เฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 2.1

ข้อ 1

ความแตกต่างระหว่าง (1,2), { 1,2 } และ { (1,2) } คือ

(1,2) เป็นคู่ลำดับโดยมี 1 เป็นอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่ง และ 2 เป็นอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่ลำดับ (ซึ่งไม่เท่ากับ (2,1))

{ 1,2 } เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์สองอีลีเมนต์ คือ 1 กับ 2 (ซึ่งเท่ากับ { 2,1 })

{(1,2)} เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์หนึ่งอีลีเมนต์ คือ คู่ลำดับ (1,2) (ซึ่งไม่เท่ากับ { (2,1)})

ข้อ 2

จาก $(2x, y + 3) = (4,2)$

จะได้ว่า $2x$ -4

$\therefore x = 2$

และ $y + 3 = 2$

$\therefore y = -1$

ดังนั้นจะได้ว่า $x = 2, y = -1$

ข้อ 3 จาก $(2x - y, 3x + y) = (10,5)$

จะได้ว่า $2x - y = 10$ - - - - - - - - (1)

$3x + y = 5$ - - - - - - - - - - (2)

(1) + (2) $5x = 15$

$\therefore x = 3$

แทนค่า x ใน (2)

$\therefore 3(3) + y = 5$

$Y = 5 - 9$

$= -4$

ดังนั้น จะได้ว่า $x = 3, y = -4$

เฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 2.2

ข้อ 1

จาก $A = \{a,1\}$, $B = \{1,2,3\}$, $C = \{3,b\}$ ดังนั้น

1.1) $A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$

1.2) $B \times A = \{(1,a), (1,1), (2,a), (2,1), (3,a), (3,1)\}$

1.3) $A \times C = \{(a,3), (a,b), (1,3), (1,b)\}$

1.4) $C \times A = \{(3,a), (3,1), (b,a), (b,1)\}$

1.5) $B \times C = \{(1,3), (1,b), (2,3), (2,b), (3,3), (3,b)\}$

1.6) $C \times B = \{(3,1), (3,2), (3,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$

1.7) $A \times A = \{(a,a), (a,1), (1,a), (1,1)\}$

1.8) $B \times B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$

1.9) $c \times c = \{(3,3), (3,b), (b,3), (b,b)\}$

1.10) $\because$ $B \cap C = \{3\}$

$\therefore$ $A \times (B \cap C) = \{(a,3), (1,3)\}$

1.11) $\because$ $A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$

และ $A \times C = \{(a,3), (a,b), (1,3), (1,b)\}$

$\therefore$ $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a,3), (1,3)\}$

1.12) $\because$ $B \cup C = \{1,2,3,b\}$

$\therefore$ $A \times (B \cup C) = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,b), (1,1), (1,2), (1,3), (1,b)\}$

1.13) $\because A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$

และ $A \times C = \{(a,3), (a,b), (1,3), (1,b)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,b), (1,1)$
$(1,2), (1,3), (1,b)\}$

1.14) $\because A \cup B = \{a,1,2,3\}$

$\therefore C \times (A \cup B) = \{(3,a), (3,1), (3,2), (3,3), (b,a), (b,1), (b,2),$
$(b,3)\}$

1.15) $\because A \cup B = \{a,1,2,3\}$

$\therefore (A \cup B) \times C = \{(a,3), (a,b), (1,3), (1,b), (2,3), (2,b), (3,3),$
$(3,b)\}$

1.16) $\because A \cap B = \{1\}$

$\therefore (A \cap B) \times C = \{(1,3), (1,b)\}$

1.17) $\because B \times B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1),$
$(3,2), (3,3)\}$

และ $C \times C = \{(3,3), (3,b), (b,3), (b,b)\}$

$\therefore (B \times B) \cap (C \times C) = \{(3,3)\}$

1.18) $\because A \times A = \{(a,a), (a,1), (1,a), (1,1)\}$

และ $C \times C = \{(3,3), (3,b), (b,3), (b,b)\}$

$\therefore (A \times A) \cup (C \times C) = \{(a,a), (a,1), (1,a), (1,1), (3,3),$
$(3,b), (b,3), (b,b)\}$

