บทที่ 5 มูลค่ากรมธรรม์
(Policy values)

5.1 บทนำ (Introduction)

5.2 ข้อสมมติมูลฐานเกี่ยวกับเงินสำรองประกันชีวิต

(Basic assumptions of life insurance reserve)

5.3 การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจ

(Retrospective reserve method)

5.4 การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบอนาคตพินิจ

(Prospective reserve method)

5.5 การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตอื่น ๆ

(Other expressions for reserve)

5.6 มูลค่ากรมธรรม์ที่ไม่อาจริบได้ (Nonforfeiture values)

5.7 แบบทดสอบบทที่ 5

บทที่ 5
มูลค่ากรมธรรม์
(Policy values)

5.1 บทนำ (Introduction)

เมื่อบริษัทประกันภัยได้ออกกรมธรรม์ประกันชีวิตให้กับผู้เอาประกันชีวิต พร้อมกับรับเบี้ยประกันภัย (ซึ่งอาจจะเป็นเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวหรือเบี้ยประกันภัยรายปี) มาแล้ว ภาระความเสี่ยงภัยย่อมตกอยู่กับบริษัทประกันภัยทันที เพราะว่า บริษัทประกันภัยต้องพร้อมที่จะจ่ายเงินผลประโยชน์ตามที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ทันที ตั้งแต่วันที่ออกกรมธรรม์จนครบกำหนดการประกันภัย จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่รัฐบาลซึ่งควบคุมกิจการประกันภัย ต้องออกกฎหมายบังคับให้บริษัทประกันชีวิตต้องจัดสรรเงินจำนวนหนึ่งของแต่ละปี เพื่อสำรองไว้เป็นมาตรการที่บริษัทสามารถชำระหนี้ตามจำนวนเงินผลประโยชน์ที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ได้ ซึ่งเราเรียกว่า เงินสำรองตามกฎหมาย (Legal reserve) ดังนั้น เงินสำรองประกันชีวิต จึงหมายถึงพันธะผูกพัน ที่บริษัทประกันชีวิตมีต่อผู้ถือกรมธรรม์

ดังกล่าวมาแล้วว่าบริษัทประกันภัยจะต้องจัดสรรเงินเพื่อสำรองการเสี่ยงภัย ซึ่งเรียกว่า เงินสำรองประกันชีวิตไว้เพื่อการจ่ายค่าทดแทนในอนาคตตามที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ ซึ่งเงินจำนวนนี้ก็เสมือนหนึ่งเป็นมูลค่าที่เป็นสิทธิของผู้เอาประกันภัยด้วย ผู้เอาประกันภัยย่อมได้รับจำนวนเงินส่วนนี้คืนในกรณีผู้เอาประกันภัยขอบอกเลิกสัญญา โดยการหยุดชำระเบี้ยประกัน เราเรียกมูลค่าส่วนนี้ว่า มูลค่าที่ไม่อาจริบได้ (Non-forfeiture value) ซึ่งที่ระบุไว้ในกรมธรรม์นั้นมี 3 วิธีด้วยกัน คือ

1. มูลค่าเงินสด (Cash value)
2. มูลค่าใช้เงินสำเร็จ (Paid UP value)
3. มูลค่าขยายเวลา (Extended Term value)

ในบทที่ 5 นี้เราจะศึกษาการคำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตและมูลค่าที่ไม่อาจริบได้

5.2 ข้อสมมติมูลฐานเกี่ยวกับเงินสำรองประกันชีวิต

(Basic assumptions of life insurance reserve)

การที่บริษัทประกันชีวิตต้องจัดสรรเงินจำนวนหนึ่งทุก ๆ ปีเพื่อสำรองไว้ให้มั่นใจได้ว่า สามารถจะชำระหนี้ได้ตามที่ระบุไว้ในกรมธรรม์นั้น บริษัทต้องคำนวณหาจำนวนเงินสำรองที่ควรจะเป็นจริงตามหลักประกันภัย เราจะเห็นว่า จำนวนเงินที่ต้องนำมาสำรองนั้นเกี่ยวพันกับจำนวนและวิธีการชำระเบี้ยประกันภัย และความเสี่ยงภัยแต่ละปี

พิจารณาผู้เอาประกันชีวิตรายหนึ่งอายุ 30 ปี ประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันตลอดชีพ ทุนประกัน 1,000.- บาท

ดังนั้น เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี เท่ากับ 8.29 บาท ความเสี่ยงภัยของบริษัทที่มีต่อผู้เอาประกันชีวิตรายนี้ เป็นกรณีการเสียชีวิต ดังนั้น ค่าคาดหมายค่าทดแทนผลประโยชน์แต่ละปีเท่ากับ $1{,}000c_x$

ซึ่ง $30 \leqslant x \leqslant 100$

โดยที่ $1{,}000c_x = 1{,}000 \dfrac{C_x}{D_x}$

ตารางที่ 5.1

ปีที่	อายุ x	เบี้ยประกันภัยชำระรายปี	ค่าคาดหมายเงินทดแทน = $1{,}000C_x$	ความแตกต่าง
1	30	8.29	2.43	5.86
2	31	8.29	2.49	5.80
3	32	8.29	2.56	5.13
5	34	8.29	2.11	5.52
10	39	8.29	3.63	4.66
15	44	8.29	4.74	3.55
20	49	8.29	7.08	1.21
25	54	8.29	11.31	-3.02
30	59	8.29	17.68	**-9.39**
35	**64**	**8.29**	**21.62**	**– 19.33**

จากตาราง 5.1 เราจะเห็นว่า

1. จำนวนเบี้ยประกันภัยสุทธิรายปีมีจำนวนมากเกินกว่าจำนวนค่าคาดหมายค่าทดแทนตามกรมธรรม์ ซึ่งอาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ค่าต้นทุนประกันภัย (Cost of insurance) ของการประกันภัยปีต้น ๆ เช่น กรมธรรม์ปีที่ 1 – 20

2. ค่าต้นทุนประกันภัยจะมีมูลค่ามากขึ้นทุก ๆ ปี เมื่ออายุของผู้เอาประกันเพิ่มขึ้น

3. จำนวนเบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี จะมีจำนวนน้อยกว่าค่าต้นทุนประกันภัยสำหรับกรมธรรม์ปีท้าย ๆ เช่น ปีที่ 25 เป็นต้นไป ซึ่งหมายความว่า จำนวนเบี้ยประกันภัยที่ผู้เอาประกันภัยชำระมานั้นไม่เพียงพอสำหรับบริษัทจะนำมาชำระเป็นค่าทดแทนกรณีเสียชีวิตตามที่ระบุในกรมธรรม์

ดังนั้น หากบริษัทไม่สะสมจำนวนเงินที่เบี้ยประกันภัยสูงกว่าค่าต้นทุนประกันภัยมาแต่แรกแล้ว บริษัทนั้นจะประสบปัญหาการจ่ายผลประโยชน์ในภายหลังได้ จำนวนเงินที่ต้องสะสมเพื่อสำรองไว้สำหรับเงินส่วนเกินในปีต้น ๆ ของการประกันภัยเพื่อให้เพียงพอการชำระค่าทดแทนผลประโยชน์ในปีหลัง ๆของการประกันภัยนี้ เราเรียกว่า เงินสำรองประกันภัย (Life reserve) การคำนวณเงินสำรองประกันภัยตามข้อสมมติมูลฐานนี้ เราเรียกว่า วิธีการคำนวณเงินสำรองแบบย้อนพินิจ (Retrospective method)

ถ้าเราพิจารณาแต่ละปีของการประกันภัยตั้งแต่วันเริ่มออกกรมธรรม์จนครบกำหนดการประกันภัย เราจะพบความจริงอีกอย่างหนึ่งว่า

1. ณ วันออกกรมธรรม์ เรากำหนดให้

มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัย = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต

2. เมื่อเวลาเปลี่ยนไป มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัย จะมีจำนวนลดน้อยลง เพราะเหลือเบี้ยประกันภัยที่ต้องชำระน้อยลง ในขณะเดียวกัน มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคตจะมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น เพราะความเสี่ยงภัยของบริษัทเพิ่มมากขึ้นตามอายุของผู้เอาประกันภัย พิจารณาการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี ทุนประกัน 1,000.- บาท ระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 5 ปี และระยะเวลาเอาประกันภัย 5 ปี

$$\text{ดังนั้น เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี} = \frac{1{,}000(M_{30} - M_{35} + D_{35})}{N_{30} - N_{35}}$$

$$\therefore \quad P_{30:\overline{5}|} = 168.47$$

ตารางที่ 5.2

กรมธรรม์ปีที่	มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันที่ต้องชำระ	มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต	ความแตกต่าง
0	748.50	748.50	–
1	616.42	792.89	176.47
2	476.08	840.04	363.96
3	326.96	890.15	563.19
4	168.47	943.40	774.93
5	–	1,000.-	1,000

มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันที่ต้องชำระ $= P_{30:\overline{5}|} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$

มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต $= 1{,}000A_{x+t\ \overline{n-t}|}$

t = ปีที่กรมธรรม์ และ $0 \leqslant t \leqslant 5$

จากตารางที่ 5.2 เราอาจวิเคราะห์ได้ดังนี้

ณ วันออกกรมธรรม์ มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันที่ต้องชำระเท่ากับมูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต เท่ากับจำนวน 748.50 บาท ซึ่งหมายความว่า ผู้เอาประกันภัยต้องชำระเงินซื้อกรมธรรม์นี้จำนวน 748.50 บาท ณ วันออกกรมธรรม์หรือกรมธรรม์นี้มีมูลค่า 748.50 บาท

สิ้นปีกรมธรรม์ปีที่ 1 มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคตเท่ากับ 792.89 บาท ซึ่งหมายความว่า กรมธรรม์นี้มีมูลค่า 792.89 บาท แต่มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันที่ต้องชำระ 616.42 บาทเท่านั้น ยังขาดอยู่อีก 176.47 บาท และเป็นเช่นนี้จนสิ้นปีครบกำหนดกรมธรรม์

