

## เฉลยข้อสอบໄລ' MA 103 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526

1. ข้อใดถูกที่สุดเมื่อกำหนดให้  $A = \{2, 4, 6, 8\}$

- 1)  $4 \in A$     2)  $\{4\} \in A$   
3)  $(2, 4) \in A$     4)  $\{2, 6, 8\} \subseteq A$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล ตัวเลือกที่ 1 ผิด เพราะ 4 ไม่ใช่เซตจึงเป็นเซตย่อยไม่ได้

ตัวเลือกที่ 2 ผิด เพราะในเซต  $A$  ไม่มี  $\{4\}$  เป็นสมาชิก

ตัวเลือกที่ 3 ผิด เพราะในเซต  $A$  ไม่มี  $(2, 4)$  เป็นสมาชิก

ตัวเลือกที่ 4 ถูก เพราะ  $\{2, 6, 8\}$  เป็นเซตและสมาชิกทุกตัวของเซต  $\{2, 6, 8\}$

คือ 2, 6 และ 8 ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต  $A$  ที่กำหนดให้

2. ถ้า  $A = \{0, 1, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$  แล้ว  $A$  มีกี่สับเซต (เซตส่วนหนึ่ง)

- 1) 10    2) 16  
3) 32    4) 64

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากสูตร จำนวนสับเซตของเซต  $A$  ได้  $= 2^n$  เมื่อ  $n$  คือจำนวนสมาชิกของเซต  $A$

ในที่นี้ เซต  $A$  มีสมาชิกทั้งหมด 5 ตัว

ดังนั้น จำนวนสับเซตของ  $A$  จึงเท่ากับ  $2^5 = 32$

กำหนดให้  $A = \{-9, -7, -6, -1, 0\}$

$B = \{-8, -7, -4, -2, 0\}$

และ  $C = \{-8, -6, -5, -3, 0\}$

จงใช้ตอบคำถามข้อ 3-5

3. ข้อใดคือเซต  $A \cup (B \cap C)$

- 1)  $(-9, -8, -7, -6, -1, 0)$     2)  $\{-9, -1\}$   
3)  $(-9, -6, -1, 0)$     4)  $\{-9, -8, -7, \dots, 0\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่า  $B \cap C = \{-8, 0\}$

ดังนั้น  $A \cup (B \cap C) = \{-9, -8, -7, -6, -1, 0\}$

4. ข้อใดคือเซต  $A - (B \cap C)$

- 1)  $\{-9, -7, -6, -1, 0\}$  2)  $\{-9, -8, -7, -6, -1, 0\}$   
 3)  $\{-9, -7, -6, -1\}$  4) ไม่มีคำตอบที่ถูก

คำตอบ คือ ข้อ 3 )

เหตุผล เพราะว่า  $B \cap C = \{-8, 0\}$   
 ดังนั้น  $A - (B \cap C) = \{-9, -7, -6, -1\}$

5. ข้อใดคือเซต  $(A \cap B) - (A \cup C)$

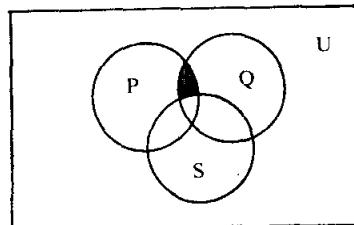
- 1)  $\{-9, -8, -6, -5, -3, -1\}$  2)  $\emptyset$   
 3)  $\{-7, 0\}$  4)  $\{-7\}$

คำตอบ คือ ข้อ 2 )

เหตุผล เพราะว่า  $A \cap B = \{-7, 0\}$   
 และ  $A \cup C = \{-9, -8, -7, -6, -5, -3, -1, 0\}$   
 ดังนั้น  $(A \cap B) - (A \cup C) = \{\} = \emptyset$

6. ส่วนแรเงาในแผนภาพแทนเซตในข้อใด

- 1)  $(P \cap Q) \cup (P \cap S)$   
 2)  $(P \cap Q) - (P \cap S)$   
 3)  $P \cap (Q \cup S)$   
 4)  $(P \cap Q) \cap (P \cap S)$



คำตอบ คือ ข้อ 2 )

เหตุผล จากแผนภาพจะเห็นว่า ส่วนที่แรเงานั้นอาจเขียนเป็น  $(P \cap Q) - S$  หรืออาจเป็น  $(P \cap Q) - (P \cap S)$  หรืออาจเป็น  $(P \cap Q) - (Q \cap S)$  ก็ได้ ดังนั้น ที่ตรงกับตัวเลือก คือ  $(P \cap Q) - (P \cap S)$

7. ข้อใดคือข้อความ (ประพจน์) ทางคณิตศาสตร์

- 1) คุณทำข้อสอบได้ใหม่ คงสอบผ่านแน่  
 2) อุ๊ย! ฉันสอบเป็นครั้งที่ 8 แล้ว  
 3) นิดเป็นคนขยัน สำหรับข้อสอบลักษณะนี้นิดต้องสอบได้  
 4)  $x+3 = 5$

**คําตอบ กํอ ข้อ 3)**

เหตุผล ตัวเลือกที่ 3) เป็นประพจน์ เพราะมีค่าความจริงคือ อาจจะเป็น “จริง” หรือ “เท็จ” อย่างใดอย่างหนึ่ง

**8. ข้อความได้เป็นจริง ทุกกรณี (Tautology)**

- |                                      |                           |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 1) $p \wedge \sim p$                 | 2) $p \Rightarrow \sim p$ |
| 3) $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$ | 4) $p \vee \sim p$        |

**คําตอบ กํอ ข้อ 4)**

เหตุผล สร้างตารางวิเคราะห์ค่าความจริงได้ดังนี้

P	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$p \Rightarrow \sim p$	$p \vee \sim p$
T	F	F	F	T
F	T	F	T	T

และ

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

จึงได้ว่า ข้อความ  $p \vee \sim p$  เป็นจริงทุกกรณี (Tautology)

**9. จงพิจารณาค่าความจริง (truth value) ของข้อความ  $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$**

- |                                       |                       |
|---------------------------------------|-----------------------|
| 1) เป็น tautology                     | 2) เป็น contradiction |
| 3) เป็น contingent (จริงบ้างเท็จบ้าง) | 4) ตัดสินไม่ได้       |

**คําตอบ กํอ ข้อ 1 )**

เหตุผล พิจารณาจากตารางวิเคราะห์ค่าความจริง ดังนี้

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$	P	$((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$
T	T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T

จากตารางจึงสรุปได้ว่า ข้อความ  $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$  เป็น tautology

10. กำหนดให้ universe (เอกภพสัมพัทธ์) คือ  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$  จงพิจารณาค่าความจริงของ  $\exists x[P(x)]$  เมื่อ  $P(x) : x^2 \leq 0$

1) เท็จ

2) จริง

3) จริงบ้างเท็จบ้าง

4) ตัดสินไม่ได้

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล  $\sin P(x)$  คือ  $x^2 \leq 0$

เราพบว่าถ้าให้  $x = 0$  (ซึ่งอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์) จะได้ว่า

$P(0)$  คือ  $0^2 \leq 0$  ซึ่งเป็นจริง

นั่นแสดงว่า มีสมาชิกบางตัวที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ (คือ 0) ซึ่งทำให้  $P(0)$  เป็นจริง จึงกล่าวได้ว่า  $\exists x[P(x)]$  เป็นจริง

11. ถ้า  $A = \{1, 2, 3\}$  และ  $B = \{4, 5\}$  แล้ว ข้อใดเป็นพังก์ชันจาก A ไปยัง B

