

เฉลยข้อสอบ ໄສ MA 103 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2526

1. ให้ $A = \{\{0\}\}$ และข้อใดถูก

- 1) $\{0\} \subseteq A$ 2) $0 \in A$
3) $\{\{0\}\} \subseteq A$ 4) $\{0\} \not\subseteq A$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล สมมชิกที่อยู่ในเซต $\{\{0\}\}$ คือ $\{0\}$ ก็อยู่ในเซต A ดังนั้น $\{\{0\}\}$ จึงเป็นเซตย่อย (subset) ของ A

2. ถ้า A เป็นเซตใด ๆ ϕ เป็นเซตว่าง และข้อความใดเป็นจริง

- 1) $A \cap \phi = A$ 2) $A \cup \phi = \phi$
3) $\phi = A = -A$ 4) $A - \phi = A$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่าสมมชิกทุกตัวที่อยู่ใน A และไม่อยู่ในเซตว่าง (ϕ) ก็คือ สมมชิกทุกตัวของ A นั่นเอง

3. ถ้า $A = \emptyset$ แล้ว สับเซตของ A ทั้งหมดมีกี่สับเซต

- 1) 0 2) 1
3) 2 4) 3

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากสูตร จำนวนเซตย่อย (subset) ของเซต A ได้ τ ย่อมาเท่ากับ 2^n เมื่อ n คือ จำนวนสมมชิกของเซต A

ในที่นี้ $A = \emptyset$ ดังนั้น $n = 0$

จึงได้ว่าจำนวนเซตย่อยของ \emptyset คือ $2^0 = 1$ ซึ่งก็คือ เซตตัวของมันเองนั่นเอง

4. ให้ $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, e, i, o, u, x\}$ และ $C = \{a, b, c, d, f, g, o\}$ จงหา $(B \cap C) - A$

- 1) $\{o\}$ 2) $\{b, c, d, e\}$
3) \emptyset 4) $\{a, o\}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เพราะว่า $B \cap C = \{a, o\}$
ดังนั้น $(B \cap C) - A = \{o\}$

5. ให้ $A = \{x|x = x\}$ และ A มีสมาชิกกี่ตัว

 - 1) 1
 - 2) 2
 - 3) ไม่มีเลย
 - 4) มีมากจนนับไม่ถ้วน

ເຫດຜົດ ເພຣະວ່າ $x = x$ ເປັນຈົງເສມອສຳຮັບທຸກ ຖ້າ ດ້ວຍອະໄລ ກີ່ຢ່ອມສອດຄລົງກັນປະໂຍດ $x = x$ ເສມອ ຈຶ່ງກລ່າວໄດ້
ຈ່າຍ x ທີ່ເປັນສາມາຊິກຂອງເຫດ A ນັ້ນ ມີມາກາມຍຈນນັບໄນ້ຕ້ວນ

6. เช็ตได้เป็นเช็ตว่าง

 - 1) เช็ตของจำนวนเต็มคี่ยกกำลังสอง แล้วได้จำนวนเต็มคู่
 - 2) เช็ตของจำนวนเต็มลบยกกำลังสอง แล้วได้จำนวนเต็มบวก
 - 3) เช็ตของจำนวนครรภยะที่อยู่ระหว่าง -1 และ -2

ເຫດຜລ ເພຣະວ່າຈຳນວນເຕີມຄືໄດ້ ຈຶ່ງເມື່ອກກຳລັງສອງຫຼືອຄູນກັບຕົວຂອງມັນແອງແລ້ວ
ຢ່ອມໄດ້ຈຳນວນເຕີມຄືເສມອ ນັ້ນເຄືອ ໄມມີຈຳນວນເຕີມຄືໄດ້ເລຍທີ່ກກຳລັງສອງແລ້ວ
ໄດ້ເປັນຈຳນວນເຕີມຄື

คำตอบ ก็อ ข้อ 3)

ເຫດຜອດ ເພຣະວ່າ ຈາກ $x^2 = 1$ ແຮງໄດ້ວ່າ $x = 1, -1$ ແຕ່ເຊື່ອຕ A ທີ່ຕ້ອງການນັ້ນ ຕ້ອງການ x ທີ່ເປັນຈຳນວນນັບຫຸ້ມຂອງຈຳນວນເຕີມນວກ ທີ່ສິ່ງ $x^2 = 1$ ຈຶ່ງໃຊ້ແນພະ $x = 1$

8. ถ้า $p \Rightarrow q$ เป็นเท็จแล้ว p และ q มีค่าความจริงเป็นอะไร
 1) p เป็นจริง q เป็นเท็จ 2) p เป็นเท็จ q เป็นเท็จ
 3) q เป็นจริง p เป็นเท็จ 4) q เป็นเท็จ p เป็นจริง

ก้าวต่อไป กี๊อ ข้อ 3)

เหตุผล จากตารางค่าความจริงของ $p \Rightarrow q$ เราได้ว่า ถ้า p เป็นจริง และ q เป็นเท็จแล้ว $p = q$ จึงจะเป็นเท็จและมีเพียงกรณีเดียวเท่านั้น

9. ให้ $p \wedge q$ เป็นจริง จงหาค่าความจริงของ $\sim p \Rightarrow (q \vee (p \wedge r))$

- | | |
|-------------------------------|---------------|
| 1) เป็นเท็จ | 2) เป็นจริง |
| 3) เป็นเท็จเมื่อ r เป็นจริง | 4) สรุปไม่ได้ |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากที่กำหนดให้ว่า $p \wedge q$ เป็นจริงนั้น แสดงว่า p ต้องเป็นจริง และ q ต้องเป็นจริง ดังนั้น ค่าความจริงของ $\sim p$ จึงต้องเป็น F จากตารางค่าความจริงของตัวเชื่อม \Rightarrow เราได้ว่า ในกรณีที่ตัวหน้า (เหตุ) เป็นเท็จ (F) แล้ว ไม่ว่าตัวหลัง (ผล) จะมีค่าความจริงเป็นอะไรก็ตาม ผลสรุปจะได้ว่า ข้อความนั้นมีค่าความจริงเป็นจริง (T) เสมอ

ดังนั้น ข้อความ $\sim p \Rightarrow (q \vee (p \wedge r))$ จึงเป็นจริง

10. ให้ยูนิเวอร์ส คือ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $P(x)$ แทน “ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1” แล้ว ข้อใดถูก