มูลค่าจำนวนที่ขาดไปแต่ละปีนั้น เป็นหน้าที่ของบริษัทประกันภัยต้องมีมาให้ครบจำนวนที่ต้องจัดสรรมาเพิ่มนี้ เราเรียกว่าเงินสำรองประกันชีวิต จำนวนเงินที่นำมาเพิ่มนี้ก็อาจอธิบายได้เช่นเดียวกับเหตุผลจากตาราง 5.1 ดังนั้น จำนวนเงินสำรองที่คำนวณโดยเหตุผลเช่นดังกล่าวนี้ ก็เป็นจำนวนเท่ากับตามเหตุผลแบบวิธีย้อนพินิจ

วิธีการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบนี้เป็นการคำนวณที่มองไปข้างหน้า เราเรียกว่า วิธีคำนวณเงินสำรองแบบอนาคตพินิจ (prospective method) ซึ่งเราคำนวณได้จาก

จำนวนเงินสำรองประกันชีวิต = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต – มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัยที่ต้องชำระในอนาคต

การคำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตตามที่กล่าวมาแล้วนี้ เป็นการคำนวณเงินสำรองที่ยังไม่ได้นำเอาค่าใช้จ่ายใด ๆ มาเกี่ยวข้อง และเบี้ยประกันภัยเป็นแบบชำระคงที่ (Level premium) จึงเรียกการคำนวณแบบนี้ว่า เงินสำรองประกันชีวิตด้วยเบี้ยประกันภัยสุทธิชำระคงที่ (Net level premium reserve)

เมื่อพิจารณาจากการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตทั้งสองวิธีนี้จะเห็นว่า ปัจจัยที่นำมากำหนดการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตนั้นมีดังนี้

1. แบบของกรมธรรม์
2. ตารางมฤตภาพ ซึ่งบริษัทฯ ต้องเลือกตารางมฤตภาพที่เหมาะสมสำหรับแบบการประกันแต่ละแบบ
3. อายุของผู้เอาประกันภัย
4. อัตราดอกเบี้ย
5. ระยะเวลาเอาประกันภัยและระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย
6. จำนวนเงินเอาประกันภัย หรือผลประโยชน์ที่กำหนดไว้ในกรมธรรม์

เราจะเรียนรู้การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยวิธีต่าง ๆ ในหัวข้อต่อไป

5.3 การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจ (Retrospective reserve method)

กำหนดให้

กลุ่มผู้เอาประกันชีวิตแบบหนึ่งอายุ x ปี จำนวน	$= \ell_x$ คน
ต้องชำระเบี้ยประกันสุทธิรายปี	$= P_x$ บาท
ทุนประกันชีวิตรายละ	$= 1$ บาท
อัตราดอกเบี้ยทบต้น	$= i$ ต่อปี

พิจารณากรมธรรม์ปีที่ 1

จำนวนเบี้ยประกันที่ได้รับทั้งสิ้น ณ ต้นปี	$= \ell_x \cdot P_x$
∴ จำนวนเงินกองทุน ณ สิ้นปีที่ 1	$= (1+i)\cdot \ell_x \cdot P_x$
จำนวนเงินเพื่อชดใช้ค่าสินไหมมรณกรรม	$= 1 \cdot d_x$
∴ จำนวนเงินกองทุนสุทธิ ณ สิ้นปี	$= (1+i)\cdot \ell_x \cdot P_x - 1 \cdot d_x$
จำนวนผู้เอาประกันชีวิตที่ยังคงอยู่รอด ณ สิ้นปี	$= \ell_{x+1}$
∴ ส่วนแบ่งของแต่ละคนที่รอด ณ สิ้นปี	$= \dfrac{(1+i)\ell_x \cdot P_x - 1 \cdot d_x}{\ell_{x+1}}$

ทำให้อยู่ในรูปทั่วไป (General form) ดังนี้

$$\frac{(1+i)\ell_x\cdot P_x - 1\cdot d_x}{\ell_{x+1}} = P_x(1+i)\cdot\frac{\ell_x}{\ell_{x+1}} - \frac{d_x}{\ell_{x+1}}$$

$$= P_x(1+i)\cdot\frac{v^{x+1}\cdot\ell_x}{v^{x+1}\cdot\ell_{x+1}} - \frac{d_x\cdot v^{x+1}}{\ell_{x+1}\cdot v^{x+1}}$$

$$= P_x\cdot\frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}}$$

$$x\frac{(N_x - N_{x+1})}{D_{x+1}} \quad \frac{(M_x - M_{x+1})}{D_{x+1}}$$

พิจารณากรมธรรม์ปีที่ 2

จำนวนเบี้ยประกันที่ได้รับ ณ ต้นปี $= P_x\cdot\ell_{x+1}$

รวมเป็นกองทุน ณ ต้นปี $= P_x\cdot\ell_{x+1} + \ell_x\cdot P_x(1+i) - d_x$

รวมเป็นกองทุน ณ สิ้นปี $= P_x\cdot\ell_{x+1}(1+i) + \ell_x\cdot P_x(1+i)^2 - (1+i)d_x$

จำนวนค่าทดแทน $= 1\cdot d_{x+1}$

.จำนวนเงินกองทุนสุทธิ ณ สิ้นปี $= P_x\cdot\ell_{x+1}(1+i) + \ell_x\cdot P_x\cdot(1+i)^2 - (1+i)d_x - d_{x+1}$

และส่วนแบ่งแต่ละคน $= \dfrac{P_x\cdot\ell_{x+1}(1+i) + \ell_x\cdot P_x\cdot(1+i)^2 - (1+i)\cdot d_x - d_{x+1}}{\ell_{x+2}}$

ซึ่งทำให้อยู่ในรูปทั่ว ๆ ไปโดยใช้ v^{x+2} คูณทั้งเศษและส่วน

$$= \frac{P_x\cdot v^{x+1}\{\ell_{x+1} + (1+i)\ell_x\}}{v^{x+2}\cdot\ell_{x+2}} - \frac{vd_x^{x+1} + v^{x+2}\cdot d_{x+1}}{v^{x+2}\cdot\ell_{x+2}}$$

$$= \frac{P_x(D_{x+1} + D_x)}{D_{x+2}} \quad \frac{C_x + C_{x+1}}{D_{x+2}}$$

$$= \frac{P_x(N_x - N_{x+2})}{D_{x+2}} \quad \frac{M_x - M_{x+2}}{D_{x+2}}$$

ในทำนองเดียวกัน ณ สิ้นปีที่ t

จำนวนส่วนแบ่งของผู้อยู่รอด ณ สิ้นปีที่ t $= \dfrac{P_x(N_x - N_{x+t})}{D_{x+t}} \quad \dfrac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}}$

ถ้าเรากำหนดให้ $_tK_x = \dfrac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}}$

และเราเรียก $_tK_x$ ว่า มูลค่าสะสมต้นทุนประกันภัย (Cost of insurance)

จำนวนเงินส่วนแบ่งของผู้อยู่รอด ณ สิ้นปีกรมธรรม์แต่ละปี ก็คือ จำนวนเงินสำรองประกันชีวิตของแต่ละปีนั่นเอง

$\therefore$ จำนวนเงินสำรองประกันชีวิต ณ สิ้นปีกรมธรรม์ปีที่ $t = P_x \cdot \ddot{S}_{x:\overline{t}|} - {}_tK_x$ ....(5.1)

จากสูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิต (5.2) เป็นการคำนวณตามข้อสมมติมูลฐานแบบย้อนพินิจ (Retrospective) ซึ่งพิจารณาจาก จำนวนเงินที่แตกต่างระหว่างมูลค่าสะสมของเบี้ยประกันชีวิต ณ กรมธรรม์ปีที่ t กับมูลค่าสะสมของผลประโยชน์การประกันชีวิตที่ชำระมาแล้วตั้งแต่เริ่มแรกเอาประกันภัยจนกระทั่ง ณ กรมธรรม์ปีที่ t

นิยามที่ 5.1

การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจ (Retrospective reserve method) เป็นการคำนวณมูลค่าที่แตกต่างกันระหว่างมูลค่าสะสมของเบี้ยประกันชีวิตที่ผ่านมา (Accumulated value of past net premiums) กับมูลค่าสะสมของผลประโยชน์ตามกรมธรรม์ประกันชีวิตที่ผ่านมาทั้งสิ้น (Accumulated value of past insurance benefits)

นิยามที่ 5.2

${}_tV_x$ = จำนวนเงินสำรอง ณ สิ้นปีที่ t ของผู้เอาประกันเริ่มที่ x ปี ทุนประกัน 1 หน่วย แบบตลอดชีพ

${}_t^nV_x$ = จำนวนเงินสำรอง ณ สิ้นปีที่ t ของผู้เอาประกันเริ่มที่อายุ x ปี ทุนประกัน 1 หน่วย ชำระเบี้ยประกัน n ปี แบบตลอดชีพ

${}_tV_{x:\overline{n}|}$ = จำนวนเงินสำรอง ณ สิ้นปีที่ t ของผู้เอาประกันเริ่มที่อายุ x ปี ทุนประกัน 1 หน่วย แบบสะสมทรัพย์ และถ้าชำระเงินประกัน m ปี ซึ่ง $m < n$ เขียนว่า ${}_t^mV_{x:\overline{n}|}$

${}_tV_{x:\overline{n}|}$ = จำนวนเงินสำรอง ณ สิ้นปีที่ t ของผู้เอาประกันชีวิตเริ่มที่อายุ x ปี ทุนประกัน 1 หน่วยแบบเฉพาะกาล
และถ้าชำระแบบ m ปี ซึ่ง $m < n$ เขียนว่า ${}_t^mV_{x:\overline{n}|}$

