C และ D ต่างก็เป็นเซ็ตย่อยของ U โดยที่แต่ละเซ็ตไม่มีสมาชิกร่วมกันอยู่เลย



รูป 1.3.2

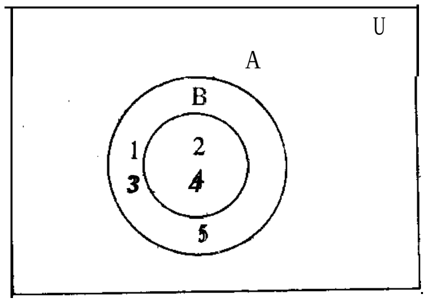
รูป 1.3.2 แสดงว่า เซ็ต A และ B ต่างก็เป็นเซ็ตย่อยของ U และมีสมาชิก 3 ร่วมกัน



รูป 1.3.3

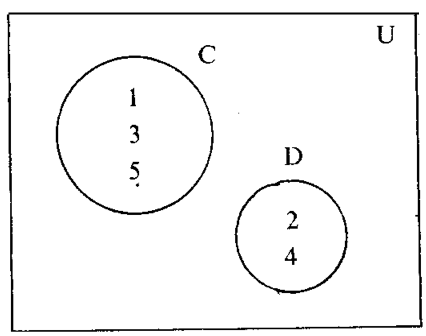
รูป 1.3.3 แสดงว่า เซ็ต A และ B ต่างก็เป็นเซ็ตย่อยของ U และ $A \subset B$

ตัวอย่างที่ 1.8.6 กำหนดให้ A = { 1, 2, 3, 4, 5 } และ B = { *2, 4* }
เมื่อเขียนแผนภาพแทนเซ็ตทั้งสองนี้จะได้รูป 1.3.4



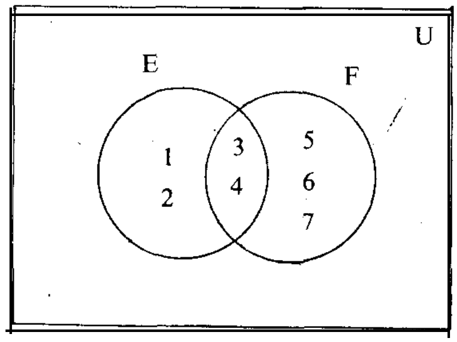
รูป ***1.3.4***

ตัวอย่างที่ 1.3.6 กำหนดให้ C = { 1, 3, 5 } และ D = { 2, 4 }
เมื่อเขียนแผนภาพแทนเซ็ตทั้งสองนี้จะได้ดังรูป 1.3.5



รูป ***1.3.5***

ตัวอย่างที่ 1.3.7 กำหนดให้ E = { 1, 2, 3, 4 } และ F = { 3, 4, 5, 6, 7 }
เมื่อเขียนแผนภาพแทนเซ็ตทั้งสองนี้จะได้ดังรูป 1.3.7



รูป 1.3.7

แบบฝึกหัด 1.3

1. กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

   1.1) $\{ 2 \} \in U$

   1.2) $2 \in U$

   1.3) $\{ 2 \} \subset U$

   1.4) $2 \subset U$

2. ถ้าให้ $A = \{ x | -5 < x < 3 \}$ ควรจะกำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นอย่างไร จึงจะได้ว่า $A = \{ 1, 2 \}$

3. ถ้าให้ $A = \{ x | x^2 \neq 0 \}$ แล้วควรจะกำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นอย่างไร จึงจะได้ว่า $A = \emptyset$

4. จงเขียนแผนภาพเพื่อแสดงว่า

   4.1) สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B

   4.2) สมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ D แต่มีสมาชิกบางตัวของ D ไม่อยู่ใน C

   4.3) $E \subset F$ และ $F \subset G$ และ $G \subset H$

   4.4) สมาชิกบางตัวของ P อยู่ใน Q และสมาชิกบางตัวของ Q อยู่ใน R แต่ไม่มีสมาชิกของ P อยู่ใน R เลย และมีสมาชิกบางตัวของ Q ที่ไม่อยู่ทั้งใน P และใน R

   4.5) สมาชิกบางตัวของ L อยู่ใน M และใน N และสมาชิกทุกตัวของ M อยู่ใน N โดยมีสมาชิกบางตัวใน N ที่ไม่อยู่ใน L และ M

1.4 การดำเนินการ (operation) ของเซ็ต

1) ผลผนวก (union) ของเซ็ต

จากเซ็ตสองเซ็ตใด ๆ สมมุติว่า คือ เซ็ต $A = \{1, 2, 3, 4\}$ กับเซ็ต $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ เราอาจสร้างเซ็ตใหม่ขึ้นมาเซ็ตหนึ่ง โดยที่สมาชิกของเซ็ตใหม่นี้เป็นสมาชิกของเซ็ต A อย่างเดียวก็ได้ หรือเป็นสมาชิกของเซ็ต B อย่างเดียวก็ได้หรือเป็นสมาชิกทั้งเซ็ต A และเซ็ต B ก็ได้ ในที่นี้เซ็ตใหม่นี้ก็คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ซึ่งเรียกเซ็ตใหม่นี้ว่า ผลผนวก (union) ของเซ็ต A และ เซ็ต B โดยจะเห็นว่า เซ็ต $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ นี้ ประกอบด้วยสมาชิกดังนี้คือ

1, 2 เป็นสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต A เท่านั้น

3, 4 เป็นสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซ็ต A และเซ็ต B

5, 6, 7 เป็นสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต B เท่านั้น

นิยาม 1.4.1 ผลผนวก (union) ของเซ็ต A และเซ็ต B คือ เซ็ตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต A หรือเซ็ต B หรืออยู่ทั้งในเซ็ต A และเซ็ต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

ตัวอย่างที่ 1.4.1 ให้ $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 7\}$

จะได้ว่า $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7\} = B \cup A$

(จะสังเกตเห็นว่า $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$)

ตัวอย่างที่ 1.4.2 ให้ $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{2, 4\}$

จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 1.4.3 ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(จะสังเกตเห็นว่า $A \subset B$ และ $A \cup B = B$)

ตัวอย่างที่ 1.4.4 ให้ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม $\}$ และ $B = \{1, 2\}$

จะได้ว่า $A \cup B = A$

ตัวอย่างที่ 1.4.5 ให้ $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ และ $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$

จะได้ว่า $A \cup B = \{-2, 2, 3\}$

ตัวอย่างที่ 1.4.6 ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $\varnothing$ คือ เซ็ตว่าง

จะได้ว่า $A \cup \varnothing = \{1, 2\} = A$ และ $A \cup A = \{1, 2\} = A$

(2) **เซ็ตร่วม** (intersection)