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\forall x P(x)$ เป็นจริง | 2) $\exists x P(x)$ เป็นจริง |
| 3) $\exists x P(x)$ เป็นเท็จ | 4) $P(3)$ เป็นเท็จ |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะว่า มี x บางตัวที่อยู่ในยูนิเวอร์สซึ่งทำให้ประโยค $P(x)$ เป็นจริง เช่น $x = 2$ ซึ่งเราได้ว่า “2 เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1” ซึ่งเป็นจริง (นอกจากนั้นยังได้ว่า $x = 3, 4$ ก็ทำให้ $P(x)$ เป็นจริงด้วย)

11. ให้ $P(x)$ คือ “ x เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x^2 \leq 9$ ” แล้ว $\{x|P(x)\}$ คือ ข้อใด

- | | |
|---------------------------------|---------------------|
| 1) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ | 2) $\{0, 1, 2, 3\}$ |
| 3) $\{0, 1, 2\}$ | 4) $\{1, 2, 3\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เราต้องหาค่า x ที่เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง $x^2 \leq 9$

1. เมื่อ $x = 1$ จะได้ว่า $1^2 \leq 9$ เป็นจริง

$x = 2$ จะได้ว่า $2^2 \leq 9$ เป็นจริง

แต่ถ้า $x = 3$ จะได้ว่า $3^2 \leq 9$ เป็นเท็จ

ดังนั้น ค่า x ที่สอดคล้องกับประโยค $P(x)$ คือ $x = 1, 2, 3$

จึงได้ว่า $\{x|P(x)\} = \{1, 2, 3\}$

12. การพิสูจน์แบบ

ให้ x เป็นอีสิเมนต์ที่เหมาะสม

.....
.....
.....

$\therefore P(x)$

เป็นการพิสูจน์แบบได้

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1) $P(x)$ | 2) $\forall x P(x)$ |
| 3) $\exists x P(x)$ | 4) $p \Rightarrow q$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เป็นแบบแผนของการพิสูจน์แบบ $\exists x P(x)$ คือ จะพิสูจน์ว่า มีบาง x ที่ทำให้ $P(x)$ เป็นจริง เราจึงต้องเริ่มต้นการพิสูจน์โดยการเลือก x ที่เหมาะสมแล้ว แสดงให้ได้ว่า x ที่เลือกมานั้นทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

13. จงหา $\{x|P(x)\}$ เมื่อ $P(x)$ คือ “ x เป็นจำนวนนับและ $x+x = x^2$ ”

- | | |
|------------|------------|
| 1) $\{0\}$ | 2) $\{1\}$ |
| 3) $\{2\}$ | 4) $\{\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เราต้องหา x ที่เป็นจำนวนนับ และ $x+x = x^2$
นั่นคือ $x^2 = 2x$

$$\text{หรือ } x^2 - 2x = 0$$

$$\text{หรือ } x(x-2) = 0$$

$$\text{ซึ่งได้ว่า } x = 0 \text{ หรือ } x = 2$$

แต่ $x = 0$ ใช้ไม่ได้ เพราะเราต้องการ x ที่เป็นจำนวนนับ
ดังนั้น จึงได้ว่า $x = 2$ เพียงค่าเดียว

จึงได้ว่า $\{x|P(x)\}$ คือ $\{2\}$

14. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก B เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ F เป็นเซตของคู่ลักษณะ (x, y) ซึ่ง $x \in A$, $y \in B$ จงพิจารณาว่าข้อใดเป็นพังก์ชันจาก A ไปยัง B

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $x+y^2 = 15$ | 2) $x^2+y^2 = 5$ |
| 3) $3x+y^2 = 10$ | 4) $x^2+y^2 = 1$ |

คําตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จาก $x^2 + y^2 = 1$ เราจะพบว่า เซตของคู่อันดับ (x, y) ซึ่ง x เป็นจำนวนเต็มบวก และ y เป็นจำนวนเต็มห้าม零 คือ $(1, 0)$ ซึ่งมีเพียงคู่อันดับเดียวเท่านั้น ดังนั้น $x^2 + y^2$ จึงเป็นพังก์ชันจาก A ไปยัง B

15. ให้ $A = \{a, b\}$ แล้ว $A \times A$ คือข้อใด

- 1) $\{(a, b), (b, a)\}$
- 2) $\{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$
- 3) $\{(a, a), (b, b)\}$
- 4) $\{(a, b)\}$

คําตอบ 10 ข้อ 2)

เหตุผล $A \times A$ คือ เซตของคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด ซึ่ง x เป็นสมาชิกของ A และ y เป็นสมาชิกของ A ด้วย
ดังนั้น จึงได้ว่า $A \times A = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$

16. ถ้า $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ แล้วข้อใดเป็นพังก์ชันจาก B ไปยัง A

- 1) $\{(1, a), (2, d), (3, b)\}$
- 2) $\{(1, a), (2, b), (2, d)\}$
- 3) $\{(a, 1), (c, 1), (b, 3)\}$
- 4) $\{(a, 1), (b, 2), (b, 3)\}$

คําตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เพราะว่า จาก $\{(a, 1), (c, 1), (b, 3)\}$ นั้น เราย่ำว่า a, c, b ต่างก็เป็นสมาชิกของ B และ 1, 3 ต่างก็เป็นสมาชิกของ A นอกจากนั้น ยังได้ว่าสมาชิก a, c ต่างก็จับคู่กับสมาชิก 1 เพียงตัวเดียว และ b ก็จับคู่กับ 3 เพียงตัวเดียว จึงกล่าวได้ว่า $\{(a, 1), (c, 1), (b, 3)\}$ เป็นพังก์ชันจาก B ไปยัง A

17. ให้ $G = \{(e, b), (i, d), (a, e), (o, x), (u, n), (a, m)\}$ จงหาโดเมนของ G

- 1) $\{a, e, i, o, u\}$
- 2) $\{b, d, e, m, n, x\}$
- 3) $\{a, b, d, e, i\}$
- 4) $\{a, m, n, 0, u, x\}$

คําตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากโดเมนของ G คือเซตของบรรดาค่า x ทั้งหลาย ซึ่ง (x, y) อยู่ใน G
ดังนั้น จาก $G = \{(e, b), (i, d), (a, e), (o, x), (u, n), (a, m)\}$
โดเมนของ G = $\{e, i, a, o, u\} = \{a, e, i, o, u\}$

18. จงหาพิสัยของ G ในข้อ 17

- 1) $\{a, e, i, o, u\}$
- 2) $\{b, d, e, m, n, x\}$

3) $\{a, b, d, e, i\}$

4) $\{a, m, n, o, u, x\}$

คำตอน กือ ข้อ 2)

เหตุผล จากพิสัยของ G กือ เซตของบวรดาค่า y ทั้งหลาย ซึ่ง (x, y) อยู่ใน G
ดังนั้นในที่นี้จึงได้ว่า พิสัยของ $G = \{b, d, e, x, n, m\}$

19. จากข้อ 17 จงพิจารณาว่า ข้อใดถูก

1) $x \in G \circ$

2) $n \in G \cup$

3) $a \in G \cap$

4) $a \in G \cap e$

คำตอน กือ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่ามี (a, e) อยู่ใน G จึงได้ว่า $a \in G \cap e$

20. กำหนดตาราง binary operation ให้ดังนี้

| * | x | y | z |
|---|---|---|---|
| x | x | y | z |
| y | y | z | x |
| z | z | x | y |

ต่อไปนี้ข้อใดถูก

1) $(x * y) * x = z$

2) $(x * y) * (z * y) = y$

3) $(y * z) * y = x$

4) $(z * x) * (y * x) = y$

คำตอน กือ ข้อ 2)

เหตุผล จากตารางที่กำหนด เราได้ว่า

$x * y = y$ และ $(z * y) = x$

ดังนั้น $(x * y) * (z * y) = y * x$

จากตาราง $y * x = y$

ดังนั้น $(x * y) * (z * y) = y$ จึงถูกต้อง

21. ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว ข้อใดไม่จริง

1) $x(-y) = -xy$

2) $x > 0 \Rightarrow -x < 0$

3) $(x + y)z = x(y + z)$

4) $x < y \Rightarrow -x > -y$

คำตอน กือ ข้อ 3)

เหตุผล เราทราบว่า $(x+y)z = xz + yz$
 และ $x(y+z) = xy + xz$
 ดังนั้น $(x+y)z = x(y+z)$ จึงไม่จริง

22. ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว ข้อใดเป็นจริงเสมอ

- 1) $a < bc$ 2) $ac < b$
 3) $ac < bc$ 4) $bc < ac$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากทฤษฎีของจำนวนจริงกล่าวว่า

ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว จะได้ว่า $bc < ac$

23. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $b \neq 0$ และ $c \neq 0$ แล้ว $\frac{a}{b}/c$ เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{a}{bc}$ 2) $\frac{ac}{b}$
 3) $\frac{bc}{a}$ 4) $\frac{c}{ab}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

24. สำหรับ x, y ที่เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ข้อใดเป็นจริงเสมอ

- 1) $|x| = -|x|$ 2) $|x| = x$
 3) $|x| = |-x|$ 4) $|x+y| = |x| + |y|$

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากเรื่องค่าสัมบูรณ์ เราพิสูจน์ได้ว่า $|x| = |-x|$ ดังนี้

กรณีที่ 1) ถ้า $x \geq 0$

เราได้ว่า $|x| = x$

และ $|-x| = -(-x) = x$

$\therefore |x| = |-x|$

กรณีที่ 2) ถ้า $x < 0$

เราได้ว่า $|x| = -x$

และ $|-x| = -x$

$$\therefore |x| = |-x|$$

จากทั้งสองกรณี จึงสรุปได้ว่า

$$|x| = |-x|$$

25. ให้ $S = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x < -265\}$ และ S คือช่วงใด

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $[-265, \infty)$ | 2) $(-265, \infty)$ |
| 3) $(-\infty, -265)$ | 4) $(-\infty, -265]$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เนื่องจาก $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x < b\}$ สามารถเขียนแทนได้ด้วยช่วง $(-\infty, b)$
ดังนั้น $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x < -265\}$ จึงเขียนแทนได้ด้วยช่วง $(-\infty, -265)$

26. ให้ $A = \{x|1x-21 < 15\}$ และ A คือเซตใด

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $\{x -15 < x < 15\}$ | 2) $\{x -13 < x < 17\}$ |
| 3) $\{x -17 < x < 17\}$ | 4) $\{x -15 < x < 17\}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากทฤษฎีของค่าสัมบูรณ์มีว่า

ถ้า $|x| < a$ และ ย่อมได้ว่า $-a < x < a$ สำหรับ $a > 0$

ดังนั้น จาก $|x-2| < 15$ จึงได้ว่า

$$-15 < x-2 < 15$$

เอา 2 บวกตลอด จะได้ว่า

$$-13 < x < 17$$

ดังนั้น จึงได้ว่า $A = \{x| |x-2| < 15\}$ คือ $\{x| -13 < x < 17\}$

27. $G = \left\{ \frac{n+1}{n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ ขอนเขตล่างสูงสุดของ G คือ

- | | |
|------|------------------------------|
| 1) 0 | 2) $\frac{2}{3}$ |
| 3) 1 | 4) G ไม่มีขอนเขตล่างสูงสุด |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จาก $G = \left\{ \frac{n+1}{n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ เมื่อเราแทน n ด้วย $1, 2, 3, 4, \dots$ ไปเรื่อยๆ

$$\text{จะได้ว่า } G = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots \right\}$$

จึงได้ว่า ขอนเขตข้างล่างสูงสุดของ G คือ $\frac{2}{3}$

28. $H = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x < -5\}$ มีคุณสมบัติอย่างไร

- 1) l.u.b. คือ -5 แต่ไม่มี g.l.b. 2) g.l.b. คือ -5 แต่ไม่มี l.u.b.
 3) l.u.b. อยู่ใน H 4) g.l.b. อยู่ใน H

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $H = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x < -5\}$ ทำให้เราได้ว่า เซต H มีเฉพาะขอบเขตบน คือ $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \geq -5\}$ โดยไม่มีขอบเขตล่าง

