

บทที่ 5 แถวคอย (Queues)

5.1 บทนิยาม

5.1.1 การปฏิบัติการบนแถวคอย

5.1.2 ตัวอย่าง

5.2 แถวคอยใน COBOL และ Pascal

5.2.1 การเก็บแถวคอยในแถวลำดับ

5.2.2 การประกาศแถวคอย

5.2.3 การปฏิบัติการบนแถวคอย

5.2.4 การเคลื่อนย้ายผ่านหน่วยเก็บ

5.3 แถวคอยแบบวงกลม

5.3.1 การใช้แถวคอยแบบวงกลม

5.3.2 ความหลากหลาย

5.3.3 การแทนที่อีกหนึ่งทางเลือก

5.4 ความปฏิบัติงานของแถวคอย

5.4.1 พารามิเตอร์ปฏิบัติงาน

แบบฝึกหัด

บทที่ 5 แถวคอย (Queues)

5.1 บทนิยาม (definitions)

แถวคอย หมายถึง โครงสร้างข้อมูลแบบรายการเชิงเส้นชนิดพิเศษ

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_T]$$

ในแถวคอย การใส่ถูกจำกัดเฉพาะปลายด้านหนึ่งของรายการซึ่งเรียกว่า ตัวหลัง (rear) การลบออกเกิดขึ้นที่ปลายอีกด้านหนึ่งของรายการเรียกว่าตัวหน้า (front) สัญลักษณ์ $Front(Q)$ คือตัวหน้าของแถวคอยชื่อ Q และ $Rear(Q)$ หมายถึงตัวสุดท้ายของแถวคอยชื่อ Q

สำหรับแถวคอย Q เมื่อ

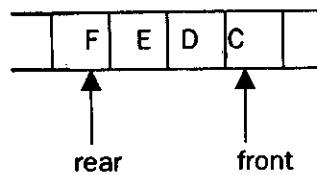
$$Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_T]$$

ในที่นี้ $Front(Q)$ คือ Q_1 และ $Rear(Q)$ คือ Q_T $Noel(Q)$ แทนจำนวนสมาชิกในแถวคอย Q $Noel(Q)$ คือคุณสมบัติของแถวคอย Q และมีค่าเป็นจำนวนเต็ม จากตัวอย่างข้างต้น

$$Noel(Q) = T$$

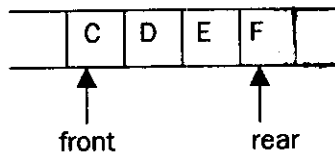
สมาชิกตัวที่ $noel$ หมายถึงสมาชิกตัวหลัง (rear) ของแถวคอยซึ่งเป็นสมาชิกที่เข้ามาอยู่ในแถวคอยในเวลาน้อยที่สุดส่วนสมาชิกตัวแรกของแถวคอยหมายถึง สมาชิกตัวหน้า (front) ของแถวคอย เป็นสมาชิกที่เข้ามาอยู่ในแถวคอยนานที่สุด

การวาดรูปแถวคอยโดยให้เพิ่มจำนวนสมาชิกจากขวาไปซ้ายเป็นดังนี้



รูป 5-1 (a) Drawing of a queue

หรือจากซ้ายไปขวาเป็นดังนี้



รูป 5-1 (b)

หรือวาดรูปในแนวตั้ง ตราบใดที่มีความพ้องกันในการเก็บ track ของตัวหน้า และตัวหลังของแถวคอย
ในกรณีใด ๆ ก็ตาม สำหรับแถวคอย

$$Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_{noel}]$$

เราพูดว่าสมาชิก Q_i อยู่ก่อนหน้า สมาชิก Q_j สำหรับ $i < j$ ดังนั้น Q_i จะถูกลบออกจากแถวคอยก่อนสมาชิกใด ๆ ซึ่งอยู่ข้างหลังมัน

Q_i อยู่ในแถวคอยนานกว่าสมาชิกใด ๆ ซึ่งอยู่ข้างหลังมัน จะเห็นชัดเจนจากตัวอย่างลูกค้าธนาคารที่ยืนในแถวหน้าตู้ ATM

5.1.2 การปฏิบัติการบนแถวคอย (Queue operations)

การปฏิบัติการพื้นฐานซึ่งถูกต้องสำหรับข้อมูลชนิดแถวคอยมีสี่ชนิดคือ

1. Create (queue)
2. Isempty (queue)
3. Insert (element, queue)
4. Remove (queue)

Create (Q) returns an empty queue with name Q. By definition

Noel (Create (Q)) is 0

Front (Create(Q)) is undefined

Rear (Create(Q)) is undefined

ตัวดำเนินการ Isempty ระบุว่าแถวคอยว่างหรือไม่ ตัวถูกดำเนินการคือแถวคอย ผลลัพธ์เป็น boolean

Isempty (Q) เป็น true ถ้าแถวคอย Q ว่าง (นั่นคือ Noel(Q) = 0) และเป็น false กรณีอื่น ๆ โปรดสังเกตว่า Isempty (Create(Q)) เป็น true

Insert (E,Q) หมายถึงตัวดำเนินการซึ่งใส่สมาชิก E เข้าไปในแถวคอย Q โดยบทนิยาม E จะถูกใส่ที่ตัวหลังของแถวคอย ผลลัพธ์ของการ ดำเนินการแถวคอยจะมีขนาดเพิ่มขึ้น

Rear (Insert (E,Q)) คือ E

Noel (Q) เพิ่มขึ้นโดยการปฏิบัติการ insert และ Q_{noel} คือ E

ผลลัพธ์ของการใส่สมาชิกเข้าไปในแถวคอยทำให้ไม่เป็นแถวคอยว่าง

Isempty (Insert (E,Q)) คือ false

มีเพียงหนึ่งเงื่อนไขเท่านั้นที่ทำให้การใส่สมาชิกเข้าไปในแถวคอยมีผลกระทบบ
กับสมาชิกตัวหน้า (front) ของแถวคอย

```
If Isempty (Q)
then Front (Insert (E,Q)) is E
else Front (Insert (E,Q)) is Front(Q)
```

Remove (Q) ลบสมาชิกตัวหน้าออกจากแถวคอย Q ผลลัพธ์คือ แถวคอยมี
ขนาดลดลง ถ้าสมาชิกตัวหน้าควรจะถูกเก็บไว้ การกระทำต้องกระทำก่อนการ
ปฏิบัติการลบออก

Noel (Q) มีขนาดลดลงโดยปฏิบัติการ Remove และสมาชิกตัวที่สองของ Q
ก่อนหน้านี้จะกลายเป็นสมาชิกตัวหน้าตัวใหม่ข้อผิดพลาดจะเกิดขึ้นถ้าพยายาม
ลบสมาชิกออกจากแถวคอยว่าง

```
If Noel(Q) = 0
then Remove (Q) yields an error condition
```

โปรดสังเกตว่า

```
Remove (Create(Q)) also yields an error condition
```

มีเพียงกรณีเดียวเท่านั้นซึ่งการลบสมาชิกออกจากแถวคอยกลับข้าง (undo) การ
ใส่สมาชิกก่อนหน้านี้เข้าไปในแถวคอย

```
If Isempty (Q)
then Remove (Insert(E,Q)) is Q
else Remove (Insert (E,Q))
= Insert (E, Remove(Q))
```