1)  $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$

2)  $\{(4, 1), (5, 3)\}$

3)  $\{(1, 5), (3, 2), (3, 5)\}$

4)  $\{(1, 4), (2, 4), (2, 5), (3, 5)\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1 )

เหตุผล จาก  $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$  เราได้ว่า สมาชิกแต่ละตัวในเซต A (คือ 1, 2 และ 3)

ต่างก็จับคู่กับสมาชิกในเซต B เพียงค่าเดียว คือ 1 จับคู่กับ 4 เพียงค่าเดียว

2 จับคู่กับ 4 เพียงค่าเดียว และ 3 ก็จับคู่กับ 4 เพียงค่าเดียวเช่นกัน จึงกล่าวได้ว่า  $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$  เป็นพังก์ชันจาก A ไปยัง B

12. จงหาโดเมนของ R เมื่อ  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

1)  $\{2, 3, 4, 5\}$

2)  $\{2, 3, 4, 5\}$

3)  $\{1, 2, 3, 4\}$

4)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

คําตอบ ดํอ ข้อ 3)

เหตุผล จากโดเมนของ  $R$  คือ เซตของบรรดาคอมโพเนนท์ตัวแรกของคู่ลำดับใน  $R$

ดังนั้น เมื่อ  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$  แล้ว

โดเมนของ  $R$  ก็คือ  $\{1, 2, 3, 4\}$

13. จงหาพิสัย (range) ของ  $R$  ในข้อ 12.

$$1) \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad 2) \{2, 3, 4, 5\}$$

$$3) \{1, 2, 3, 4\} \quad 4) \{2, 3, 4\}$$

คําตอบ กํอ ข้อ 2)

เหตุผล จากพิสัยของ  $R$  คือ เซตของบรรดาคอมโพเนนท์ตัวที่สองของคู่ลำดับใน  $R$

ดังนั้น เมื่อ  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$  แล้ว

พิสัยของ  $R$  ก็คือ  $\{2, 3, 4, 5\}$

14. กำหนดให้  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  เชต  $A \times B$  คือ ข้อใด

$$1) \{(3, 1), (3, 2)\} \quad 2) \{(3, 1), (4, 1), (5, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\}$$

$$3) \{(3, 2), (4, 2), (5, 2)\} \quad 4) \{(3, 1), (4, 1), (5, 1)\}$$

คําตอบ กํอ ข้อ 2)

เหตุผล จาก  $A \times B$  คือ เชตของทุก ๆ คู่ลำดับ  $(x, y)$  ซึ่ง  $x$  เป็นสมาชิกของ  $A$  และ  $y$  เป็นสมาชิกของ  $B$

ดังนั้น เมื่อ  $A = \{3, 4, 5\}$

และ  $B = \{1, 2\}$

ดังนั้น  $A \times B = \{(3, 1), (4, 1), (5, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\}$

15. จากข้อ 14. จงหา  $(A \times B) \cap (B \times A)$

$$1) \{(3, 1), (4, 1), (5, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

$$2) \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

$$3) \{(3, 1), (5, 1)\}$$

$$4) \emptyset$$

คําตอบ กํอ ข้อ 4)

เหตุผล จาก  $A = \{3, 4, 5\}$

และ  $B = \{1, 2\}$

ดังนั้น  $A \times B = \{(3, 1), (4, 1), (5, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\}$   
 และ  $B \times A = \{(1, 3), (2, 3), (1, 4), (2, 4), (1, 5), (2, 5)\}$   
 เพราะฉะนั้น  $(A \times B) \cap (B \times A) = \emptyset$

16. ถ้า  $R = \{(a, b), (c, d), (e, f), (g, h)\}$  แล้ว ข้อใดเป็นจริง

- 1)  $bRa$                           2)  $fRe$   
 3)  $eRf$                               4)  $dRc$

คำตอบ ดู ข้อ 3)

เหตุผล เรายร้าวว่า โดยทั่ว ๆ ไปแล้ว  $xRy$  จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อมีคู่อันดับ  $(x, y)$  อยู่ในเซต  $R$

ดังนั้น จึงได้ว่า  $eRf$  เป็นจริง เพราะว่ามีคู่อันดับ  $(e, f)$  อยู่ใน  $R$

17. เชตในข้อใดกล่าวได้ว่า  $x$  ( $\text{คูณ}$ ) เป็นในอาร์โเรชัน

- 1)  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$                           2)  $\{1, 3, 5\}$   
 3)  $\{-1, 1, 2\}$                                     4)  $\{-1, 0, 1\}$

คำตอบ คือ ข้อ 4 )

เหตุผล ให้  $S = (-1, 0, 1)$

ดังนั้น  $S \times S = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$

เราพบว่า การคูณ( $\times$ ) จะเป็นพังก์ชันจาก  $S \times S$  ไปยัง  $S$  โดย

$x = \{((-1, -1), 1), ((-1, 0), 0), ((-1, 1), -1), ((0, -1), 0), ((0, 0), 0), ((0, 1), 0), ((1, -1), -1), ((1, 0), 0), ((1, 1), 1)\}$

จึงกล่าวได้ว่า การคูณ( $\times$ ) เป็นในอาร์โเรชันบนเซต  $S = \{-1, 0, 1\}$

18. กำหนด  $A = \{a, b, c\}$  และ  $\circ$  เป็นการกระทำบนเซต  $A$  ดังตาราง

$\circ$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	b	a	b

จงพิจารณาดูว่า ข้อใดเป็นเท็จ

- 1)  $c \circ c = b$

2)  $[(c \circ b) \circ a] \circ b = a$

3) เป็นใบหนารีโอบเปอร์เซ็นต์ A

4) การกระทำของ ○ เป็นไปตามคุณสมบัติก รสนับที่และการจัดหมู่  
คําตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะว่า  $c \circ b = a$

$$\therefore (c \circ b) \circ a = a \circ a$$

$$= a$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } [(c \circ b) \circ a] \circ b &= a \circ b \\ &= b \end{aligned}$$

จึงได้ว่า ตัวเลือกที่ 2) เป็นเท็จ

19. ถ้า  $(2x, y+3) = (4, 2)$  และ  $(x, y)$  คือ ข้อใด

1)  $(2, -1)$

2)  $(2, 1)$

3)  $(4, 2)$

4)  $(2, 5)$

คําตอบ ต ข้อ 1)

เหตุผล จาก  $(2x, y+3) = (4, 2)$  จึงได้ว่า

$$2x = 4$$

$$\text{และ } y+3 = 2$$

$$\text{ดังนั้น } x = 2$$

$$\text{และ } y = -1$$

20. ถ้า  $f(x) = x^2 - 3$  และโดเมนของ f คือ  $\{-3, -2, 0\}$  และ พิสัย (range) ของ f คือข้อใด

1)  $\{-6, -1, 3\}$

2)  $\{-3, -2, 0\}$

3)  $\{-12, -7, -3\}$

4)  $\{6, 1, -3\}$

คําตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จาก  $f(x) = x^2 - 3$  และโดเมนของ f คือ  $\{-3, -2, 0\}$  และ

พิสัยของ f ก็คือ  $\{f(-3), f(-2), f(0)\}$

$$\text{โดย } f(-3) = (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$\text{และ } f(0) = (0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$$