ดังนั้น จึงได้ว่า l.u.b. ของ H คือ -5 และไม่มี g.l.b. เนื่องจากไม่มีขอบเขตล่างนั้นเอง และยังได้ด้วยว่า l.u.b. ของ H นี้ ไม่ได้อยู่ใน H ด้วย

29. ให้ $A = (0, 3]$ และ $B = (-1, 3)$ จงหา $A - B$

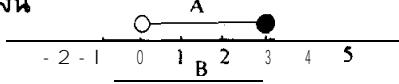
- 1) I } 2) {3}
 3) $(-1, 0]$ 4) $(0, 3)$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จาก $A = (0, 3]$ จะได้ว่า $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 3\}$

และ $B = (-1, 3)$ จะได้ว่า $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 3\}$

ซึ่งอาจเขียนภาพแสดงได้ดังนี้



ดังนั้น $A - B = \{x \in \mathbb{R} | x \in A \text{ และ } x \notin B\}$

$$= \{3\}$$

30. จำนวนใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

- 1) 1.4141212... 2) 0.2323...
 3) 111213.111213... 4) 6.478654786547...

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากจำนวนอตรรกยะถ้าเขียนอยู่ในรูปทศนิยมจะได้เป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่เวียนซ้ำ จากตัวเลือกทั้ง 4 ตัว จะพบว่าตัวเลือกที่ 1, 2 และ 4 เป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบเวียนซ้ำโดยเวียนซ้ำที่ 12, 23 และ 47865 ตามลำดับ ส่วนตัวเลือกที่ 3 เป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่เวียนซ้ำ จึงได้ว่าเป็นจำนวนอตรรกยะ

31. จงหา \bar{x} ซึ่งทำให้ $(3, 1, 2) + 4\bar{x} = 5(1, 0, -1)$

- 1) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{7}{4})$ 2) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{7}{4})$

3) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4} \right)$

4) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $(3, 1, 2) + 4x = 5(1, 0, -1)$

$$= (5, 0, -5)$$

จึงได้

$$4x = (5, 0, -5) - (3, 1, 2)$$

$$= (5 - 3, 0 - 1, -5 - 2)$$

$$= (2, -1, -7)$$

เพราะฉะนั้น $\bar{x} = \frac{1}{4}(2, -1, -7)$

$$= \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{7}{4} \right)$$

32. ถ้า $\bar{P} = (1, 2, 3, 4)$, $\vec{PQ} = (4, 7, 5, -3)$ แล้วจงหา \bar{Q}

1) $(3, 5, 2, -7)$

2) $(-3, -5, -2, 7)$

3) $(5, 9, 8, -7)$

4) $(5, 9, 8, 1)$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากสูตร $\vec{PQ} = \bar{Q} - \bar{P}$

$$\bar{Q} = \vec{PQ} + \bar{P}$$

$$= (4, 7, 5, -3) + (1, 2, 3, 4)$$

$$= (5, 9, 8, 1)$$

33. ให้ $\bar{P} = (21, 3, -15, -12)$ จงพิจารณาว่าข้อใดขนาดนักกับ \bar{P}

1) $(7, 1, 5, 4)$

2) $(-7, -1, 5, 4)$

3) $(-21, 3, -15, -12)$

4) $(-7, -1, 3, 4)$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะว่า $(21, 3, -15, -12) = -3(-7, -1, 5, 4)$

หรือ

$$\bar{P} = -3(-7, -1, 5, 4)$$

จึงได้ว่า เวกเตอร์ที่แทนด้วย $(-7, -1, 5, 4)$ ขนาดนักเวกเตอร์ \bar{P} (โดยมีทิศทางตรงกันข้าม)

34. ข้อใดต่อไปนี้แสดงว่า P, Q, R อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

$$1) \vec{Q} = \vec{P} - 2\vec{R}$$

$$2) \vec{Q} = 2\vec{P} - \vec{R}$$

$$3) \vec{Q} = \frac{3}{4}\vec{P} - \frac{1}{4}\vec{R}$$

$$4) \vec{Q} = \frac{1}{2}\vec{P} - \frac{1}{2}\vec{R}$$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากข้อสรุปที่ว่า P, Q, R จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกันก็ต่อเมื่อได้ว่า

$$\vec{Q} = a\vec{P} + b\vec{R} \text{ โดย } a+b = 1$$

$$\text{จึงได้ว่า ถ้า } \vec{Q} = 2\vec{P} - \vec{R} \text{ จะได้ว่า } a = 2, b = -1$$

$$\text{ซึ่ง } a+b = 2+(-1) = 1 \text{ จึงสรุปได้ว่า } P, Q, R \text{ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน}$$

35. ถ้า $\vec{P} = (1, x, 3), \vec{Q} = (5, -1, 3)$ และ $|\vec{PQ}| = 5$ จงหา x

$$1) 2, 4$$

$$2) -2, 4$$

$$3) -2, -4$$

$$4) 2, -4$$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากสูตรได้ว่า ถ้า $\vec{P} = (x_1, x_2, x_3)$ และ $\vec{Q} = (y_1, y_2, y_3)$

$$\text{แล้ว } |\vec{PQ}| = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + (y_3 - x_3)^2}$$

ดังนั้น ในที่นี้จึงได้ว่า

$$\begin{aligned} 5 &= \sqrt{(5-1)^2 + (-1-x)^2 + (3-3)^2} \\ &= \sqrt{16 + (1-2(-1))(x) + x^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{17 + 2x + x^2} \end{aligned}$$

$$x^2 + 2x + 17 = 25$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = -4, 2$$

36. จงหาโคออร์ดิเนตของจุดแบ่ง $A(2, 0, 3), B(5, 6, 3)$ ในอัตราส่วน $2 : 1$

$$1) (4, 4, 3)$$

$$2) (3, 2, 4)$$

$$3) (\frac{7}{3}, 2, 2)$$

$$4) (1, 2, 0)$$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากสูตรได้ว่า ถ้า C เป็นจุดแบ่งเส้นตรง AB ออกเป็นอัตราส่วน $a : b$

$$\text{จะได้ว่า } C = \frac{b}{a+b} A + \frac{a}{a+b} B$$

ดังนั้น จากโจทย์ข้อนี้จึงได้ว่า

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2+1}(2, 0, 3) + \frac{2}{2+1}(5, 6, 3) \\ &= \left(\frac{2}{3}, 0, \frac{3}{3}\right) + \left(\frac{10}{3}, \frac{12}{3}, \frac{6}{3}\right) \\ &= \left(\frac{12}{3}, \frac{12}{3}, \frac{9}{3}\right) \\ &= (4, 4, 3) \end{aligned}$$