1.19) $\because$ $A \times C = \{(a,3), (a,b), (1,3), (1,b)\}$

และ $B \times B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$

$\therefore$ $(A \times C) \cap (B \times B) = \{(1,3)\}$

1.20) $\because$ $A \times A = \{(a,a), (a,1), (1,a), (1,1)\}$

$\therefore$ $(A \times A) \times A = \{((a,a),a), ((a,a),1), ((a,1),a), ((a,1),1), ((1,a),a), ((1,a),1), ((1,1),a), ((1,1),1)\}$

1.21) $\because$ $A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$

$\therefore$ $(A \times B) \times C = \{((a,1),3), ((a,1),b), ((a,2),3), ((a,2),b), ((a,3),3), ((a,3),b), ((1,1),3), ((1,1),b), ((1,2),3), ((1,2),b), ((1,3),3), ((1,3),b)\}$

1.22) $B \times C = \{(1,3), (1,b), (2,3), (2,b), (3,3), (3,b)\}$

$A \times (B \times C) = \{(a,(1,3)), (a,(1,b)), (a,(2,3)), (a,(2,b)), (a,(3,3)), (a,(3,b)), (1,(1,3)), (1,(1,b)), (1,(2,3)), (1,(2,b)), (1,(3,3)), (1,(3,b))\}$

1.23) $\because$ $(A - B) = \{a\}$

$\therefore$ $(A - B) \times C = \{(a,3), (a,b)\}$

1.24) $\because$ $(A - B) = \{a\}$

และ $(B - C) = \{1,2\}$

$\therefore$ $(A - B) \times (B - C) = \{(a,1), (a,2)\}$

เฉลย

1.25) $\because$ $(A - A) = \{\ \} = \phi$

$\therefore$ $(A - A) \times B = \phi \times B = \phi$

1.26) $\because$ $A \cap C = \phi$

และ $B \cup C = \{1,2,3,b\}$

$\therefore$ $(A \cap C) \times (B \cup C) = \phi$

1.27) $\because$ $(A \times A) = \{(a,a), (a,1), (1,a), (1,1)\}$

$\therefore$ $(A \times A) \times B = \{((a,a),1), ((a,a),2), ((a,a),3), ((a,1),1),$
$((a,1),2), ((a,1),3), ((1,a),1), ((1,a),2),$
$((1,a),3), ((1,1),1), ((1,1),2), ((1,1),3)\}$

1.28) $\because$ $C - B = \{b\}$

และ $A \cap B = \{1\}$

$\therefore$ $(C - B) \times (A \cap B) = \{(b,1)\}$

1.29) $\because$ $A \cap B = \{1\}$

และ $A \cap C = \phi$

$\therefore$ $(A \cap B) \times (A \cap C) = \phi$

1.30) $\because$ $A - B = \{a\}$

และ $B - A = \{2,3\}$

$\therefore$ $(A - B) \times (B - A) = \{(a,2), (a,3)\}$

ข้อ 2

จาก เซ็ต A เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์ 4 ตัว และ B เป็นเซ็ตที่มีอีลีเมนต์ 6 ตัว ดังนั้น

2.1) $A \times A$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $4 \times 4 = 16$ อีลีเมนต์

2.2) $A \times B$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $4 \times 6 = 24$ อีลีเมนต์

2.3) $B \times A$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $6 \times 4 = 24$ อีลีเมนต์

2.4) $B \times B$ มีจำนวนอีลีเมนต์เป็น $6 \times 6 = 36$ อีลีเมนต์

เฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะ 2.3

ข้อ 1

จากโจทย์ เราจะได้ว่า

1.1) G_2, G_5, G_8, G_{10} เป็นความสัมพันธ์จาก A ไปยัง A

1.2) G_1, G_2, G_3, G_{10} เป็นความสัมพันธ์จาก A ไปยัง B

1.3) G_4, G_5, G_6, G_8, G_{10} เป็นความสัมพันธ์จาก B ไปยัง A

1.4) G_7, G_9, G_{10} เป็นความสัมพันธ์จาก B ไปยัง B

ข้อ 2

2.1) a R b **เป็นจริง เพราะว่ามีคู่ลำดับ** (a , b) **อยู่ใน** R **(คือมี (a,b) $\in$ R)**