ดังนั้น พิสัยของ f คือ  $\{6, 1, -3\}$

21. กำหนดให้  $x, y, z$  เป็นจำนวนนับใด ๆ คุณสมบัติในข้อใด ไม่เป็นจริง ในระบบจำนวนนับ

$$1) x + y = y + x$$

$$2) (x + y) + z = x + (y + z)$$

$$3) (xy)z = x(yz)$$

$$4) x + 0 = 0 + x = x$$

คำตอน คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่าในจำนวนนับไม่มี 0 อยู่ด้วย โดยจำนวนนับคือ  $\{1, 2, 3, \dots\}$  ดังนั้น คุณสมบัติที่ว่า  $x + 0 = 0 + x = x$  จึงไม่มีในระบบจำนวนนับ

22. กำหนดให้  $x, y, z$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ คุณสมบัติในข้อใดไม่เป็นจริง ในระบบจำนวนเต็ม

$$1) \text{สำหรับจำนวนเต็ม } x \text{ ใด ๆ } x\left(\frac{1}{x}\right) = 1$$

$$2) xy = yx$$

$$3) x + y = y + x$$

$$4) \text{สำหรับจำนวนเต็ม } x \text{ ใด ๆ } x + (-x) = 0$$

คำตอน คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่าสำหรับจำนวนเต็ม 0 จะไม่มี  $\frac{1}{0}$  (เพราะ  $\frac{1}{0}$  ไม่มีความหมาย) ซึ่ง

$$0\left(\frac{1}{0}\right) = 1 \text{ ดังนั้น คุณสมบัติในตัวเลือกที่ 1) จึงไม่เป็นจริง}$$

และเมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็ม  $\frac{1}{x}$  จึงไม่ใช่จำนวนเต็ม คุณสมบัติตาม

ตัวเลือกนี้จึงไม่มี

23. ข้อใดเป็นจำนวนตรรกยะ (Rational numbers)

$$1) 2, \frac{10}{2}, 2.05, 0.\overline{345}$$

$$2) 3.451\dots, \pi, \sqrt{2}, \sqrt[3]{7}$$

$$3) \frac{a}{b} \text{ เมื่อ } a, b \text{ เป็นจำนวนเต็มใด ๆ}$$

$$4) \text{ถูกทั้งข้อ 1) และข้อ 3)}$$

คำตอน คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูป  $\frac{a}{b}$  โดย  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $b \neq 0$  ถ้ากล่าวในแง่ศนิยม ก็จะได้ว่า จำนวนตรรกยะนั้น สามารถเขียนอยู่ในรูปของศนิยมรูจบทรีอศนิยมไม่รูจบทรีอศนิยมไม่รูจบแบบเวียนซ้ำ ดังนั้น  $2, \frac{10}{2}, 2.05$  และ  $0.\overline{345}$  ต่างก็เป็นจำนวนตรรกยะทั้งสิ้น

24. ข้อความใดเป็นจริง ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ



### คำตอบ คือ ข้อ 2)

## ເຫດຸພດ ເຫດຸພສພເຮຣະວ່າ

กรณีที่ (1) ถ้า  $a \geq 0$

ເຮັດວຽກ  $|a| = a$

$$\text{ແລະ } | -a | = -(-a) = a$$

$$\therefore |a| = |-a|$$

กรณีที่ (2) ถ้า  $a < 0$

$$\text{เราจะได้ } |a| = -a$$

$$\text{และ } | -a | = -a$$

$$|a| = |-a|$$

## จากที่ ๒ กรณี จึงกล่าวได้ว่า

(a)  $= |-a|$  สำหรับจำนวนจริง  $a \neq 0$

25. ถ้ากำหนดให้  $a$ ,  $b$ ,  $c$  เป็นจำนวนจริงใด 9 และ ข้อความใดเป็นจริง

- 1) ถ้า  $a < b$  และ  $b < c$  แล้ว  $a > c$       2) ถ้า  $a < b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac > bc$   
 3) ถ้า  $a < b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $a+c > b+c$  4) ถ้า  $a < 0$  แล้ว  $-(-a) < 0$

### คำตอน กีอ ข้อ 4)

เหตุผล (ตัวเลือกที่ 1) ผิด ที่ถูกคือ ถ้า  $a < b$  และ  $b < c$  แล้ว  $b < c$

ตัวเลือกที่ 2) ผิด ที่ถูกคือ ถ้า  $a < b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $bc < ac$

ตัวเลือกที่ 3) ผิด ที่ถูกคือ ถ้า  $a < b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $a+c < b+c$

ตัวเลือกที่ 4) ถ้า  $a < 0$  จะได้ว่า  $0 < -a$

และจาก  $0 < -a$  ก็จะได้ว่า  $-(-a) < 0$  ด้วย

26. ก้า  $A = \{x \mid -2 \leq x < 5\}$  แล้ว  $A$  คือ ช่วงใด

- 3)  $[-2, 5)$       4)  $[-2, 51]$

### คำตอน กีก ข้อ 3)

**เหตุผล** จากรูปแบบการเขียนสัญลักษณ์ช่วงแทนเซตว่า

$$\begin{array}{ll} \text{ถ้า } & A = \{x | a \leq x < b\} \text{ และ สามารถเขียนได้ว่า } [a, b) \\ \text{ดังนั้น } & A = \{x | -2 \leq x < 5\} \text{ จึงเขียนเป็นช่วงได้เป็น } [-2, 5) \end{array}$$

27. ถ้า  $A = (-2, 5)$  และ  $B = [3, 7]$  และ  $A - B$  คือ ข้อใด

- 1)  $[3, 5)$   
2)  $(3, 5)$   
3)  $(-2, 3)$   
4)  $(-2, 3)$

**คำตอบ คือ ข้อ 4 )**

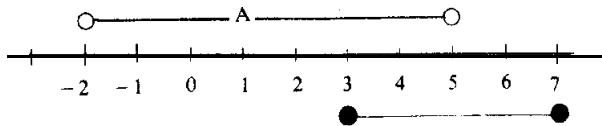
**เหตุผล** จาก  $A = (-2, 5)$

$$\text{จะได้ว่า } A = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 5\}$$

$$\text{และ } B = [3, 7]$$

$$\text{จะได้ว่า } B = \{x \in \mathbb{R} | 3 \leq x \leq 7\}$$

ซึ่งอาจเขียนแทนด้วยแผนภาพของเส้นจำนวนได้ดังนี้



ดังนั้น  $A - B = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$  ซึ่งเขียนแทนได้ด้วยช่วง  $(-2, 3)$

28. ถ้าให้  $S = \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$  และ ขอบเขตข้างบนของ S คือ ข้อใด

- 1)  $\{x | x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 1\}$   
2)  $\{x | x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 0\}$   
3)  $\{x | x \in \mathbb{R} \wedge x \leq \frac{1}{2}\}$   
4) เซต S ไม่มีขอบเขตข้างบน

**คำตอบ คือ ข้อ 1)**

**เหตุผล** จาก  $S = \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$  อาจเขียนแจงสมาชิกของเซต S ได้ดังนี้

$$S = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \right\}$$

จะเห็นว่าสมาชิกของ S มีค่าเริ่มต้น 1 (แต่ไม่ถึง 1)

ดังนั้น ขอบเขตข้างบนของ S คือ จำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1

ซึ่งเขียนเป็นเซตได้ว่า  $\{x | x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 1\}$

29. จากข้อ 28. ขอนบอกข้างล่างสูงสุดของ S คือข้อใด

- |      |                  |
|------|------------------|
| 1) 0 | 2) $\frac{1}{2}$ |
| 3) 1 | 4) บวกไม่ได้     |