37. จงหาความชันของเส้นที่ผ่านจุด $(0, -3), (3, 0)$

- | | |
|---------|-----------------|
| 1) -1 | 2) 0 |
| 3) 1 | 4) ไม่มีความชัน |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล จากสูตรความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) กับ (x_2, y_2) คือ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ดังนั้นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, -3)$ กับ $(3, 0)$ คือ $\frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1$

38. จงหาความชันของเส้น $x + 1 = 0$

- | | |
|---------|-----------------|
| 1) -1 | 2) 0 |
| 3) 1 | 4) ไม่มีความชัน |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล เนื่องจากกราฟของเส้นตรง $x + 1 = 0$ ก็คือ $x = -1$ ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกน x จึงกล่าวได้ว่าเส้น $x + 1 = 0$ ไม่มีความชัน

39. จงหาสมการเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(1, 2)$ และมีความชันเท่ากับ 0

- | | |
|----------------|----------------|
| 1) $y - 2 = 0$ | 2) $y + 2 = 0$ |
| 3) $x - 1 = 0$ | 4) $x + 1 = 0$ |

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จากสูตรสมการเส้นตรงซึ่งผ่านจุด (x_1, y_1) และมี

ความชัน m คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

แทนค่า $x_1 = 1, y_1 = 2$ และ $m = 0$ ลงในสูตร

จึงได้ว่า

$$\begin{aligned}y - 2 &= 0(x - 1) \\&= 0\end{aligned}$$

40. จงหาจุดตัดบนแกน X ของ $3x - 5y + 15 = 0$

- 1) $(-5, 0)$ 2) $(5, 0)$
 3) $(0, 3)$ 4) $(0, -3)$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล เนื่องจากเส้นตรงใด ๆ จะตัดแกน x ก็ต่อเมื่อค่า y เป็น 0
 ดังนั้น จึงแทนค่า $y = 0$ ลงในสมการ $3x - 5y + 15 = 0$
 เพื่อหาค่า x

$$\therefore 3x - 5(0) + 15 = 0$$

$$\therefore x = -5$$

ดังนั้น จุดตัดแกน x ของ $3x - 5y + 15 = 0$ คือ $(-5, 0)$

41. ถ้า $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix}$ และ $B = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 45 \end{vmatrix}$ แล้ว

$3A - 2B$ คือ เมตริกซ์ใด

1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & -20 & -7 \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 8 \\ 15 & -4 & 13 \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 9 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $3A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 9 & -12 & 3 \end{bmatrix}$

และจาก $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $2B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

$$\text{ดังนั้น } 3A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 9 & -12 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & -20 & -7 \end{bmatrix}$$

42. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว AB คือ เมตริกซ์ใด

1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \\ 44 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} -4 & -5 \\ 2 \end{bmatrix}$

คำตอบ คือ ข้อ 3)
เหตุผล $A B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \square & \square \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (1)(0) + (2)(1) + (1)(2) & (1)(0) + (2)(2) + (1)(1) \\ (2)(0) + (0)(1) + (-1)(2) & (2)(0) + (0)(2) + (-1)(1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

43. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 3 & 6 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 8 \end{bmatrix}$ แล้ว $AB = C$ และ c_{32} มีค่าเท่าไร

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล c_{32} เป็นสมาชิกตัวที่อยู่ในแถวที่ 3 คอลัมน์ที่ 2 ของเมตริกซ์ C ซึ่งได้จากการคูณ
ระหว่างสมาชิกในแถวที่ 3 ของ A กับคอลัมน์ที่ 2 ของ B คือ

$$(1)(2) + (5)(1) + (3)(0) + (6)(-1) + (0)(2) = 1$$

44. ถ้า A กับ B เป็นเมตริกซ์ขนาด $m \times n$ และ C เป็นเมตริกซ์ขนาด $n \times r$ แล้วคุณสมบัติ
ข้อใดเป็นจริง

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$

2) $(AB)C = A(BC)$

3) $A(B+C) = AB+AC$

4) $(A+B)C = AC+BC$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากคุณสมบัติ ของเมตริกซ์

45. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ และ A^{-1} คือ เมตริกซ์ข้อใด

1) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากสูตร ถ้า $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

แล้ว $A^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$

ในที่นี่ $a_{11} = 3, a_{12} = 4, a_{21} = 2, a_{22} = 3$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{(3)(3) - (2)(4)} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

46. ค่าเดียร์มิแวนท์ของเมตริกซ์ $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ มีค่าเท่าไร

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

คำตอบ คือ ข้อ 3)
 เหตุผล จาก $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$
 ในที่นี่ $a_{11} = 2, a_{12} = -2, a_{21} = 4, a_{22} = -3$
 ดังนั้น $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = (2)(-3) - (4)(-2)$
 $= -6 + 8 = 2$

47. จาก Cramer's rule ถ้าสมการชุดหนึ่งคือ

$$x+y-z = 1$$

$$2x-3y = 2$$

$$4y+3z = 0$$

$$\text{แล้วได้ว่า } x = \frac{D_1}{D}, y = \frac{D_2}{D} \text{ และ } z = \frac{D_3}{D}$$

อยากรู้ว่าในที่นี่ D มีค่าเท่ากับค่าใด

1) -23

2) -25

3) -27

4) -29

คำตอบ คือ ข้อ 1)

เหตุผล จาก D คือค่าเดียวกันทั้งหมดของเมตริกซ์ ของสัมประสิทธิ์ ของตัวไม่ทราบค่า คือ

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (1)(-3)(3) + (1)(0)(0) + (-1)(4)(2) - (0)(-3)(-1)$$

$$- (4)(0)(1) - (3)(1)(2)$$

$$= -9 + 0 - 8 - 0 - 0 - 6$$

$$= -23$$

48. จากโจทย์ข้อ 47 อยากรู้ว่า x มีค่าเท่ากับค่าใด

1) -1

2) 1

3) 2

4) -2

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\text{ເຫດຸຜ ຈາກ } x = \frac{D_1}{D}$$