หมายเหตุ

1. แบบการประกันอื่น ๆ เช่น แบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี อาจเขียนได้ดังนี้ ${}_t^nV(a)$ เพียงแต่ในวงเล็บเป็นสัญลักษณ์แบบเบี้ยเลี้ยงชีพเท่านั้น จำนวนทุนประกันจะเป็นตัวเลขปรากฏอยู่ข้างหน้า เช่น $100{,}000\,{}_5V_{30}$ เป็นต้น

2. แบบการประกันอื่น ๆ ที่ไม่อาจเขียนเป็นสัญลักษณ์เฉพาะก็อาจแสดงได้ทั่ว ๆ ไปเป็น ${}_tV$

ทฤษฎีบทที่ 5.1

กำหนดให้ผู้เอาประกันชีวิตเริ่มที่อายุ x ปี ทุนประกัน 1 หน่วย

P = เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี (net annual premium)

$\ddot{S}_t$ = มูลค่าสะสมเบี้ยเลี้ยงชีพ ณ เวลา t

และ

$P\cdot\ddot{S}_t$ = มูลค่าสะสมของเบี้ยประกันภัยสุทธิรายปีที่ชำระมาแล้ว ณ เวลา t

${}_tK$ = มูลค่าสะสมของผลประโยชน์ที่ได้ทดแทนมาแล้ว ณ เวลา t

${}_tV$ = มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ เวลา t

ด้วยการคำนวณเงินสำรองแบบย้อนพินิจ (Retrospective method) จะได้

$$ {}_tV = P\cdot\ddot{S}_t - {}_tK. \qquad \text{........(5.2)} $$

และถ้าระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน = n ซึ่ง t > n จะได้

$$ {}_tV = P\cdot\ddot{S}_t\cdot\frac{1}{{}_{t-n}E} - {}_tK \qquad \text{........(5.3)} $$

ตัวอย่างที่ 5.1 คำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจ ณ ปลายปีกรมธรรม์ที่ 7 ทุนประกัน 100,000.- ของผู้เอาประกันชีวิตเริ่มที่อายุ 30 ปี โดยประกันชีวิตแบบ

(ก) ตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันตลอดชีพ

(ข) สะสมทรัพย์ ระยะเวลาเอาประกัน 20 ปี และระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 15 ปี

(ค) ชั่วระยะเวลา (เฉพาะกาล) ระยะเวลาเอาประกัน 10 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 10 ปี

วิธีทำ

(ก) เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี $= 100{,}000\,\frac{M_{30}}{N_{30}}$

$= 828.51$ บาท

$$ \therefore\ 100{,}000\,{}_7V_{30} = P_{30}\cdot\ddot{S}_{30:\overline{7}|} - 100{,}000\,{}_7K_{30} $$

$$ = 828.51\frac{(N_{30}-N_{37})}{D_{37}} - 100\ 000\ \frac{M_{30}-M_{37})}{D_{37}} $$

$= 5{,}057.97$ บาท

(ข) เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี $= \frac{100{,}000(M_{30}-M_{50}+D_{50})}{N_{30}-N_{45}}$

$= 3{,}251.22$ บาท

$$\therefore\ 100,000\,{}^{15}_{7}V_{30:\overline{20}|} = {}_{15}P_{30:\overline{20}|}\cdot\ddot{S}_{30:\overline{7}|} - 100,000\,{}_{7}K_{30}$$

$$= 3,251.22\,\frac{(N_{30}-N_{37})}{D_{37}} - 100,000\,\frac{M_{30}-M_{37}}{D_{37}}$$

$$= 26,886.50 \text{ บาท}$$

(ค) เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี $= 100,000\,\dfrac{(M_{30}-M_{40})}{N_{30}-N_{40}}$

$$= 285.17 \text{ บาท}$$

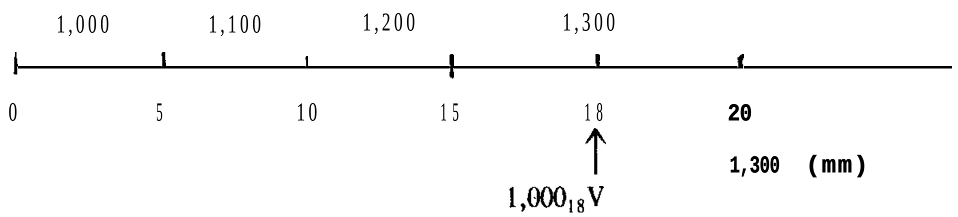
$$\therefore\ 100,000\,{}_{7}V_{30:\overline{10}|} = P_{30:\overline{10}|}\cdot\ddot{S}_{30:\overline{7}|} - 100,000\,{}_{7}K_{30}$$

$$= 285\ 17\,\frac{(N_{30}-N_{37})}{D_{37}} - 100.000\,\frac{(M_{30}-M_{37})}{D_{37}}$$

$$= 162.50 \text{ บาท}$$

ตัวอย่างที่ 5.2 คำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจ ณ สิ้นปีที่ 18 อายุ 30 ปี ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์พิเศษ โดยทุนประกันชีวิตเพิ่มขึ้นทุก ๆ 5 ปี ครั้งละ 10% ของทุนประกันเดิม ระยะเวลาเอาประกัน 20 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย 15 ปี และเมื่อครบกำหนดจะได้รับเงินเท่ากับจำนวนทุนประกันสุดท้าย

วิธีทำ



เบี้ยประกันสุทธิรายปี $= \dfrac{1,000M_{30}+100M_{35}+100M_{40}+100M_{45}-1,300M_{50}+1,300D_{50}}{N_{30}-N_{45}}$

$$= 41.62 \text{ บาท}$$

$\because$ ระยะเวลาการชำระเบี้ยประกันครบแล้ว

มูลค่าสะสมของเบี้ยประกันภัย $= {}_{15}P\cdot\ddot{S}_{30:15}\cdot\dfrac{1}{{}_{3}E_{45}}$

$$= 41.62\,\frac{(N_{30}-N_{45})}{D_{45}}\cdot\frac{D_{45}}{D_{48}}$$

$= 1{,}289.70$ บาท

มูลค่าสะสมของผลประโยชน์ $= 1{,}000 \frac{(M_{30} - M_{35})}{D_{48}} + 1{,}100 \frac{(M_{35} - M_{40})}{D_{48}}$

$+ 1\ 200 \frac{(M_{40} - M_{45})}{D_{48}} + 1\ 300 \frac{(M_{45} - M_{48})}{D_{48}}$

$= 132.16$ บาท

$\therefore$ มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ สิ้นปีที่ 1 $= 1{,}289.70 - 132.16$

$= 1{,}157.54$ บาท

5.4 การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบอนาคตพินิจ (Prospective reserve method)

นิยามที่ 5.3

การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบอนาคตพินิจ (Prospective reserve method) หมายถึง การคำนวณมูลค่าที่แตกต่างระหว่างมูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ตามกรมธรรม์ประกันชีวิตในอนาคต (Present value of future benefits) กับมูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีที่ยังไม่ได้ชำระ (Present value of future premiums)

ทฤษฎีบทที่ 5.2

กำหนดให้ผู้เอาประกันชีวิตเริ่มที่อายุ x ปี, ทุนประกัน 1 หน่วย

P = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

A_{x+t} = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต ณ เวลา t หรืออายุ $x+t$

$\ddot{a}$ = มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี

${}_tV$ = มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ เวลา t หรืออายุ $x+t$

$\therefore$ ด้วยการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบอนาคตพินิจ

$${}_tV = A_{x+t} - P \cdot \ddot{a} \qquad \text{........(5.4)}$$

ถ้าระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน $= n$ ซึ่ง $t > n$ จะได้

$${}_tV = A_{x+t} \qquad \text{........(5.5)}$$

ตัวอย่างที่ 5.3 คำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตแบบอนาคตพินิจของตัวอย่างที่ 5.1 และตัวอย่างที่ 5.2

วิธีทำ

(ก) $$100{,}000\,{}_7V_{30} = 100{,}000A_{37} - P_{30}\cdot \ddot{a}_{37}$$

$$= 100{,}000\frac{M_{37}}{D_{37}} - 828.51\frac{(N_{37})}{D_{37}}$$

$$= 5{,}057.97 \text{ บาท}$$

(ข) $$100{,}000\,{}^{15}_{7}V_{30:\overline{20|}} = 100{,}000A_{37:\overline{13|}} - {}_{15}P_{30:\overline{20|}} - {}_{15}\cdot\ddot{a}_{37:\overline{8|}}$$

$$\frac{100{,}000(M_{37} - M_{50} + D_{50})}{D_{37}} - \frac{3{,}251.22(N_{37} - N_{45})}{D_{37}}$$

$$= 26.886.50 \text{ บาท}$$

(ค) $$100{,}000\,{}_7V_{30:\overline{10|}} = 100{,}000A_{37:\overline{3|}} - P_{30:\overline{10|}}\cdot\ddot{a}_{37:\overline{3|}}$$

$$= \frac{100{,}000(M_{37} - M_{40})}{D_{37}} - \frac{285.17(N_{37} - N_{40})}{D_{37}}$$

$$= 162.50 \text{ บาท}$$

(ง) จากตัวอย่างที่ 5.2

มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ สิ้นปีที่ 18 $= 1{,}300\frac{(M_{48} - M_{50} + D_{50})}{D_{48}}$

$$= 1{,}157.54 \text{ บาท}$$

หมายเหตุ

1. การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตควรพิจารณาดูว่า วิธีการคำนวณแบบใดจะเหมาะสมและง่ายกว่า