**คำตอบ คือ ข้อ 2)**

**เหตุผล** จาก  $S = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \right\}$  จะได้ว่า ขอนบอกข้างล่างของ S คือ จำนวนจริง ใด ๆ ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $\frac{1}{2}$  ซึ่งเขียนเป็นเซตได้ว่า  $\{x|x \in \mathbb{R} \wedge x \leq \frac{1}{2}\}$  ในบรรดาขอนบอกข้างล่างทั้งหลาย สมาชิกตัวที่มีค่ามากที่สุดคือ  $\frac{1}{2}$  ดังนั้น ขอนบอกข้างล่างสูงสุดของ S ก็คือ  $\frac{1}{2}$

30. ถ้ากำหนดให้  $\vec{OP}$  แทนด้วย  $(-1, 2)$  และ  $\vec{OQ}$  แทนด้วย  $(3, 4)$  และ  $\vec{PQ}$  คือข้อใด

- |               |              |
|---------------|--------------|
| 1) $(-2, -2)$ | 2) $(2, -2)$ |
| 3) $(-4, -2)$ | 4) $(4, 2)$  |

**คำตอบ คือ ข้อ 4 )**

$$\begin{aligned}\text{เหตุผล } \text{ จาก } \vec{PQ} &= \vec{Q} - \vec{P} \\ &= \vec{OQ} - \vec{OP} \\ \vec{PQ} &= (3, 4) - (-1, 2) \\ &= (3 - (-1), 4 - 2) \\ &= (4, 2)\end{aligned}$$

31. ข้อใดคือจุดกึ่งกลางของเส้นที่ลากต่อจุด  $(2, 4)$  และจุด  $(4, 2)$

- |              |              |
|--------------|--------------|
| 1) $(-2, 4)$ | 2) $(-4, 2)$ |
| 3) $(3, 3)$  | 4) $(2, 2)$  |

**คำตอบ คือ ข้อ 3)**

**เหตุผล** จากสูตร ถ้า C เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นที่ลากต่อจุด A :  $(x_1, y_1)$  กับ B :  $(x_2, y_2)$  และ C อยู่บนมีโดยอординตเป็น  $\left( \frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น ในที่นี้จะได้ว่า } C &= \left( \frac{2+4}{2}, \frac{4+2}{2} \right) \\ &= (3, 3)\end{aligned}$$

32. จงหาโคลอร์ดิเนตของจุดซึ่งแบ่งเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $A(3, 3, 3)$  กับจุด  $B(-3, 3, -3)$  ในอัตราส่วน  $1 : 2$

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| 1) $(0, 3, 0)$  | 2) $(-1, 3, -1)$ |
| 3) $(3, -3, 1)$ | 4) $(1, 3, 1)$   |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

**เหตุผล** จาก ถ้า  $Q$  เป็นจุดแบ่งเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $P$  กับ  $R$  ออกเป็นอัตราส่วน  $a : b$

$$\text{แล้ว จะได้ว่า } Q = \frac{b}{a+b}P + \frac{a}{a+b}R$$

ในที่นี้  $P$  คือ  $(3, 3, 3)$ ,  $R$  คือ  $(-3, 3, -3)$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } \mathbf{Q} &= \frac{2}{1+2}(3, 3, 3) + \frac{1}{1+2}(-3, 3, -3) \\
 &= (2, 2, 2) + (-1, 1, -1) \\
 &= (2-1, 2+1, 2-1) \\
 &= (1, 3, 1)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จึงได้ว่า โคลอร์ดิเนตของจุดซึ่งแบ่งเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $A(3, 3, 3)$  กับจุด  $B(-3, 3, -3)$  ในอัตราส่วน  $1 : 2$  คือจุด  $(1, 3, 1)$

33. จงหาความชันของเส้นตรงที่ทำมุม  $60^\circ$  กับแกน x ทางบวก



### คำตอบ คือ ข้อ 1)

**ເຫດຜລ** ຈາກຄວາມຂັ້ນຂອງເສັ້ນຕຽງຢ່ອມມີຄ່າເທົກນັບ  $\tan \theta$  ເມື່ອ  $\theta$  ຄືອມຸນ໌ທີ່ກຳກັບແກນ x ທາງນວກ

ดังนั้น ความชันของเส้นตรงที่ทำมุม  $60^\circ$  กับแกน x ทางบวก ก็คือ ค่า  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

34. ความชันของเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น  $2x - 3y = 5$  คือข้อใด

- $$1) \frac{2}{3} \qquad \qquad \qquad 2) -\frac{2}{3}$$

3) 2

4)  $-\frac{5}{3}$

**คำตอบ คือ ข้อ 1)**

**เหตุผล** จากการหาความชันของเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น  $Ax + By + C = 0$  นั้น เราต้องจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป  $y = mx + c$  และจะได้ว่า ความชันของเส้นตรงที่ต้องการก็คือ ค่า  $m$

ดังนั้น จากสมการ  $2x - 3y = 5$  ได้ว่า

$$3y = 2x - 5$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

นั่นจึงกล่าวได้ว่าความชันของเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น  $2x - 3y = 5$  คือ  $\frac{2}{3}$

35. สมการของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด  $(-1, 2)$  กับจุด  $(2, 3)$  คือข้อใด

1)  $x + 3y - 7 = 0$

2)  $x - 3y - 7 = 0$

3)  $x - 3y + 7 = 0$

4)  $x + 3y + 7 = 0$

**คำตอบ คือ ข้อ 3)**

**เหตุผล** จากสูตรสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  กับจุด  $(x_2, y_2)$  เมื่อ  $x_1 \neq x_2$

$$\text{คือ } \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ในที่นี้  $x_1 = -1$ ,  $y_1 = 2$ ,  $x_2 = 2$  และ  $y_2 = 3$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ต้องการ คือ

$$\frac{y - 2}{x - (-1)} = \frac{3 - 2}{2 - (-1)}$$

$$\frac{y - 2}{x + 1} = \frac{1}{3}$$

$$3(y - 2) = 1(x + 1)$$

$$3y - 6 - x - 1 = 0$$

$$-x + 3y - 7 = 0$$

$$\text{หรือ } x - 3y + 7 = 0$$

36. สมการของเส้นตรงซึ่งมีความชัน  $-2$  และผ่านจุด  $(0, 2)$  คือข้อใด

1)  $2x + y + 2 = 0$

2)  $2x + y - 2 = 0$

3)  $x - y - 2 = 0$

4)  $x - y + 2 = 0$

**คําตอบ คือ ข้อ 2)**

**เหตุผล** จากสูตรสมการของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และมีความชันเป็น  $m$  คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ในที่นี้  $m = -2$ ,  $x_1 = 0$  และ  $y_1 = 2$

ดังนั้น สมการของเส้นตรงที่ต้องการ คือ

$$y - 2 = -2(x - 0) = -2x$$

$$\text{หรือ } 2x + y - 2 = 0$$

37. ข้อใดคือสมการของเส้นตรงซึ่งมีระยะตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(0, 2)$  กับระยะตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(-3, 0)$

1)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

2)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

3)  $-\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

4)  $-\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

**คําตอบ คือ ข้อ 4)**

**เหตุผล** จากสูตรสมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(a, 0)$  และตัดแกน  $y$

ที่จุด  $(0, b)$  คือ  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

ในที่นี้เส้นตรงที่ต้องการมีระยะตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(-3, 0)$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 2)$

