

เฉลยข้อสอบໄລ' MA 103 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2527

1. $A = \{0\}$ มีสับเซตทั้งหมดกี่สับเซต

- 1) 0 2) 1
3) 2 4) 4

คำตอบ ก็อ ข้อ 3)

เหตุผล เพราะว่าจำนวนสับเซตทั้งหมดเท่ากับ 2^n เมื่อ n คือจำนวนสมาชิกในเซต จะเห็นว่าเซต A มีสมาชิกหนึ่งตัว ก็อ 0 เพราะฉะนั้นมีสับเซตทั้งหมดเท่ากับ $2^1 = 2$

2. ให้ $A = \{a, 1b, \{b\}, (a, b)\}$, $B = \{b, c\}$ จงพิจารณาว่าข้อใดถูก

- 1) $c \in A$ 2) $\{b\} \in A$
3) $(b, a) \in A$ 4) $\{b\} \in B$

คำตอบ ก็อ ข้อ 2)

เหตุผล ข้อ 1) ได้เห็นชัดแล้วว่า c ไม่เป็นสมาชิกของ A

ข้อ 3) $(a, b) \neq (b, a)$

ข้อ 4) $b \in B$ แต่ $\{b\} \in A$

3. ต่อไปนี้ข้อใดจริงเสมอ

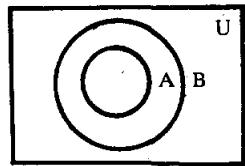
- 1) $\phi \in \{\}$ 2) $0 \in \{\}$
3) ถ้า $A \subseteq B$ และ $A \cup B = A$ 4) ถ้า $a \in A$ และ $a \in A \cup B$

คำตอบ ก็อ ข้อ 4)

เหตุผล 1) $\phi = \{\}$

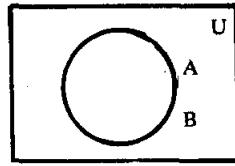
2) เชตว่างเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกได้เลย

3) $A \cup B$ จะได้เซตใหม่ซึ่งมีสมาชิกอยู่ใน A หรือ B และ $A \subseteq B$ หมายถึง
ทุก ๆ สมาชิกของ A เป็นของ B ดังนั้น แสดงด้วยแผนภาพถึง 2 กราฟ ดังนี้



$$A \cup B = B$$

หรือ



$$A \cup B = A = B$$

จากความเข้าใจในข้อ 3) ทำให้ทราบว่าข้อ 4) เป็นจริงเสมอ

ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$
จงใช้ตอบคำถามข้อ 4 และข้อ 5

4. จงหา $C - (A \cup B)$

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| 1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ | 2) $\{1, 3, 5, 7\}$ |
| 3) $\{5, 7\}$ | 4) $\{\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 8)

เหตุผล $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$

$$C - (A \cup B) = \{5, 7\}$$

5. จงหา $(C \cap B) - A$

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $\{\}$ | 2) $\{1, 2, 3, 4\}$ |
| 3) $\{5, 6, 7, 8, 10\}$ | 4) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล $C \cap B = \{\}$

$$(C \cap B) - A = \{\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{\}$$

6. ข้อใดเป็นจริง

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------------------|
| 1) ถ้า $x < 1$ และ $x^2 < 1$ | 2) $\Gamma \Rightarrow (P \Rightarrow q)$ |
| 3) $2+2 \neq 6$ และ $3+3 = 5$ | 4) $5 > 6$ หรือ $3 < 4$ |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $5 > 6$ หรือ $3 < 4$

F หรือ T เป็น T

ส่วนข้อ 1) เช่น $x = -2, -2 < 1$ แต่ $(-2)^2 > 1$

ข้อ 2) หากความจริงถึง 4 กรณี ก็ไม่เป็นจริงทุก ๆ กรณี (tautology)

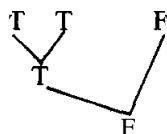
ข้อ 3) T และ F เป็น F

7. ถ้าให้ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ เป็นจริงแล้ว จพิจารณาว่าข้อใดผิด

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) p เป็น T, q เป็น F, r เป็น F | 2) p เป็น F, q เป็น F, r เป็น T |
| 3) p เป็น T, q เป็น T, r เป็น F | 4) p เป็น F, q เป็น T, r เป็น T |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล $(p \wedge q) \Rightarrow r$