จากเซ็ตสองเซ็ตใด ๆ สมมุติว่า คือ เซ็ต $A = \{1, 2, 3, 4\}$ กับ $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ เราอาจสร้างเซ็ตใหม่ขึ้นมาเซ็ตหนึ่ง โดยที่สมาชิกของเซ็ตใหม่นี้เป็นสมาชิกของทั้งเซ็ต A และเซ็ต B ในที่นี้ เซ็ตใหม่นี้ ก็คือ $\{3, 4\}$ โดยจะเรียกเซ็ตใหม่นี้ว่า เซ็ตร่วม (intersection) ของเซ็ต A และ B โดยจะเห็นว่าเซ็ต $\{3, 4\}$ นี้ประกอบด้วยสมาชิก 3 กับ 4 ซึ่งต่างก็อยู่ทั้งในเซ็ต A และเซ็ต B

นิยาม 1.4.2 เซ็ตร่วม (intersection) ของเซ็ต A และเซ็ต B คือ เซ็ตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซ็ต A และเซ็ต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

นิยาม 1.4.3 ถ้าเซ็ตสองเซ็ตใด ๆ ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลยจะกล่าวว่าเซ็ตทั้งสองเป็นเซ็ตต่างสมาชิก (disjoint sets) นั่นคือ A กับ B เป็นเซ็ตต่างสมาชิกกัน ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \varnothing$

ตัวอย่างที่ 1.4.7 ให้ $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 7\}$

จะได้ว่า $A \cap B = \{2, 4\} = B \cap A$

(จะสังเกตเห็นว่า $(A \cap B) \subset A$ และ $(A \cap B) \subset B$)

ตัวอย่างที่ 1.4.8 ให้ $A = \{1, 3, 5\}$ LIB" $B = \{2, 4\}$

จะได้ว่า $A \cap B = 0$

ตัวอย่างที่ 1.4.9 ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะได้ว่า $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

(จะสังเกตเห็นว่า A c B และ $A \cap B = A$)

ตัวอย่างที่ 1.4.10 ให้ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม $\}$ และ $B = \{1, 2\}$

จะได้ว่า $A \cap B = \{1, 2\}$

ตัวอย่างที่ 1.4.11 ให้ $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ และ $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$

จะได้ว่า $A \cap B = \{2\}$

ตัวอย่างที่ 1.4.12 ให้ $A = \{1, 2\}$ และ 0 คือ เซ็ตว่าง

จะได้ว่า $A \cap \varnothing = \varnothing$.และ $A \cap A = \{1, 2\} = A$

(3) **ส่วนเติมเต็ม** (complement) **ของเซ็ต**

จากเอกภพสัมพัทธ์ U = { 1, 2, 3, 4, 5 } กับเซ็ต A = { 1, 3, 5 } ซึ่งเป็นเซ็ตย่อยของ U เราอาจสร้างเซ็ตใหม่ขึ้นมาเซ็ตหนึ่ง โดยที่สมาชิกของเซ็ตใหม่ประกอบด้วยสมาชิกของ U ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A ในที่นี้ เซ็ตใหม่นี้ก็คือ { 2, 4 } โดยจะเรียกเซ็ตใหม่นี้ว่า ส่วนเติมเต็ม (complement) ของเซ็ต A เมื่อเทียบกับ U และ มักนิยมเรียกสั้น ๆ ว่า ส่วนเติมเต็มของเซ็ต A

นิยาม 1.4.4 สำหรับเซ็ต A ที่เป็นเซ็ตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์ U ส่วนเติมเต็ม (complement) ของเซ็ต A ก็คือ เซ็ตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ U ที่ไม่ได้เป็นสมาชิกของเซ็ต A เขียนแทนด้วย A′

หมายเหตุ สำหรับสัญลักษณ์ที่เขียนแทนส่วนเติมเต็มของ A หนังสือบางเล่มอาจใช้สัญลักษณ์ $\overline{A}$, A‘, $\widetilde{A}$, C(A) แทน **A’**

ตัวอย่างที่ 1.4.13 ให้ U { ±, 2, 3,84, 5, ⊛ 7, },={ 2, 4, 8 } และ B = { **4, 6, 7, 8.)**

จะได้ว่า A’ = { 1,7 3, และ6, } B’{ 1, =2, 3, 5 }

ตัวอย่างที่ 1.4.14 ให้ **u** = { x|x เป็นจำนวนเต็ม }

และ B = { x|x เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว }

จะได้ว่า B ’ = { x|x เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว }

ตัวอย่างที่ 1.4.15 ให้ U = { 1, 2, 3, 4 }, A = { 2, 4 },

และ B = { 2, 3, 4 }

จะได้ว่า B’ = { 1 } และ A’ = { 1, 3 }

ข้อสังเกต จะเห็นว่า ถ้า A c B แล้ว B’ ⊂ A’

ตัวอย่างที่ 1.4.18 ให้ U{ ±' 2,5 3, A4, }, {4 1, และ B = { 2, 3, 4 }

จะได้ว่า A ∩ B = { 4 } ดังนั้น (A ∩ B)′ = { 1, 2, 3, 5 }

และ **A ’** -{ **2, 3, 5** }, B’ = { 1, 5 } ดังนั้น A’ **U B’ =** { 1, 2, 3, 5 }

ข้อสังเกต จะเห็นว่า (A ∩ B)’ = A’ **U** B′

(4) **ผลต่าง** (difference) **ระหว่างเซ็ต**

สำหรับเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ ซึ่งมีเซ็ต $A = \{ 1, 4 \}$ กับ $B = \{ 2, 3, 4 \}$ เป็นเซ็ตย่อย เราอาจสร้างเซ็ตใหม่ขึ้นมาเซ็ตหนึ่ง โดยที่สมาชิกของเซ็ตใหม่ประกอบด้วยสมาชิกของเซ็ต A ที่ไม่อยู่ในเซ็ต B ในที่นี้เซ็ตใหม่นี้ ก็คือ $\{ 1 \}$ โดยจะเรียกเซ็ตใหม่นี้ว่า ผลต่าง (difference หรือ relative complement) ระหว่างเซ็ต A และเซ็ต B

นิยาม 1.4.5 สำหรับเซ็ต A และเซ็ต B ซึ่งต่างก็เป็นเซ็ตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์ U ผลต่างระหว่างเซ็ต A และเซ็ต B ก็คือ เซ็ตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซ็ต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซ็ต B เขียนแทนด้วย $A - B$

ตัวอย่างที่ 1.4.17 ให้ $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$, และ $B = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

จะได้ว่า $A \quad B = \{0, 1, 3 \}$

และ $B \quad A = \{ 6, 8 \}$

ข้อสังเกต จะเห็นว่า $A \quad B \neq B - A$

ตัวอย่างที่ 1.4.18 ให้ $C = \{ 1, 3, 5 \}$ และ $D = \{ 2, 4, 6 \}$

จะได้ว่า $C \quad D = \{ 1, 3, 5 \} = C$

$D - C = \{ 2, 4, 6 \} = D$

ข้อสังเกต จะเห็นว่า ถ้า $C \cup D = 0$ แล้ว $C - D = C$

และ $D - C = D$

ตัวอย่างที่ 1.4.19 ให้ $E = \{ 1, 2, 3 \}$ และ $F = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