2.2) **a G** b **เป็นเท็จ เพราะว่าไม่มี** (a , b) $\in$ G

2.3) **b** G a **เป็นจริง เพราะว่ามี** (b , a) $\in$ G

2 . 4) b R a **เป็นเท็จ เพราะว่าไม่มี (b,a)** $\in$ R

2.5) c R c **เป็นจริง เพราะว่ามี (c,c)** $\in$ **R**

2.6) c G c **เป็นจริง เพราะว่ามี (c,c)** $\in$ **G**

2.7) b R b **เป็นเท็จ** 2.8) b R d **เป็นจริง**

2.9) d R a **เป็นเท็จ** 2.10) d G a **เป็นเท็จ**

2.11) b G c **เป็นจริง** 2.12) C G b **เป็นเท็จ**

2.13) เป็น จริง เพราะบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งของคู่ลำดับทั้งหมด คือ a,b,c อยู่ในเซ็ต A และบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่ลำดับทั้งหมด คือ b,d,c อยู่ในเซ็ต B

2.14) เป็นเท็จ เพราะบรรดาอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่ลำดับทั้งหมด คือ b,d,c ไม่ได้อยู่ในเซ็ต A ทั้งหมด คือ d $\notin$ A (ถึงแม้อีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งของคู่ลำดับทั้งหมด คือ a,b,c จะอยู่ใน A ก็ตาม)

2.15) เป็นเท็จ เพราะว่ามีคู่ลำดับ (a,b) ซึ่ง a $\notin$ B คือ บรรดาอีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งของคู่ลำดับไม่ได้อยู่ในเซ็ต B ทั้งหมด ได้แก่ a ไม่อยู่ใน B

2.16) เป็นเท็จ **2.17) เป็นเท็จ** **2.18) เป็นจริง**

2.19) เป็นจริง 2.20) **เป็นเท็จ**

ข้อ 3

จากโจทย์ ข้อ 2

3.1) โดเมนของ R คือ {a,b,c}

3.2) ทิสัย (range) ของ R คือ { b,c,d }

8.3) โดเมนของ G คือ { b,c }

3.4) ทิสัยของ G คือ {a,b,c}

เฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะ 2.4

ข้อ 1

1.1) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B ได้แก่ $F_1, F_2, F_4, F_5, F_6, F_{13}, F_{16}$

1.2) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง A ได้แก่ $F_3, F_7, F_8, F_{12}, F_{14}, F_{16}$

1.3) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง A ได้แก่ F_4, F_6, F_{15}, F_{16}

1.4) F ที่เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง B ได้แก่ F_8, F_{12}, F_{16}

1.5) F ที่เป็นฟังก์ชันทุกข้อ จาก 1.1) ถึง 1.4) คือ F_{16}

1.6) F ที่ไม่เป็นฟังก์ชันทุกข้อ จาก 1.1) ถึง 1.4) คือ F_9, F_{10}, F_{11}

1.7) F ที่ เป็นฟังก์ชันทั้งจาก A ไปยัง B และ A ไปยัง A คือ F_4, F_{16}, F_6

1.8) F ที่เป็นฟังก์ชันทั้งจาก B ไปยัง A และ B ไปยัง B คือ F_8, F_{12}, F_{16}

ข้อ 2

แผนภาพที่แสดงว่าเป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B คือ แผนภาพของ F_1, F_2, F_3, F_4

ข้อ 3

จากโจทย์ข้อ 1 จะได้ว่า

โดเมนของ F_1 คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_1 คือ $\{2,4\}$
โดเมนของ F_2 คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_2 คือ $\{2,3,4\}$
โดเมนของ F_3 คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_3 คือ $\{1,2,3\}$
โดเมนของ F_4 คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_4 คือ $\{2,3\}$
โดเมนของ F_5 คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_5 คือ $\{2,3,4\}$
โดเมนของ F_6 คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_6 คือ $\{3\}$
โดเมนของ F_7 คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_7 คือ $\{1,2,3\}$
โดเมนของ F_8 คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_8 คือ $\{2,3\}$
โดเมนของ F_9 คคือ $\{1,3,4\}$	พิสัยของ F_9 คือ $\{1,2,3\}$
โดเมนของ F_{10} คือ $\{1,3\}$	พิสัยของ F_{10} คือ $\{2,4\}$
โดเมนของ F_{11} คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_{11} คือ $\{1,2,3\}$
โดเมนของ F_{12} คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_{12} คือ $\{2\}$
โดเมนของ F_{13} คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_{13} คือ $\{4\}$
โดเมนของ F_{14} คือ $\{2,3,4\}$	พิสัยของ F_{14} คือ $\{1\}$
โดเมนของ F_{15} คือ $\{1,2,3\}$	พิสัยของ F_{15} คือ $\{1,2,3\}$
โดเมนของ F_{16} คือ ϕ	พิสัยของ F_{16} คือ ϕ