ถ้า Q ไม่ใช่แถวคอยว่าง (is not empty) , ตัวดำเนินการใส่และตัวดำเนินการลบ
กระทำเป็นอิสระจากกันและไม่มีผลกระทบซึ่งกันและกัน

5.1.2 ตัวอย่าง (Example)

สำหรับตัวอย่างผลกระทบของลำดับของตัวดำเนินการแถวคอย ให้เริ่มต้นด้วยแถวคอยว่างชื่อ Q เพราะฉะนั้น $Q = []$ แทนที่ด้วยรูปข้างล่างนี้



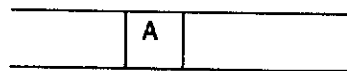
$$\text{Noel}(Q) = 0$$

$$\text{Front}(Q) \text{ undefined}$$

$$\text{Rear}(Q) \text{ undefined}$$

รูป 5-2(a)

ขั้นแรก ใส่สมาชิก A ทำให้ $Q = [A]$



↑ ↑
front rear

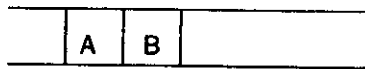
$$\text{Noel}(Q) = 1$$

$$\text{Front}(Q) = A$$

$$\text{Rear}(Q) = A$$

รูป 5-2(b)

หลังจากนั้น ใส่สมาชิก B ทำให้ $Q = [A, B]$



$$\text{Noel}(Q) = 2$$

$$\text{Front}(Q) = A$$

$$\text{Rear}(Q) = B$$

รูป 5-2(c)

หลังจากนั้นใส่สมาชิก C ทำให้ $Q = [A, B, C]$

	A	B	C	
--	---	---	---	--

$$\text{Noel}(Q) = 3$$

$$\text{Front}(Q) = A$$

$$\text{Rear}(Q) = B$$

รูป 5-2(d)

หลังจากนั้น ลบสมาชิกออกจาก Q ทำให้ $Q = [B, C]$

	B	C	
--	---	---	--

$$\text{Noel}(Q) = 2$$

$$\text{Front}(Q) = B$$

$$\text{Rear}(Q) = C$$

รูป 5-2(e)

หลังจากนั้นใส่สมาชิกเพิ่มอีกสองตัวคือ D และ E ทำให้ $Q = [B, C, D, E]$

	B	C	D	E	
--	---	---	---	---	--

$$\text{Noel}(Q) = 4$$

$$\text{Front}(Q) = B$$

$$\text{Rear}(Q) = E$$

รูป 5-2 (f)

หลังจากนั้นลบสมาชิกหนึ่งตัวออกจากแถวคอย ทำให้ Q [C, D, E]

	C	D	E	
--	---	---	---	--

$$\text{Noel}(Q) = 3$$

$$\text{Front}(Q) = C$$

$$\text{Rear}(Q) = E$$

รูป 5-2(g)

เช่นนี้เรื่อยไป แถวคอย กระทำในลักษณะมาก่อนออกก่อน (first-in-first-out (FIFO) manner) สมาชิกถูกลบออกในอันดับซึ่งมันถูกใส่เข้ามาในแถวคอย ให้เปรียบเทียบกิจกรรมของแถวคอยตัวอย่างนี้กับกองซ้อนตัวอย่างในบทที่แล้ว ลำดับของปฏิบัติการเหมือนกันเกิดขึ้นในทั้งสองกรณีแต่เนื้อหา(contents) ของรายการแตกต่างกันมาก

5.2 แถวคอยใน COBOL และ Pascal (Queues in COBOL and Pascal)

5.2.1 เก็บแถวคอยในแถวลำดับ (Housing Queues in Arrays)

ภาษาโปรแกรมส่วนใหญ่ไม่มีโครงสร้างข้อมูลกองซ้อนในตัว และไม่มีข้อมูลชนิดแถวคอยในตัว การเขียนโปรแกรมเพื่อแก้ปัญหาซึ่งเรียกใช้แถวคอยโปรแกรมเมอร์ต้องใช้คุณสมบัติที่มีอยู่ของภาษานั้นเพื่อจำลองแบบการปฏิบัติการของแถวคอย วิธีที่ง่ายที่สุดอย่างหนึ่งเพื่อแทนที่แถวคอยคือเก็บแถวคอยในแถวลำดับ นอกจากความยากที่โปรแกรมเมอร์ต้องรับผิดชอบความบูรณภาพของแถวคอยแล้วโปรแกรมเมอร์ต้องเชื่อมั่นว่าแถวคอยกระทำบนพื้นฐานของ FIFO ด้วย

5.2.2 การประกาศแถวคอย (Declaring Queues)

การประกาศแถวคอยใช้ตัวแปรชื่อ Q สมมติว่าสมาชิกแต่ละตัวของ Q เป็นจำนวนเต็ม Q มีสมาชิกมากที่สุด 100 ตัว นอกจากการประกาศแถวลำดับซึ่งจะเก็บ Q เราต้องประกาศตัวแปรซึ่งชี้สมาชิกตัวหน้าและชี้สมาชิกตัวหลังของแถวคอยในที่นี้ FRONT และ REAR จะเป็นตัวแปรจำนวนเต็มซึ่งค่าของมันจะเป็นดรรชนีล่างของสมาชิกตัวแรกและสมาชิกตัวสุดท้ายของแถวคอย ตามลำดับ

เราให้ชื่อรวมของแถวลำดับและตัวชี้ front และ rear ว่า QUEUE-STRUCT
ใน COBOL :

```
01  QUEUE-STRUCT.  
    02  Q      OCCURS 100 TIMES  PICTURE  9(5).  
    02  FRONT      PICTURE  9(5).  
    02  REAR      PICTURE  9(5).
```

ใน Pascal

```
type queuestruct =  
    record queue : array [1..100] of integer  
        front, rear : integer  
    end;  
var q : queuestruct;
```

5.2.3 การปฏิบัติการบนแถวคอย (Queue operations)

เริ่มต้น สำหรับแถวคอยว่างให้ FRONT และ REAR เท่ากับ 0 ให้ตัวแปร NOEL-MAX คือจำนวนมากที่สุดของสมาชิกซึ่งแถวลำดับของแถวคอยสามารถเก็บได้ ในที่นี้
NOEL-MAX=100

สิ่งสำคัญคือการตรวจสอบว่า FRONT และ REAR ไม่ได้ขึ้นนอกขอบเขตแถวลำดับของแถวคอยเมื่อมีความพยายามใส่สมาชิกเข้าไปในแถวคอยเต็มเป็นเงื่อนไขภาวะส่วนล้น (overflow condition) ความพยายามลบสมาชิกออกจากแถวคอยว่างเกิดเงื่อนไขน้อยเกินเก็บ (underflow condition) โปรดสังเกตว่าการใส่สมาชิกเข้าไปในแถวคอยว่างต้องเคลื่อนย้ายทั้ง พอยน์เตอร์ FRONT และ REAR การลบสมาชิกออกจากแถวคอยถ้าทำให้แถวคอยว่างตัวชี้ FRONT และ REAR ต้อง set ใหม่ให้เป็น 0 เพื่อให้การใส่เข้าไปในแถวคอยหลังจากนั้นประมาผลจากส่วนล่างสุดของแถวลำดับ
EON คือสมาชิกตัวที่จะใส่บนแถวคอย และ EOFF คือสมาชิกตัวที่ลบออกจากแถวคอย
โปรดสังเกตว่าเราเก็บ EOFF และสมมติว่า Q เป็นตัวแปรส่วนกลางในตัวอย่าง Pascal

