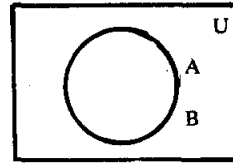


$$A \cup B = B$$

หรือ



$$A \cup B = A = B$$

จากความเข้าใจในข้อ 3) ทำให้ทราบว่าข้อ 4) เป็นจริงเสมอ

ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$
จงใช้ตอบคำถามข้อ 4 และข้อ 5

4. จงหา $C - (A \cup B)$

1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

2) $\{1, 3, 5, 7\}$

3) $\{5, 7\}$

4) $\{ \}$

คำตอบ คือ ข้อ 8)

เหตุผล $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$

$$C - (A \cup B) = \{5, 7\}$$

5. จงหา $(C \cap B) - A$

1) $\{ \}$

2) $\{1, 2, 3, 4\}$

3) $\{5, 6, 7, 8, 10\}$

4) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล $C \cap B = \{ \}$

$$(C \cap B) - A = \{ \} \quad (\{1, 2, 3, 4\}) = \{ \}$$

6. ข้อใดเป็นจริง

1) ถ้า $x < 1$ แล้ว $x^2 < 1$

2) $\Gamma \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

3) $2+2 \neq 6$ และ $3+3 = 5$

4) $5 > 6$ หรือ $3 < 4$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $5 > 6$ หรือ $3 < 4$

$$F \text{ หรือ } T \text{ เป็น } T$$

ส่วนข้อ 1) เช่น $x = -2$, $-2 < 1$ แต่ $(-2)^2 > 1$

ข้อ 2) หาค่าความจริงถึง 4 กรณี ก็ไม่เป็นจริงทุก ๆ กรณี (tautology)

ข้อ 3) T และ F เป็น F

7. ถ้าให้ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ เป็นจริงแล้ว จงพิจารณาว่าข้อใดผิด

1) p เป็น T, q เป็น F, r เป็น F

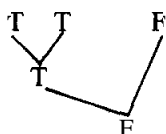
2) p เป็น F, q เป็น F, r เป็น T

3) p เป็น T, q เป็น T, r เป็น F

4) p เป็น F, q เป็น T, r เป็น T

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล $(p \wedge q) \Rightarrow r$



8. ให้ยูนิเวอร์สเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก จงพิจารณาว่าข้อใดถูก

1) $\exists x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x \leq 0$

2) $\forall x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x \geq 0$

3) $\exists x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $2x+6 = 0$

4) $\forall x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x^2 - 2x + 1 = 0$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะทุก ๆ สมาชิกอยู่ในยูนิเวอร์ส แทน $P(x)$ แล้วทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

ส่วนข้อ 1) ไม่มีสมาชิกใดที่ ≤ 0

ข้อ 3) ได้ $x = -3$ แต่ $-3 \notin U$

ส่วนข้อ 4) $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

x เป็น 1 เท่านั้นที่ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง เพราะฉะนั้น การกล่าวว่ $\forall x P(x)$ เป็นเท็จ

9. ถ้า $P(x)$ แทน $\{x | x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x^2 + 1 = 0\}$ แล้ว $P(x)$ คือเซตใด

1) $\{-1, 1\}$

2) $\{1, -1\}$

3) $\{1\}$

4) $\{\}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า $x^2 + 1 = 0$, $x = \pm\sqrt{-1}$

จะเห็นว่าไม่มีจำนวนใดในยูนิเวอร์สจำนวนเต็มที่ทำให้ $x^2 + 1 = 0$ เป็นจริง

10. ให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$ จงหา $B \times A$

1) $\{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$

2) $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

3) $\{ \}$

4) $\{(1, 2), (1, 4), (2, 4)\}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล $B \times A = \{(x, y) | x \in B \wedge y \in A\}$

หรือ $B \times A$ คือ เซตของคู่อันดับทั้งหมดซึ่งมีตัวหน้าอยู่ใน B และตัวหลังอยู่ใน A