จะได้ว่า $E - F = 0$ และ $F - E = \{ 4, 5 \}$

ข้อสังเกต จะเห็นว่า ถ้า $E \subset F$ แล้ว $E - F = \varnothing$ แต่

$F - E$ อาจไม่เท่ากับเซ็ตว่างก็ได้

ตัวอย่างที่ 1.4.20 ให้ $G = \{ x | x$ เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

และ $H = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

จะได้ว่า $G - H$ = { $x|x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 5 }

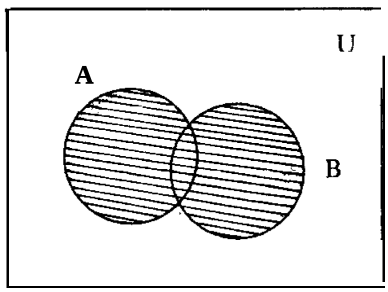
= { 6, 7, 8 ... }

และ $H - G = \varnothing$

จากเรื่องราวของ ผลผนวก, ส่วนร่วม, ส่วนเติมเต็ม และผลต่างของเซ็ตที่กล่าวมาแล้วข้างต้นนั้นอาจเขียนแสดงได้ด้วยส่วนที่แรเงาในแผนภาพในกรณีต่าง ๆ ดังนี้

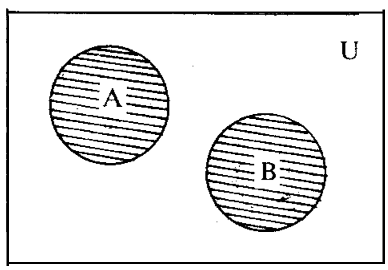
1) ในแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนแรเงาแสดงถึง $A \cup B$

กรณีที่หนึ่ง เซ็ต A และเซ็ต B มีสมาชิกซ้ำกันบ้าง ดังรูป 1.4.1



รูป 1.4.1

กรณีที่สอง เซ็ต A และเซ็ต B ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย ดังรูป 1.4.2

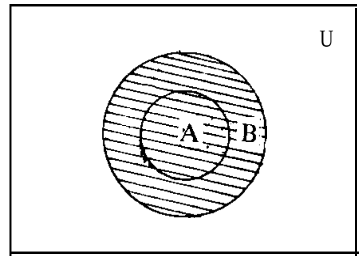


รูป 1.4.2

กรณีที่สาม เซ็ต A เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต B

$(A \cup B = B)$

ดังรูป *1.4.3*

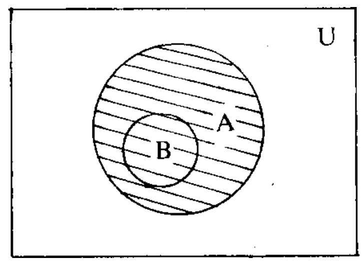


รูป 1.4.3

กรณีที่สี่ เซ็ต B เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต A

$(A \cup B = A)$

ดังรูป 1.4.4

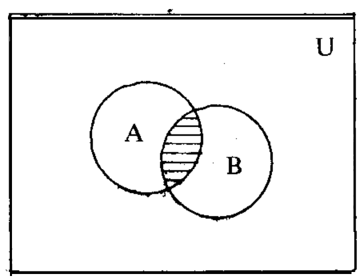


รูป **1.4.4**

2) ในแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนแรเงาแสดงถึง $A \cap B$

กรณีที่หนึ่ง เซ็ต A และ B มีสมาชิกซ้ำกันบ้าง

ดังรูป 1.4.5

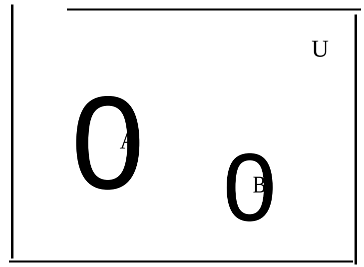


รูป **1.4.5**

กรณีที่สอง เซ็ต A และเซ็ต B ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย

(A ∩ B = ∅)

ดังรูป 1.4.6

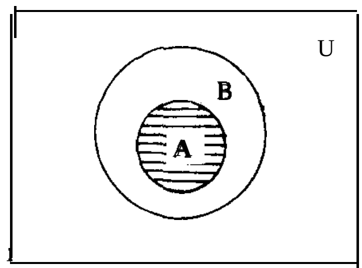


รูป 1.4.6

กรณีที่สาม เซ็ต A เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต B

(A ∩ B = A)

ดังรูป 1.4.7

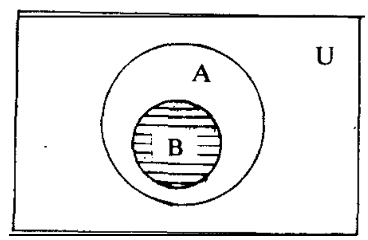


รูป 1.4.7

กรณีที่สี่ เซ็ต B เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต A

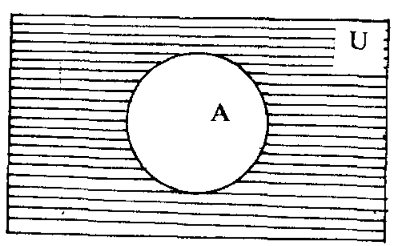
(A ∩ B = B)

ดังรูป 1.4.8



รูป 4.4.8

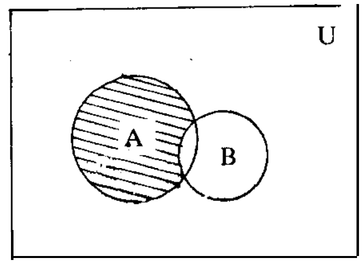
3) ในแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนแรเงา แสดงถึง A′ ดังรูป 1.4.9



รูป 1.4.9

4) ในแผนภาพต่อไปนี้ ส่วนแรเงาแสดงถึง A – B

กรณีที่หนึ่ง เซ็ต A และเซ็ต B มีสมาชิกซ้ำกันบ้าง ดังรูป 1.4.10

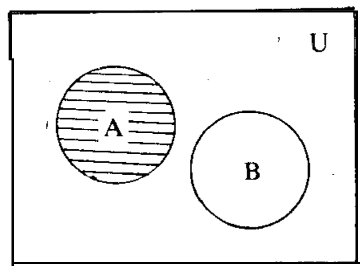


รูป 1.4.10

กรณีที่สอง เซ็ต A และเซ็ต B ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย

(A   B = A)