2. วิธีการกำหนดค่าของ t

ณ วันที่กรมธรรม์มีผลบังคับ (Issued date) $t = 0$

ณ วันที่ครบรอบปีของกรมธรรม์ปีที่ 1 $t = 1$

ณ วันที่ครบรอบปีของกรมธรรม์ปีที่ 2 $t = 2$

ณ วันที่ครบรอบปีของกรมธรรม์ปีที่ 3 $t = 3$

และโดยปกติแล้ว ${}_0V = 0$

ทฤษฎีบทที่ 5.3

การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี (Net level premium reserve) โดยวิธีแบบย้อนพินิจ (Retrospective method) ย่อมเท่ากับแบบอนาคตพินิจ (Prospective method)

พิสูจน์

กำหนดให้

P = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

$\ddot{S}_t$ = มูลค่าสะสมของการชำระเบี้ยประกัน ณ เวลา t

${}_tK$ = มูลค่าสะสมของผลประโยชน์ในอดีต ณ เวลา t

A_t = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต ณ เวลา t

$\ddot{a}_t$ = มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกัน ณ เวลา t

$\because$ ณ เวลาใด ๆ ในระหว่างที่อยู่ในระยะเวลาเอาประกันภัย

$$\left\{\begin{array}{l}\text{มูลค่าของเบี้ยประกันชีวิตที่ชำระแล้วในอดีต}\\ \text{รวมกับมูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันที่ยังไม่}\\ \text{ได้ชำระ}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{มูลค่าผลประโยชน์ที่ชำระแล้วในอดีต}\\ \text{รวมกับมูลค่าผลประโยชน์ในอนาคต}\end{array}\right\}$$

$$\therefore \quad P\cdot\ddot{S}_t + P\cdot\ddot{a}_t = {}_tK + A_t$$

$$P\ddot{S}_t - {}_tK = A_t - P\cdot\ddot{a}_t$$

$\therefore$ การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบย้อนพินิจเท่ากับแบบอนาคตพินิจ

5.5 สูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตอื่น

(Further expressions for reserves)

สูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีที่ใช้วิธีการคำนวณแบบย้อนพินิจหรืออนาคตพินิจดังกล่าวมาแล้ว ก็อาจปรับสูตรเป็นรูปแบบอื่นก็ได้ ดังนี้

ทฤษฎีบทที่ 5.4

กำหนดให้ใช้เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีเพื่อคำนวณเงินสำรองประกันชีวิต ณ สิ้นปีที่ t ของผู้เอาประกันอายุ x ปี

ดังนั้น

$$\begin{aligned}{}_tV_x &= A_{x+t} - P_x\cdot\ddot{a}_{x+t}\\ &= 1-(P_x+d)\ddot{a}_{x+t}\\ &= 1-\frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}\\ &= \frac{A_{x+t}-A_x}{1-A_x}\end{aligned}$$

$$\frac{P_{x+t} \quad P_x}{P_{x+t}+d}$$

$$= (P_{x+t} - P_x)\cdot \ddot{a}_{x+t}$$

พิสูจน์

ใช้สูตร $A_x = 1 - d\ddot{a}_x$

และ $A_{x+t} = 1 - d\ddot{a}_{x+t}$

$$P_x + d = \frac{1}{\ddot{a}_x}$$

ก็สามารถแปรสมการข้างบนได้

ทฤษฎีบทที่ 5.5

กำหนดให้คำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี ซึ่ง

$_tV$ = มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ ปลายปีกรมธรรม์ที่ t

P = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

i = อัตราดอกเบี้ยทบต้นรายปี

A_t = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต ณ เวลาที่ t ของกรมธรรม์

a_t = มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตรายปี จำนวน 1 หน่วยต่อปี ณ เวลา t ของกรมธรรม์

ดังนั้น

$$({}_tV + P)(1+i) = q_t + p_t \cdot {}_{t+1}V \qquad \text{........(5.6)}$$

และ

$$({}_tV + P)(1+i) = {}_{t+1}V + q_t(1 - {}_{t+1}V) \qquad \text{........(5.7)}$$

พิสูจน์

$$\because A_t = vq_t + vp_t A_{t+1}$$

$$a_t = vp_t a_{t+1}$$

และ $$_tV = A_t - P\cdot \ddot{a}_t$$

$$\therefore {}_tV + P = A_t - P(\ddot{a}_t - 1)$$

$$= A_t - Pa_t$$

$$= vq_t + vp_t A_{t+1} - p\cdot vp_t \ddot{a}_{t+1}$$

$$= vq_t + vp_t(A_{t+1} - P\cdot \ddot{a}_{t+1})$$

$$= vq_t + v\cdot p_t\cdot {}_{t+1}V$$

$$= v(q_t + p_t\cdot {}_{t+1}V)$$

$$\therefore \quad ({}_tV + P)(1+i) = q_t + p_t\cdot {}_{t+1}V$$

$$= q_t + (1-q_t){}_{t+1}V$$

$$= {}_{t+1}V + q_t(1 - {}_{t+1}V)$$

หมายเหตุ

1. มูลค่า $(1 - {}_{t+1}V)$ เราเรียกว่า มูลค่าเสี่ยงภัยสุทธิ (Net amount at risk) ของปีกรมธรรม์ที่ $t+1$ หมายความว่า จำนวนเงินเสี่ยงภัยที่บริษัทประกันชีวิตต้องเสี่ยงภัยเพื่อทดแทนผลประโยชน์ในกรมธรรม์โดยปกติเท่ากับ 1 หน่วยในกรณีเสียชีวิต แต่ ณ ปีกรมธรรม์ที่ $t+1$ ได้มีเงินสำรองประกันชีวิตอยู่แล้วจำนวน ${}_{t+1}V$ ดังนั้น จำนวนความเสี่ยงภัยสุทธิของบริษัทประกันชีวิตจึงคงเหลือสุทธิเท่ากับ $1 - {}_{t+1}V$ และค่า $q_t(1 - {}_{t+1}V)$ ก็หมายความว่าเป็นค่าคาดหมายของบริษัทประกันชีวิตจะชดใช้ในกรณีเสียชีวิต ณ ปีกรมธรรม์ที่ $t+1$ ซึ่งเป็นมูลค่าสุทธิเช่นเดียวกัน

2. จากทฤษฎี 5.5 เราอาจหามูลค่า P ได้ดังนี้

$$P = vq_t(1 - {}_{t+1}V) + (v\cdot {}_{t+1}V - {}_tV) \qquad \text{........(5.8)}$$

หมายความว่า เบี้ยประกันภัยสุทธิรายปี ที่ผู้เอาประกันชีวิตชำระแต่ละปีนั้น จะต้องเพียงพอสำหรับมูลค่าค่าคาดหมายการชดใช้ตามกรมธรรม์ในกรณีเสียชีวิต และมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตที่จะต้องเพิ่มขึ้นสำหรับปีกรมธรรม์ต่อไปด้วย

3. ถ้ากำหนดให้ $P = 0$

การคำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตจากสูตรต่าง ๆ นั้น ก็จะเป็นการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยการชำระเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยว (Single Premium) และสามารถใช้กับการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตในกรณีที่ปีที่ของการคำนวณนั้นพ้นหรือครบการชำระเบี้ยประกันภัยแล้ว

4. ถ้ากำหนดให้ $K_t' = q_t(1 - {}_{t+1}V)$

จะได้

$$P(1+i) - K_t = {}_{t+1}V - \overline{(1+i){}_tV} \qquad \text{.......(5.9)}$$

หมายความว่า ณ สิ้นปีกรมธรรม์ใด ๆ จำนวนเบี้ยประกันภัยที่ชำระพร้อมดอกเบี้ย หักด้วยมูลค่าที่คาดหมาย ชดใช้ตามกรมธรรม์กรณีเสียชีวิตแล้ว จำนวนเงินที่เหลือสุทธินี้จะเท่ากับมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตที่ควรจะต้องเพิ่มขึ้น

5. จากสมการ

$$({}_tV + P)(1+i) = q_t + p_t \cdot {}_{t+1}V$$

เราอาจหาค่า ${}_{t+1}V$ ได้โดยง่ายหากเราทราบ ${}_tV$ มาแล้ว ซึ่งเป็นวิธีการทดสอบค่า ${}_tV$ ของปีต่อ ๆ ไปได้ด้วยดังทฤษฎีบทที่ 5.6 ดังนี้

ทฤษฎีบทที่ 5.6

กำหนดให้

$$({}_tV + P)(1+i) = q_t + p_t \cdot {}_{t+1}V$$

ดังนั้น

$$ {}_{t+1}V = \frac{({}_tV + P)(1+i) - q_t}{p_t}$$

ถ้า

$$u = \frac{1+i}{p_t}$$

$$k_t = \frac{q_t}{p_t}$$

$$ {}_{t+1}V = ({}_tV + P)u_t - k_t \qquad \text{........ (5.10)}$$

$$ = ({}_tV + P)\frac{D_t}{D_{t+1}} - \frac{C_t}{D_{t+1}} \qquad \text{....... (5.11)}$$

หมายเหตุ

เราเรียกสูตรการคำนวณตามทฤษฎีบทที่ 5.6 ว่า สูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบแฟกเคลอร์ (Fackler reserve accumulation formula)

ตัวอย่างที่ 5.4 ผู้เอาประกันชีวิตคนหนึ่งอายุ 25 ปี ได้ทำประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ทุนประกัน 100,000.- บาท แต่ด้วยเหตุที่สุขภาพไม่ดี บริษัทฯ กำหนดให้เป็นผู้ที่มีสุขภาพต่ำกว่ามาตรฐาน ซึ่งจะต้องชำระอัตราเบี้ยประกันภัยสุทธิรายปีมากกว่าอัตราโดยปกติ จำนวน 6 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท จงคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตปีแรก และ q_{25} กำหนดให้การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตยังคงใช้ตารางมฤตภาพตามปกติ