และจากข้อ 47 ได้ $D = -23$

ในที่นี้ D_1 คือ ค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวไม่ทราบค่า โดยแทนที่คอลัมน์สัมประสิทธิ์ของ x ด้วยคอลัมน์ของค่าคงที่ทางขวา มือตั้งนี้ จึงได้ว่า D_1 คือ

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & \\ 2 & -3 & 0 & = -9 + 0 - 8 - 0 - 0 - 6 \\ 0 & 4 & 3 & = -23 \end{array}$$

49. ถ้าตัวบล A กับตัวบล B มีถนนติดต่อกัน 4 สาย และตัวบล B กับตัวบล C มีถนนติดต่อกัน 3 สายและตัวบล C กับตัวบล D มีถนนติดต่อกัน 3 สาย ถ้าต้องการเดินทางจาก A ไปยัง D โดยผ่าน B และ C อย่างทราบว่าจะมีวิธีเดินทางได้กี่วิธีต่าง ๆ กัน

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จำกัดบล A กับบล B มีถนนติดต่อกัน 4 สาย

จากคำบล B กับคำบล C มีถนนติดต่อกัน 3 สาย

และคำบล C กับคำบล D มีทันติดต่อกัน 3 สาย

จากหลักการขั้นพื้นฐาน จึงได้ว่า จะมีวิธีเดินทางจาก A ไปยัง D โดยผ่าน B

$$\text{และ } C \text{ ได้ทั้งหมด } 4 \times 3 \times 3 = 36 \text{ วิธี}$$

50. ถ้ามีโรงเรียนอยู่ 4 โรง และมีเด็กอยู่ 2 คน จะมีกี่วิธีที่จะจัดให้เด็กทั้ง 2 คนเข้าโรงเรียนโดยไม่อยู่โรงเรียนเดียวกัน

ก้าวคน กีด ข้อ 1)

เหตุผล เนื่องจากเด็กคนแรกมีวิธีเลือกโรงเรียนจาก 4 โรงได้ 4 วิธี หลังจากคนแรกเลือกแล้ว กันที่สองจะมีวิธีเลือกโรงเรียนที่เหลือจากคนแรกเลือกแล้วได้ 3 วิธี

ดังนั้น จึงมีวิธีที่จะจัดเด็ก 2 คนเข้าโรงเรียนโดยไม่อยู่โรงเรียนเดียวกัน ได้
 $4 \times 3 = 12$ วิธี

51. ถ้ามีโรงเรียนอยู่ 4 โรง และมีเด็กอยู่ 2 คน จะมีกี่รือที่จะจัดให้เด็กทั้ง 2 คน เข้าโรงเรียนโดยอยู่โรงเรียนเดียวกันได้

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล เนื่องจากเด็กคนแรกมีวิธีเลือกโรงเรียนจาก 4 โรงได้ 4 วิธี หลังจากคนแรกเลือกแล้ว คนที่สองจะมีวิธีเลือกโรงเรียนได้อีก 4 วิธี (เนื่องจากเลือกโรงเรียนเดียวกันได้)

ดังนั้น จึงมีวิธีที่จะจัดเต็ม 2 คนเข้าโรงเรียนโดยอยู่โรงเรียนเดียวกันได้
ได้ $4 \times 4 = 16$ วิธี

52. จะมีวิธีจัดแบ่งลำดับอักษรจากคำว่า “DADDY” ได้ต่าง ๆ กันกี่วิธี

คำตอบ คือ ข้อ 2)

ເຫດຜລ ຈາກຄໍາວ່າ “DADDY” ຈະເຫັນວ່າມີອັກຊຣກາຢາອັງກຸຽທັງໝົດ 5 ຕັວ
ໂດຍມີ D ຊັ້ນກັນ 3 ຕັວ, ມີ A ອູ່ 1 ຕັວ, ມີ Y ອູ່ 1 ຕັວ

ดังนั้น จึงมีวิธีจัดแบ่งลำดับอักษรจากคำว่า “PADDY”

$$\begin{aligned} \text{ได้ } &= \frac{5!}{3! 1! 1!} \\ &= 20 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

53. จะมีวิธีจัดนักเรียน 6 คน ยืนรอบโต๊ะกลมได้กี่วิธีต่าง ๆ กัน

- 1) 720 2) 120
3) 6 4) 1

คำตอบ คือ ข้อ 2)

ເຫດຜລ ເພຣະວ່າ ຄຳມີຄນ n ດັບແລກ ຈະມີວິທີຈັດແປລຳຕັບແບນວງກລມໄດ້ $(n-1)!$ ວິທີ
ດັ່ງນັ້ນ ຈຶ່ງມີວິທີຈັດນັກເຮັຍນ 6 ດັບແລກ ຈັດແປລຳຕັບແບນວງກລມໄດ້ $(6-1)!$ ວິທີ

$$\text{គឺ } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ និង}$$

54. ถ้ามีนักเรียนทั้งหมด 6 คน ต้องการจัดนักเรียนทั้งหมดนี้ออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 คน จะมีวิธีจัดทั้งหมดกี่วิธี

คำสอน กีอ ข้อ 4)

เหตุผล เพราะว่า ถ้ามีนักเรียน n คน ต้องการจัดเป็นหมู่ ๆ ละ r คน จะมีวิธีจัดได้เป็น

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ดังนั้น เมื่อมีนักเรียนหง້າหมวด 6 คน ต้องการจัดออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คน ก็คือ

$$\begin{aligned} {}^6C_3 &= \frac{6!}{3!(6-3)!} \\ &= \frac{6!}{3! \cdot 3!} \\ &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 20 \end{aligned}$$

55. สัมประสิทธิ์ของ a^2b^4 จากการกระจาย $(3a - 2b)^6$ คือ ค่าใด

คำตอบ กีอ ข้อ 2)

ເຫດຜລ ເກມ a^2b^4 ສຶ່ງໄດ້ຈາກການກະຈາຍ $(3a - 2b)^6$ ຕີດ $\frac{6!}{2! 4!} (3a)^2 (-2b)^4$

$$\begin{aligned} \text{โดย } \frac{6!}{2! 4!} (3a)^2 (-2b)^4 &= \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} (9a^2)(16b^4) \\ &= 2160a^2b^4 \end{aligned}$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของ a^2b^4 จากการกระจาย $(3a - 2b)^6$ คือ 2160