จึงได้ว่า เส้นตรงที่ต้องการ คือ  $-\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

38. ถ้า  $\begin{bmatrix} 3x-2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & d & 4 \end{bmatrix}$  และ  $x$  มีค่าเท่าไร

1) -1

2) 1

3) -2

4) 2

**คําตอบ คือ ข้อ 2)**

**เหตุผล** จากการเท่ากันของเมตริกซ์ จึงได้ว่า

$$3x - 2 = 1$$

$$3x = 1 + 2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{3} = 1$$

39. ถ้า  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  และ  $B = \begin{bmatrix} 4 & -10 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  แล้ว  $2A + \frac{1}{2}B$  คือข้อใด

$$1) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$4) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -4 & -7 \end{bmatrix}$$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore 2A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\text{และจาก } B = \begin{bmatrix} 4 & -10 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } 2A + \frac{1}{2}B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

40. ข้อใดคือ เมตริกซ์  $AB$  ถ้า  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 10 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & -1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$1) \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 10 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 11 \\ -3 & 0 & -5 \\ 1 & 16 & 3 \\ 9 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 10 & 0 & 11 & -2 \\ & -3 & -1 & -5 & 1 \\ & 13 & 1 & 16 & -3 \end{bmatrix}$$

$$4) \begin{bmatrix} & & & 2 \\ 2 & 0 & 11 & -1 \\ 1 & 1 & -5 & 3 \\ 9 & 1 & 16 & -3 \end{bmatrix}$$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & -1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6+4 & 2-2 & 10+1 & -2+0 \\ -3+0 & -1+0 & -5+0 & 1+0 \\ 9+4 & 3-2 & 15+1 & -3+0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10 & 0 & 11 & -2 \\ -3 & -1 & -5 & 11 \\ 13 & 1 & 16 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$41. \text{ ถ้า } IA = A \text{ และ } A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & ? \\ 0 & 1 & ? \\ -3 & -2 & ? \\ 7 & 9 & -1 \end{bmatrix} \text{ แล้ว } I \text{ คือข้อใด}$$

1)  $I_2$

2)  $I_3$

3)  $I_4$

4) บอกไม่ได้

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากโจทย์ได้ว่า  $A$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $4 \times 3$  และ เมตริกซ์  $I$  ที่  $IA = A$  จะต้องเป็น  $I_{4 \times 4}$  หรือ  $I_4$  จึงจะได้ว่า  $I_{4 \times 4} \cdot A_{4 \times 3} = A_{4 \times 3}$

$$42. \text{ ถ้า } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ เมตริกซ์ส่วนกลับ (inverse) ของ } A \text{ คือข้อใด}$$

$$1) \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ s & 5 \\ -3 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 \\ \frac{3}{5} & 4 \\ \frac{5}{5} & 3 \end{bmatrix}$$

$$4) \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 5 \\ \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

คำตอบ ดู ข้อ 1.)

เหตุผล จากกฎ ถ้า  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  และ  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} a_{22} - a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$

เมื่อ  $\det A \neq 0$   
ดังนั้น จาก  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  จะได้ว่า  $\det A = (2)(4) - (3)(1) = 8 - 3 = 5$  และ

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

43. ให้  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -i \\ 0 & 6 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$  จงหา  $i$  ไมเนอร์ของ 8

1) 2

2) -2

3) 3

4) -3

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล ไมเนอร์ของ 8 คือ ค่าตีเทอร์มแนบทองสามชิกที่เหลือจากการตัดบรรดา  
สามชิกในแต่เดียวกับ 8 และคอดัมන์เดียวกับ 8

$$\text{ดังนั้น } i \text{ ไมเนอร์ของ } 8 \text{ คือ } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = (1)(3) - (0)(-1) = 3$$

44. จากข้อ 43 จงหา  $\det(A)$  หรือ  $|A|$

1) 114

2) 30

3) 42

4) 84

คำตอบ คือ ข้อ 1)

$$\begin{aligned}
 \text{เหตุผล จาก } \det(A) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 6 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \\
 &= 1 \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} \\
 &= 1(54 - 24) - 2(0 - 21) - 1(0 - 42) \\
 &= 30 + 42 + 42 \\
 &= 114
 \end{aligned}$$

45. กำหนดสมการ  $5x + 8y + z = 2$

$$2y + z = -1$$

$$4x + 3y - z = 3$$

จะใช้ Cramer's rule หาค่า  $D_x, D_z$

1) -3, -3

2) 3, 3

3) 5, -3

4) -3, 5

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล โดยทั่วไป III จาก Cramer's rule จะเขียนได้ว่า

$$D_x = D,$$

$$D_y = D_2$$

$$\text{และ } D_z = D_3$$

ในกรณีโจทย์ให้หา  $D_x$  และ  $D_z$  คือหา  $D_1$  และ  $D_3$  ตามลำดับ จากโจทย์จึงได้ว่า

$$\begin{aligned}
 D, &= \begin{vmatrix} -2 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= 2(-2 - 3) - 8(1 - 3) + 1(-3 - 6) \\
 &= -10 + 16 - 9 \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{และ } D_3 &= \begin{vmatrix} 5 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} \\
 &= 5 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \\
 &= 5(6 - (-3)) - 8(0 - (-4)) + 2(0 - 8) \\
 &= 45 - 32 - 16 \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

46. จากข้อ 45. จงหาค่า x และ z

- 1) -3, -3      2) 3, 3  
 3) 5, -3      4) -3, 5

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จาก Cramer's rule เราได้ว่า

$$Dx = D, \quad \text{ดังนั้น } x = \frac{D_1}{D}$$

$$Dy = D_2, \quad \text{ดังนั้น } y = \frac{D_2}{D}$$

$$Dz = D_3, \quad \text{ดังนั้น } z = \frac{D_3}{D}$$

ในที่นี้ D คือค่าเดอร์มิแวนท์ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวไม่ทราบค่า คือ

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} \\
 &= 5 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \\
 &= 5(-2-3) - 8(0-4) + 1(0-8) \\
 &= -25 + 32 - 8 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

จากข้อ 45. ให้  $D_1 = -3$  และ  $D_3 = -3$

$$\text{ดังนั้น จึงได้ว่า } x = \frac{D_1}{D} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$\text{และ } z = \frac{D_3}{D} = \frac{-3}{-1} = 3$$

47. จงหาค่าของ  $2(^5P_3) + (^5C_3)$

1) 45

2) 65

3) 95

4) 130

คำตอบ คือ ค. 4)

$$\text{เหตุผล จากสูตร } {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{ดังนั้น } {}^5 P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 60$$

$$\text{และจากสูตร } {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\text{ดังนั้น } {}^5 C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!}$$

$$= \frac{5!}{3! 2!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1}$$

$$= 10$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นค่าของ } 2(^5P_3) + {}^5 C_3 &= 2(60) + 10 \\ &= 130 \end{aligned}$$

48. จะมีวิธีจัดคน 6 คน เข้ารับตำแหน่งซึ่งว่างอยู่ 3 ตำแหน่งได้กี่วิธี

1) 60

2) 120

3) 125

4) 130

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล สำหรับตำแหน่งที่หนึ่ง เราจะมีวิธีจัดคนเข้ารับตำแหน่งได้ 6 วิธี หลังจากจัดคนเข้ารับตำแหน่งที่หนึ่งแล้ว จะมีวิธีจัดคนที่เหลือ 5 คน เข้ารับตำแหน่งที่สองได้ 5 วิธี