8. ให้ยูนิเวอร์สเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก จพิจารณาว่าข้อใดถูก

- | | |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1) $\exists x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x \leq 0$ | 2) $\forall x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x \geq 0$ |
| 3) $\exists x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $2x+6=0$ | 4) $\forall x P(x)$ เมื่อ $P(x)$ แทน $x^2-2x+1=0$ |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะทุก ๆ สมาชิกอยู่ในยูนิเวอร์ส แทน $P(x)$ แล้วทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

ส่วนข้อ 1) ไม่มีสมาชิกใดที่ ≤ 0

ข้อ 3) ให้ $x = -3$ แต่ $-3 \notin \mathbb{N}$

ส่วนข้อ 4) $x^2-2x+1 = 0$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

x เป็น 1 เท่านั้นที่ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง เพราะฉะนั้น การกล่าวว่า $\forall x P(x)$ เป็นเท็จ

9. ถ้า $P(x)$ แทน $\{x | x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $x^2 + 1 = 0\}$ แล้ว $P(x)$ คือเซตใด

- | | |
|----------------|-------------|
| 1) $\{-1, 1\}$ | 2) $\{-1\}$ |
| 3) $\{1\}$ | 4) $\{\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า $x^2 + 1 = 0$, $x = \pm\sqrt{-1}$

จะเห็นว่าไม่มีจำนวนใดในยูนิเวอร์สจำนวนเต็มที่ทำให้ $x^2 + 1 = 0$ เป็นจริง

10. ให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$ จะหา $B \times A$

- 1) $\{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$
- 2) $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$
- 3) $\{\quad\}$
- 4) $\{(1, 2), (1, 4), (2, 4)\}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล $B \times A = \{(x, y) | x \in B \wedge y \in A\}$

หรือ $B \times A$ คือ เซตของคู่อันดับทั้งหมดซึ่งมีตัวหน้าอยู่ใน B และตัวหลังอยู่ใน A

11. ให้ $R = \{(a, b), (c, f), (i, c), (k, g), (b, a)\}$ จะหาโดเมนของ R

- 1) $\{a, b, c, i, k\}$
- 2) $\{a, b, c, f, g\}$
- 3) $\{a, b, c, f, g, i, k\}$
- 4) $\{a, b, c\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่าโดเมนของ R คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าทั้งหมดในความสัมพันธ์ R

12. จากข้อ 11 ข้อใดเป็นเท็จ

- 1) $a R b$
- 2) $b R a$
- 3) $i R c$
- 4) $c R i$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $c R i$ หมายถึง $(c, i) \in R$

แต่ในข้อ 11 ไม่มี (c, i) ในความสัมพันธ์ R

13. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ข้อใดคือความสัมพันธ์ 2 เท่าจาก A ไป B

- 1) $\{(2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$
- 2) $\{(4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$
- 3) $\{(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$
- 4) $\{(2, 1)\}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $\{(2, 1)\}$ สอดคล้องกับความสัมพันธ์ x เป็น 2 เท่าของ y และเป็นความสัมพันธ์ จาก A ไป B

ส่วนข้อ 1) เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B แต่ x ไม่เป็น 2 เท่าของ y

ข้อ 2) ไม่เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เพราะข้อ 2) $\notin A \times B$

ข้อ 3) เหตุผลเดียวกับข้อ 2)

14. ให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ และ F ที่เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A คือข้อใด
 1) $\{(1, 2), (2, 4)\}$ 2) $\{(1, 3), (2, 4)\}$
 3) $\{(3, 2), (4, 1)\}$ 4) $\{(2, 1), (3, 1)\}$
15. ให้ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{-1, 0, 1, 5, 8, 10\}$ และ $F = \{(1, 5), (0, 9), (8, 7), (-1, 3)\}$
 จงพิจารณาว่าข้อใดถูก

- 1) $F(-1) = 3$ 2) $F(9) = 0$
 3) F เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B 4) F เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B
 คำตอบ ดู ข้อ 1)

เหตุผล เพราะมี $(-1, 3) \in F$
 ดังนั้น $F(-1) = 3$
 ส่วนข้อ 2) $(9, 0) \notin F$
 ข้อ 3) และ 4) ก็ไม่ถูกต้อง