ดังรูป 1.4.11

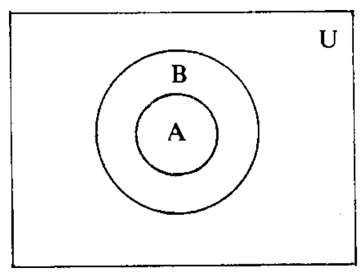


รูป 1.4.11

กรณีที่สาม เซ็ต A เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต B

$(A - B = \varnothing)$

ดังรูป 1.4.12

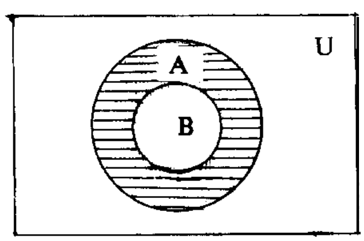


รูป 1.4.12

กรณีที่สี่ เซ็ต B เป็นเซ็ตย่อยของเซ็ต A

$(A - B \neq \varnothing)$

ดังรูป 1.4.13



รูป 1.4.13

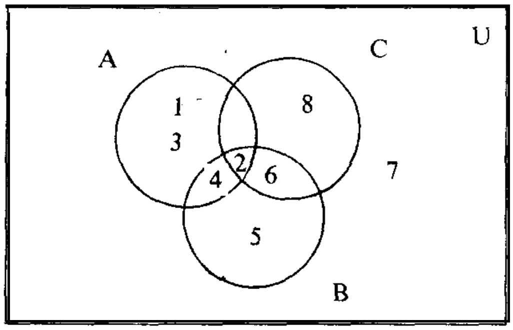
ตัวอย่างที่ 1.4.21 ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 4, 5, 6\}$

$C = \{2, 6, 8\}$

เขียนแผนภาพของเซ็ตข้างต้นได้ดังรูป 1.4.14



รูป 1.4.14

จะได้ว่า $A \cap B = \{2, 4\}$

$A \cap C = (\ 2\ )$

$B \cap C = \{2, 6\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

$B \cup C = \{2, 4, 5, 6, 8\}$

$A - B = \{1, 3\}$

$B - A = \{5, 6\}$

$A - C = \{1, 3, 4\}$

$C - A = \{6, 8\}$

$B - C = \{4, 5\}$

$C - B = \{8\}$

$(A \cap B) - C = \{4\}$

$A - (B - C) = \{1, 2, 3\}$

$(A \cap B) \cap C = \{2\} = A \cap (B \cap C)$

$(A \cap B) \cup C = \{2, 4, 6, 8\} = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = \{2, 4\} = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$(A \cup B)' = \{7, 8\} = A' \cap B'$

ตัวอย่างที่ 1.4.22 ผลการสำรวจนักเรียน 200 คน เป็นดังนี้

80 คน ชอบคณิตศาสตร์

65 คน ชอบวิทยาศาสตร์

55 คน ชอบภาษาอังกฤษ

20 คน ชอบทั้งวิทยาศาสตร์และภาษาอังกฤษ

25 คน ชอบทั้งคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

15 คน ชอบทั้งคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

5 คน ชอบทั้งคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาอังกฤษ

และมีบางคนตอบว่าไม่ชอบทั้งสามวิชา

จงหา

(1) มีนักเรียนกี่คนที่ไม่ชอบวิชาใดเลย

(2) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว

(3) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบเพียงวิชาเดียวเท่านั้น

(4) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบ 2 วิชาเท่านั้น

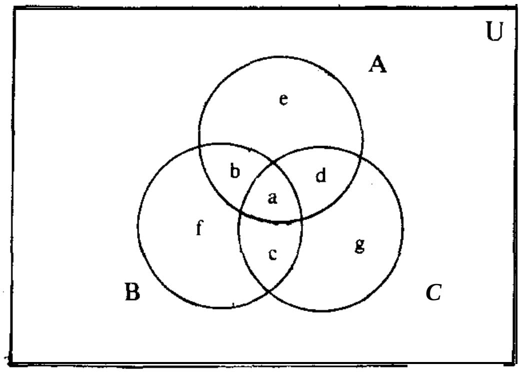
(5) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ

วิธีทำ ให้ A แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์

B แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบวิทยาศาสตร์

C แทนเซ็ตของนักเรียนที่ชอบภาษาอังกฤษ

สร้างแผนภาพประกอบการพิจารณาได้ ดังรูป 1.4.15



รูป 1.4.15

$\because$ $a = 5$ และ $a + b = 25$ ดังนั้น $b = 20$

$\because$ $a + c = 20$ ดังนั้น $c = 15$

$\because$ $a + d = 15$ ดังนั้น $d = 10$

$\because$ $a + b + d + e = 80$ ดังนั้น $e = 80 - (20 + 5 + 10) = 45$

$\because$ $a + b + c + f = 65$ ดังนั้น $f = 65 - (20 + 5 + 15) = 25$

$\because$ $a + c + d + g = 55$ ดังนั้น $g = 55 - (10 + 5 + 15) = 25$

ดังนั้น จึงได้ว่า

(1) นักเรียนที่ไม่ชอบวิชาใดเลยในสามวิชานี้ คือ $200 - (5 + 20 + 15 + 10 + 45 + 25 + 25) = 200 - 145 = 55$ คน

(2) นักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น มี 45 คน

(3) นักเรียนที่ชอบเพียงวิชาเดียวเท่านั้นมี $45 + 25 + 25 = 95$ คน

(4) นักเรียนที่ชอบสองวิชาเท่านั้นมี $20 + 10 + 15 = 45$ คน

(5) นักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์ หรือวิทยาศาสตร์ แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ มี $45 + 20 + 25 = 90$ คน

ตัวอย่างที่ 1.4.23 จากการสำรวจครอบครัว จำนวน 60 ครอบครัว พบว่า ทุกครอบครัวจะต้องมีรถยนต์ รถจักรยานยนต์ หรือรถจักรยาน อย่างน้อยหนึ่งอย่าง ถ้ามีครอบครัวที่มีรถยนต์ 20 ครอบครัว, มีจักรยานยนต์ 25 ครอบครัว มีจักรยาน 33 ครอบครัว มีทั้งรถยนต์และรถจักรยานยนต์ 5 ครอบครัว มีทั้งรถยนต์ และรถจักรยาน 7 ครอบครัว มีทั้งรถยนต์ รถจักรยานยนต์ และรถจักรยาน 2 ครอบครัว จงหา

(1) จำนวนครอบครัวที่มีรถจักรยานยนต์เพียงอย่างเดียว

(2) จำนวนครอบครัวที่มีรถจักรยานเพียงอย่างเดียว

(3) จำนวนครอบครัวที่มีทั้งจักรยานยนต์และรถจักรยาน แต่ไม่มีรถยนต์

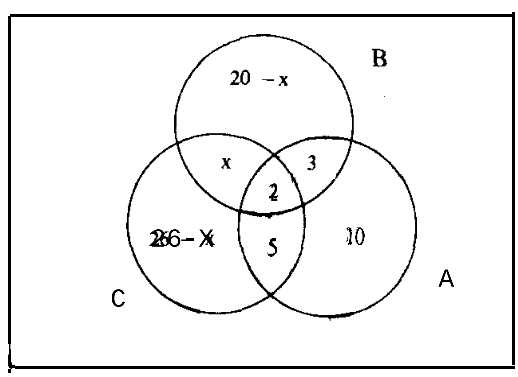
วิธีทำ ให้ A แทนเซ็ตของครอบครัวที่มีรถยนต์