ข้อ 4

จากโจทย์ข้อ 2

พิสัยของ F_1 คือ { 1,2,3 }, พิสัยของ F_2 คือ { 1,2,3 }

พิสัยของ F_3 คือ { 1 } พิสัยของ F_4 คือ { 1,3 }

พิสัยของ F_5 คือ { 1,2,3 }

ข้อ 5

เพราะ $F(x) = x^2 - 3x + 4$

$\therefore$ $F(0) = 0^2 - 3(0) + 4 = 4$

$F(1) = 1^2 - 3(1) + 4 = 2$

$F(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 4 = 14$

$F(a) = a^2 - 3a + 4$

$F(a + h) = (a + h)^2 - 3(a + h) + 4$

$= a^2 + 2ah + h^2 - 3a - 3h + 4$

ข้อ 6 <u>ตอบ</u> พิสัยของ f คือ { - 2 , -3,1,6 }

$\because$ $f(x) = x^2 - 3$ และ

โดเมนของ f คือ { -3, -2, -1, 0, 1, 2 }

จาก พิสัยของ f คือ เซ็ตของบรรดาค่า y (หรือค่า f(x)) ทั้งหลายของคู่ลำดับ (x,y) ของ f ดังนั้นต้องหาค่า f(x) ที่สอดคล้องกับบรรดาค่า x ทั้งหลาย ที่เป็นโดเมนของ f

จาก $f(x) = x^2 - 3$

แทนค่า x ด้วยอีลีเมนต์ในโดเมนลงใน $f(x)$ แล้วหาค่า $f(x)$ ที่สอดคล้องกัน จะได้

(1) แทน x ด้วย -3 จะได้ $f(-3) = (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$

(2) unu x ด้วย -2 จะได้ $f(-2) = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

(3) unu x ด้วย -1 จะได้ $f(-1) = (-1)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

(4) unu x ด้วย 0 จะได้ $f(0) = (0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$

(5) แทน x ด้วย 1 จะได้ $f(1) = 1^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

(6) แทน x ด้วย 2 จะได้ $f(2) = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

ดังนั้น ฟิสัยของ f คือ $(-2, -3, 1, 6 \}$

$\boxed{\text{ข้อ 7}}$ __ตอบ__ โดเมนของ h คือ $\{ -2, 0, 2, 4 \}$

$\therefore$ $h(x) = x - 2$ และ

ฟิสัยของ h lo $\{ -4, -2, 0, 2 \}$

จาก โดเมนของ h ได้แก่ เซ็ตของบรรดาค่า x ทั้งหลาย ที่มีค่า $h(x)$ ดังนั้น เราจะต้องหาค่าของ x ที่สอดคล้องกับบรรดาค่า $h(x)$ ทั้งหลายที่เป็นฟิสัยของ h