16. ให้ $A = \{a, b, c\}$ และในอารีໂໂປອເຣສັນ ° ดังตาราง

°	a	b	c
a	c	a	b
b	a	c	b
c	b	a	b

จงพิจารณาว่าข้อใดถูก

- 1) $(a \circ c) \circ a = b$ 2) $(c \circ b) \circ (a \circ b) = c$
 3) $b \circ (c \circ a) = a$ 4) $[(c \circ a) \circ b] \circ a = a$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล $(c \circ b) \circ (a \circ b) = a \circ a$ (จากตาราง)

C

17. ถ้า $x > y$ และ $z < 0$ แล้ว ข้อใดเป็นจริง

- 1) $-x > -y$ 2) $xz < yz$
 3) $xz > yz$ 4) $x+y > 0$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล ถ้า $x > y$ และ z จำนวนลบคุณทั้งสองข้าง แล้วเครื่องหมายของสมการจะเปลี่ยน
 ทิศดังเช่น $4 > 2$ ถ้า $z = -\frac{1}{2}$ คุณทั้งสองข้าง ได้ $-2 < -1$ เป็นจริง

18. ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

- 1) $\sqrt[3]{8}$
 2) $\sqrt{8}$
 3) $\sqrt{3} (\sqrt{27})$
 4) ถูกทุกข้อ

คำตอบ คือ ข้อ 2)

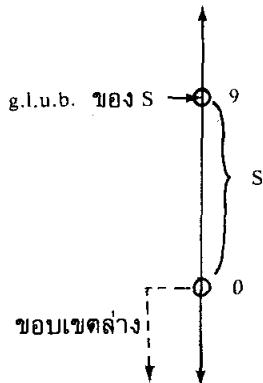
เหตุผล เพราะ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ เป็นทศนิยมไม่ซึ่งบCanBe ไม่ซ้ำ

19. ให้ $S = (0, 9)$ จงหาขอบเขตล่าง และ l.u.b. ของ S

- 1) $\{x|x > 9\}, 0$
 2) $\{x|x \geq 9\}, 9$
 3) $\{x|x \leq 0\}, 9$
 4) $\{x|x < 0\}, 0$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล



20. ถ้า $-4(3-x) < 12$ และ x อยู่ในช่วงใด

- 1) $x < 6$
 2) $x > 6$
 3) $x < 0$
 4) $x > 0$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล $\because -4(3-x) < 12$

$$3 - x > -3$$

$$-x > -6$$

$$x < 6$$

21. จงหาค่า x เมื่อ $| -2x + 5 | < 7$

- 1) $-6 < x < 1$
 2) $-1 < x < 6$
 3) $-6 < x < -1$
 4) $1 < x < 6$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

ເຫດຜົດ $| -2x + 5 | < 7$ ມາຍຄື່ງ

$$(1) \quad -2x + 5 < 7$$

$$-2x < 2$$

$$x > -1$$

ແລະ

$$(2) \quad -(-2x + 5) < 7$$

$$-2x + 5 > -7$$

$$-2x > -12$$

$$x < 6$$

ດັ່ງນັ້ນ ເສດຖາມ ອີ່ອ (1) \cap (2) = $\{x | -1 < x < 6\}$

22. ໃຫ້ $A = (-7, 11]$, $B = [0, 13)$ ແລ້ວຈິງຫາ $B-A$

1) $(-7, 0)$

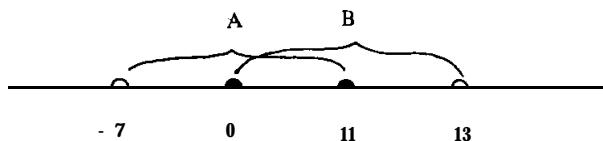
2) $(7, 2]$

3) $(11, 13)$

4) $[11, 13)$

ຄຳຄອນ ອີ່ອ ຊົ່ວໂມງ

ເຫດຜົດ ໂດຍໃຊ້ເສັ້ນຈຳນວນ



$B-A$ ອີ່ອ ເສດຖືທີ່ມີສາທິກອບຢູ່ໃນ B ແຕ່ມີເອງຢູ່ໃນ A

23. ຈາກ $(3, 1, 5)-x = 2(4, -3, 2)$ ຈິງຫາ x

1) $(-5, 7, 1)$

2) $(5, -7, 1)$

3) $(-5, -7, 1)$

4) $(5, -7, -1)$

ຄຳຄອນ ອີ່ອ ຊົ່ວໂມງ

ເຫດຜົດ ເພຣະວ່າ $(3, 1, 5)-x = 2(4, -3, 2)$

$$-x = (8, -6, 4) - (3, 1, 5)$$

$$= (5, -7, -1)$$

ດັ່ງນັ້ນ

$$x = (-5, 7, 1)$$

24. ถ้า $\vec{OP} = (-1, -3)$ และ $\vec{OQ} = (-2, 5)$ แล้ว \vec{PQ} คือข้อใด

- 1) $(-1, 2)$ 2) $(-1, 8)$
 3) $(1, -8)$ 4) $(-3, 2)$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า $\vec{OP} = -\vec{PO} = (-1, -3)$