วิธีทำ

$$\text{เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี (ปกติ)} = 100{,}000\frac{M_{25}}{N_{25}}$$

$$= 660.99 \text{ บาท}$$

$$\therefore \text{เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีที่ต้องชำระ} = 660.99 + 600 \text{ บาท}$$

$$= 12{,}60.99 \text{ บาท}$$

มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตปีแรก

$$100{,}000\,{}_1V_{25} = 100{,}000A_{26} - P\cdot\ddot{a}_{26}$$

$$= 100{,}000\ \frac{M_{26}}{D_{26}} - 660.99\ \frac{N_{26}}{D_{26}}$$

$$= 461.31$$

จาก

$$P = Vq_t(1 - {}_{t+1}V) + (v\cdot{}_{t+1}V - {}_tV)$$

ให้ ${}_0V = 0$

$$.1{,}260.99 = vq_{25}(100{,}000 - 461.31) + (v\cdot 461.31)$$

$$..\ q_{25} = 0.0083$$

ตัวอย่างที่ 5.5 คำนวณมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตของผู้เอาประกันชีวิตอายุเริ่มเอาประกันที่ 30 ปี ทุนประกัน 100,000.- บาท แบบตลอดชีพ ณ สิ้นปีกรมธรรม์ที่ 8, 9, 10 ด้วยวิธีการคำนวณแบบแฟกเคลอร์

วิธีทำ

จากตัวอย่างที่ 5.1

$$P_{30} = 828.51 \text{ บาท}$$

$$100{,}000\,{}_7V_{30} = 5{,}057.97 \text{ บาท}$$

$$\therefore\ 100{,}000\,{}_8V_{30} = (100{,}000\,{}_7V_{30} + P_{30})\ \frac{D_{37}}{D_{38}} - \frac{100{,}000C_{37}}{D_{38}}$$

$$= \$916.21 \text{ บาท}$$

$$100{,}000\,{}_9V_{30} = (100{,}000)_8V_{30} + P_{30})\frac{(D_{38})}{D_{39}} - 100{,}000\frac{C_{38}}{D_{39}}$$

$$= 6{,}810.36 \text{ บาท}$$

$$100{,}000\,{}_{10}V_{30} = (100{,}000\,{}_{9}V_{30} + P_{30})\frac{D_{39}}{D_{40}} - 100{,}000\frac{C_{39}}{D_{40}}$$

$$= 7{,}742.31 \text{ บาท}$$

นิยามที่ 5.4

กำหนดให้ I เป็นมูลค่าเงินสำรองของจุดเริ่มต้นปีกรมธรรม์ที่ t และภายหลังจากรับเบี้ยประกันภัยแล้ว เรียก ${}_tI$ นี้ว่า มูลค่าสำรองเริ่มต้นปีที่ t ในทำนองเดียวกัน เราเรียก ${}_tV$ เป็นมูลค่าเงินสำรองสิ้นสุดปีที่ t

ดังนั้น $${}_tI = {}_{t-1}V + P \qquad \text{........(5.12)}$$

นิยามที่ 5.5

กำหนดให้ $${}_t(MV) = \frac{{}_tI + {}_tV}{2} \qquad \text{........(5.13)}$$

$$= \frac{{}_{t-1}V + P + {}_tV}{2} \qquad \text{........(5.14)}$$

และเรียก ${}_t(MV)$ ว่า มูลค่าเงินสำรองเฉลี่ยของกรมธรรม์ปีที่ t

ตัวอย่างที่ 5.6 คำนวณ ${}_8(MV)$, ${}_9(MV)$, ${}_8(MV)$ ของตัวอย่างที่ 5.5

วิธีทำ

$$100{,}000\,{}_8(MV) = \frac{100{,}000\,{}_7V_{30} + P_{30} + 100{,}000\,{}_8V_{30}}{2}$$

$$= 5901.35 \text{ บาท}$$

$$100{,}000\,{}_9(MV) = \frac{100{,}000\,{}_8V_{30} + P_{30} + 100{,}000\,{}_9V_{30}}{2}$$

$$= 6{,}777.54 \text{ บาท}$$

$$100{,}000\,{}_{10}(MV) = \frac{100{,}000\,{}_9V_{30} + P_{30} + 100{,}000\,{}_{10}V_{30}}{2}$$

$$= 7.690.59 \text{ บาท}$$

หมายเหตุ

โดยทั่วไป บริษัทประกันชีวิตต้องยื่นรายงานการรับประกันชีวิตต่อรัฐทุก ๆ ปี แต่ละปีนั้น บริษัทประกันชีวิตมักจะคำนวณมูลค่าขายกรมธรรม์หรือมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ วันที่ 31 ธันวาคม โดยความเป็นจริงแล้ว กรมธรรม์ประกันชีวิตได้เริ่มเอาประกันตั้งแต่วันที่

1 มกราคม – 31 ธันวาคม เราจะเห็นว่าการกำหนดค่าของ t จะมีปัญหามาก และไม่สะดวกต่อการคำนวณ ดังนั้น หากให้ข้อสมมติมูลฐานว่า มีกรมธรรม์ประกันชีวิตที่มีผลบังคับเริ่มเอาประกันตลอดปีนั้นสม่ำเสมอกัน เราอาจกำหนดว่า ให้กรมธรรม์เหล่านั้นเริ่มมีผลบังคับพร้อมกันวันที่ 1 กรกฎาคม หรือกลางปี ดังนั้น เมื่อการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิต ณ วันที่ 31 ธันวาคม เราจึงต้องคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตด้วยสูตรค่าเฉลี่ย เช่น การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิต ณ 31 ธันวาคม 2530

กรมธรรม์ประกันชีวิตที่เริ่มมีผลบังคับปี 2530 ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี

มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตเฉลี่ย = ${}_{1}(MV)_{30}$

กรมธรรม์ประกันชีวิตที่เริ่มมีผลบังคับปี 2529 ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี

มูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตเฉลี่ย = ${}_{2}(MV)_{30}$

เป็นต้น

5.6 มูลค่ากรมธรรม์ที่ไม่อาจริบได้ (Nonforfeiture values)

เราได้ทราบมาตั้งแต่หัวข้อ 5.1 มาแล้วว่า หลังจากกรมธรรม์ประกันชีวิตมีผลบังคับทุก ๆ สิ้นสุดรอบปีกรมธรรม์จะมีมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ซึ่งอาจคำนวณได้ด้วยวิธีต่าง ๆ ดังกล่าวมาแล้ว หากภายหลังผู้เอาประกันภัยต้องการเวนคืนกรมธรรม์ด้วยการหยุดชำระเบี้ยประกันภัย และร้องขอบริษัทเวนคืนกรมธรรม์ก็เป็นเหตุผลที่สมควรยิ่งที่ผู้เอาประกันชีวิตควรจะได้รับเงินจำนวนตามมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต ณ วันที่ยื่นขอเวนคืนกรมธรรม์นั้น

อย่างไรก็ตามผู้เอาประกันชีวิตมักจะไม่ได้จำนวนเงินเต็มตามมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตที่ปรากฏ ณ วันที่ยื่นขอนั้น เพราะ

1. ความเสียหายด้านการเงินอาจเกิดขึ้นได้กับบริษัทประกันชีวิต หากผู้เอาประกันชีวิตขอเวนคืนกรมธรรม์พร้อมกันหลายราย

2. บริษัทประกันชีวิตต้องเสียค่าใช้จ่ายประจำเพื่อการเก็บรักษากรมธรรม์ประกันชีวิตเหล่านี้

3. หากผู้เอาประกันชีวิตเพิกถอนกรมธรรม์ในปีแรก ๆ ซึ่งบริษัทได้มีการจ่ายค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ค่อนข้างสูง ย่อมทำให้บริษัทเสียหายได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวบริษัทประกันชีวิตมักจะคิดค่าภาระเวนคืนกรมธรรม์ (Surrender charge) ซึ่งจะนำไปหักออกจากมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตก่อน ส่วนที่เหลือจึงเป็นมูลค่าเวน

คืนกรมธรรม์ (Surrender value) ซึ่งจะระบุไว้ในกรมธรรม์ทุก ๆ แบบ ค่าภาระเวนคืนกรม-ธรรมนี้ อาจจะคำนวณได้หลายวิธีและบริษัทต่าง ๆ อาจกำหนดแตกต่างกันหรือรัฐอาจจะกำหนดเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ/สูงไว้ เพื่อความเป็นธรรมแก่ผู้เอาประกันภัย อย่างไรก็ตาม ค่าภาระเวนคืนกรมธรรม์มักจะไม่เกินไปกว่ากรมธรรม์ปีที่ 5-7 หลังจากนั้น ผู้เอาประกันชีวิตก็จะได้รับมูลค่าเวนคืนกรมธรรม์ เท่ากับหรือมากกว่ามูลค่าเงินสำรองประกันชีวิต (หากแบบประกันนั้นมีการกำหนดเงินปันผลด้วย)

ค่าภาระเวนคืนกรมธรรม์อาจกำหนดเป็น

1. จำนวนเปอร์เซ็นต์ของมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตที่มีปรากฏในสิ้นสุดปีกรมธรรม์นั้น

2. กำหนดเป็นมูลค่าส่วนลดหรืออัตราส่วนลดต่อทุนประกัน เป็นต้น

3. กำหนดเบี้ยประกันภัยที่ปรับแล้ว (Adjusted premium) และให้

มูลค่าที่รับไม่ได้ = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต – มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัยที่ปรับแล้ว

อย่างไรก็ตามผู้เอาประกันชีวิตสามารถขอรับมูลค่าที่ไม่อาจรับได้หลายวิธีด้วยกัน (Nonforfeiture options) ดังนี้

1. มูลค่าเงินสด (Cash value)
2. มูลค่าใช้เงินสำเร็จ (Paid up value)
3. มูลค่าขยายเวลา (Extended term value)