B แทนเซ็ตของครอบครัวที่มีรถจักรยานยนต์

C แทนเซ็ตของครอบครัวที่มีรถจักรยาน

X แทนจำนวนครอบครัวที่มีทั้งรถจักรยานยนต์ และรถจักรยาน แต่ไม่มีรถยนต์

อาจสร้างแผนภาพพร้อมทั้งเขียนจำนวนครอบครัวลงในแผนภาพได้ ดังรูป ***1.4.16***



รูป ***1.4.16***

จะได้ว่า $10 + 5 + 2 + 3 + x + 26 - x + 20 - x = 60$

$$-x + 66 = 60$$

$$\therefore x = 6$$

ดังนั้น ครอบครัวที่มีรถจักรยานยนต์เพียงอย่างเดียว มี $20 - 6 = 14$ ครอบครัว

ครอบครัวที่มีรถจักรยานเพียงอย่างเดียว มี $26 - 6 = 20$ ครอบครัว

ครอบครัวที่มีทั้งรถจักรยานยนต์และรถจักรยานแต่ไม่มีรถยนต์ มี 6 ครอบครัว

แบบฝึกหัด 1.4

1. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ และให้ $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{1.4, 8\}$ และ $C = \{3\}$ จงเขียนเซ็ตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1.1) $A \cap B$

1.2) $B \cap C$

1.3) $A \cup B$

1.4) $B \cup C$

1.5) $A \cap (B \cup C)$

1.6) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

1.7) $A \cup (B \cap C)$

1.8) $(A \cap B) \cup C$

1.9) $A \quad B$

1.10) $C \quad A$

1.11) C'

1.12) $C' - B$

1.13) $(A \cap B) - C$

1.14) $(A \cap B)' - C$

1.15) $C - (A \cap B)$

1.16) $(A - B) - C$

1.17) $(A \cap B) \cap C$

1.18) $\emptyset \cup C$

1.19) $\emptyset \cap c$

1.20) $(B - A) \cup C'$

1.21) $c \quad C$

1.22) $(B \cup C)' - A$

1.23) $(A \cap B) - B$

1.24) $A \cap (B \cap C)$

1.25) $B \cap (A \cap C)$

1.26) $B - C$

1.27) $B \cap C'$

1.28) $A - B$

1.29) $A \cap B'$

1.30) $B' \cap B$

2. กำหนด $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ และให้ $A = \{a, e\}$, $B = \{a, c, e, g\}$ และ $C = \{b, c, d, e, f\}$ จงเขียนเซ็ตต่อไปนี้โดยวิธีแจกแจงสมาชิก พร้อมพิจารณาว่าเซ็ตแต่ละคู่เท่ากันหรือไม่ ?

2.1) $A \cap A$, A

2.2) $A \cup A$, A

2.3) $A \cup B$, $B \cup A$

2.4) $A \cap B$, $B \cap A$

2.5) $A \cap (B \cap C)$, $(A \cap B) \cap C$

2.6) $A \cup (B \cup C)$, $(A \cup B) \cup C$

2.7) $A \cap (B \cup C)$, $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

2.8) $A \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

2.9) $(A' \cup B)'$, $A' \cap B'$

2.10) $(A \cap B)'$, $A' \cup B'$

2.11) $A \cap B'$, $A - B$

2.12) $A \cup 0$, A

2.13) $A \cap 0$, 0

2.14) $A \cap U$, U

2.15) A f-l U, A

2.16) U', 0

2.17) $\emptyset'$, U ,

2.18) $A \cup A'$, U

2.19) $A \cap A'$, 0

2.20) $A - B$, $B' - A'$

2.21) $(A')'$, A

3. ถ้า $A \subseteq B$ โดยที่ $A \neq B$ แล้ว ต่อไปนี้ข้อใดถูก, ข้อใดผิด

3.1) A r-l B = B

3.2) $A \cap B = A$

3.3) $A \cup B = B$

3.4) $A \cup B = A$

3.5) A   B = $\varnothing$

3.6) B   A = 0

3.7) $A - B \neq 0$

3.8) $A \cap B \neq B$

3.9) A U B #A

3.10) $B - A \neq 0$

4 . กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{3\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, \{2\}, 3\}$ และ $C = \{2\}$
จงพิจารณาว่าต่อไปนี้ข้อใดถูกและข้อใดผิด

4.1) $2 \in A \cap B$

4.2) $2 \in A \cap C$

4.3) { 2 } ∈ A n c

4.4) 2 ∈ A   B

4.5) $\{3\} \in A \cup B$

4.6) $0 \in C - C$

4.7) $3 \in (A \cup B) \cup C$

4.8) $3 \in (A \cap C) \cup B$

4.9) { 2 } ∈ C − (A f-l B)

4.10) 2 ∈ C $(A \cap B)$

5. ให้ U เป็นเซ็ตของพลเมืองทั้งหมดในประเทศไทย

A เป็นเซ็ตของพลเมืองที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพฯ

B เป็นเซ็ตของพลเมืองชาย

C เป็นเซ็ตของพลเมืองที่ไปทำงานโดยรถประจำทาง

จงเขียนเซ็ตต่อไปนี้เป็นข้อความ

5.1) $A \cup B$ 5.2) $A \cap C$ 5.3) B' 5.4) $A \cap B$ 5.5) $(A \cap B)'$

5.6) $B \cap C'$ 5.7) $A' \cup B'$ 5.8) $B - C$ 5.9) $C \cap (A \cup B)$

5.10) $(C \cup B) \cap A$

6. ถ้า $A \cap B = A \cap C$ แล้วจะสรุปว่า $B = C$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด?

7. ถ้า $A \cup B = A$ แล้ว A กับ B มีความสัมพันธ์กันอย่างไร?

8. ถ้า $A \cup B = \varnothing$ แล้ว A กับ B มีความสัมพันธ์กันอย่างไร?

9. ถ้า $A \cap (B \cap C) \neq \varnothing$ แล้วจงเขียนแผนภาพและแรเงาส่วนที่แสดงถึงเซ็ตต่อไปนี้

9.1) $A - (B \cap C)$

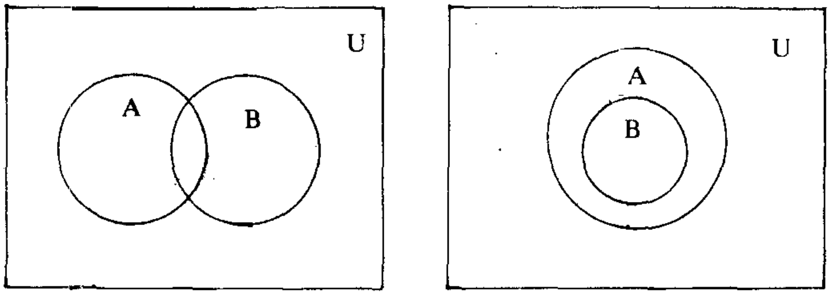
9.2) $(A \cap B) \cup C'$

9.3) $(A \cap B') - C$

9.4) $((A - B)' \cap C)'$

9.5) $(A \cup B)' \cap C'$

10. จากแผนภาพ (1) และ (2) จงแรเงาส่วนของเซ็ตต่อไปนี้



(1) (2)