↳ COBOL:

INSERT.

```
IF REAR = NOEL-MAX
    overflow condition
ELSE COMPUTE REAR = REAR + 1
    MOVE EON TO Q(REAR)
    IF FRONT = 0
        COMPUTE FRONT = 1.
```

REMOVE.

```
IF FRONT > 0
    MOVE Q(FRONT) TO EOFF
    IF FRONT = REAR
        COMPUTE FRONT = 0
        COMPUTE REAR = 0
    ELSE COMPUTE FRONT = FRONT + 1
ELSE underflow-condition.
```

↳ Pascal :

```
procedure insert (ion: integer);
begin
    if (q.rear < noelmax)
        then begin
            q.rear := q.rear + 1;
            q.queue [q.rear] := eon;
            if (q.front = 0)
                then q.front := 1
            end
        else OVERFLOW-CONDITION
    end;
```

```

procedure remove (var eoff : integer);
begin
  if (q.front>0)
  then begin
    eoff := q.queue[q.front];
    if (q.front=q.rear)
    then begin
      q.front := 0
      q.rear := 0
    else q.front := q.front + 1
    end
  else UNDERFLOW-CONDITION
end;

```

จำนวนสมาชิกในแถวคอย ณ.เวลาที่กำหนดให้ใด ๆ ก็ตามคำนวณได้จากค่าของพอยน์เตอร์ front และ rear ดังนี้

```

if FRONT = 0
then Noel (Q) is 0
else noel(Q) is FRONT-REAR + 1

```

5.2.4 การเคลื่อนย้ายผ่านหน่วยเก็บ (Moving through storage)

ขณะนี้ตรวจสอบอัลกอริทึมเหล่านี้อย่างระมัดระวังเพิ่มขึ้นและใช้แถวลำดับเพื่อเก็บแถวคอยจงพิจารณาการใส่และการลบสมาชิกต่างๆอย่าง สืบเนื่อง

ตัวอย่าง ใส่สมาชิกสี่ตัว



1 2 3 4 5 6 7 8 . . .

FRONT = 1

REAR = 4

รูป 5-3(a)

ลบสมาชิกออกสองตัว



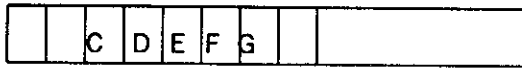
1 2 3 4 5 6 7 8 ...

FRONT = 3

REAR = 4

รูป 5-3(b)

ใส่สมาชิกเพิ่มอีกสองตัว



1 2 3 4 5 6 7 8 ...

FRONT = 3

REAR = 7

รูป 5-3(c)

ลบสมาชิกออกสองตัว



1 2 3 4 5 6 7 8 ...

FRONT = 5

REAR = 7

รูป 5-3(c)

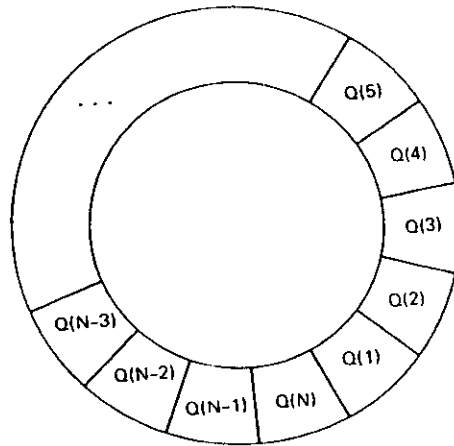
เช่นนี้เรื่อยไป แถวคอยเดินทางจากซ้ายไปขวาผ่านแถวลำดับ เกิดอะไรขึ้นเมื่อ REAR = 100 และเราจำเป็นต้องใส่สมาชิกเพิ่มในแถวคอย

แถวคอยเต็ม ถ้า FRONT = 1 และถึงตำแหน่งมากที่สุด เช่น Noel (Q) = 100 อย่างไรก็ตาม เป็นไปได้ที่พอยน์เตอร์ front ของแถวคอยจะเคลื่อนไปทางขวาเนื่องจากการลบสมาชิกหนึ่งตัวหรือมากกว่าหนึ่งตัว และ FRONT > 1 เป็นไปได้ที่ FRONT = 100 และมีสมาชิกเพียงหนึ่งตัวเท่านั้นใน Q แต่ดูเหมือนว่า Q เต็ม

วิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาี้คือเก็บแถวคอยในแถวลำดับที่มีขนาดใหญ่ขึ้น การแก้ปัญหาวิธีนี้ไม่น่าประทับใจเว้นเสียแต่เรามีจำนวนหน่วยเก็บมากอย่างไม่จำกัดที่จะยกให้แถวลำดับนั้นหรือสามารถนำข้อดีของความรู้ก่อนหน้าของพฤติกรรมของแถวคอยมาใช้

5.3 แถวคอยแบบวงกลม (Circular Queues)

วิธีที่ดีกว่าคือจัดการ Q ให้เป็นวงกลม ให้ Q(1) อยู่หลัง Q(NOEL - MAX) เช่นในรูป 5-4 จากนั้นเป็นต้นไปจะแทนที่ตัวแปร NOEL - MAX ด้วยตัวแปร N เพื่อให้วาด diagram ง่ายขึ้น