นิยามที่ 5.6

มูลค่าเงินสด หมายถึง จำนวนเงินที่ผู้เอาประกันภัยจะได้รับเมื่อบอกเลิกสัญญา โดยการเวนคืนกรมธรรม์ และไม่ชำระเบี้ยประกันภัยต่อไปอีก

กำหนดให้

${}_t(CV)$ = มูลค่าเงินสด (Cash value) ของกรมธรรม์ ณ สิ้นสุดปีที่ t

P^A = เบี้ยประกันภัยที่ปรับแล้ว

$$\therefore\ {}_t(CV) = A_t - P^A \cdot \ddot{a}_t \qquad \text{........(5.15)}$$

5.6.1 การคำนวณมูลค่าเงินสด

กำหนดให้ค่าใช้จ่ายตามกรมธรรม์ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

ก. E = ค่าใช้จ่ายคงที่ตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย

ข. E′ = ค่าใช้จ่ายปีแรกของกรมธรรม์ และทำให้ค่าใช้จ่ายปีแรก = E+E′

ให้

G = เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

A = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต

ä = มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัยรายปี ๆ ละ 1 หน่วย

$P^{\wedge}$ = เบี้ยประกันภัยที่ปรับแล้ว (Adjusted premium)

ดังนั้น $G = P^{\wedge} + E$

และ $G \cdot \ddot{a} = (P^{\wedge} + E) \cdot \ddot{a}$

แต่ $G \cdot \ddot{a} = A +$ มูลค่าปัจจุบันของค่าใช้จ่าย

$= A + E' + E \cdot \ddot{a}$

$\therefore \ (P^{\wedge} + E) \cdot \ddot{a} = A + E' + E \cdot \ddot{a}$

และดังนั้น
$$P^{\wedge} = \frac{A + E'}{\ddot{a}} \qquad (5.16)$$

ตัวอย่างการคำนวณมูลค่าเงินสด

กำหนดค่าใช้จ่ายปีแรก E′ ดังนี้

ก. E′ เท่ากับ 40% ของ $P^{\wedge}$ แต่ไม่เกินจำนวน 16 บาทต่อทุนประกันภัย 1,000.- บาท

และ ข. 25% ของ $P^{\wedge}$ หรือเท่ากับ 25% ของเบี้ยประกันภัยที่ปรับแล้ว โดยการคำนวณแบบตลอดชีพแล้วอย่างใด จะมีค่าน้อยกว่ากัน แต่ไม่เกินจำนวน 10.- บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

และ ค. 20 บาทต่อทุนประกัน 1,000 บาท

ถ้า $P^{\wedge}$ เบี้ยประกันที่ปรับแล้ว

$P_x^{\wedge}$ = เบี้ยประกันภัยที่ปรับคำนวณแบบตลอดชีพ

อาจเขียนเป็นสมการของ E′ ได้ดังนี้ (ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท)

$$E' = 0.4\begin{bmatrix} P^{\wedge} \\ 40 \end{bmatrix} + 0.25\begin{bmatrix} P^{\wedge} \\ P_x^{\wedge} \\ 40 \end{bmatrix} + 20$$

(เครื่องหมายในวงเล็บหมายถึงการเลือกจำนวนที่มีมูลค่าน้อยที่สุด)

ก่อนอื่นต้องคำนวณหาค่าของ P_x^A ซึ่งคำนวณได้โดยการแทนสมการข้างต้นเป็น P_x^A หมด

$$\therefore\ E' = 0.4P_x^A + 0.25P_x^A + 20$$

$$= 0.65P_x^A + 20 \qquad \text{ถ้า } P_x^A \leqslant 40$$

และ $E' = 16 + 10 + 20$

$$= 46 \qquad \text{ถ้า } P_x^A > 40$$

ดังนั้น ในกรณีที่ $P_x^A \leqslant 40$ เราคงคำนวณค่า P_x^A ได้ดังนี้

$$P_x^A \cdot \ddot{a} = A + E'$$

$$= A + 0.65P_x^A + 20$$

$$P_x^A = \frac{A+20}{i-0.65} \qquad \ldots(5.17)$$

ในกรณีที่อายุสูง, การคำนวณมูลค่า P_x^A ตามสมการ (5.17) จะมีค่ามากกว่า 40 ดังนั้น ในกรณีเช่นนี้ จึงกำหนด $E' = 46$

$\therefore$ ในกรณีที่การคำนวณให้ค่า $P_x^A > 40$

$$P_x^A = \frac{A+46}{\ddot{a}} \qquad \ldots\ldots(5.18)$$

ถ้าเราคำนวณมูลค่าเงินสดแบบตลอดชีพของกรมธรรม์สิ้นสุดปีที่ t เราจะได้

$${}_t(CV) = A_t - P_x^A \cdot \ddot{a}_t \qquad \ldots\ldots(5.19)$$

สำหรับการคำนวณมูลค่าเงินสดแบบอื่น อาจคำนวณตามขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณ P_x^A ตามสมการ (5.17), (5.18)
2. คำนวณ P^A และเปรียบเทียบกับ P_x^A

โดยกำหนดให้ $\quad P^A = \dfrac{A+20}{i-0.65}$

2.1 ถ้า P^A มีค่าน้อยกว่าทั้ง P_x^A และ 40 ซึ่งมักจะไม่ค่อยปรากฏนัก ค่าของ P^A ก็เป็นไปตามที่กำหนด และ

$${}_t(CV) = A_t - P^A \cdot \ddot{a}_t$$

2.2 ถ้า P^A มีค่ามากกว่า P_x^A แต่ไม่มากกว่า 40 และ $P_x^A < 40$

$$\therefore\ E' = 0.4P^A + 0.25P_x^A + 20$$

$$P^A \cdot \ddot{a} = A + 0.4P^A + 0.25P_x^A + 20$$

$$P^A \quad \frac{A + 0.25P_x^A + 20}{P-0.4}$$

2.3 ถ้า P^A มีค่ามากกว่า P_x^A และ 40 แต่ $P_x^A < 40$

$$E' = 16.+0.25P_x^A+20$$

$$P^A \cdot \ddot{a} = A+0.25P_x^A+36$$

$$P^A = \frac{A+36}{\ddot{a}-0.25}$$

2.4 ถ้า P^A และ P_x^A มีค่ามากกว่า **40**

$$E' = 16+10+20$$

$$= 46$$

$$\therefore P^A = \frac{A+46}{\ddot{a}}$$

ตัวอย่างที่ 5.7 คำนวณมูลค่าเงินสด ณ สิ้นปีกรมธรรม์ที่ 7 ของตัวอย่างที่ 5.1 ข้อ (ข) โดยกำหนดค่าภาระเวนคืนกรมธรรม์ ดังนี้

(ก) กำหนดให้เท่ากับตัวอย่างข้างต้น

(ข) เท่ากับ 15 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

(ค) เท่ากับ 10% ของมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตสิ้นปีที่ 7

วิธีทำ

(ก)
$$P_{30}^A = \frac{100{,}000A_{30}+2{,}000}{\ddot{a}_{30}-0.65}$$

$$= 1{,}000.49 \text{ บาท}$$

ทดลองหาค่า P^A โดย

$$P^A = \frac{100{,}000A_{30:\overline{20}|}+2{,}000}{\ddot{a}_{30:\overline{15}|}-0.65}$$

$$= 3{,}685.94 \text{ บาท}$$

จะเห็นว่า $P^A > P_{30}^A$ แต่น้อยกว่า 40

$$\therefore E' = 0.4P^A+0.25\,P_{30}^A+2{,}000$$

$$P^A = \frac{100{,}000A_{30:\overline{20}|}+0.25P_{30}^A+2{,}000}{\ddot{a}_{30:\overline{15}|}-0.4}$$

$$= 3{,}616.81 \text{ บาท}$$

$$\therefore 100{,}000\,{}_7(CV) = 100{,}000A_{37:\overline{13}|}-P^A\cdot\ddot{a}_{37:\overline{8}|}$$

$$= 24{,}509.31 \text{ บาท}$$

(ข) $100,000{}_7(CV) = 100,000{}^{15}_{7}V_{30:\,\overline{20|}} - 1,500$ บาท

$= 26,886.50 - 1,500$ บาท

$= 25,386.50$ บาท

(ค) $100,000{}_7(CV) = 100,000{}_7V_{30:\,\overline{20|}} - 10\%$ ของ $100,000{}_7V$

$= 26,886.50 - 2,688.65$ บาท

$= 24,197.85$ บาท

นิยามที่ 5.7

มูลค่าใช้เงินสำเร็จ (Paid up value) หมายถึง จำนวนเงินเอาประกันภัยที่เปลี่ยนแปลงใหม่ โดยกำหนดระยะเวลาประกันภัยเท่าเดิม ซึ่งเป็นการนำเอามูลค่าเงินสดที่ปรากฏในปีที่ครบรอบกรมธรรม์นั้นเป็นเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวเพื่อซื้อกรมธรรม์ดังกล่าว

ให้

${}_tW$ = มูลค่าใช้เงินสำเร็จ ณ วันครบรอบปีกรมธรรม์ที่ t ซึ่งมีมูลค่าเงินสด ${}_t(CV)$ และมูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต A_t.