$$\begin{aligned}\vec{PO} &= (1, 3) \\ \text{แต่ } \vec{PQ} &= \vec{PO} + \vec{OQ} \\ &= (-1, -3) + (-2, 5) \\ &= (-3, 2)\end{aligned}$$

25. ให้ \vec{AB} และ \vec{CD} ขนานกัน โดยมีทิศทางไปทางเดียวกัน $\vec{AB} = (6, -1, 3)$ และ \vec{AB} ยาวเป็น 3 เท่าของ \vec{CD} จงหา \vec{CD}

- 1) $(18, -3, 9)$ 2) $(-18, 3, -9)$
 3) $(2, \frac{1}{3}, 1)$ 4) $(-2, \frac{1}{3}, -1)$

คำตอบ de ข้อ 3)

เหตุผล เพราะว่า $\vec{AB} = 3(\vec{CD})$

$$\begin{aligned}\vec{CD} &= \frac{1}{3}(\vec{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(6, -1, 3) \\ &= (2, -\frac{1}{3}, 1)\end{aligned}$$

26. ถ้าจุดปลายของเส้นตรงเส้นหนึ่ง คือ $(-7, 2)$ และจุดกึ่งกลาง คือ $(1, 0)$ แล้ว จงหา คordinates ของจุดปลายอีกข้างหนึ่ง

- 1) $(9, -2)$ 2) $(-3, 1)$
 3) $(5, -2)$ 4) $(-6, 2)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล ให้จุดปลายอีกข้างหนึ่ง คือ (x, y)

$$\text{ เพราะฉะนั้น } \frac{(x, y) + (-7, 2)}{2} = (1, 0)$$

(ใช้สูตรการหาจุดกึ่งกลาง)

$$(x, y) = 2(1, 0) - (-7, 2)$$

$$= (2, 0) - (-7, 2)$$

$$= (9, -2)$$

27. จงหาระยะทางระหว่าง $P(-1, 6)$ และ $Q(2, -1)$

1) $\sqrt{26}$

2) $\sqrt{34}$

3) $\sqrt{50}$

4) $\sqrt{58}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(2+1)^2 + (-1-6)^2} \\ &= \sqrt{58} \end{aligned}$$

28. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -4)$ และ $(-3, 5)$

1) $-9x + 4y + 7 = 0$

2) $9x + 4y + 7 = 0$

3) $x + 4y - 17 = 0$

4) $x - 4y + 17 = 0$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุด

$$\text{จากสูตร } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\text{แทนค่าสูตร: } y + 4 = \frac{5 + 4}{-3 - 1} (x - 1)$$

$$9x + 4y + 7 = 0$$

29. จงหาความชันของเส้นตรง $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

1) $\frac{b}{a}$

2) $-\frac{b}{a}$

3) $\frac{a}{b}$

4) $-\frac{a}{b}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เทียบกับรูปสมการ $y = mx + c *$

$$\text{จัดสมการใหม่ จาก } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

เอา ab คูณตลอด แล้วจัดสมการให้เข้ารูป *

ได้ $y = \frac{-bx}{a} + b$

เพราะฉะนั้น ความชันของเส้นตรง (m) = $-\frac{b}{a}$

30. จงหา x -intercept ของเส้นตรงที่มีสมการ $2y = 3x - 6$

- 1) $(2, 0)$ 2) $(-2, 0)$
 3) $(0, -3)$ 4) $(0, 3)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล หาจุดตัดบนแกน x โดยให้ $y = 0$

ได้ $3x - 6 = 0$, $x = \frac{6}{3} = 2$

ดังนั้น จุดตัดบนแกน x คือจุด $(2, 0)$

31. ถ้า $\begin{bmatrix} 2 & x+6 \\ y-1 & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ และ ข้อใดคือค่าของ x, y, z ตามลำดับ