11. ให้ $R = \{(a, b), (c, f), (i, c), (k, g), (b, a)\}$ จงหาโดเมนของ R

1) $\{a, b, c, i, k\}$

2) $\{a, b, c, f, g\}$

3) $\{a, b, c, f, g, i, k\}$

4) $\{a, b, c\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่าโดเมนของ R คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าทั้งหมดในความสัมพันธ์ R

12. จากข้อ 11 ข้อใดเป็นเท็จ

1) $a R b$

2) $b R a$

3) $i R c$

4) $c R i$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $c R i$ หมายถึง $(c, i) \in R$

แต่ในข้อ 11 ไม่มี (c, i) ในความสัมพันธ์ R

13. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ข้อใดคือความสัมพันธ์ 2 เท่าจาก A ไป B

1) $\{(2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$

2) $\{(4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$

3) $\{(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$

4) $\{(2, 1)\}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $\{(2, 1)\}$ สอดคล้องกับความสัมพันธ์ x เป็น 2 เท่าของ y และเป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

ส่วนข้อ 1) เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B แต่ x ไม่เป็น 2 เท่าของ y

ข้อ 2) ไม่เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เพราะข้อ 2) $\notin A \times B$

ข้อ 3) เหตุผลเดียวกับข้อ 2)

เหตุผล $|-2x+5| < 7$ หมายถึง

$$(1) \quad -2x + 5 < 7$$

$$-2x < 2$$

$$x > -1$$

และ

$$(2) \quad -(-2x+5) < 7$$

$$-2x+5 > -7$$

$$-2x > -12$$

$$x < 6$$

ดังนั้น เซตคำตอบ คือ $(1) \cap (2) = \{x | -1 < x < 6\}$

22. ให้ $A = (-7, 11]$, $B = [0, 13]$ แล้งจงหา $B-A$

1) $(-7, 0)$

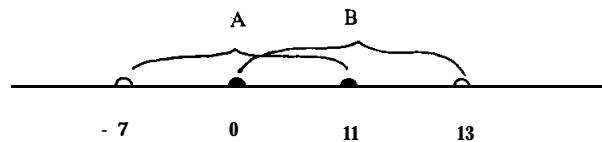
2) $(7, 2]$

3) $(11, 13)$

4) $[11, 13]$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล โดยใช้เส้นจำนวน



$B-A$ คือ เซตที่มีสมาชิกอยู่ใน B แต่ไม่อยู่ใน A

23. จาก $(3, 1, 5) - x = 2(4, -3, 2)$ จงหา x

1) $(-5, 7, 1)$

2) $(5, -7, 1)$

3) $(-5, -7, 1)$

4) $(5, -7, -1)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่า $(3, 1, 5) - x = 2(4, -3, 2)$

$$-x = (8, -6, 4) - (3, 1, 5)$$

$$= (5, -7, -1)$$

ดังนั้น

$$x = (-5, 7, 1)$$

24. ถ้า $\vec{OP} = (-1, -3)$ และ $\vec{OQ} = (-2, 5)$ แล้ว \vec{PQ} คือข้อใด

1) $(-1, 2)$

2) $(-1, 8)$

3) $(1, -8)$

4) $(-3, 2)$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า

$$\vec{OP} = -\vec{PO} = (-1, -3)$$

$$\vec{PO} = (1, 3)$$

แต่

$$\vec{PQ} = \vec{PO} + \vec{OQ}$$

$$= (-1, -3) + (-2, 5)$$

$$= (-3, 2)$$

25. ให้ \vec{AB} และ \vec{CD} ขนานกัน โดยมีทิศทางไปทางเดียวกัน $\vec{AB} = (6, -1, 3)$ และ \vec{AB} ยาวเป็น 3 เท่าของ \vec{CD} จงหา \vec{CD}

1) $(18, -3, 9)$

2) $(-18, 3, -9)$

3) $(2, \frac{1}{3}, 1)$

4) $(-2, \frac{1}{3}, -1)$

คำตอบ de ข้อ 3)