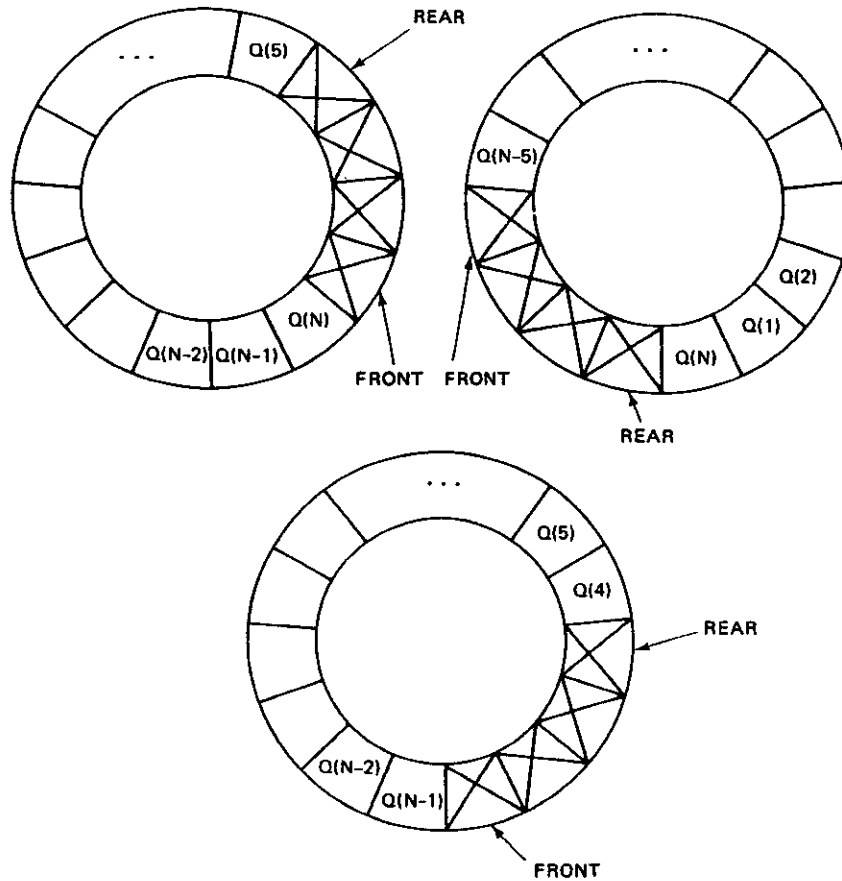
รูป 5-4 Circular queue

ขณะนี้ขึ้นอยู่กับว่าตัวดำเนินการใส่และลบออกจะทำให้เกิดผลในทางปฏิบัติอย่างไร แถวคอยจะใช้แถวลำดับแบบวงกลมแตกต่างกัน ในที่นี้จะนำเสนอสองทางเลือกส่วนทางเลือกอื่น ๆ เป็นแบบฝึกหัดท้ายบท

ทางเลือกที่หนึ่ง ตามข้อตกลงของเราให้ตัวแปร FRONT ซึ่งชี้สมาชิกตัวแรกของแถวคอย และตัวแปร REAR ซึ่งชี้สมาชิกตัวสุดท้ายของแถวคอย

รูปแบบร่างของแถวคอยชนิดต่าง ๆ ณ.หลายจุดในเวลาที่กำหนดให้อยู่ใน

รูป 5 - 5



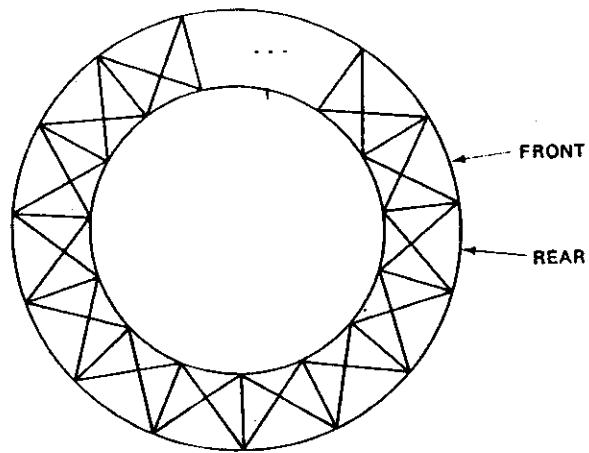
รูป 5-5 snapshots of circular queue with Front and rear pointing to the first and last REAR elements, respectively

เมื่อ x ทำเครื่องหมายช่องที่มีสมาชิกของแถวคอย โปรดสังเกตว่าสมาชิกของแถวคอย ระยะกว้างของขอบเขตระหว่าง $Q(1)$ และ $Q(N)$ ตัวดำเนินการใส่และลบออก ทำให้ต้องกำหนดพอยน์เตอร์ FRONT และ REAR ใหม่เมื่อมันข้ามขอบเขตจากค่า N ไป 1

สำหรับแถวคอยว่าง (empty queue) เงื่อนไขคือ

$$FRONT = REAR = 0$$

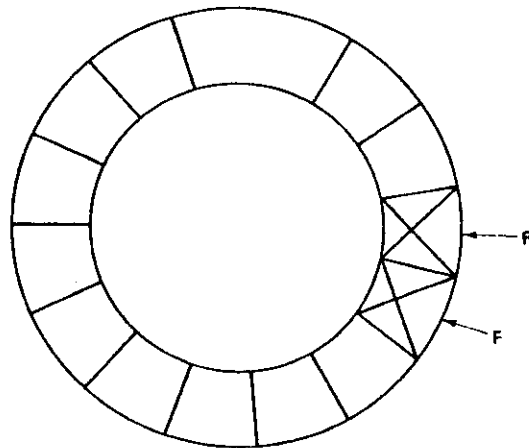
แถวคอยเต็ม (Full queue) คือ รูป 5-6 โปรดสังเกตว่าแถวคอยนี้เพิ่มจำนวน(grows) ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (counterclockwise direction)



รูป 5-6 Full queue ใช้ข้อตกลงพอยน์เตอร์ ของรูป 5-5

กิจกรรม

(a) จงวาดรูปแถวคอยที่มีสมาชิกเพียงหนึ่งตัว (b)จงเปรียบเทียบตำแหน่งของพอยน์เตอร์ FRONT และ REAR เมื่อแถวคอยเต็มและเมื่อแถวคอยมีสมาชิกเพียงสองตัว ในรูป 5-7