และหลังจากจัดคนเข้ารับตำแหน่งที่สองแล้วจะเหลือคน 4 คน จึงมีวิธีที่จะจัดคนที่เหลือ 4 คน เข้ารับตำแหน่งที่สามได้ 4 วิธี

จากหลักการขั้นพื้นฐาน จึงได้ว่า

จะมีวิธีจัดคน 6 คน เข้ารับตำแหน่งซึ่งว่างอยู่ 3 ตำแหน่งได้เป็นจำนวน

$$6 \times 5 \times 4 = 120 \text{ วิธี}$$

49. จะมีวิธีจัดหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่มต่าง ๆ กัน และหนังสือภาษาอังกฤษ 5 เล่มต่าง ๆ กันเรียงบนชั้นโดยให้หนังสือในหมวดวิชาเดียวกันอยู่ติดกันเสมอได้กี่วิธี

1)  $3!5!$

2)  $2!3!5!$

3)  $8!$

4)  $2!8!$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จะมีวิธีจัดเรียงหนังสือคณิตศาสตร์ 3 เล่มต่าง ๆ กันให้เรียงอยู่ด้วยกันได้  $3!$  วิธี และจะมีวิธีจัดเรียงหนังสือภาษาอังกฤษ 5 เล่มต่าง ๆ กันให้เรียงอยู่ด้วยกันได้  $5!$  วิธี และเนื่องจากการเรียงหนังสือบนชั้นโดยให้หนังสือหมวดวิชาเดียวยอยู่ด้วยกันนั้น อาจสลับที่กันได้อีก  $2!$  วิธี (คืออาจเรียงหมวดคณิตศาสตร์ก่อนแล้ว ตามด้วยหมวดภาษาอังกฤษหรืออาจเรียงเป็นหมวดภาษาอังกฤษก่อนแล้วตามด้วยหมวดคณิตศาสตร์)

ดังนั้นจึงมีวิธีจัดเรียงหนังสือเข้าชั้นหนังสือตามที่ต้องการได้  $2!3!5!$  วิธี

50. จะมีวิธีจัดหนังสือ MA 103 3 เล่มเหมือน ๆ กัน ST 103 5 เล่มเหมือน ๆ กัน เรียงบนชั้นได้กี่วิธี

1) 56

2) 65

3) 75

4) 86

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากโจทย์จะได้ว่ามีหนังสือรวมทั้งหมด 8 เล่ม โดยมีหนังสือ MA 103 เหมือน ๆ กัน (ซ้ำกัน) 3 เล่ม และมีหนังสือ ST 103 เหมือน ๆ กัน (ซ้ำกัน) 5 เล่ม ดังนั้น จะมีวิธีจัดหนังสือเหล่านี้เรียงบนชั้นได้

$$\frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!}$$

$$= 56 \text{ วิธี}$$

51. จงหาจำนวนวิธีของการจัดขั้นม 10 ชิ้นต่าง ๆ กัน รอบงานกลมโดยให้ท้องหญิงและผู้ชายหงายตัวกันเสมอ

1)  $9!$       2)  $8!$   
3)  $8!2!$       4)  $9!2!$

### คำตอบ คือ ข้อ 3)

**ເຫດຜລ** ການຈັດຂອງ  $n$  ສິ່ງຕ່າງໆ ກັນແບບວົງກລມຈະຈັດໄດ້  $(n-1)!$  ວິທີ  
 ໃນທີ່ນີ້ຂັ້ນ 10 ຂັ້ນຕ່າງໆ ກັນ ແຕ່ໃນການຈັດຮອບຈານກລມນີ້ຕ້ອງໄຫ້ກອງຫຍິນ  
 ກັບຜອຍກອງຢູ່ຕິດກັນເສມອ ຈຶ່ງຄົດເສີຍວ່ານີ້ຂັ້ນແກ່ 9 ອຳຢ່າງ ຜົນຈະມີວິທີຈັດວາງຮອບ  
 ຈານກລມໄດ້  $(9-1)! = 8!$  ວິທີ

แต่ระหว่างทางหยิบกับฝอยทางยังสามารถถ่วงสลับที่กันได้อีก 2! วิธีดังนั้นจึงมีวิธีการจัดขั้นมา 10 ชั้นต่อ ๆ กัน รอบจากกลมโดยให้ทางหยิบกับฝอยทางอยู่ติดกันเสมอได้จำนวน 8!2! วิธี

52. จะมีวิธีเลือกนักกีฬา 7 คน จากทั้งหมด 10 คน ได้กี่วิธี

### คำตอบ คือ ข้อ 3)

**ເຫດຜລ** ການເລືອກນັກກົມພາ 7 ດ້ວຍ 10 ດ້ວຍ 10 ເປັນວິທີການຈັດໜູ່ (Combination) ຈາກສູງຕະກຳ ການຈັດສິ່ງຂອງ n ສິ່ງຕ່າງໆ ກັນ ນໍາມາຈັດໜູ່ ລະ r ສິ່ງ ໂດຍໄມ້ໃຊ້ຫຼັກ  
ກັນ ເຮັດວຽກໄດ້ວິທີກົມພາ 7 ຊັ້ນ

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ในที่นี้  $n = 10$ ,  $r = 7$

$$\therefore {}^{10}C_7 = \frac{10!}{7!(10-7)!}$$

$$= 7!3!$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 1 \times 7!}$$

= 120

ดังนั้นจะมีวิธีเลือกนักกีฬา 7 คนจากทั้งหมด 10 คนได้ 120 วิธีต่าง ๆ กัน

53. มีผลไม้ต่างชนิดกัน 9 ผล จะเลือกผลไม้นำไปใส่บาร์โค้ดเข้าอย่างน้อย 7 ผลได้กี่วิธี

- 1) 46                          2) 45  
3) 36                          4) 16

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล มีผลไม้ต่างชนิด 9 ผล เลือกมา 7 ผล

$$\text{จะมีวิธีเลือก} = {}^9C_7 = \frac{9!}{7!2!} = 36 \text{ วิธี}$$

มีผลไม้ต่างชนิด 9 ผล เลือกมา 8 ผล

$$\text{จะมีวิธีเลือก} = {}^9C_8 = \frac{9!}{8!1!} = 9 \text{ วิธี}$$

มีผลไม้ต่างชนิด 9 ผล เลือกมา 9 ผล

$$\text{จะมีวิธีเลือก} = {}^9C_9 = \frac{9!}{9!0!} = 1 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น ถ้ามีผลไม้ต่างชนิดกัน 9 ผล จะเลือกผลไม้นำไปใส่บาร์โค้ดเข้าอย่างน้อย 7 ผล (คือ 7 ผล, 8 ผล หรือ 9 ผล) ได้ทั้งหมด

$$36 + 9 + 1 = 46 \text{ วิธี}$$

54. ข้อใดคือการกระจายของ  $(2+3x)^4$

- 1)  $16 + 24x + 48x^2 + 48x^3 + 81x^4$                           2)  $16 + 120x + 240x^2 + 240x^3 + 81x^4$   
3)  $16 + 32x + 64x^2 + 64x^3 + 81x^4$                           4)  $16 + 96x + 216x^2 + 216x^3 + 81x^4$

คำตอบ คือ ข้อ 4 )

เหตุผล จากรูตรการกระจายของทวินาม มีว่า

$$(x+y)^n = {}^nC_0 x^{n-0} y^0 + {}^nC_1 x^{n-1} y^1 + {}^nC_2 x^{n-2} y^2 + \dots + {}^nC_n x^{n-n} y^n$$