เหตุผล เพราะว่า

$$\vec{AB} = 3(\vec{CD})$$

$$\vec{CD} = \frac{1}{3}(\vec{AB})$$

$$= \frac{1}{3}(6, -1, 3)$$

$$= (2, -\frac{1}{3}, 1)$$

26. ถ้าจุดปลายของเส้นตรงเส้นหนึ่ง คือ $(-7, 2)$ และจุดกึ่งกลาง คือ $(1, 0)$ แล้ว จงหาโคออร์ดิเนตของจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

1) $(9, -2)$

2) $(-3, 1)$

3) $(5, -2)$

4) $(-6, 2)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล ให้จุดปลายอีกข้างหนึ่ง คือ (x, y)

$$\text{เพราะฉะนั้น } \frac{(x, y) + (-7, 2)}{2} = (1, 0)$$

(ใช้สูตรการหาจุดกึ่งกลาง)

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า

$$2A + \frac{1}{3}B - C = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -6 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+2+1 & 4-3-0 \\ 6-2-2 & 8+4-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

33. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

แล้วจงหา BA

1) $\begin{bmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 2 & 10 & 5 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 8 & -7 & 6 \\ 2 & -2 & 3 \\ 2 & -10 & 5 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

4) HI **BA** ไม่ได้

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+0 & 4+6 & -4+4 \\ 2+0 & 1-3 & -1-2 \\ 2+0 & 1+9 & -1+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

34. ข้อใดคือเมตริกซ์ผกผัน หรืออินเวอร์สของ A หรือ A^{-1} ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

1) $\begin{bmatrix} 2/7 & 1/7 \\ -3/7 & 2/7 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} -2/7 & 1/7 \\ 3/7 & -2/7 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 2/7 & -3/7 \\ 1/7 & 2/7 \end{bmatrix}$

4) A ไม่มีอินเวอร์ส

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาอินเวอร์สของ 2×2 เมตริกซ์

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\text{แล้ว } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ เมื่อ } ad-bc \neq 0$$

แทนค่าสูตร

$$A^{-1} = \frac{1}{4+3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2/7 & 1/7 \\ -3/7 & 2/7 \end{bmatrix}$$

35.

ข้อใดคือ $\det(A)$ หรือ $|A|$ ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

1) 34

2) 26

3) -26

4) -34

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\begin{aligned} \text{เหตุผล } |A| &= 1(4-0) - 3(8+2) \\ &= 4-30 = -26 \end{aligned}$$

36. กำหนดสมการ

$$x+2y-z = 3$$

$$3x+y = 6$$

$$2x+y = 1$$

จาก Cramer's Rule

$$Dx = D_1$$

$$Dy = D_2$$

$$\text{และ } Dz = D_3$$

ข้อใดคือ Dx, Dy ตามลำดับ

1) -5, -9 2) -5, 9

3) -6, 15 4) 6, -15

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\begin{aligned} \text{เหตุผล } Dx &= \begin{vmatrix} 3 & 2-1 \\ 61 & 0 \\ 11 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -1(6-1) = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Dy &= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 6 & 0 \\ 21 & 0 & \end{vmatrix} = -1(3-12) \\ &= 9 \end{aligned}$$

37. จากสมการในข้อ 36 ข้อใดคือค่า x, y, z ตามลำดับ

1) -5, -9, 16 2) 5, -9, 10

3) 5, -9, -16 4) -5, -9, -10

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\text{เหตุผล เพราะ } x = \frac{D_1}{D}, y = \frac{D_2}{D}, z = \frac{D_3}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1(3-2) = -1$$

$$\therefore x = \frac{-5}{-1} = 5$$

$$y = \frac{9}{-1} = -9$$

$$z = \frac{D_3}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-1}$$

$$= \frac{1(1-6) - 2(3-12) + 3(3-2)}{-1}$$

$$= -16$$

8. ข้อใดเป็นข้อความที่ถูกต้อง

1) ถ้า $IA = A$ และ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ แล้ว I คือ I_2

2) ไมเนอร์ของสมาชิก a_{ij} นั้น เกิดจากการตัดแถวที่ i \det ของสมาชิกที่เหลือเรียกว่า ไมเนอร์