รูป 5-7 แถวคอยที่มีสมาชิกสองตัวโดยใช้ข้อตกลงพอยน์เตอร์ของรูป 5-5

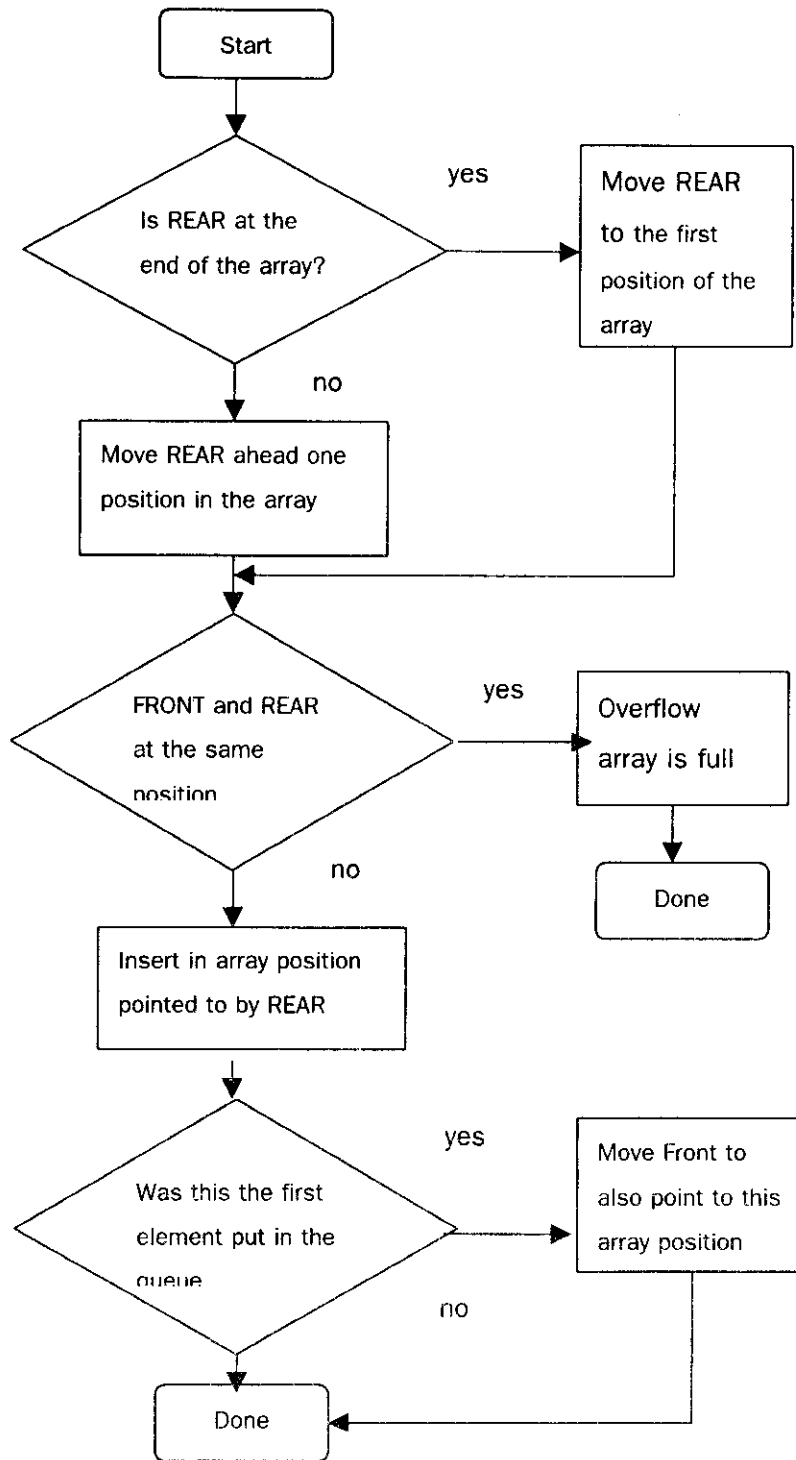
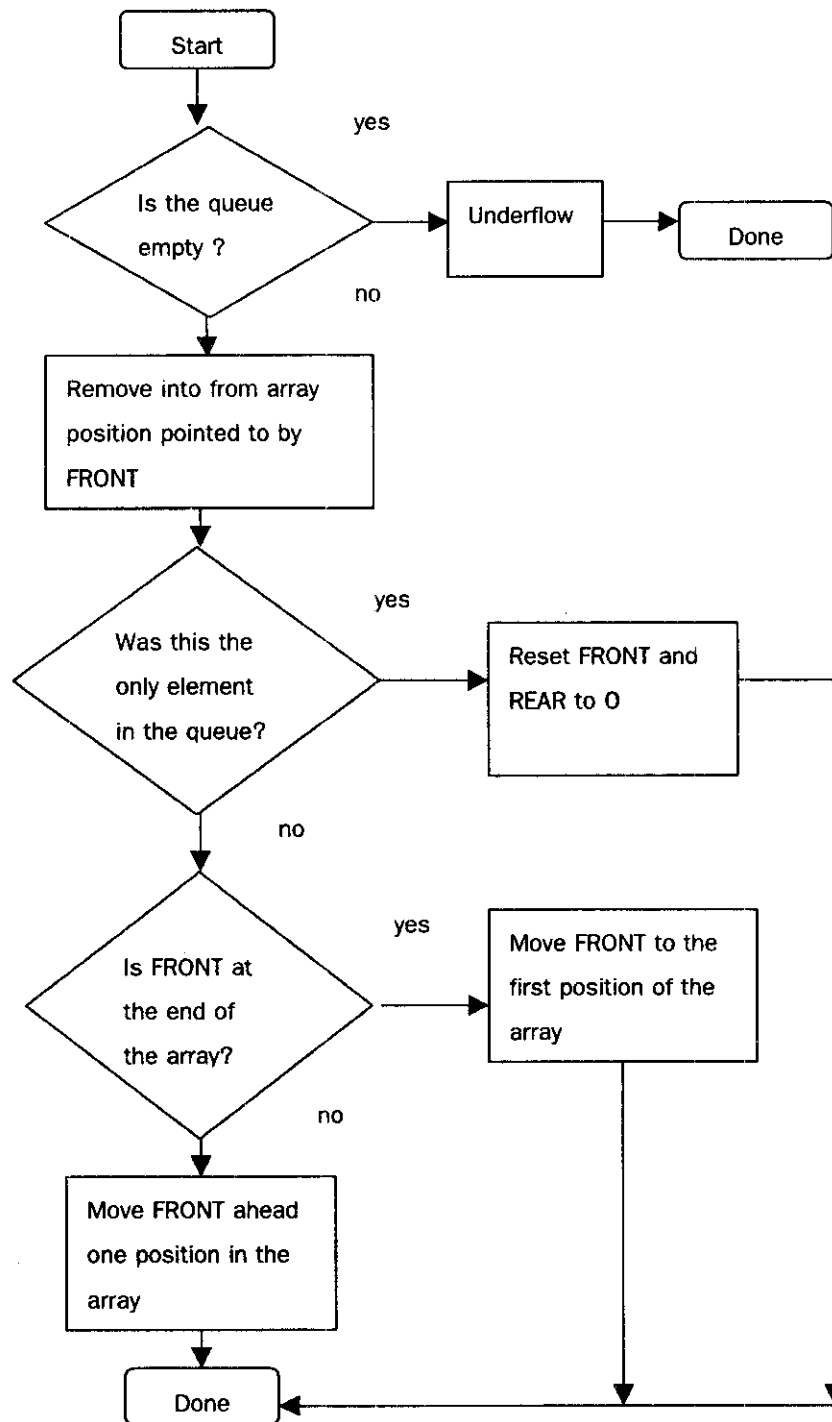


Fig 5-8 Logic for inserting an element in a circular queue



รูป 5-9 ตรรกะสำหรับลบสมาชิกหนึ่งตัวออกจากแถวคอยแบบวงกลม

5.3.1 การใช้แถวลำดับแบบวงกลม (Using Circular Queues)

อัลกอริทึมสำหรับตัวดำเนินการใส่และลบออก สำหรับแถวลำดับแบบวงกลม ซึ่งกำหนดให้ในรูป 5-8 และ 5-9 ตามลำดับทำให้เกิดผลในทางปฏิบัติในภาษา COBOL เขียนดังนี้

INSERT.

```
IF REAR = N
    COMPUTE REAR = 1
ELSE COMPUTE REAR = REAR+1;
IF REAR = FRONT
    overflow-condition
ELSE MOVE EON TO Q(REAR)
    IF FRONT = 0
        COMPUTE FRONT = 1
```

REMOVE.

```
IF FRONT = 0
    underflow-condition
ELSE MOVE Q(FRONT) TO EOFF
    IF FRONT = REAR
        COMPUTE FRONT = 0
        COMPUTE REAR = 0
    ELSE IF FRONT = N
        COMPUTE FRONT = 1
    ELSE COMPUTE FRONT = FRONT + 1
```

