

12. การพิสูจน์แบบ

ให้ x เป็นอีลีเมนต์ที่เหมาะสม

.....

$\therefore P(x)$

เป็นการพิสูจน์แบบใด

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) $P(x)$ | 2) $\forall x P(x)$ |
| 3) $\exists x P(x)$ | 4) $p = q$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เป็นแบบแผนของการพิสูจน์แบบ $\exists x P(x)$ คือ จะพิสูจน์ว่า มีบาง x ที่ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง เราจึงต้องเริ่มต้นการพิสูจน์โดยการเลือก x ที่เหมาะสมแล้ว แสดงให้ได้ว่า x ที่เลือกมานั้นทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

13. จงหา $\{x|P(x)\}$ เมื่อ $P(x)$ คือ “ x เป็นจำนวนนับและ $x+x = x^2$ ”

- | | |
|------------|------------|
| 1) $\{0\}$ | 2) $\{1\}$ |
| 3) $\{2\}$ | 4) $\{\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เราต้องหาค่า x ที่เป็นจำนวนนับ และ $x+x = x^2$

$$\text{นั่นคือ } x^2 = 2x$$

$$\text{หรือ } x^2 - 2x = 0$$

$$\text{หรือ } x(x-2) = 0$$

$$\text{ซึ่งได้ว่า } x = 0 \text{ หรือ } x = 2$$

แต่ $x = 0$ ใช้ไม่ได้ เพราะเราต้องการ x ที่เป็นจำนวนนับ

ดังนั้น จึงได้ว่า $x = 2$ เพียงค่าเดียว

จึงได้ว่า $\{x|P(x)\}$ คือ $\{2\}$

14. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก B เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ F เป็นเซตของคู่อันดับ (x, y) ซึ่ง $x \in A, y \in B$ จงพิจารณาว่าข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $x+y^2 = 15$ | 2) $x^2+y^2 = 5$ |
| 3) $3x+y^2 = 10$ | 4) $x^2+y^2 = 1$ |

3) $\{a, b, d, e, i\}$

4) $\{a, m, n, o, u, x\}$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากพิสัยของ G คือ เซตของบรรดาค่า y ทั้งหมด ซึ่ง (x, y) อยู่ใน G ดังนั้นในที่นี้จึงได้ว่า พิสัยของ $G = \{b, d, e, x, n, m\}$

19. จากข้อ 17 จงพิจารณาว่า ข้อใดถูก

1) $x \in G \cap o$

2) $n \in G \cup u$

3) $a \in G \cap n$

4) $a \in G \cap e$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่ามี (a, e) อยู่ใน G จึงได้ว่า $a \in G \cap e$

20. กำหนดตาราง binary operation ให้ดังนี้

*	x	y	z
x	x	y	z
y	y	z	x
z	z	x	y

ต่อไปนีข้อใดถูก

1) $(x * y) * x = z$

2) $(x * y) * (z * y) = y$

3) $(y * z) * y = x$

4) $(z * x) * (y * x) = y$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากตารางที่กำหนด เราได้ว่า

$$x * y = y \text{ และ } (z * y) = x$$

$$\text{ดังนั้น } (x * y) * (z * y) = y * x$$

$$\text{จากตาราง } y * x = y$$

$$\text{ดังนั้น } (x * y) * (z * y) = y \text{ จึงถูกต้อง}$$

21. ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว ข้อใดไม่จริง

1) $x(-y) = -xy$

2) $x > 0 \Rightarrow -x < 0$

3) $(x+y)z = x(y+z)$

4) $x < y \Rightarrow -x > -y$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เราทราบว่า $(x + y)z = xz + yz$

และ $x(y + z) = xy + xz$

ดังนั้น $(x + y)z = x(y + z)$ จึงไม่จริง

22. ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว ข้อใดเป็นจริงเสมอ

1) $a < bc$

2) $ac < b$

3) $ac < bc$

4) $bc < ac$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

∵ a

∵ ab

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

24. สำหรับ x, y ที่เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ข้อใดเป็นจริงเสมอ

1) $|x| = -|x|$

2) $|x| = x$

3) $|x| = |-x|$

4) $|x + y| = |x| + |y|$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากเรื่องค่าสัมบูรณ์ เราพิสูจน์ได้ว่า $|x| = |-x|$ ดังนี้

กรณีที่ 1) ถ้า $x \geq 0$

เราได้ว่า $|x| = x$

และ $|-x| = -(-x) = x$

∴ $|x| = |-x|$

กรณีที่ 2) ถ้า $x < 0$

เราได้ว่า $|x| = -x$

และ $|-x| = -x$