ในที่นี้  $x = 2$ ,  $y = 3x$  และ  $n = 4$

$$\text{ดังนั้น } (2+3x)^4 = {}^4C_0(2)^{4-0}(3x)^0 + {}^4C_1(2)^{4-1}(3x)^1 + {}^4C_2(2)^{4-2}(3x)^2 \\ + {}^4C_3(2)^{4-3}(3x)^3 + {}^4C_4(2)^{4-4}(3x)^4$$

$$= \frac{4!}{0!4!} (2)^4 + \frac{4!}{1!3!} (2)^3(3x) + \frac{4!}{2!2!} (2)^2(3x)^2$$

$$+ \frac{4!}{3!1!} (2)(3x)^3 + \frac{4!}{4!0!} (3x)^4$$

$$= 16 + (4)(8)(3x) + 6(4)(9x^2) + 4(2)(27x) + 81x^4$$

$$= 16 + 96x + 216x^2 + 216x^3 + 81x^4$$

“ในการโยนลูกเต่าที่สมดุล 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง”  
 จะใช้ตอบคำถามข้อ 55-58

55. จำนวนสมาชิกในแซมเบิลสเปซเป็นเท่าไร

- |       |       |
|-------|-------|
| 1) 6  | 2) 12 |
| 3) 36 | 4) 64 |

คำตอบ กือ ข้อ 3)

เหตุผล ในการโยนลูกเต่าที่สมดุล 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง

ให้  $(x, y)$  แทนโอกาสที่จะเกิดขึ้น โดย  $x$  เป็นหน้าบนลูกเต่าลูกแรก และ  $y$  เป็นหน้าบนลูกเต่าลูกที่สอง จะได้แซมเบิลสเปซ ดังนี้

$$\begin{aligned} &\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\ &(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\ &(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \\ &(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \\ &(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6) \\ &(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้ว่า สมาชิกของแซมเบิลสเปซมีทั้งหมด 36 อิลิเมนต์

56. ถ้า  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มเป็น 6 และ ข้อใดคือจำนวนสมาชิกของ  $E_1$

- |      |      |
|------|------|
| 1) 3 | 2) 5 |
| 3) 7 | 4) 9 |

คำตอบ กือ ข้อ 2)

เหตุผล จากแซมเบิลสเปซจะได้ว่าเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มเป็น 6 คือ

$$E_1 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

ซึ่ง  $E_1$  มีสมาชิกทั้งหมด 5 อิลิเมนต์

57. จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมแต้มเป็น 6

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1) $\frac{1}{2}$  | 2) $\frac{5}{12}$ |
| 3) $\frac{5}{36}$ | 4) $\frac{7}{36}$ |

**คำตอบ กือ ข้อ ๓)**

**เหตุผล** จากข้อ 56. ได้ว่า เหตุการณ์ที่ผลรวมแต้มเป็น 6 กือ

$$E_1 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

ซึ่งมีสมาชิก 5 อัลเมนต์ จากแซมเปิลสเปชทั้งหมด 36 อัลเมนต์

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมแต้มเป็น 6 กือ  $P(E_1) = \frac{5}{36}$

58. ให้  $E_2$  แทนเหตุการณ์จะได้หน้าแต้มเหมือนกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ผลรวมของแต้มเป็น 6 หรือหน้าแต้มเหมือนกัน  $[P(E_1 \cup E_2)]$

1)  $\frac{5}{18}$

2)  $\frac{11}{36}$

3)  $\frac{1}{3}$

4)  $\frac{1}{6}$

**คำตอบ กือ ข้อ ๑)**

**เหตุผล** จาก E. เป็นเหตุการณ์ที่ผลรวมแต้มเป็น 6 ซึ่งจะได้ว่า

$$E_1 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

และจาก E<sub>2</sub> เป็นเหตุการณ์ที่ได้หน้าแต้มเหมือนกัน ซึ่งจะได้ว่า

$$E_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

∴ เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มเป็น 6 หรือแต้มเหมือนกัน

คือ  $E_1 \cup E_2 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (1, 1), (2, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

ดังนั้น  $P(E_1 \cup E_2) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

59. ในใบหนึ่งมีปลาอยู่ 10 ตัว เป็นปลาดุก 3 ตัว ปลาช่อน 4 ตัว ปลาหม้อ 2 ตัว และปลาฉลาด 1 ตัว ถ้าจับปลาขึ้นมาอย่างสุ่ม 1 ตัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะจับได้เป็นปลาช่อน

1)  $\frac{3}{10}$

2)  $\frac{1}{5}$

3)  $\frac{1}{10}$

4)  $\frac{2}{5}$

**คำตอบ กือ ข้อ ๔)**

**เหตุผล** จากในใบหนึ่งมีปลาทั้งหมด 10 ตัว ซึ่งในจำนวนนี้เป็นปลาช่อน 4 ตัว

ดังนั้น ถ้าสุ่มหยิบปลาขึ้นมา 1 ตัว ความน่าจะเป็นที่จะได้ปลาช่อนเป็น

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

60. ในกล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 6 ลูก สีขาว 4 ลูก ถ้าหยิบลูกบอลออกจากกล่อง 2 ครั้ง ๆ ละหนึ่งลูก เมื่อหยิบแล้วไม่ใส่กลับคืน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีขาวทั้งสองครั้ง

1)  $\frac{2}{15}$

2)  $\frac{3}{5}$

3)  $\frac{2}{5}$

4)  $\frac{3}{25}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากในกล่องมีบอลรวมทั้งหมด 10 ลูก เป็นบอลสีแดง 6 ลูก สีขาว 4 ลูก

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบครั้งแรกได้เป็นบอลสีขาว เป็น } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

หลังจากหยิบครั้งแรกไปแล้วจะเหลือบอลทั้งหมด 9 ลูก เป็นสีขาว 3 ลูก สีแดง 6 ลูก

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบครั้งที่สองได้เป็นบอลสีขาว เป็น } \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้บอลสีขาวทั้งสองครั้ง โดยหยิบแล้วไม่ใส่กลับคืน

$$\text{เป็น } \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

61. จากข้อ 60. ถ้าเมื่อหยิบลูกบอลแล้วใส่กลับคืน จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวทั้งสองครั้ง

1)  $\frac{4}{5}$

2)  $\frac{4}{25}$

3)  $\frac{6}{25}$

4)  $\frac{1}{5}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากในกล่องมีบอลรวมทั้งหมด 10 ลูก เป็นบอลแดง 6 ลูก บอลขาว 4 ลูก

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบครั้งแรกได้เป็นบอลสีขาว เป็น } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

หลังจากหยิบครั้งแรกไปแล้วก็ใส่กลับคืน จึงมีบอลในกล่อง 10 ลูกเท่าเดิม

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบครั้งที่สองได้เป็นบอลสีขาว เป็น } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้บอลสีขาวทั้งสองครั้งโดยหยิบแล้วใส่คืนเป็น

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

62. เมื่อสอบ MA 103 เสร็จแล้ว ท้อปคิดว่าความน่าจะเป็นที่เข้าจะไปถูกหันเป็น 0.2 และความน่าจะเป็นที่เข้าจะกลับบ้านเป็น 0.8 โดยที่การถูกหันและกลับบ้านเป็นอิสระต่อกัน จงหาความน่าจะเป็นที่เข้าจะถูกหันและกลับบ้าน
- 1) 1
  - 2) 0.6
  - 3) 0.5
  - 4) 0.16