ใน Pascal

```
procedure insert(eon : integer);  
begin  
    if (q.rear = n)  
    then q.rear := 1  
    else q.rear := q.rear + 1;  
    if (q.rear = q.front)  
    then OVERFLOW – CONDITION  
    else begin  
        q.queue[q.rear] := eon;  
        if (q.front=0)  
        then q.front := 1  
    end;  
end;  
  
procedure remove (var eoff : integer);  
begin  
    if (q.front = 0)  
    then UNDERFLOW – CONDITION  
    else begin  
        eoff := q.queue[q.front];  
        if (q.front = q.rear)  
        then begin  
            q.front:=0;  
            q.rear:=0;  
        end  
        else if (q.front = n)  
        then q.front := 1  
        else q.front := q.front + 1  
    end;  
end;
```

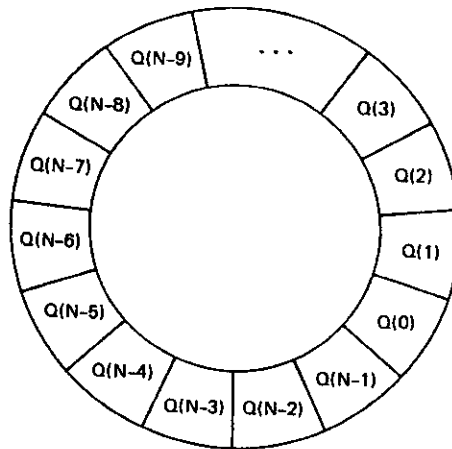
5.3.2 ความหลากหลาย (Variations)

ถ้าเราใช้อัลกอริทึมเหมือนเดิมแต่เป็นจำนวนช่องแบบตามเข็มนาฬิกาไม่ใช่ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา แถวคอยจะปรากฏ เพื่อเคลื่อนที่ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

ถ้าเรายังคงเก็บโครงสร้างการให้เลขช่องว่างแบบทวนเข็มนาฬิกาแต่เปลี่ยนแปลงรหัสการใส่และการลบออก โดยที่ พอยน์เตอร์ REAR และ FRONT มีค่าลดลงไม่ใช่เพิ่มขึ้นแถวคอยจะปรากฏการเคลื่อนที่ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

โปรแกรมเมอร์บางคนชอบให้เลขช่องแถวลำดับจาก 0 ถึง N-1 ไม่ใช่จาก 1 ถึง N (รูป 5-10) ขณะนี้เราสามารถจัดการการผ่านขอบเขต $Q(N-1) - Q(0)$

โดยใช้ modulo arithmetic ซึ่งเป็น built-in function ใน Pascal, FORTRAN และ PL/1



รูป 5-10 Circular queue space with base at array slot 0

ใน Pascal, $A \bmod B$ หมายถึงเศษที่เป็นจำนวนเต็มซึ่งเป็นผลลัพธ์เมื่อ A เป็นตัวตั้ง และ B เป็นตัวหาร

ดังนั้น $I := A \bmod B$

จึงมีความหมายเหมือนกับข้อความสั่งของ COBOL ดังนี้

DIVIDE A BY B GIVING C REMAINDER I.

เพราะฉะนั้นการปฏิบัติการใส่และการลบจึงสามารถทำให้เกิดผลในทางปฏิบัติในโปรแกรม Pascal โดยแทนที่รหัส

```
if (q.rear = n)
then q.rear := 1
else q.rear := q.rear + 1
```

ด้วย

```
q.rear := (q.rear + 1) mod n;
```

ในโปรซีเดอร์ insert , ให้แทนที่รหัส

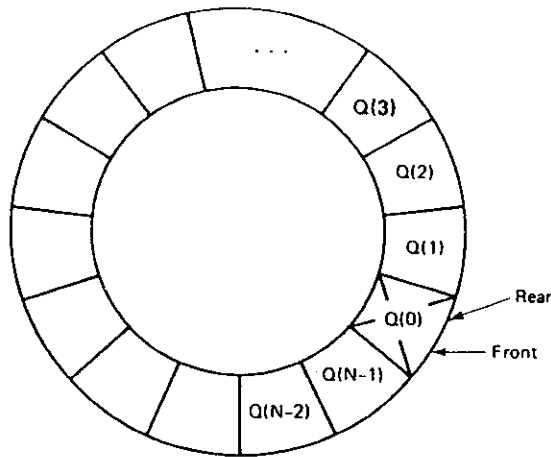
```
if (q.front = n)
then q.front := 1
else q.front := q.front + 1
```

ด้วย

```
q.front := (q.front+1) mod n;
```

ในโปรซีเดอร์ remove ที่จริงแล้ว การเปลี่ยนแปลง โครงร่างของการให้หมายเลขช่องว่าง ดูยากมากขึ้นที่จะตรวจพบแถวคอยว่างขณะนี้ $FRONT = REAR = 0$ หมายถึงแถวคอยที่มีสมาชิกหนึ่งตัว อยู่ในช่องว่าง 0 (รูป 5-11) ในตอนต้นนั้นเมื่อแถวลำดับของแถวคอยอยู่ที่ ตำแหน่ง 1 แทนที่จะเป็น 0

$FRONT = REAR = 0$ หมายถึงแถวคอยว่าง

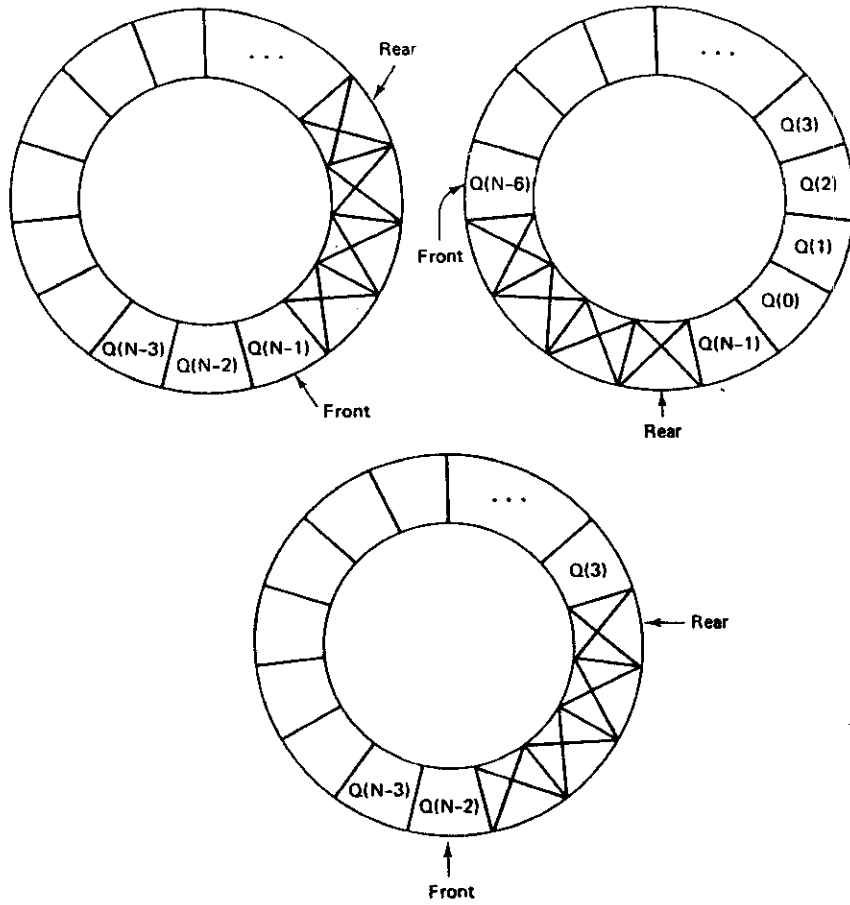


รูป 5-11 Circular queue space of Fig 5-10 with FRONT = REAR = 0

5.3.3 การแทนที่อีกหนึ่งทางเลือก (An Alternative Representation)