- 1) $6, 2, 2$ 2) $-6, 2, -2$
 3) $-6, 4, -2$ 4) $6, -4, 2$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล โดยใช้การเท่ากันของเมตริกซ์

ดังนั้น $x+6 = 0$, $x = -6$

$y-1 = 3$, $y = 4$

และ $3z = x$

$z = \frac{x}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

.. ค่าของ x, y, z ตามลำดับ คือ $-6, 4, -2$

32. จงหาเมตริกซ์ $2A + \frac{1}{3}B - C$ เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -6 & 12 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$1) \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad 2) \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad 4) \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราจะว่า

$$2A + \frac{1}{3}B - C = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -6 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+2+1 & 4-3-0 \\ 6-2-2 & 8+4-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

33. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

แล้วจงหา BA

1) $\begin{bmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 2 & 10 & 5 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ 11 & 10 & -305 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 8-7-6 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \\ 2 & -10 & 5 \end{bmatrix}$

4) HI BA ไม่ได้

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+0 & 4+6 & -4+4 \\ 2+0 & 1-3 & -1-2 \\ 2+0 & 1+9 & -1+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 10 & 0 \\ 2 & -10 & 5 \end{bmatrix}$$

34. ข้อใดคือเมตริกซ์ผกผัน หรืออินเวอร์สของ A หรือ A^{-1} ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

1) $\begin{bmatrix} 2/7 & 1/7 \\ -3/7 & 2/7 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} -2/7 & 1/7 \\ 3/7 & -2/7 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 2/7 & -3/7 \\ 1/7 & 2/7 \end{bmatrix}$

4) A ไม่มีอินเวอร์ส

กำหนด คือ ข้อ 1)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาอินเวอร์สของ 2×2 เมตริกซ์

ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

แล้ว $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ เมื่อ $ad - bc \neq 0$

แทนค่าสูตร

$$A^{-1} = \frac{1}{4+3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2/7 & 1/7 \\ -3/7 & 2/7 \end{bmatrix}$$

35.

ข้อใดคือ $\det(A)$ หรือ (A) ถ้า $A =$

1) 34

2) 26

3) -26

4) -34

กำหนด คือ ข้อ 3)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{ເຫຼຸ່ມດັບ} \quad |A| = 1(4 - 0) - 3(8 + 2) \\ \qquad \qquad \qquad = 4 - 30 = -26 \end{array}$$

36. ກຳນົດສາມກາຣ

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x + y = 6$$

$$2x + y = 1$$

ຈາກ Cramer's Rule

$$Dx = D,$$

$$Dy = D_2$$

$$\text{ແລະ} \quad Dz = D_3$$

ຂ້ອໃຈຄືອ D_x, D_y ຕາມລຳດັບ

$$1) \quad -5, \quad -9 \quad 2) \quad -5, 9$$

$$3) \quad -6, \quad 15 \quad 4) \quad 6, \quad -15$$

ຄຳຕອນ ຄືອ ຂ້ອ 2)

$$\begin{array}{l} \text{ເຫຼຸ່ມດັບ} \quad 3 \quad \left| \begin{array}{c} 2-1 \\ 61 \quad 0 \\ 11 \quad 0 \end{array} \right| \\ Dx = \quad \left| \begin{array}{c} 61 \quad 0 \\ 11 \quad 0 \end{array} \right| \\ \qquad \qquad \qquad = -1(6 - 1) = -5 \\ \\ Dy = \left| \begin{array}{c} 1 \quad 3 \quad -1 \\ 3 \quad 6 \quad 0 \\ 21 \quad 0 \end{array} \right| = -1(3 - 12) \\ \qquad \qquad \qquad = 9 \end{array}$$

37. ຈາກສາມກາຣໃນຂ້ອ 36 ຂ້ອໃຈຄືອຄ່າ x, y, z ຕາມລຳດັບ

$$1) \quad -5, \quad -9, \quad 16 \quad 2) \quad 5, \quad -9, \quad 10$$

$$3) \quad 5, \quad -9, \quad -16 \quad 4) \quad -5, \quad -9, \quad -10$$

ຄຳຕອນ ຄືອ ຂ້ອ 3)

$$\text{ເຫຼຸ່ມດັບ ເພຣະ} \quad x = \frac{D_1}{D}, \quad y = \frac{D_2}{D}, \quad z = \frac{D_3}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 31 & 0 \\ 21 & 0 \end{vmatrix} = -1(3-2) = -1$$

$$\therefore x = \frac{-5}{-1} = 5$$

$$y = \frac{9}{-1} = -9$$

$$z = \frac{D_3}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-1}$$

$$= \frac{1(1-6) - 2(3-12) + 3(3-2)}{-1}$$

$$= -16$$

8. ข้อใดเป็นข้อความที่ถูกต้อง

1) ถ้า $IA = A$ และ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ แล้ว I คือ I_2