**คำตอบ คือ ข้อ 4)**

เหตุผล ให้  $E_1$  เป็นเหตุการณ์ที่ท้อปจะไปถูกหัน  
ดังนั้น  $P(E_1) = 0.2$

และ  $E_2$  เป็นเหตุการณ์ที่ท้อปจะกลับบ้าน  
ดังนั้น  $P(E_2) = 0.8$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ท้อปจะไปถูกหันและกลับบ้านคือ  $P(E_1 \cap E_2)$  โดย<sup>ก</sup>กำหนดว่า  $E_1$  และ  $E_2$  เป็นอิสระต่อกัน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } P(E_1 \cap E_2) &= P(E_1) \cdot P(E_2) \\ &= (0.2)(0.8) \\ &= 0.16 \end{aligned}$$

63. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

- 1) 6
- 2) 3
- 3) 0
- 4) -9

**คำตอบ de ข้อ 1)**

เหตุผล ถ้า  $x \neq 3$  จะได้ว่า  $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = x + 3$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} x + 3 \\ &= 3 + 3 = 6 \end{aligned}$$

64. จงหา  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 3x^2 - x}{4x}$

- 1)  $-\frac{3}{4}$
- 2)  $-\frac{1}{4}$
- 3)  $\frac{1}{4}$
- 4)  $\frac{3}{4}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\text{เหตุผล ถ้า } x \neq 0 \text{ จะได้ว่า } \frac{3x^3 + 3x^2 - x}{4x} = x \frac{(3x^2 + 3x - 1)}{4x} = \frac{3x^2 + 3x - 1}{4}$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x^3 - 3x^2 - x}{4x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x^2 + 3x - 1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 + 3x - 1) \\ &= \frac{1}{4} (3(0)^2 + 3(0) - 1) \\ &= -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

65. จงหา  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 2x^2 + 5}{2x^3 + 9x - 8}$

1)  $\infty$

2)  $-\frac{5}{8}$

3) 0

4) 4

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จาก  $\frac{8x^3 - 2x^2 + 5}{2x^3 + 9x - 8}$  เอา  $x^3$  หารทั้งเศษและส่วน จะได้เป็น

$$\frac{8 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3}}{2 + \frac{9}{x^2} - \frac{8}{x^3}}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 2x^2 + 5}{2x^3 + 9x - 8} &\stackrel{5}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3}}{2 + \frac{9}{x^2} - \frac{8}{x^3}} \\ &= \frac{8 - 0 + 0}{2 + 0 - 0} \\ &= 4\end{aligned}$$

66. ถ้า  $y = 3x^2 + 2x - 5$  และ  $\frac{dy}{dx}$  หรือ  $y'$  คือข้อใด

1)  $3x+2$

2)  $6x-5$

3)  $6x+2$

4)  $3x-5$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

ເຫຼຸ່ມ ຈາກ  $y = 3x^2 + 2x - 5$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(3x^2 + 2x - 5) \\ &= 3\frac{d}{dx}x^2 + 2\frac{d}{dx}x - \frac{d}{dx}5 \\ &= 3(2x) + 2(1) - 0 \\ &= 6x + 2 \end{aligned}$$

67. ປ້າ  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x}$  ແລ້ວ  $f'(x)$  ມີຄວບຄົວ  $\frac{d}{dx}f(x)$  ສືບຂອ້າໄດ້

1)  $\frac{2x^3 - 3x^2 - 2}{x^2}$

2)  $\frac{x^3 - 3x^2 - 2}{x}$

3)  $3x^2 - 6x$

4)  $\frac{3x^2 - 6x}{x^2}$

ຄຳຕອນ ສືບ ຊອ 1 )

ເຫຼຸ່ມ ຈາກສູງທາງ  $\frac{d}{dx} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{f_2(x)\frac{d}{dx}f_1(x) - f_1(x)\frac{d}{dx}f_2(x)}{(f_2(x))^2}$

ໃນກັນ  $f_1(x) = x^3 - 3x^2 + 2, f_2(x) = x$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x}\right) &= \frac{\frac{d}{dx}(x^3 - 3x^2 + 2) - (x^3 - 3x^2 + 2)\frac{d}{dx}x}{x^2} \\ &= \frac{x(3x^2 - 6x + 0) - (x^3 - 3x^2 + 2)}{x^2} \\ &= \frac{3x^3 - 6x^2 - x^3 + 3x^2 - 2}{x^2} \\ &= \frac{2x^3 - 3x^2 - 2}{x^2} \end{aligned}$$

68. ປ້າໃຫ້  $f(x) = x^3(x^2 - 1)$  ແລ້ວ  $f'(x)$  ມີຄວບຄົວ  $\frac{d}{dx}f(x)$  ສືບຂອ້າໄດ້

1)  $x^5 - x^3$

2)  $5x^4 - 3x^2$

3)  $2x^2 - 1$

4)  $2x^3 + x^2$

ຄຳຕອນ ສືບ ຊອ 2 )

ເຫຼຸ່ມ ຈາກສູງທາງ  $\frac{d}{dx}(f_1(x) \cdot f_2(x)) = f_1(x)\frac{d}{dx}f_2(x) + f_2(x)\frac{d}{dx}f_1(x)$

ໃນກັນ  $f_1(x) = x^3, f_2(x) = x^2 - 1$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx}(x^3(x^2 - 1)) &= x^3 \frac{d}{dx}(x^2 - 1) + (x^2 - 1) \frac{d}{dx}x^3 \\
 &= x^3(2x - 0) + (x^2 - 1)(3x^2) \\
 &= 2x^4 + 3x^4 - 3x^2 \\
 &= 5x^4 - 3x^2
 \end{aligned}$$

หมายเหตุ อาจทำได้อกวิธีหนึ่งโดยคูณเป็นผลสำเร็จก่อนดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } f(x) &= x^3(x^2 - 1) \\
 &= x^5 - x^3 \\
 \therefore \frac{d}{dx}(x^3(x^2 - 1)) &= \frac{d}{dx}(x^5 - x^3) \\
 &= \frac{d}{dx}x^5 - \frac{d}{dx}x^3 \\
 &= 5x^4 - 3x^2
 \end{aligned}$$

69. จงหาค่าของ  $\int (4x^3 + 3x^2 + 2x - 1)dx$

1)  $12x^2 + 6x + C$       2)  $12x^4 + 6x^3 + 2x^2 + C$

3)  $x^4 + x^3 + x^2 - x + C$       4)  $x^4 + 3x^3 + 2x + C$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\begin{aligned}
 \text{หาดูผล } \int (4x^3 + 3x^2 + 2x - 1)dx &= \int 4x^3 dx + \int 3x^2 dx + \int 2x dx - \int dx \\
 &= 4 \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx + 2 \int x dx - \int dx \\
 &= 4\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right) + 3\left(\frac{x^{2+1}}{2+1}\right) + 2\left(\frac{x^{1+1}}{1+1}\right) - x + C \\
 &= x^4 + x^3 + x^2 - x + C
 \end{aligned}$$

70. ข้อใดคือค่าของ  $\int_1^3 (x + 5)dx$

1) 24

2) 20

3) 14

4) 12

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\text{หาดูผล } \int_1^3 (x + 5)dx = \int_1^3 x dx + \int_1^3 5 dx$$

$$= \left. \frac{x^2}{2} \right|_1^3 + \left. 5x \right|_1^3$$

$$= \left( \frac{(3)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2} \right) + (8(3) - 5(1))$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{1}{2} + 15 - 5$$

$$\approx 14$$