56. ในการตรวจสอบหลอดไฟฟ้า โดยการเลือกหิบขั้นมาตรฐาน 3 หลอด โดยการสู่มคือ หิบโดยไม่เจาะจง ถ้าผลลัพธ์ที่สูนใจคือสภาพของหลอดไฟที่หิบขึ้นมาว่า “ดีหรือเสีย” แล้วนำมาเปรียบเป็นเครื่องมือวัดทั้งหมดก็อธิบายได้

คําขอบ วีดีโอ ชุด 1)

เหตุผล จากสูญเสียของหลอดไฟแต่ละหลอดเป็นได้ 2 ทาง คือดีหรือเสีย ดังนั้นส่วนที่จะเป็นไปได้ก็งมงายของหลอดไฟ 3 หลอด คือ $2^3 = 8$ นั่นคือ แซมเบลสเปซ จะมีอิเลเม้นต์ก็งมงาย 8 อิเลเม้นต์ ซึ่งถ้าให้ ค. แทน ดี และ ส. แทน เสีย แล้ว เราอาจแจงสมาชิกก็ง 8 ได้ดังนี้

{ดดด, ดดส, ดสส, ดสส, สดด, สดส, สสส, สสส}

โจทย์สำหรับข้อ 57-58

สมมติว่าในกล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 6 ลูก เป็นลูกบอลสีดำ 3 ลูก ลูกบอลสีแดง 2 ลูก และลูกบอลสีขาว 1 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลออกมา 1 ลูก

57. ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นเท่าไร

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $\frac{1}{6}$ | 2) $\frac{1}{3}$ |
| 3) $\frac{1}{2}$ | 4) $\frac{2}{3}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากในกล่องซึ่งมีลูกบอล 6 ลูกนั้นเป็นลูกบอลสีแดงเสียง 2 ลูก

ดังนั้น ถ้าสุ่มหยิบมา 1 ลูกแล้ว ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลสีแดงคือ

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

58. ความน่าจะเป็นที่หยิบบอลสีดำหรือบอลสีขาว เป็นเท่าไร

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $\frac{1}{6}$ | 2) $\frac{1}{3}$ |
| 3) $\frac{1}{2}$ | 4) $\frac{2}{3}$ |

คำตอบ คือ ข้อ 4)

เหตุผล จากในกล่องซึ่งมีลูกบอล 6 ลูกนั้น มีลูกบอลสีดำ 3 ลูก และลูกบอลสีขาว 1 ลูก ดังนั้น ถ้าสุ่มหยิบมา 1 ลูกแล้ว ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลสีดำหรือลูกบอล

$$\text{สีขาว คือ } \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

59. นายทีมตั้งใจไว้ว่า ถ้าวันนี้ฝนตกเขาก็ทำการบ้าน แต่ถ้าฝนไม่ตกเขาก็จะไปเล่นเทนนิส และกรณีที่มีวันนี้ตก ก็จะทำการบ้านได้พยากรณ์อากาศวันนี้ไว้ว่า วันนี้โอกาสที่ฝนจะตกมี 60% อย่างทรายว่าความน่าจะเป็นที่วันนี้นายทีมจะไปเล่นเทนนิส เป็นเท่าไร

1) $\frac{1}{5}$

2) $\frac{2}{5}$

3) $\frac{3}{5}$

4) $\frac{4}{5}$

คําตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล จากที่กรรมอุตุนิยมวิทยาพยากรณ์ว่า วันนี้โอกาสที่ฝนจะตกมี 60% หรือ

$$\frac{60}{100} \text{ หรือ } \frac{3}{5} \text{ ดังนั้น โอกาสที่ฝนไม่ตกย่อมเป็น } 40\% \text{ หรือ } \frac{40}{100} \text{ หรือ } \frac{2}{5}$$

จากการที่นายที่มีตั้งใจว่าถ้าฝนไม่ตกเขาก็จะไปเล่นเทนนิส ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่วันนี้นายที่จะจะไปเล่นเทนนิสจึงเป็น $\frac{2}{5}$

60. ให้ E และ F เป็นเหตุการณ์ซึ่ง $P(E) = \frac{1}{2}$, $P(F) = \frac{3}{8}$ และ $P(E \cup F) = \frac{5}{8}$ แล้ว
อยากรู้ว่า $P(\overline{E \cap F})$ เป็นเท่าไร

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{2}{4}$

3) $\frac{3}{4}$

4) 1

คําตอบ de ข้อ 3)

เหตุผล จาก $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$

$$\begin{aligned} P(E \cap F) &= P(E) + P(F) - P(E \cup F) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{4+3-5}{8} \end{aligned}$$

1
4

$$\text{และ } P(E \cap F) = 1 - P(E \cup F)$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$\text{ดังนั้น } P(\overline{E \cap F}) = \frac{3}{4}$$

61. ผลการสอบของนักศึกษาปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า 40% ของนักศึกษาปีที่ 1 สอบวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน

25% ของนักศึกษาปีที่ 1 สอนวิชาภาษาอังกฤษผ่าน

15% ของนักศึกษาปีที่ 1 สอนผ่านทั้งวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน ถ้ากำหนดว่า นักศึกษาผู้นี้สอบวิชาภาษาอังกฤษผ่านแล้ว

$$1) \frac{4}{5}$$

$$2) \frac{3}{5}$$

$$3) \frac{2}{5}$$

$$4) \frac{1}{5}$$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไข

ให้ A แทนนักศึกษาที่สอบวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน

$$\text{ดังนั้น } P(A) = \frac{40}{100}$$

B แทนนักศึกษาที่สอบวิชาภาษาอังกฤษผ่าน

$$\text{ดังนั้น } P(B) = \frac{25}{100}$$

$A \cap B$ จะแทนนักศึกษาที่สอบผ่านทั้งคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = \frac{15}{100}$$

ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะสอบคณิตศาสตร์ผ่าน ถ้ากำหนดว่า นักศึกษา