2) ไม่นenorของสมาชิก a_{ij} นั้น เกิดจากการตัดแถวที่ i \det ของสมาชิกที่เหลือเรียกว่า ไม่นenor

3) ถ้า P และ Q เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times n$ แล้ว $PQ = QP$

4) ถ้า $AB = AC$ แล้ว ไม่จำเป็นที่ B จะเท่ากับ C

คำตอบ ก็อ ข้อ 4)

เหตุผล ข้อ 1) ผิด เพราะว่า A มีขนาด 3×2 IA เป็นการคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์ จะคูณกันได้ เมื่อจำนวนหลักของ I เท่ากับจำนวนแถวของ A เมื่อ I เป็น เมตริกซ์จตุรัส เพราะฉะนั้นคำตอบคือ I_3

ข้อ 2) ผิด เพราะว่าไม่นenorของ a_{ij} คือ \det ของเมตริกซ์จตุรัสบ่อย ที่ได้จาก การตัดแถวที่ i และหลักที่ j

ข้อ 3) เห็นได้ชัดว่าผิด ได้จากการยกตัวอย่าง

39. จงหาค่าของ $\frac{1}{2}(^3P_3) - 2(^3C_3)$

1) 40

2) 20

3) 15

4) 10

คำตอบ คือ ข้อ 4)

$$\begin{aligned} \text{เหตุผล } \frac{1}{2} (^5P_3) - 2(^5C_3) &= \frac{1}{2} \left(\frac{5!}{2!} \right) - 2 \left(\frac{5!}{3!2!} \right) \\ &= \frac{1}{2} (5 \times 4 \times 3) - 2 \left(\frac{5 \times 4}{2} \right) \\ &= 10 \end{aligned}$$

40. มีวิธีที่จะจัดนักศึกษา 8 คน เข้ารับตำแหน่งต่าง ๆ กัน 2 ตำแหน่ง ได้กี่วิธี

1) 56

2) 28

3) $\frac{8!}{2!}$

4) 16

คำตอบ คือ ข้อ 1)

$$\text{เหตุผล เพราะว่า } {}^8P_2 = \frac{8!}{6!} = 8 \times 7 = 56$$

41. ในการจัดมังคุด 5 ผล ต่าง ๆ กัน และส้ม 3 ผล ต่าง ๆ กัน ให้สถานะเรียงเป็นแบบ จะจัดได้กี่วิธีโดยให้ผลไม้ชนิดเดียวกันอยู่ติดกันเสมอ

1) 8!

2) 5! 3! 2!

3) $\frac{8!}{5!3!}$

4) 8! 2!

คำตอบ คือ ข้อ 2)**เหตุผล จัดได้ 5! 3! 2! วิธี**

เพราะมังคุด 5 ผล จัดเรียงได้ 5!, ส้ม 3 ผล จัดเรียงได้ 3!

ผลไม้ทั้งสองกลุ่มจัดเรียงได้อีก 2!

โดยใช้กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ หรือกฎการกระทำต่อเนื่อง

42. จะมีวิธีจัดมังคุด 5 ผล เรียงลำดับแบบวงกลมโดยให้ 2 ผล ที่มีรอยตำหนิอยู่ติดกันเสมอ ได้กี่วิธี

1) 12

2) 20

3) 48

4) 240

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล 2 ผลที่มีรอยต่อหนึ่งอยู่ติดกันเสมอได้นั้นเปรียบเสมือนนำมัดติดกัน ดังนั้น มังคุด 5 ผล มัดเดียว 2 ผล เท่ากับมีมังคุด 4 ผล นำไปจัดลำดับแบบวงกลม ได้

$$(4-1)! = 3! \text{ วิธี}$$

และ 2 ผล ที่มัดติดกันนั้น จัดได้อีก 2! วิธี
จึงมีวิธีจัดได้ทั้งหมด

$$3!2! = 3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ วิธี}$$

43. ในการจัดหนังสือ 5 เล่มเหมือน ๆ กัน และสมุด 3 เล่มเหมือน ๆ กัน วางเรียงบนชั้นจะจัดได้กี่วิธี