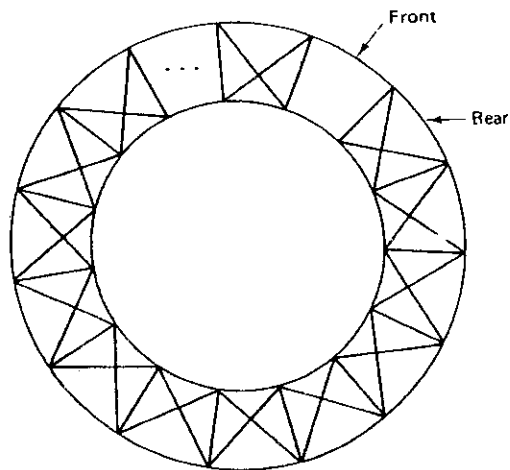
เพื่อแบ่งเบาความยากนี้ เทคนิควิธีที่สองสำหรับการแทนที่แถวคอยในแถวลำดับแบบวงกลมจึงถูกนำมาใช้ร่วมกัน วิธีนี้แทนที่พอยน์เตอร์ FRONT จะชี้ที่สมาชิกตัวหน้าของแถวคอย กลับให้ FRONT ชี้ไปยังช่องว่างหนึ่งช่องหน้าสมาชิกตัวหน้าของแถวคอยเพราะฉะนั้นแถวคอยจึงว่างเมื่อ FRONT = REAR และแถวคอยเต็มเมื่อ

$$\text{REAR} = (\text{FRONT} + 1) \bmod N \quad \text{ให้ดูรูป 5-13}$$



รูป 5-12 Snapshots of circular queue with FRONT pointing to the slot preceding the first element and REAR pointing to the last element

จำนวนสมาชิกมากที่สุดซึ่งสามารถเก็บในแถวคอยนี้คือ $N-1$ ตัว ถึงแม้ว่าจะมีช่องอยู่ N ช่องก็ตาม



รูป 5-13 Full queue , using pointer convention of Fig. 5-12

ถ้าเรายอมให้สมาชิก N ตัวเข้าไปในแถวคอยเพราะฉะนั้นเงื่อนไขเต็ม $FRONT = REAR$ จะเหมือนกับเงื่อนไขว่างสิ่งที่ขัดแย้งกันเองนี้จัดการได้โดยตรงคือ ถ้า $FRONT = REAR$ เป็นผลลัพธ์จากการใส่สมาชิก (แถวคอยเต็ม) หรือลบสมาชิก(แถวคอยว่าง) หรือวิธีอื่นๆ คือการเก็บค่าของ $NOEL (Q)$ ไว้

การปฏิบัติการใส่และลบของ Pascal สำหรับแถวคอยแบบวงกลมที่มีดรรชนี 0 ถึง $n-1$ และพอยน์เตอร์ $front$ ซึ่งที่ก่อนหน้าสมาชิกตัวแรก เขียนดังนี้

```

procedure insert (eon : integer);
begin
    if (q.front <> (q.rear + 1) mod n);
    then begin
        q.rear := (q.rear + 1) mod n
        q.queere [q.rear] := eon
    end
    else OVERFLOW
end;

```



```
procedure removeq (var eoff : integer);
```

```
begin
```

```
  if (q.rear = q.front)
```

```
  then UNDERFLOW-CONDITION
```

```
  else begin
```

```
    q.front := (q.front + 1) mod n;
```

```
    eoff := q.queue [q.front]
```

```
  end;
```

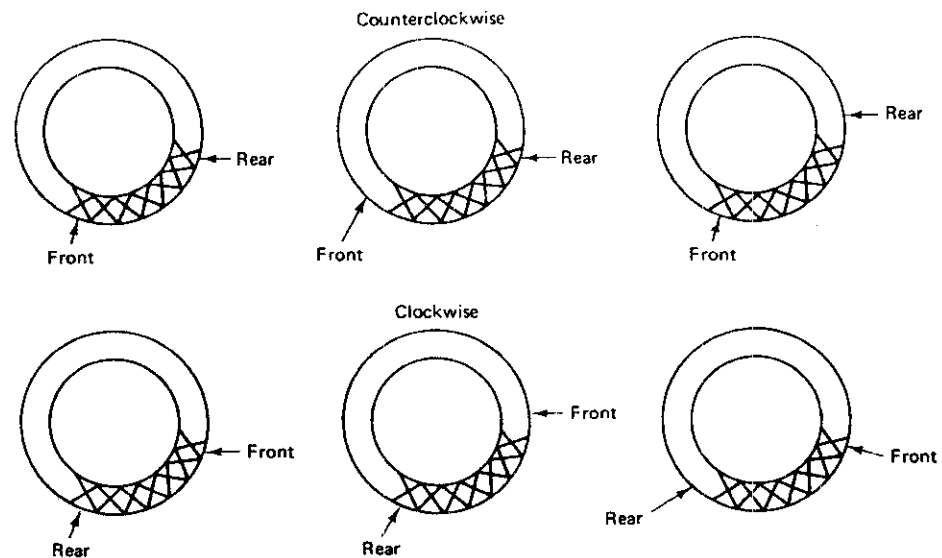
```
end;
```

กิจกรรม

ให้นักศึกษาเปรียบเทียบอัลกอริทึมเหล่านี้กับอัลกอริทึมซึ่งนำเสนอก่อนหน้านี้เมื่อ
พอยน์เตอร์ front ที่สมาชิกตัวแรกของแถวคอย

การแทนที่อีกหนึ่งทางเลือก คือให้พอยน์เตอร์ REAR ที่ช่องหลัง rear ของแถวคอย
หนึ่งตัว ส่วนพอยน์เตอร์ FRONT ที่สมาชิกตัวแรก

ให้นักศึกษาสร้างอัลกอริทึมการใส่และการลบสมาชิกสำหรับวิธีนี้



รูป 5-14 Alternative conventions for representing a queue in a circular array

5.4 การปฏิบัติงานของแถวคอย (Performance of Queues)