3) ถ้า P และ Q เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times n$ แล้ว $PQ = QP$

4) ถ้า $AB = AC$ แล้ว ไม่จำเป็นที่ B จะเท่ากับ C

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล ข้อ 1) ผิด เพราะว่า A มีขนาด 3×2 IA เป็นการคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์ จะคูณกันได้ เมื่อจำนวนหลักของ I เท่ากับจำนวนแถวของ A เมื่อ I เป็นเมตริกซ์จัตุรัส เพราะฉะนั้นคำตอบคือ I_3

ข้อ 2) ผิด เพราะว่าไมเนอร์ของ a_{ij} คือ \det ของเมตริกซ์จัตุรัสย่อย ที่ได้จากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j

ข้อ 3) เห็นได้ชัดว่าผิด ได้จากการยกตัวอย่าง

39. จงหาค่าของ $\frac{1}{2}({}^cP_3) - 2({}^cC_3)$

เหตุผล 2 ผลที่มีรอยตำหนิจะอยู่ติดกันเสมอได้นั้นเปรียบเสมือนนำมามัดติดกัน ดังนั้น มังคุด 5 ผล มัดเสีย 2 ผล เท่ากับมีมังคุด 4 ผล นำไปจัดลำดับแบบวงกลม ได้

$$(4-1)! = 3! \text{ วิธี}$$

และ 2 ผล ที่มัดติดกันนั้น จัดได้อีก 2! วิธี

จึงมีวิธีจัดได้ทั้งหมด

$$3!2! = 3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ วิธี}$$

43. ในการจัดหนังสือ 5 เล่มเหมือน ๆ กัน และสมุด 3 เล่มเหมือน ๆ กัน วางเรียงบนชั้นจะจัดได้กี่วิธี

1) $8!$

2) $5! 3! 2!$

3) $\frac{8!}{5!3!}$

4) $8! 2!$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาจำนวนวิธีของการเรียงลำดับของสิ่งของ เมื่อมีของบางอย่างซ้ำกัน

$$\text{จึงจัดได้ } \frac{8!}{5!3!} \text{ วิธี}$$

44. กระบวนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานมีอยู่ 7 กระบวนวิชา จะมีวิธีเลือกกระบวนวิชาให้นักศึกษาของคณะศึกษาศาสตร์เรียนเพียง 3 กระบวนวิชา ได้กี่วิธี

1) 840

2) 210

3) 120

4) 35

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เป็นโจทย์เรื่องการจัดกลุ่ม จัดได้ $\binom{7}{3}$

$$= \frac{7!}{3! 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35 \text{ วิธี}$$

45. ในการจัดตั้งคณะกรรมการชุดหนึ่งของคณะวิทยาศาสตร์ ต้องประกอบด้วยนักฟิสิกส์ 3 คน นักเคมี 2 คน และนักคณิตศาสตร์ 1 คน โดยเลือกจากนักฟิสิกส์ 5 คน นักเคมี 4 คน และนักคณิตศาสตร์ 3 คน ได้กี่วิธี

1) 240

2) 180

3) 60

4) 19

คำตอบ คือ ข้อ 2)

59. ถ้า $y = \frac{x^2+4x}{x-1}$ แล้ว y' หรือ $\frac{dy}{dx}$ คือ ข้อใด

1) $\frac{x^2+2x-4}{(x-1)^2}$

2) $\frac{2x^2-2x+4}{(x-1)^2}$

3) $\frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}$

4) $\frac{2x^2-2x-4}{(x-1)^2}$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล $y' = \frac{(x-1)\frac{d}{dx}(x^2+4x) - (x^2+4x)\frac{d}{dx}(x-1)}{(x-1)^2}$

$$= \frac{(x-1)(2x+4) - (x^2+4x)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}$$

60. จงหาค่าของ $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1)dx$

1) 8

2) 5

3) 4

4) 2

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1)dx = 3\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x \Big|_1^2$

$$= (2^3 - 2^2 + 2) - (1 - 1 + 1)$$

$$= 8 - 4 + 2 - 1$$

$$= 5$$