จาก $h(x) = x - 2$

แทนค่า $h(x)$ ด้วยอีลีเมนต์ในฟิสัย แล้วหาค่า x ที่สอดคล้องกัน จะได้

แทน $h(x)$ ด้วย -4 จะได้ $x - 2 = -4$

$\therefore \quad x = -4 + 2 = -2$

แทน $h(x)$ ด้วย -2 จะได้ $x - 2 = -2$

$\therefore \quad x = -2 + 2 = 0$

แทน $h(x)$ ด้วย 0 จะได้ $x - 2 = 0$

$\therefore \quad x = 2$

แทน $h(x)$ ด้วย 2 จะได้ $x - 2 = 2$

$\therefore \quad x = 2 + 2 = 4$

ดังนั้น โดเมนของ h ก็คือ $\{-2, 0, 2, 4\}$

ข้อ 8

ให้ $A = \{0,2,4,6,8\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$

8.1) $F_1 = \{(x,y) \mid y = 1\}$

__ตอบ__ F_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

__แนวการพิจารณา__

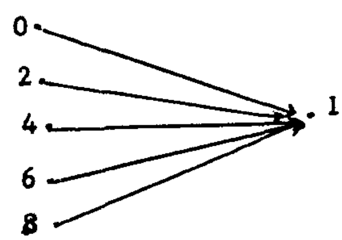
จาก $F_1 = \{(x,y) \mid y = 1\}$

นั่นแสดงว่า เราจะให้ x มีค่าเท่าไรก็ได้ โดยที่ $x \in A$

ค่าของ y จะเป็น 1 เสมอ

ดังนั้น $F_1 = \{(0,1)\ (2,1)\ (4,1)\ (6,1)\ (8,1)\}$

ซึ่งเขียนแผนภาพได้เป็น



เราพบว่าทุก ๆ $x \in A$ เราจะได้ค่า $y \in B$ โดย $(x,y) \in F_1$ ได้เพียงค่าเดียวของ y

ดังนั้น F_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.2) $F_2 = \{(x,y) \mid x > y\}$

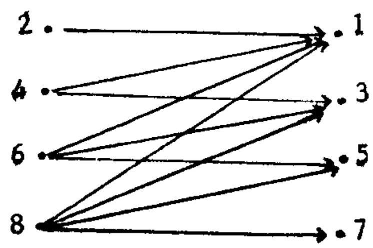
<u>ตอบ</u> F_2 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

<u>**แนวการพิจารณา**</u>

จาก $F_2 = \{(x,y) \mid x > y\}$

ดังนั้น $F_2 = \{(2,1), (4,1), (4,3), (6,1), (6,3), (6,5), (8,1), (8,3), (8,5), (8,7)\}$

โดยแผนภาพของ F_2 คือ



จะเห็นว่า F_2 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B ถึงแม้อีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งในคู่ลำดับจะอยู่ใน A และอีลีเมนต์ตัวที่สองของคู่ลำดับ จะอยู่ใน B ก็ตาม แต่มีอีลีเมนต์บางตัวที่อยู่ใน A จับคู่กับอีลีเมนต์ใน B มากกว่าหนึ่งตัว ตัวอย่างคู่ลำดับนี้ ได้แก่ (4,1), (4,3), เป็นต้น นั่นคือ 4 จับคู่กับ 1 และจับคู่กับ 3 ด้วย จึงได้ว่า อีลีเมนต์ตัวที่หนึ่งตัวเดียวกัน คือ 4 แต่จับคู่กับอีลีเมนต์ตัวที่สองได้มากกว่า 1 ตัว (คือจับคู่กับ 1 และ 3)

ดังนั้น F_2 จึงไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.3) F_3 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.4) F_4 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

8.5) F_5 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B (เป็นฟังก์ชันเปล่า)

ข้อ ๙

ให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก, B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

9.1) $F_1 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$

ตอบ F_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

แนวการพิจารณา

โจทย์กำหนดให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก

B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

F_1 เป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (x,y) โดยที่ $x \in A$, $y \in B$ และ $x^2 + y^2 = 1$

กล่าวคือ เราจะแทนค่า x ด้วยเลขจำนวนเต็มบวก แล้วหาค่า y ที่เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับ $x^2 + y^2 = 1$

จาก $x^2 + y^2 = 1$

หาค่า y เมื่อ $x = 1$ $\therefore 1^2 + y^2 = 1$

$$y^2 = 0$$

$$y = 0$$

เมื่อ $x = 2$ $\therefore 2^2 + y^2 = 1$

$$y^2 = -3$$

$$y = \pm\sqrt{-3}$$ ใช้ไม่ได้ $\because y \notin B$

ฯลฯ

เราพบว่า เมื่อ x มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป คือ 2,3,4, ... เราจะได้ค่า y ไม่เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งใช้ไม่ได้

เพราะฉะนั้น จะได้ค่าที่เป็นจริงสอดคล้องกับโจทย์ คือ $x = 1, y = 0$

ดังนั้น $F_1 = \{(1,0)\}$

เมื่อ พิจารณาคู่ลำดับใน F_1 แล้วจะพบว่า $x \in A$ (คือ $x = 1$)