5.6.2 การคำนวณมูลค่าใช้เงินสำเร็จ

กำหนดให้

t = ปีที่ครบรอบกรมธรรม์

${}_t(CV)$ = มูลค่าเงินสดของกรมธรรม์ปีที่ t ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

A_t = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต ณ ปีครบรอบกรมธรรม์ที่ t ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

${}_tW$ = มูลค่าใช้เงินสำเร็จ ณ ปีครบรอบกรมธรรม์ที่ t ต่อทุนประกันเดิม 1 หน่วย

$\because$ เบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวจำนวน A_t จะให้ความคุ้มครองทุนประกัน = 1 หน่วย

เบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวจำนวน ${}_t(CV)$ จะให้ความคุ้มครองทุนประกัน $= \frac{{}_t(CV)}{A_t}$ หน่วย

$\therefore\ {}_tW = \frac{{}_t(CV)}{A_t}$ ต่อทุนประกันเดิม 1 หน่วย ....(5.20)

การกำหนดขั้นตอนการคำนวณ ควรทำดังนี้

1. ถ้ามีหนี้ เช่น เงินกู้ เป็นต้น ให้นำมาหักออกจากมูลค่าเงินสดก่อน

2. ในกรณีเป็นแบบตลอดชีพ ให้คำนวณมูลค่าใช้เงินสำเร็จได้ตามสูตร (5.20) และระยะเวลาที่เหลือของกรมธรรม์เท่าเดิม

3. ในกรณีเป็นแบบสะสมทรัพย์หรือแบบอื่น

3.1 ให้คำนวณเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยว ณ เวลา t ที่กำหนดความคุ้มครองกรณีเสียชีวิตระหว่างระยะเวลาที่เหลือ และผลประโยชน์เมื่อรอด เมื่อครบกำหนดกรมธรรม์เท่านั้น ผลประโยชน์อื่น ๆ ไม่มี

3.2 ใช้สูตร (5.20) เพื่อคำนวณหาค่า $_tW$

ตัวอย่างที่ 5.8 คำนวณมูลค่าใช้เงินสำเร็จ ณ ปลายปีกรมธรรม์ปีที่ 7 ของตัวอย่างที่ 5.1 โดยกำหนดให้ มูลค่าเงินสด = 90% ของมูลค่าเงินสำรองประกันชีวิตสิ้นสุดปีกรมธรรม์ที่ 7 และให้เป็นมูลค่าจำนวนเต็มต่อทุนประกันเดิม 1,000.-

วิธีทำ

(ก) มูลค่าเงินสด $= 5{,}057.97 - 505.80$

$= 4{,}552.17$

$100{,}000A_{37} = 17{,}180.37$

∴ มูลค่าใช้เงินสำเร็จ ณ ปีกรมธรรม์ที่ 7 $= 100{,}000 \times \frac{4{,}552.17}{17.180.37}$

$=$ **26,496** บาท

$=$ **265** บาทต่อทุนประกัน 1,000 บาท

(ข) มูลค่าเงินสด $= 26{,}886.50 - 2{,}688.65$ บาท

$= 24{,}197.85$ บาท

เบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยว ณ ปีที่ 7 $= 100{,}000A_{37:\overline{13|}}$

$$= 100{,}000\,\frac{(M_{37} - M_{50} + D_{50})}{D_{37}}$$

$= 48{,}026.99$ บาท

∴ มูลค่าใช้เงินสำเร็จ ณ สิ้นปีที่ 7 $= \frac{24{,}197.85 \times 100{,}000}{48{,}026.99}$

$= 50{,}383.86$ บาท

$= 509$ ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

(ค) มูลค่าเงินสำรองแบบเฉพาะกาลมักจะมีเป็นจำนวนน้อย และโดยทั่วไปกรมธรรม์แบบเฉพาะกาลมักจะไม่กำหนดมูลค่าเงินสด จึงไม่ปรากฏมูลค่าใช้เงินสำเร็จด้วย

นิยามที่ 5.8

มูลค่าขยายระยะเวลา (Extended term value) หมายถึง จำนวนระยะเวลาที่จะให้ผลประโยชน์ตามแบบกรมธรรม์เดิม โดยการใช้มูลค่าเงินสดเป็นเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยว เพื่อซื้อกรมธรรม์แบบเดิม

5.6.3 การคำนวณมูลค่าขยายระยะเวลา

ให้ $_t(CV)$ = มูลค่าเงินสด ณ ปีครบรอบกรมธรรม์ที่ t

n = ระยะเวลาที่คำนวณขยายได้

(ก) แบบตลอดชีพ

ให้คำนวณหาค่าของ n โดย

$$_t(CV) = A_{t:\overline{n|}} \qquad \ldots\ldots\ldots(5.21)$$

และหาค่าของ n ในตารางมฤตภาพโดยวิธี interpolation ซึ่งอาจจะให้ค่าของ n เป็นจำนวนปีและวัน

(ข) แบบสะสมทรัพย์

ข.1 ในกรณีที่ n ตามสูตร (5.21) ได้มากกว่าระยะเวลากรมธรรม์เดิม ซึ่งทดสอบได้จากการคำนวณหาค่าเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวที่ระยะเวลาเท่ากรมธรรม์เดิม เช่น ระยะเวลากรมธรรม์ที่เหลือ = m

$$\therefore\ A_{t:\overline{m|}} < {}_t(CV)$$

ดังนั้นระยะเวลาที่ขยายได้ = m

มูลค่าส่วนที่เหลือของ $_t(CV) - A_{t:\overline{m|}}$ นำไปเป็นเบี้ยประกันภัยเชิงเดี่ยวเพื่อซื้อกรมธรรม์แบบสะสมทรัพย์แท้จริง (Pure endowment)

กำหนดรับผลประโยชน์เมื่อวันครบกำหนดกรมธรรม์เดิม

ข.2 ในกรณีที่ n ตามสูตร (5.21) ได้น้อยกว่า m ให้กำหนดระยะเวลาที่ขยายตามนั้น

ตัวอย่างที่ 5.9 คำนวณมูลค่าขยายระยะเวลา ณ ปลายปีกรมธรรม์ที่ 7 ของตัวอย่างที่ 5.1 โดยกำหนดมูลค่าเงินสดตามตัวอย่างที่ 5.8

วิธีทำ

(ก) ให้ n = ระยะเวลาที่ขยาย

$$100{,}000A_{37:\overline{n|}} = 100{,}000_7(CV)$$

$$100\ 000\ \frac{(M_{37} - M_{37+n})}{D_{37}} = 4552.17$$

$$M_{37+n} = 134{,}170.291$$

นำไปเปรียบเทียบในตารางมฤตภาพจะเป็นค่าอยู่ระหว่าง M_{51} และ M_{52}

$$\left.\begin{array}{l} M_{51} = 135{,}229.329 \\ M_{52} = 131{,}487.200 \end{array}\right| = 3{,}742.129$$

และ

$$\left.\begin{array}{l} M_{51} = 135{,}229.329 \\ M_{37+n} = 134.170.291 \end{array}\right| = 1{,}059.038$$

ซึ่ง $37+n$ = **51.283** ปี = 51 ปี 103 วัน

ดังนั้น มูลค่าขยายระยะเวลา = 14 ปี 103 วัน

(ข) มูลค่าเงินสดต่อทุนประกัน 1,000 บาท = 241.98 บาท

∴ เปรียบเทียบกับ $1{,}000A_{37:\overline{13|}}$ = 41.10 บาท

∴ ระยะเวลาที่ขยายได้เต็มที่ = 13 ปี

และจำนวนเงินที่เหลือ = 241.98 − 41.10 บาท

= 200.88 บาท

เพื่อริบมูลค่าสะสมทรัพย์แท้จริง อีก 13 ปี

$$= 200.88 \times \frac{1}{{}_{13}E_{37}}$$

$$= 457.41 \text{ บาท}$$

ดังนั้น มูลค่าขยายระยะเวลา = 13 ปี และมูลค่าสะสมทรัพย์แท้จริงรับเมื่ออยู่รอดที่กรมธรรม์ครบกำหนดจำนวน 457.41 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

แบบทดสอบบทที่ 5

แบบทดสอบหัวข้อ 5.1, 5.2

1. กำหนดให้กลุ่มผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี จำนวน 100,000 คน ได้ทำประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันชีวิตตลอดชีพรายปี ๆ ละ 13.45 บาท ทุนประกันชีวิตรายละ 1,000.- บาท ถ้าอัตราการตายที่อายุ 30, 31, 32, 33, 34 และ 35 เท่ากับ 2.14, 2.20, 2.27, 2.35, 2.42 และ 2.53 ต่อประชากร 1,000 คน และด้วยอัตราดอกเบี้ยทบต้น 6% ต่อปี จงคำนวณมูลค่าส่วนแบ่งของผู้มีชีวิตอยู่รอดแต่ละรายที่ควรจะได้รับเมื่อครบรอบสิ้นปีกรมธรรม์ ตั้งแต่กรมธรรม์ปีที่ 1 – 6
2. คำนวณตามข้อ (1) สำหรับการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ ระยะเวลาประกันชีวิต 20 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย 15 ปี เบี้ยประกันสุทธิรายปี และอัตราการตาย ให้คำนวณตามตารางมฤตภาพที่กำหนดให้ท้ายเล่ม
3. คำนวณตามข้อ (2) สำหรับการประกันชีวิตแบบเฉพาะกาล ระยะเวลาประกันชีวิต 15 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย 10 ปี

แบบทดสอบหัวข้อ 5.3, 5.4

4. คำนวณเงินสำรองประกันชีวิตของผู้เอาประกันชีวิตที่เริ่มเอาประกันภัยอายุ 30 ปีต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ตั้งแต่ครบรอบสิ้นปีกรมธรรม์ที่ 1 – 20

   ก. แบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันตลอดชีพ

   ข. แบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันภัย 20 ปี

   ค. แบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันภัย 15 ปี

   ง. แบบสะสมทรัพย์ ชำระเบี้ยประกันภัย 15 ปี ระยะเวลาประกันภัย 20 ปี

   จ. แบบเฉพาะกาล ชำระเบี้ยประกันภัย 15 ปี ระยะเวลาประกันภัย 20 ปี

   โดยการคำนวณแบบย้อนพินิจ
5. คำนวณเงินสำรองประกันชีวิตของข้อ (4) โดยวิธีแบบอนาคตพินิจ
6. เปรียบเทียบการคำนวณของข้อ (4) และ (5) และเขียนแผนภาพของจำนวนเงินสำรองประกันชีวิต/ปีที่ครบรอบกรมธรรม์
7. ผู้เอาประกันชีวิตรายหนึ่งปัจจุบันอายุ 45 ปี ได้ทำประกันชีวิตผ่านมาแล้ว 10 ปีด้วยแบบสะสมทรัพย์ ชำระเบี้ยประกัน 20 ปี ระยะเวลาเอาประกันชีวิต 20 ปี ทุนประกันชีวิต 100,000.- บาท มีความต้องการเปลี่ยนแบบการประกันชีวิตเป็นแบบตลอดชีพ ชำระเบี้ย