1) $8!$

2) $5! 3! 2!$

3) $\frac{8!}{5!3!}$

4) $8! 2!$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล โดยใช้สูตรการหาจำนวนวิธีของการเรียงลำดับของสิ่งของ เมื่อมีของบางอย่างซ้ำกัน

จึงจัดได้ $\frac{8!}{5!3!}$ วิธี

44. กระบวนการวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานมีอยู่ 7 กระบวนการวิชา จะมีวิธีเลือกกระบวนการวิชา ให้นักศึกษาของคณะศึกษาศาสตร์เรียนเพียง 3 กระบวนการวิชา ได้กี่วิธี

1) 840

2) 210

3) 120

4) 35

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เป็นโจทย์เรื่องการจัดกลุ่ม จัดได้ $\binom{7}{3}$

$$= \frac{7!}{3! 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35 \text{ วิธี}$$

45. ในการจัดตั้งคณะกรรมการชุดหนึ่งของคณะวิทยาศาสตร์ ต้องประกอบด้วยนักพิสิกส์ 3 คน นักเคมี 2 คน และนักคณิตศาสตร์ 1 คน โดยเลือกจากนักพิสิกส์ 5 คน นักเคมี 4 คน และนักคณิตศาสตร์ 3 คน ได้กี่วิธี

1) 240

2) 180

3) 60

4) 19

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\begin{aligned}
 \text{เหตุผล} \quad \binom{5}{3} \binom{4}{2} \binom{3}{1} &= \frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!} \\
 &= \frac{5 \times 4}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} \times 3 \\
 &= 180
 \end{aligned}$$

46. จะมีวิธีเชิงเพื่อนมาในงานอย่างน้อย 6 คน จากเพื่อนทั้งหมด 8 คน ได้กี่วิธี

- | | |
|-------|-------|
| 1) 37 | 2) 35 |
| 3) 8 | 4) 6 |

คำตอบ ก็อ ข้อ 1)

เหตุผล อย่างน้อย 6 หมายถึง 6 หรือ 7 หรือ 8 จะจัดได้ทั้งหมด $\binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8!}{6!2!} + \frac{8!}{7!} + 1 \\
 &= 37
 \end{aligned}$$

47. จงหาเทอมที่ 3 ในการกระจาย $(x+2y^2)^4$

- | | |
|---------------|---------------|
| 1) $12x^2y^4$ | 2) $12x^4y^2$ |
| 3) $24x^2y^4$ | 4) $24x^4y^2$ |

คำตอบ ก็อ ข้อ 3)

$$\begin{aligned}
 \text{เหตุผล} \quad \text{ เพราะว่า } \text{ เทอมที่ 3 } &= \binom{n}{2} a^2 x^{n-2} \\
 &= \binom{4}{2} (2y^2)^2 x^{4-2} \\
 &= \frac{4!}{2!2!} \times 4y^4 x^2 \\
 &= 24x^2y^4
 \end{aligned}$$

จะใช้โจทย์ข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ 48, 49, 50
“ในการโยนเหรียญที่สมดุลย์ 3 เหรียญหนึ่งครั้ง”

48. จงหา $n(S)$ เมื่อ $n(S)$ คือ จำนวนสมาชิกของแซมเพลสเปซ (sample space)

- | | |
|------|------|
| 1) 9 | 2) 8 |
| 3) 6 | 4) 3 |

คำตอบ 1a ข้อ 2)

เหตุผล จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปชเท่ากับ 2^n เมื่อ n คือ จำนวนของสมาชิกที่
โจทย์กำหนด

$$\text{จึงได้ } n(S) = 2^3 = 8$$

49. ถ้า E แทนเหตุการณ์ที่จะเกิดหัวอย่างน้อย 2 จงหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E
หรือ $n(E)$

- 1) 7 2) 6
3) 4 4) 3

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล $E = \{(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)\}$
 $\therefore n(E) = 3$

50. จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดหน้าเหมือนกันทั้งสามเหรียญ