เราจะหาค่า $y \in B$ (คือ $y = 0$) ซึ่ง $(x,y) \in F_1$ ได้เพียงค่าเดียวของ y (แต่ถ้า x ไม่ใช่ 1 แล้ว เราหาค่า $y \in B$ ซึ่ง $(x,y) \in F$ ไม่ได้)

ดังนั้น F ก็เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

9.2) $F_2 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 2\}$

<u>**ตอบ**</u> F_2 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

<u>แนวการพิจารณา</u>

โจทย์ ให้ A เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มบวก

B เป็นเซ็ตของจำนวนเต็มทั้งหลาย

F_2 เป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (x,y) ซึ่ง $x \in A, y \in B$ และ $x^2 + y^2 = 2$ กล่าวคือ จะแทนค่า x ด้วยจำนวนเต็มบวก แล้วหาค่า y ที่เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งสอดคล้องกับ $x^2 + y^2 = 2$

จาก $x^2 + y^2 = 2$

หาค่า y เมื่อ $x = 1$ $\therefore 1^2 + y^2 = 2$

$y^2 = 1 \quad \therefore y = \pm 1$

เมื่อ $x = 2$, $2^2 + y^2 = 2$

$$y^2 = -2$$

$$\therefore \quad y = \pm \sqrt{-2}$$

ฯลฯ

เราพบว่า เมื่อ x มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป คือ 2,3,4, . . . เราจะได้ค่า y ไม่เป็นจำนวนเต็ม จึงใช้ไม่ได้ เพราะโจทย์กำหนดให้ $y \in B$ คือ y ต้องเป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น เราจะได้ค่าที่สอดคล้องกับโจทย์ คือ $x = 1, y = 1$ กับ $x = 1, y = -1$

นั่นคือ $F_2 = \{(1,1), (1,-1)\}$

เมื่อพิจารณาคู่ลำดับใน F_2 จะพบว่า แต่ละ $x \in A$ ถ้า $x = 1$ เราจะหาค่า $y \in B$ ได้มากกว่าหนึ่งค่าที่ทำให้ $(x,y) \in F_2$ คือได้คู่ลำดับ (1,1), (1,-1) ในเมื่อ x หนึ่งค่า ให้ค่า y มากกว่าหนึ่งค่า เราจึงกล่าวได้ว่า

F_2 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

9.3) F_3 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B 9.4) F_4 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

ข้อ ๑๐

จากโจทย์ข้อ 9

โดเมนของ F_1 คือ { 1 }	เรนจ์ของ F1 คือ { 0 }
โดเมนของ F_2 คือ { 1 }	เรนจ์ของ F_2 คือ { 1, -1 }
โดเมนของ F_3 คือ { 1,4 }	เรนจ์ของ F_3 คือ { 2, -2, 1, -1 }
โดเมนของ F_4 คือ { 1,2,3, ... }	เรนจ์ของ F_4 คือ { 0 }