10.1) $B - A$

10.2) $A' \cup B$

10.3) $B' \cap A$

10.4) $B' \cap A'$

10.5) $B' - A'$

11. ให้ A, B, C เป็นเซ็ตที่ไม่ใช่เซ็ตว่าง จงเขียนแผนภาพที่เป็นไปตามคุณสมบัติที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

11.1) $A \subset C,\ B \subset C,\ A \cap B = 0$

11.2) $A \subset B,\ A \neq B,\ B \cap C \neq \varnothing$

11.3) $A \subset C,\ B \not\subset C,\ A \cap B \neq \varnothing$

11.4) $A \subset (B \cap C),\ B \subset C,\ C \neq B,\ A \neq C$

11.5) $A \subset B,\ C \subset B,\ A - C = 0$

12. จากการสำรวจผู้ชาย 100 คน และผู้หญิง 100 คน เกี่ยวกับการใช้สบู่ ปรากฏว่ามีผู้ที่ชอบใช้สบู่ A, B, C, D, E ดังตารางข้างล่างนี้

ผู้ใช้ \ สบู่	A	B	C	D	E
ผู้ชาย	10	12	6	21	51
ผู้หญิง	42	18	8	17	15

ถ้าให้ A, B, C, D, E แทนเซ็ตของผู้ที่ใช้สบู่ A, B, C, D, E ตามลำดับ และให้ M กับ W แทนเซ็ตของผู้ชายและผู้หญิงตามลำดับ จงอธิบายความหมายและหาจำนวนสมาชิกของเซ็ตต่อไปนี้

12.1) $F = M \cap (A \cup C)$

12.2) $G = W \cap (B \cup (C \cup D))$

12.3) $H = (M \cup W) \cap (A \cup E)$

12.4) $K = M \cap (D' \cap B')$

13. นักเรียนชั้นหนึ่งในโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 80 คน ผลการคัดเลือกปรากฏว่า มีนักเรียนได้รับรางวัลเรียนดี 10 คน ได้รับรางวัลมารยาทดี 30 คน ในจำนวนนี้ได้รับทั้งสองรางวัล 5 คน จงหา

13.1) จำนวนนักเรียนที่ได้รับรางวัลเรียนดีเพียงอย่างเดียว

13.2) จำนวนนักเรียนที่ได้รับรางวัลมารยาทดีเพียงอย่างเดียว

13.3) จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับรางวัล

13.4) จำนวนนักเรียนที่ไม่ได้รับรางวัล

14. ผลการสำรวจนักเรียน 200 คน เป็นดังนี้

80 คน ชอบคณิตศาสตร์

65 คน ชอบวิทยาศาสตร์

55 คน ชอบภาษาอังกฤษ

20 คน ชอบทั้งวิทยาศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ

25 คน ชอบทั้งคณิตศาสตร์ และ วิทยาศาสตร์

15 คน ชอบคณิตศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ และ

5 คน ชอบทั้งสามวิชา

จงหา

14.1) มีนักเรียนกี่คนที่ไม่ชอบวิชาใดเลย

14.2) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบคณิตศาสตร์เพียงวิชาเดียว

14.3) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบเพียงวิชาเดียวเท่านั้น

14.4) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบ 2 วิชา เท่านั้น

14.5) มีนักเรียนกี่คนที่ชอบ คณิตศาสตร์, วิทยาศาสตร์ แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ

1.5 พีชคณิตของเซ็ต

ความจริงที่สำคัญเกี่ยวกับเซ็ตภายใต้การดำเนินการผลผนวก (union) เซ็ตร่วม (intersection) และส่วนเติมเต็ม (complement) คล้องตามกฎทางพีชคณิต ซึ่งเราจะได้ศึกษาเกี่ยวกับพีชคณิตของเซ็ตต่อไป

ทฤษฎีบท 1.5.1 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

1) $A \subseteq A \cup B$ และ B CA $\cup$ B

2) $A \cap B$ A และ $A \cap B \subseteq B$

ตัวอย่าง 1.5.1

ให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

:.$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $A \subseteq A \cup B$ และ $B \subseteq A \cup B$ ....(1)

และ $A \cap B = \{2, 3\}$

ซึ่งก็จะเห็นว่า $A \cap B \subseteq A$ และ A f-l $B \subseteq B$ . . . . (2)

ทฤษฎีบท 1.5.2 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

1) $A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$

2) $A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$

ตัวอย่าง 1.5.2

ให้ $A = \{2, 3\}$

และ $B = \{2, 3, 4, 5\}$

ซึ่ง A C B

เราพบว่า $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $A \cup B = B$ ....(1)

และ $A \cap B = \{2, 3\}$

ซึ่งก็จะเห็นว่า $A \cap B = A$ . . . . . (2)

ทฤษฎีบท 1.5.3 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

1) $A \cup (A \cap B) = A$

2) $A \cap (A \cup B) = A$

ตัวอย่าง 1.5.3

ให้ $A = \{1, 2, 3,\}$

และ $B = \{2, 3, 4, 5\}$

$\because A \cap B = \{2, 3\}$

$\because A \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3\}$

จะเห็นว่า $A \cup (A \cap B) = A$ (1)

และ $\because A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore A \cap (A \cup B) = \{1, 2, 3,\}$

ซึ่งก็จะเห็นว่า $A \cap (A \cup B) = A$ ....(2)

ทฤษฎีบท 1.5.4 สำหรับเซ็ต A ใด ๆ จะได้ว่า

$(A')' = A$

ตัวอย่าง 11.5.4

ให้ $u = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

และ $A = \{1, 2, 3\}$

$\because A' = \{4, 5\}$

$\therefore (A')' = \{1, 2, 3\}$

จะเห็นว่า $(A')' = A$

ทฤษฎีบท 1.5.5 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

1) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

2) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

ตัวอย่าง 1.5.5

ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1, 2, 3\}$

และ $B = \{2, 3, 4\}$

$\because A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

$\therefore (A \cup B)' = \{5, 6\}$

และ $A' = \{4, 5, 6\}$

$B' = \{1, 5, 6\}$

$\therefore A' \cap B' = \{5, 6\}$

จะเห็นว่า $(A \cup B)' = A' \cap B'$ .... (1)

และ $A \cap B = \{2, 3\}$

$\therefore (A \cap B)' = \{1, 4, 5, 6\}$

และ $A' \cup B' = \{1, 4, 5, 6\}$

ซึ่งก็จะเห็นว่า $(A \cap B)' = A' \cup B'$ .... (2)

ทฤษฎีบท 1.5.6 สำหรับเซ็ต A, B และ C ใด ๆ จะได้ว่า

1) $A \cup A = A$

2) $A \cap A = A$

3) $A \cup B = B \cup A$

4) $A \cap B = B \cap A$

5) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

6) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

7) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

8) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตัวอย่าง 1.5.8

ให้ $A = (1 . 2)$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{2, 4, 6, 8\}$

จะได้ว่า

$\because \quad A \cup A = \{1, 2\}$

จะเห็นว่า $A \cup A = A$ ....(1)