แถวคอยนำมาใช้อย่างกว้างขวางในงานประยุกต์ซึ่งจำลองแบบ (simulate) พฤติกรรมของระบบจริงซึ่งเป็นกิจกรรมเข้าก่อนออกก่อน (FIFO activity) แถวคอยสร้างขึ้นในสถานะการณืมากมาย : รถยนต์เข้าแถวคอยที่สัญญาณไฟจราจร, ผู้คนเข้าแถวคอยที่สำนักงานไปรษณีย์ , ลูกค้าเข้าแถวคอยที่เคาน์เตอร์รับชำระเงินในร้านขายของชำ, ข้อความเข้าแถวคอยในเครือข่ายการสื่อสาร, แฟ้มถูกเก็บพักเพื่อส่งมอบในอันดับลักษณะ FIFO เพื่อไปยัง line printer เป็นต้น

5.4.1 พารามิเตอร์ปฏิบัติงาน (Performance Parameters)

นักออกแบบบ่อยครั้งสนใจที่จะปรับปรุงการปฏิบัติงานของระบบเช่นนี้ เมื่อการปฏิบัติงานสามารถวัดได้ด้วยพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้ :

- . จำนวนเฉลี่ยของสมาชิกในแถวคอย
- . เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในแถวคอย
- . ความน่าจะเป็นซึ่งความยาวของแถวคอยจะมากกว่าเลขบางตัว
- . ความยาวน้อยที่สุดและมากที่สุดผ่านช่วงเวลาหนึ่ง
- . เวลามากที่สุดและน้อยที่สุดในแถวคอยผ่านช่วงเวลาหนึ่ง

มีวิธีพื้นฐานสามวิธีที่จะคำนวณค่าของพารามิเตอร์ข้างต้น ได้แก่ การสังเกต การจำลอง และทฤษฎีแถวคอย

การสังเกต (Observation)

การสังเกตสามารถนำมาประยุกต์เพื่อศึกษาระบบที่มีอยู่ ตัวอย่างเช่น เราอาจเห็น electronic counters ที่สัญญาณไฟจราจรสังเกตรถยนต์ในแถวคอยและจำนวนรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกไปแล้ว

การสังเกตไม่ใช่วิธีที่เหมาะสมเพื่อศึกษาระบบซึ่งยังคงอยู่ในขั้นตอนออกแบบหรือศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง ข้อเสนอให้กับระบบที่มีอยู่

การจำลอง (Simulation)

เครื่องมือที่ดีมาก (powerful tool) ซึ่งสามารถนำมาใช้เพื่อศึกษาพฤติกรรมของระบบคือการจำลอง การจำลองฝึกหัดใช้ตัวแบบของระบบภายใต้การศึกษา

(A simulation exercises a model of the system under study.)

ตัวอย่างเช่น เครื่องจำลอง (simulator) ของร้านขายของชำระบบ checkout ซึ่งสร้างการเข้ามายัง checkout queue จะจำแนกผู้เข้ามาแต่ละคนโดยจำนวนบริการที่ต้องการ ซึ่งจะแทนอัตราของการคืนบริการที่แต่ละคนยืนอยู่ เป็นต้น เครื่องจำลองจะรวบรวมสถิติระหว่างการปฏิบัติการของตัวแบบผ่านบางช่วงเวลา ตัวสถิติเหล่านี้จะบอกคุณสมบัติ พฤติกรรมของแถวคอยซึ่งพัฒนาขึ้น

ในการสร้างตัวแบบจำลอง (simulation model) จำเป็นต้องมีสถิติให้ใช้มากมาย เพื่อบอกลักษณะระบบภายใต้การศึกษา สถิติเหล่านี้ได้แก่ arrival distribution ค่าเฉลี่ย และ ค่าแตกต่างมาตรฐานของ service time เป็นต้น

ข้อมูลเหล่านี้อาจถูกรวบรวมโดยการสังเกตหรือโดยสมมติฐานสำหรับระบบ “กระดาษ” ซึ่งไม่มีอยู่เมื่อตัวแบบจำลองถูกพัฒนา พารามิเตอร์ของมันสามารถถูกปรับ (adjusted) และทำการทดลองได้อย่างง่าย ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงที่มีต่อระบบสืบสวนได้ตัวอย่างเช่น เกิดอะไรขึ้นกับพฤติกรรมของระบบถ้าเราเพิ่ม additional checkstand

เกิดอะไรขึ้นถ้ามี quick-check lines สองแถวแทนที่จะเป็นหนึ่งแถว

เกิดอะไรขึ้นถ้าเราค่อย ๆ ลดอัตราการให้บริการ เช่น ต้องการให้ลูกค้าทั้งหมดตรวจทานโดยผู้จัดการร้าน

ทฤษฎีแถวคอย คือวิธีการวิเคราะห์เพื่อศึกษาพฤติกรรมของระบบซึ่งเกี่ยวข้องกับแถวคอย

(**Queueing theory** is an analytic approach to studying behavior of systems that involve queues.)

แบบฝึกหัด

1. จงอธิบายความเหมือนกันและความแตกต่างกันระหว่างแถวคอยและกองซ้อน
2. ปลายด้านใดของแถวคอยซึ่งจะใส่สมาชิกและปลายด้านใดของแถวคอยซึ่งจะลบสมาชิก
3. ทำไมแถวคอยซึ่งเก็บในแถวลำดับปกติแทนที่ในแบบวงกลม ไม่ใช่แบบเชิงเส้น
4. กองซ้อนเป็นแบบวงกลมได้หรือไม่ ทำไมหรือทำไมไม่ได้
5. อัลกอริทึมเพื่อใส่สมาชิกหนึ่งตัวในแถวคอยจะบอกได้อย่างไรว่าแถวคอยเคลื่อนที่ตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา
6. เมื่อใดที่ฟังก์ชัน mod จะสะดวกในการนำมาใช้ในแถวคอยแบบวงกลม
7. จะทดสอบว่าแถวคอยว่างได้อย่างไร จงอธิบายการวางตำแหน่งพอยน์เตอร์ front
8. จงเขียนโปรซีเจอร์ใส่สมาชิกหนึ่งตัวให้กับแถวคอยแบบวงกลม เมื่อสมาชิกตัวแรกกำหนดโดย FRONT และ REAR แสดงพื้นที่หลังตัวสุดท้ายของแถวคอย
9. จงเขียนอัลกอริทึมนับจำนวน items ในแถวคอยแบบวงกลม
10. จงเขียนอัลกอริทึมลบสมาชิกหนึ่งตัวออกจากแถวคอยแบบวงกลมเมื่อ REAR ชี้ที่ rear และ FRONT ชี้ที่หนึ่งข้างหน้า front
11. จงเขียนอัลกอริทึมใส่สมาชิกให้กับแถวคอยแบบวงกลมเมื่อ REAR ชี้ที่ rear และ FRONT ชี้ที่ front
12. จงวาดรูปแถวคอยที่มีสมาชิกลืบตัวแสดง front และ rear จากนั้น จงเขียนอัลกอริทึมเพื่อ ตรวจสอบว่าแถวคอยเต็มหรือไม่
13. จงเขียนอัลกอริทึมใส่แถวคอยสองชุดซึ่งความยาวผันแปร(แต่ผลรวมทั้งหมดของความยาวเท่ากับ N) ไว้ในแถวลำดับที่มี N ช่อง