- 1) $\frac{7}{8}$ 2) $\frac{1}{2}$
3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล ให้ E_1 : เหตุการณ์ที่จะเกิดหน้าเหมือนกัน

$$P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

จงใช้โจทย์ข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ 51 และ 52
 “ในกล่องใบหนึ่งมีลูกบolaสีแดง 3 ลูก และสีขาว 2 ลูก”

51. ถ้าหยิบลูกบolaสองครั้ง ๆ ละหนึ่งลูก เมื่อยิบแล้วไม่ใส่กลับคืน จงหาความน่าจะเป็น^{ที่จะหยิบได้สีขาว ทั้ง 2 ครั้ง}

- 1) $\frac{1}{10}$ 2) $\frac{4}{25}$
3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{2}{5}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีขาวทั้งสองครั้ง เท่ากับ

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

52. ถ้าให้บวกผลสองครั้ง ๆ ละหนึ่งลูก เมื่อหิบแล้วใส่กลับคืน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้สีขาวทั้งสองครั้ง

1) $\frac{1}{10}$

2) $\frac{4}{25}$

3) $\frac{1}{5}$

4) $\frac{2}{5}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล ความน่าจะเป็นที่จะหิบได้สีขาวทั้งสองครั้ง เท่ากับ

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

53. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ซึ่ง $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ และ $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ จงหา $P(A \cap B)$

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{1}{8}$

4) $\frac{1}{4}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

หรือ $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$$

54. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 4x - 5)$

1) -5

2) -4

3) 2

4) 7

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 4x - 5) = 3(1)^2 + 4(1) - 5$
 $= 2$

55. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}$

1) -5

2) -4

3) -2

4) 0

คำตอบ คือ ข้อ 1)

$$\begin{aligned}
 \text{เหตุผล} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-3)(x+2)}{x+2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} x - 3 \\
 &= -2 - 3 \\
 &= -5
 \end{aligned}$$

56. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 - 2x^2 + 5x - 6}{7x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 4x + 3}$

1) 0

2) $\frac{4}{7}$

3) -2

4) ∞ **คำตอบ คือ ข้อ 2)**

$$\begin{aligned}
 \text{เหตุผล} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 - 2x^2 + 5x - 6}{7x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 4x + 3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{x^4}}{7 - \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{4}{x^3} + \frac{3}{x^4}} \\
 &= \frac{4}{7}
 \end{aligned}$$

57. ถ้า $f(x) = 4x + 3x^2 - 2x^3$ และ ข้อใดคือ $f'(x)$ หรือ $\frac{d}{dx}[f(x)]$ 1) $4 + 6x + 6x^2$ 2) $6x + 6x^2$ 3) $4 + 6x + 6x^2$ 4) $4 + 6x - 6x^2$ **คำตอบ คือ ข้อ 4)**

$$\text{เหตุผล} \quad f'(x) = 4 + 6x - 6x^2$$

58. ถ้า $y = (x^2 + 4x)(x - 1)$ และ y' หรือ $\frac{dy}{dx}$ คือ ข้อใด1) $3x^2 + 6x - 4$ 2) $3x^2 + 6x + 4$ 3) $3x^2 + 2x - 4$ 4) $3x^2 - 2x + 4$

59. ถ้า $y = \frac{x^2 + 4x}{x - 1}$ และ y' หรือ $\frac{dy}{dx}$ คือ ข้อใด

1) $\frac{x^2 + 2x - 4}{(x - 1)^2}$

2) $\frac{2x^2 - 2x + 4}{(x - 1)^2}$

3) $\frac{x^2 - 2x - 4}{(x - 1)^2}$

4) $\frac{2x^2 - 2x - 4}{(x - 1)^2}$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\begin{aligned} \text{เหตุผล } y' &= \frac{(x - 1)\frac{d}{dx}(x^2 + 4x) - (x^2 + 4x)\frac{d}{dx}(x - 1)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{(x - 1)(2x + 4) - (x^2 + 4x)}{(x - 1)^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 4}{(x - 1)^2} \end{aligned}$$

60. จงหาค่าของ $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1)dx$

1) 8

2) 5

3) 4

4) 2

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\begin{aligned} \text{เหตุผล } \int_1^2 (3x^2 - 2x + 1)dx &= 3\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x \Big|_1^2 \\ &= (2^3 - 2^2 + 2) - (1 - 1 + 1) \\ &= 8 - 4 + 2 - 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$