$\because \quad A \cap A = \{1, 2\}$

จะเห็นว่า $A \cap A = A$ ....(2)

$\because \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

และ $B \cup A = \{1, 2, 3, 4\}$

จะเห็นว่า $A \cup B = B \cup A$ ....(3)

$\because \quad A \cap B = \{2\}$

และ $B \cap A = \{2\}$

จะเห็นว่า $A \cap B = B \cap A$ ....(4)

$\because \quad (B \cup C) = \{2, 3, 4, 6, 8\}$

$A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

และ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

$\therefore \quad (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

จะเห็นว่า $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ....(5)

$\because \quad B \cap C = \{2, 4\}$

$\therefore \quad A \cap (B \cap C) = \{2\}$

และ $A \cap B = \{2\}$

$\therefore \quad (A \cap B) \cap c = \{2\}$

จะเห็นว่า $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$\because \quad B \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8\}$

$\therefore \quad A \cap (B \cup C) = \{2\}$

และ $\quad A \cap B = \{2\}$

$\quad A \cap C = \{2\}$

$\therefore (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2\}$

ซึ่งจะเห็นว่า $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ....(7)

$\because \quad B \cap c = \{2, 4\}$

$\therefore \quad A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 4\}$

และ $\quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

$\quad A \cup C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

$\therefore (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 4\}$

ซึ่งจะเห็นว่า $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ....(8)

ทฤษฎีบท 1.5.7 สำหรับเซ็ต A ใด ๆ จะได้ว่า

1) $A \cup \varnothing = A$
2) $A \cap \varnothing = 0$
3) $A \cup U = U$
4) $A \cap U = A$
5) $U' = \varnothing$
6) $\varnothing' = U$
7) $A \cup A' = U$
8) $A \cap A' = 0$

ตัวอย่าง 1.5.7

ให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A = \{1, 3, 5\}$

จะได้ว่า

$A \cup \varnothing = \{1, 3, 5\}$

จะเห็นว่า $A \cup \varnothing = A$ ....(1)

และ $A \cap \varnothing = 0$ ....(2)

$A \cup U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $A \cup U = U$ ....(3)

และ $A \cap U = \{1, 3, 5\}$

จะเห็นว่า $A \cap U = A$ ....(4)

และ $U' = 0$ ....(5)

$\varnothing' = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $0' = u$ ....(6)

$\because A' = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup A' = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $A \cup A' = u$ ....(7)

และ $A \cap A' = 0$ ....(8)

ทฤษฎีบท 1.5.8 ให้ A และ B เป็นเซ็ตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์ U

จะได้ว่า $A - B = A \cap B'$

ตัวอย่าง 1.5.8

ให้ $u = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A = \{1, 2, 4\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

$\therefore A - B = \{1, 2\}$

และ $B' = \{1, 2\}$

$\therefore A \cap B' = \{1, 2\}$

ซึ่งจะเห็นว่า $A - B = A \cap B'$

ตัวอย่างที่ 1.5.9 ให้ A, B และ C เป็นเซ็ต ซึ่ง $A \cap B = A \cap C$ และ $A \cup B = A \cup C$ จงพิสูจน์ว่า $B = C$

พิสูจน์

$B = B \cap (B \cup A)$ ($\because B \subsetneq A \cup B$)

$= B \cap (A \cup C)$ ($\because A \cup B = A \cup C$ จากกำหนดให้)

$= (B \cap A) \cup (B \cap C)$

$= (C \cap A) \cup (B \cap C)$

$= (C \cap A) \cup (C \cap B)$

$= C \cap (A \cup B)$

$= C \cap (A \cup C)$

$= c$

$\therefore B = C$

ตัวอย่าง 1.5.10 จงพิสูจน์ว่า $(A \cup B) \quad C = (A - C) \cup (B - C)$

พิสูจน์

$(A \cup B) - C = (A \cup B) \cap C$

$= (A \cap C') \cup (B \cap C')$

$= (A - C) \cup (B - C)$

$\therefore (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

ตัวอย่างที่ 1.5.11 จงพิสูจน์ว่า ถ้า $A \cap B = \varnothing$ แล้ว $A - B = A$

พิสูจน์

$$\because A \cap B = 0$$

$$(A \cap B)' = \varnothing'$$

$$A' \cup B' = U$$

$$A \cap (A' \cup B') = A \cap U$$

$$(A n A') \cup (A n B') = A$$

$$\varnothing \cup (A \cap B') = A$$

$$A n B' = A$$

$$A - B = A$$

ตัวอย่างที่ 1.5.12 จงแสดงว่า $A \cap B' = \varnothing$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$

พิสูจน์

1) สมมุติให้ $A \cap B' = \varnothing$ จะต้องพิสูจน์ว่า $A \subseteq B$

จาก $A n B' = 0$

$$\therefore (A \cap B') \cup B = \varnothing \cup B$$

$$(A \cup B) \cap (B' \cup B) = B$$

$$(A \cup B) \cap U = B$$

$$AUB = B$$

$\therefore A \subseteq B$

ดังนั้น ถ้า $A \cap B' = \varnothing$ แล้ว $A \subseteq B$

2) สมมุติให้ $A \subseteq B$ จะต้องพิสูจน์ว่า $A \cap B' = 0$

จาก $A \subseteq B$ จะได้ว่า $A \cap B = A$

จาก $A \cap B = A$

$$:.(A \cap B) \cap B' = A \cap B'$$
$$A \cap (B \cap B') = A \cap B'$$
$$A \cap \varnothing = A \cap B'$$
$$. \varnothing = A \cap B'$$

ดังนั้น ถ้า $A \subseteq B$ แล้ว $A \cap B' = 0$

จาก 1) และ 2) จึงได้ว่า

$A \cap B' = 0$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$

แบบฝึกหัด 1.5

จงใช้พีชคณิตของเซ็ตแสดงว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

1) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
2) ถ้า $A \cap C = 0$ แล้ว $A \cap (B \cup C) = A \cap B$
3) ถ้า $A \cap B = 0$ แล้ว $A \quad B = A$
4) $A \cap (B - C) = (A \cap B) \quad C$
5) $A - (B \cup C) = (A \quad B) \cup (A - C)$
6) $A - (B \cap C) = (A \quad B) \cup (A - C)$
7) ถ้า $A \cup B = 0$ แล้ว $A = 0$ และ $B = 0$
8) ถ้า $A \quad B$ และ $C = B \quad A$ แล้ว $A = B \quad C$

1.6 **เพาเวอร์เซ็ต** (power set)

นิยาม 1.6.1 สำหรับเซ็ต A ใด ๆ เพาเวอร์เซ็ตของ A หมายถึง เซ็ตที่ประกอบด้วยทุก ๆ เซ็ต ที่เป็นเซ็ตย่อยของ A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(A)

นั่นคือ $P(A) = \{B | B \subseteq A\}$

ดังนั้น $B \in P(A)$ ก็ต่อเมื่อ $B \subseteq A$

ตัวอย่างที่ 1.6.1

ให้ $A = \{1, 2\}$ จะได้ว่า $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