ข้อ11

11.1) G_2, G_{10} เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง A

11.2) G_1, G_2, G_{10} เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

11.3) G_9, G_{10}, G_2 เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง B

11.4) G_4, G_{10}, G_2 เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง A

เฉลยแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 2.5

ข้อ 1 จากตาราง

o	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	b	c
c	a	d	c	d
d	c	c	a	a

1.1) c o b = d

1.2) b o c = b

1.3) ∵ bod = c

∴ c o (b o d) = c o c = c

1.4) $\because$ $c \circ b = d$

$\therefore$ $(c \circ b) \circ d = d \circ d$

$= a$

1.5) $\because$ $a \circ b = b$

$\therefore$ $(a \circ b) \circ c = b \circ c$

$= b$

ดังนั้น $(a \circ b) \circ c) \circ d = b \circ d$

$= c$

1.6) $\because$ $a \circ c = c$

และ $bod = c$

$\therefore$ $(b \circ d) \circ c = c \circ c$

$= c$

ดังนั้น $(a \circ c) \circ ((b\ a\ d) \circ c) = c \circ c = c$

1.7) $\because$ $d \circ d = a$

$\therefore$ $(d \circ d) \circ d = a \circ d$

$= d$

ดังนั้น $((d \circ d) \circ d) \circ d = d \circ d$

$= a$

1.8) $\because$ $a \circ d = d$

และ $c \circ b = d$

$\therefore$ $(a \circ d) \circ (c \circ b) = d \circ d$

$= a$

1.9) " o " ไม่คล้องตามกฎการสลับที่

เพราะว่า ถ้าให้ $x = b, y = c$

จะได้ว่า $x \circ y = b \circ c = b$

และ $y \circ x = c \circ b - d$

ดังนั้นจะเห็นว่ามีกรณีที่ $x \circ y \neq y \circ x$

นั่นคือ " o " ไม่คล้องตามกฎการสลับที่

1.10) " o " ไม่คล้องตามกฎการจัดหมู่

เพราะถ้าให้ $x = c, y = b, z = d$

จะได้ว่า $(x \circ y) \circ z = (c \circ b) \circ d$

$= d \circ d$

$= a$

และ $x \circ (y \circ z) = c \circ (b \circ d)$

$= c \quad \circ c$

$= c$

ดังนั้นจะเห็นว่ามีกรณีที่ $(x \circ y) \circ z \; f \; x \circ (y \circ z)$

นั่นคือ " o " ไม่คล้องตามกฎการจัดหมู่

ข้อ 2

จากตาราง

•	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	(6)	c	e
c	(1)	a	(7)	(9)	e
d	(2)	(4)	b	(10)	e
e	(3)	(5)	(8)	e	e

ซึ่งโจทย์กำหนดว่า $\bullet$ คล้องตามกฎการสลับที่ คือจะได้ว่า

$$x \bullet y = y \bullet x \quad \text{ทุกค่าของ } x, y$$

และ $\bullet$ คล้องตามกฎการจัดหมู่ด้วย คือจะได้ว่า

$$(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z) \quad \text{ทุกค่าของ } x,y,z$$ ดังนั้น

ช่อง (1) ได้ c เพราะว่า ช่อง (1) คือผลของ $c \bullet a$ ซึ่งจะต้องเท่ากับ $a \bullet c$

(ตามกฎการสลับที่)

โดยที่ $a \bullet c = c$ จากตาราง

ดังนั้น $c \bullet a = c$ ด้วย

ช่อง (2) ได้ d $\because$ ช่อง (2) $= d \bullet a = a \bullet d$

แต่ $a \bullet d = d$ (จากตาราง)

$\therefore$ $d \bullet a = d$ ด้วย

ช่อง (3) ได้ e $\because$ ช่อง (3) $= e \bullet a = a \bullet e$

แต่ $a \bullet e = e$ (จากตาราง)

$\therefore$ $e \bullet a = e$ ด้วย

ช่อง (4) ได้ . . ช่อง (4) $= d \bullet b = b \bullet d$

แต่ $b \bullet d = c$ (จากตาราง)

$\therefore$ $d \bullet b = c$ ด้วย

ช่อง (5) ได้ e

ช่อง (6) ได้ a

ช่อง (7) ได้ d $\because$ ช่อง (7) $= c \cdot c$

แต่ $c = b \bullet d$

$\therefore \; c \bullet c = (b \bullet d) \bullet c$

$= b \bullet (d \bullet c)$ ตามกฎการจัดหมู่

$= b \bullet b$

$= d$

$\therefore \; c \bullet c = d$

ช่อง (8) ได้ e ∵ ช่อง (8) = ♏ ● ♍ = ♍ ● ♏

ufl $c \bullet e = e$ (ตามตาราง)

∴ $e \bullet c =$ ♏

ช่อง (9) ได้ b

ช่อง (10) ได้ a

∵ ช่อง (10) $= d \bullet d$

uc $d = b \bullet b$

$\therefore \; d\,e\,d = d \bullet (b \,.\, b)$

$= (d \bullet b) \bullet b$ ตามกฎการจัดหมู่

$= c \bullet b$ ($d \bullet b = c$ ได้จากช่อง (10))

$= a$

ดังนั้นตาราง ● ที่สมบูรณ์ คือ

•	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	a	c	e
c	c	a	d	b	e
d	d	c	b	a	e
e	e	e	e	e	e