ผู้นี้สอบภาษาอังกฤษผ่านแล้ว คือ $P(A/B)$

$$\text{จากสูตร } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\text{จากโจทย์ เราได้ว่า } P(A \cap B) = \frac{15}{100} \text{ และ } P(B) = \frac{25}{100}$$

$$\text{ดังนั้น } P(A/B) = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{25}{100}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

62. ผลการสำรวจความคิดเห็นของแม่บ้านเกี่ยวกับการใช้ผงซักฟอกปรากฏว่า

ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ A เป็น 0.45

ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ B เป็น 0.30

ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ C เป็น 0.60
แล้วความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกทั้งสามยี่ห้อนี้เป็นเท่าไร

- 1) 1.35 2) 0.35
3) 0.081 4) 1.00

คำตอบ คือ ข้อ 3)

เหตุผล ให้ $P(A)$ แทนความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ A
ดังนั้น $P(A) = 0.45$

$P(B)$ แทนความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ B
ดังนั้น $P(B) = 0.30$

และ $P(C)$ แทนความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ C
ดังนั้น $P(C) = 0.60$

เนื่องจากเหตุการณ์ที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอก A, B และ C เป็นเหตุการณ์ที่
ไม่ขึ้นต่อ กัน

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านจะใช้ผงซักฟอกทั้งสามยี่ห้อ ก็คือ $P(A \cap B \cap C)$
โดย $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$
= $(0.45)(0.30)(0.60)$
= 0.081

63. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x - 2)$ มีค่า y ไปทางเข้าสู่ค่าใด

- 1) 0 2) -2
3) 13 4) $x^3 - 4x - 2$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

เหตุผล เพราะว่า $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x - 2) = (2)^3 - 4(2) - 2$
= $8 - 8 - 2$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x - 2) = -2$$

64. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ มีค่า y ไปทางเข้าสู่ค่าใด

- 1) 0 2) ∞
3) 1 4) 5

คำตอบ ก็อ ข้อ 4)

เหตุผล \because ถ้า $x \neq 3$ และ

$$\frac{x^2 - x - 6}{x-3} = \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = x+2$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} x+2 \\ &= 3+2 \\ &= 5\end{aligned}$$

65. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 3x^2 - 2x + 5}{4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 6}$ มีค่าป่างเข้าสู่ค่าใด

1) 0

2) ∞

3) $\frac{5}{6}$

4) 2

คำตอบ ก็อ ข้อ 4)

เหตุผล จาก $\frac{8x^4 - 3x^2 - 2x + 5}{4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 6}$ เอา x^4 หารทั้งเศษและส่วนจึงได้ว่า

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 3x^2 - 2x + 5}{4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 6} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \frac{5}{x^4}}{4 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^4}} \\ &= \frac{8 - 0 - 0 + 0}{4 - 0 - 0 + 0} \\ &= 2\end{aligned}$$

66. ถ้า $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x + 5$ และ $f'(x)$ หรือ $\frac{d}{dx} f(x)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด

1) $6x^2 + 6x - 6$

2) $2x^2 + 3x - 6$

3) $6x^4 + 6x^5 - 6x^2$

4) $2x^3 + 3x^2 - 6x$

คำตอบ ก็อ ข้อ 1)

เหตุผล จาก $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x + 5$

$$\therefore f'(x) = \frac{d}{dx}(2x^3 + 3x^2 - 6x + 5)$$

$$= 2 \frac{d}{dx} x^3 + 3 \frac{d}{dx} x^2 - 6 \frac{d}{dx} x + \frac{d}{dx} 5$$

$$= 6x^2 + 6x - 6$$

, 67. ถ้า $f(x) = (2x-3)(3x^2+2)$ แล้ว $f'(x)$ หรือ $\frac{d}{dx}f(x)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1) $6x^3$ | 2) $6x$ |
| 3) $12x^2 - 8x + 5$ | 4) $18x^2 - 18x + 4$ |

คำตอบ 1a ข้อ 4)

$$\text{ເຫດຜົດ } \text{ จาก } f(x) = (2x - 3)(3x^2 + 2)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} f(x) &= \frac{d}{dx} ((2x - 3)(3x^2 + 2)) \\
 &= (2x - 3) \frac{d}{dx}(3x^2 + 2) + (3x^2 + 2) \frac{d}{dx}(2x - 3) \\
 &= (2x - 3)(6x + 0) + (3x^2 + 2)(2 - 0) \\
 &= 12x^2 - 18x + 6x^2 + 4 \\
 &= 18x^2 - 18x + 4
 \end{aligned}$$

68. ถ้า $f(x) = x^2 + 8$ และ $g(x) = x^2 - 5$ แล้ว ข้อความใดถูกต้อง

- | | |
|-------------------|----------------------|
| 1) $f(x) > g'(x)$ | 2) $f(x) < g'(x)$ |
| 3) $f(x) = g'(x)$ | 4) $f(x) \neq g'(x)$ |

คำตอบ คือ ข้อ 3)

$$\text{ເຫດຜລ } \text{ ຈາກ } f(x) = x^2 - 8$$

$$f'(x) = 2x - 0 = 2x$$

$$\text{และจาก } g(x) = x^2 - 5$$

$$g'(x) = 2x - 0 = 2x$$

$$\text{ดังนั้น} \quad f'(x) = g'(x)$$

69. $\int (3x^2 - 2x)dx$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

- 1) $6x - 2 + C$ 2) $x^3 - x^2 + C$
3) $3x^3 - 2x^2 + c$ 4) $\frac{3}{2}x^2 - x + C$

คำตอบ คือ ข้อ 2)

$$\text{ເຫຼືອມດີ ຈາກ } \int (3x^2 - 2x)dx = \int 3x^2 dx - \int 2x dx$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx \\
 &= 3 \left(\frac{x^3}{3} \right) - 2 \left(\frac{x^2}{2} \right) + C \\
 &= x^3 - x^2 + C
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\int (3x^2 - 2x) dx = x^3 - x^2 + C$

7 0 . $\int_2^3 x^2 dx$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{8}{3}$

3) $\frac{16}{3}$

4) $\frac{19}{3}$

คำตอบ ก็อ ข้อ 4)

เหตุผล จาก $\int_2^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_2^3$

$$= \frac{(3)^3}{3} - \frac{(2)^3}{3}$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{19}{3}$$

$$\therefore \int_2^3 x^2 dx = \frac{19}{3}$$