ตัวอย่างที่ 1.6.2

ให้ $B = \{0\}$ จะได้ว่า $P(B) = \{0, \{O\}\} = \{0, B\}$

ตัวอย่างที่ 1.6.3

ให้ $D = \emptyset$ จะได้ว่า $P(D) = \{0\}$

ตัวอย่างที่ 1.6.4

ให้ $E = \{\{1\}, \{2, 3\}, 4\}$

จะได้ว่า $P(E) = \{0, \{\{1\}\}, \{\{2, 3\}\}, \{4\}, \{\{1\}, \{2, 3\}\},$
$\{\{1\}, 4\}, \{\{2, 3\}, 4\}, E\}$

ข้อสังเกต ถ้าเซ็ต A มีสมาชิก n ตัว จะได้ว่า $P(A)$ จะมีสมาชิก 2^n ตัว

ทฤษฎีบท 1.6.1 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

$A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subseteq P(B)$

ตัวอย่าง 1.6.1

ให้ $A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

ซึ่ง $A \subseteq B$ และได้ว่า

$P(A) = \{0, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

และ $P(B) = \{0, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\},$
$\{1, 2, 3\}\}$

ซึ่งจะเห็นว่า $P(A) \subseteq P(B)$

ทฤษฎีบท 1.6.2 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

ตัวอย่าง 1.8.2

ให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

จะได้ว่า

$$P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$P(B) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$$

$\because P(A) \cap P(B) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$

และ $A \cap B = \{2, 3\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$

ซึ่งจะเห็นว่า $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

ทฤษฎีบท 1.6.3 สำหรับเซ็ต A และ B ใด ๆ จะได้ว่า

$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

ตัวอย่าง 1.6.3

ให้ $A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 3\}$

จะได้ว่า

$P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

$P(B) = \{\varnothing, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$

$\therefore P(A) \cup P(B) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$

และ $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

$\therefore P(A \cup B) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\},$
$\{1, 2, 3\}\}$

จะเห็นว่า $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

แบบฝึกหัด 1.6

1. จงหาเพาเวอร์เซ็ตของเซ็ตต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกด้วยว่ามีสมาชิกเท่าไร

   1.1) $A = \{1, -1\}$

   1.2) $B = \{(1, 2)\}$

   1.3) $C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$

   1.4) $D = \{\emptyset\}$

   1.5) $E = \{\emptyset, 0, 1\}$

   1.6) $F = \{1, 2, 3, 4\}$

2. ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2, 3\}$ จงหา

   2.1) $P(A)$

   2.2) $P(B)$

   2.3) $P(A) \cup P(B)$

   2.4) $P(A \cup B)$

   2.5) $P(A) \cap P(B)$

   2.6) $P(A \cap B)$

1.7 เซ็ตแบ่งกั้น (partition set)

นิยาม 1.7.1 เซ็ตแบ่งกั้นของเซ็ต A หมายถึง เซ็ตที่ประกอบด้วยทุก ๆ เซ็ตย่อยของเซ็ต A ที่มิใช่เซ็ตว่าง และแต่ละเซ็ตย่อยของเซ็ต A เหล่านั้น ต้องเป็นเซ็ตต่างสมาชิก-(disjoint set) กัน หรือเป็นเซ็ตเดียวกัน (equal) อีกทั้งเซ็ตผลผนวก (union) ของเซ็ตย่อยของ A ทั้งหมดนี้ ต้องเป็นเซ็ต A

ตัวอย่างที่ 1.7.1 ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จะได้ว่า

1) $C_1 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะว่า $\{3, 4\} \cap \{4, 5\} \neq \varnothing$
2) $C_2 = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5\}, 0\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะว่า $0 \in C_2$
3) $C_3 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะว่า สมาชิกของ C_3 ไม่ใช่เซ็ตย่อยของ A
4) $C_4 = \{\{1\}, \{2, 3\}, \{3\}\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะว่า $\{1\} \cup \{2, 3\} \cup \{4\} \neq A$
5) $C_5 = \{\{1\}, 2, \{3, 4, 5\}\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะ ว่า 2 ไม่ใช่เซ็ตย่อยของ A
6) $C_6 = \{\{1, 2, 3\}, \{\{4\}\}, \{5\}\}$ ไม่ใช่เซ็ตแบ่งกั้นของ A
   เพราะว่า $\{\{4\}\}$ ไม่ใช่เซ็ตย่อยของ A
7) $C_7 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
8) $C_8 = \{\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
9) $C_9 = \{\{1, 2,\}, \{3\}, \{4, 5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
10) $C_{10} = \{\{1, 2, 3\}, \{4\}, \{5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
11) $C_{11} = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
12) $C_{12} = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
13) $C_{13} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
14) $C_{14} = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A
15) $C_{15} = \{\{1, 5\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

16) C_{16} = $\{\{2, 3\}, \{5\}, \{1, 4\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

17) C_{17} = $\{\{2, 5\}, \{1, 3\}, \{4\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

18) C_{18} = $\{\{3, 1, 4\}, \{2, 5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

19) C_{19} = $\{\{5, 2\}, \{4\}, \{3, 1\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

20) C_{20} = $\{\{1, 2, 3, 4, 5\}\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A

แบบฝึกหัด 1.7

1. ให้ $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ จงพิจารณาว่าเซ็ตต่อไปนี้ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A หรือไม่เพราะเหตุใด

   1.1) $\{\{a, c, e\}, \{b\}, \{d, g\}\}$

   1.2) $\{\{a, e, g\}, \{c, b\}, \{b, e, f\}\}$

   1.3) $\{\{a, b, e, g\}, \{c\}, \{d, f\}\}$

   1.4) $\{\{a, e\}, \{b\}, \{c, d\}, \{a, e\}, \{f, g\}\}$

   1.5) $\{A\}$

   1.6) $\{\{A\}\}$

2. ให้ $A = I$ เมื่อ I คือ เซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

   และให้ $A_1 = \{x \in I \mid x = 3n, n \in I\}$

   $A_2 = \{x \in I \mid x = 3n + 1, n \in I\}$

   $A_3 = \{x \in I \mid x = 3n + 2, n \in I\}$

   แล้ว $C = \{A_1, A_2, A_3\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A หรือไม่

3. จงหาเซ็ตแบ่งกั้นทั้งหมดของเซ็ตต่อไปนี้

   3.1) $\varnothing$

   3.2) $\{1\}$

   3.3) $\{1, 2\}$

   3.4) $\{1, 2, 3\}$

4. จงหาจำนวนของเซ็ตแบ่งกั้นทั้งหมดของเซ็ตที่มีสมาชิกดังนี้

   4.1) มีสมาชิก 2 ตัว

   4.2) มีสมาชิก 3 ตัว

5. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และให้ $A_1 = \{1, 3\}, A_2 = \{5\}$
   เมื่อ $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ เป็นเซ็ตแบ่งกั้นของ A จงหาว่า เซ็ต A_3 และ A_4 เป็นอะไรได้บ้าง