ประกันภัยถึงอายุ 60 ปี ทุนประกัน 500,000.- บาท โดยเสมือนหนึ่งว่าได้ทำประกันชีวิตมาแต่แรกเริ่ม เขาจะต้องเพิ่มเงินอีกเท่าใดจึงจะทำให้จำนวนเงินสำรองประกันชีวิตในปัจจุบันมีจำนวนเท่าที่ควรจะเป็น

8. คำนวณเงินสำรองประกันชีวิต ณ ครบรอบปีกรมธรรม์ปีที่ 10 ของข้อ (8) แบบทดสอบบทที่ 4 ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี
9. คำนวณเงินสำรองประกันชีวิต ณ ครบรอบปีกรมธรรม์ปีที่ 15 ของข้อ (9) แบบทดสอบบทที่ 4 ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 35 ปี
10. ผู้เอาประกันชีวิตรายหนึ่งอายุ 40 ปี ได้ทำประกันชีวิตแบบตลอดชีพพิเศษ ชำระเบี้ยประกันชีวิตตลอดชีพ ซึ่งกำหนดผลประโยชน์ดังนี้ ทุนประกันชีวิตสำหรับกรมธรรม์ปีแรกจำนวน 1,000.- บาท, ปีที่สอง 1,100 บาท, ปีที่สาม 1,200 บาท ตลอดไป จงคำนวณ

    ก. เบี้ยประกันสุทธิรายปี

    ข. เงินสำรองประกันชีวิต ณ ครบรอบปีกรมธรรม์ที่ 15 โดยวิธีย้อนพินิจ

    ค. เงินสำรองประกันชีวิต ณ ครบรอบปีกรมธรรม์ที่ 15 โดยวิธีอนาคตพินิจ
11. พิสูจน์

    ก. ${}_{w-x-1}V_x = v - P_x$

    ข. จงพิสูจน์ว่า ผลคูณของจำนวนเงินสำรอง ณ ครบรอบสิ้นปีกรมธรรม์ที่ t สำหรับแบบสะสมทรัพย์แท้จริง (Pure endowment) ชำระเบี้ยประกันภัยและระยะเวลาเอาประกันภัย n ปี ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี กับจำนวนเบี้ยประกันภัยสุทธิรายปีของแบบสะสมทรัพย์แท้จริงที่มีจำนวนทุนประกันเท่ากัน, อายุเริ่มเอาประกันเท่ากัน, ระยะเวลาเอาประกันภัย t ปี จะให้ค่าคงที่ (constants) ทุก ๆ ค่าของ t

แบบทดสอบหัวข้อ 5.5

12. พิสูจน์

    ก. ${}_tV_x = A_{x+t}\left(1+\frac{1+i}{I}\cdot P_x\right)-\frac{1+i}{I}\cdot P_x$

    ข. ${}_tV_x = 1 -(1-{}_1V_x)(1-{}_1V_{x+1})\dots(1-{}_1V_{x+t-1})$

    ค. $P+d\cdot{}_tV = vq_{x+t}(1-{}_tV)+vp_{x+t}({}_{t+1}V-{}_tV)$

    ง. ${}_{t+r}V_x = 1-(1-{}_rV_x)(1-{}_tV_{x+r})$
13. พิสูจน์และให้ความหมาย

    ก. ${}^n_tV_x = ({}_{n-t}P_{x+t}-{}_nP_x)\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$ สำหรับ $t \leqslant n$

    ข. ${}_tV_{x:\overline{n}|} = (P^{1}_{x+t:\overline{n-t}|}-P^{1}_{x:\overline{n}|})\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$

14. กำหนดให้

$1 - A_{x+2t} = A_{x+2t} - A_{x+t} = A_{x+t} - A_x$

จงแสดงค่าของ ${}_tV_{x+t}$ ที่เป็นค่าของ ${}_tV_x$

15. กำหนดให้

$\ddot{a}_x + \ddot{a}_{x+2t} = 2\ddot{a}_{x+t}$

จงแสดงค่าของ ${}_tV_{x+t}$ และ ${}_{2t}V_x$ ที่เป็นค่าของ ${}_tV_x$

16. ถ้า $P_x = 0.02$

${}_nV_x = 0.06$

และ $P_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = 0.25$

คำนวณหาค่าของ $P_{x:\overline{n|}}$

17. กำหนดให้ $P_x = 0.025$, $u_x = 1.032$ และ $k_x = 0.015$ จงคำนวณ ${}_1V_x$

18. พิสูจน์

${}_{t+1}V_x = ({}_tV + P - c_{x+t})u_{x+t}$

ให้คำนวณหาค่าของ c_{x+t} ที่สอดคล้องกับสูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบ Fackler

และสูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบนี้เรียกว่า Wright's reserve accumulation formula

19. ให้ใช้การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบของ Fackler's accumulation formula สำหรับการคำนวณข้อ (4) และเปรียบเทียบคำตอบด้วย

20. จากสูตรการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตแบบของ Fackler

จงพิสูจน์ว่า

$${}_{r+t}V = {}_tV \cdot \frac{1}{{}_rE_{x+t}} + P_r u_{x+t} - {}_rk_{x+t}$$

พร้อมทั้งให้คำอธิบายด้วย

21. คำนวณต้นทุนประกันภัย (Cost of insurance based upon the net amount at risk) และจำนวนความเสี่ยงภัยสุทธิ (Net amount at risk) ของข้อ (4)

22. คำนวณเงินสำรองประกันชีวิตเฉลี่ย (Mean reserve) ของข้อ (4)

23. กำหนดให้การคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตเฉลี่ย (Mean reserve) ณ ครบรอบปีกรมธรรม์ปีที่ t ดังนี้

$${}_t(MV) = {}_tV \cdot F_{x+t} + G_{x+t}$$

โดยกำหนดให้

$$F_{x+t} = \frac{1}{2}(1 + v \cdot p_{x+t-1})$$

$$G_{x+t} = \frac{1}{2} \cdot v \cdot q_{x+t-1}$$

จงแจกแจงสูตรดังกล่าวที่สอดคล้องกับการคำนวณเงินสำรองประกันชีวิตเฉลี่ย

แบบทดสอบหัวข้อ 5.6

24. กำหนดให้

$$E' = 0.4\begin{bmatrix} P^A \\ 40 \end{bmatrix} + 0.25\begin{bmatrix} P^A \\ P_x^A \\ 40 \end{bmatrix} + 20$$

สำหรับการคำนวณมูลค่าเงินสดของข้อ (4)

25. จงคำนวณมูลค่าเงินสดของข้อ (4) โดยกำหนดให้ ค่าภาระเวนคืนกรมธรรม์เป็น 10% ของจำนวนเงินสำรองครบรอบปีกรมธรรม์นั้น (Terminal reserve)
26. จงคำนวณมูลค่าใช้เงินสำเร็จของข้อ (24) และข้อ (25)
27. จงคำนวณมูลค่าขยายระยะเวลาของข้อ (24) และข้อ (25)

100% THAI MORTALITY 2529

AGE	l(x)	d(x)	e(x)	q(x)
0	10000000.000	87721 .000	67.337	8.7721
I	9912279.000	21614.716	66.929	2.1806
2	9890664.284	18627.088	66.074	1.8833
3	9872037.196	17857.528	65.198	1.8089
4	9854179.668	17093.060	64.315	1.7346
5	9837086.608	16454.495	63.426	1.6727
6	9820632.113	15818.092	62.531	I.6107
1	9804814.021	15306295	61.631	1.5611
8	9789507.726	14919.210	60.727	1.5240
9	9774588.516	14654.063	59.819	I.4992
10	9759934.453	14666.254	5X.908	1.5027
II	9745268.200	15091.522	57.996	1.5486
12	9730176.677	15506.010	57.085	1.5936
13	9714670.668	16070.008	56.175	1.6542
14	9698600.660	16754.333	55.267	1.7275
15	9681846.327	17513.492	54.362	1.8089
16	9664332.835	18302.314	53.460	1.8938
17	9646030.522	19077.919	52.560	I.9778
18	9626952.603	19806.492	51.663	2.0574
19	9607146.110	20460.339	50.769	2.1297
20	9586685.771	21030.313	49.876	2.1937
21	9565655.459	21512.203	48.9X5	2.2489
22	9544143.256	21915.262	48.094	2.2962
23	9522221.994	22253.447	47.204	2.3310
24	9499974.547	22541.540	46.313	2.3728
25	9477433.008	22792.279	45.422	2.4049
26	9454640.729	23019.214	44.530	2.4347
27	9431621.515	23239.515	43.638	2.4640
2X	9408382.000	23474.854	42.744	2.4951
29	9384907.146	23754.138	41.850	2.5311
30	9361153.008	24119.947	40.955	2.5766
31	9337033.061	24611.485	40.059	2.6359
32	9312421.575	25271.118	39.164	2.7137
33	9287150.457	26129.398	38.269	2.8135
34	9261021.059	27195.914	37.376	2.9366
35	9233825.145	28469.730	36.4X4	3.0832
36	9205355.415	29930.293	35.596	3.2514
37	9175425.122	31545.112	34.710	3.4380
38	'9143880.011	33267.264	33.828	3.6382
39	9110612.747	35046.705	32.950	3.8468
40	9075566.041	36840.445	32.075	4.0593
41	9038725.596	38642.360	31.204	4.2752
42	9000083.237	40490.474	30.336	4.4989
43	X959592.762	42482.805	29.470	4.7416
44	X917109.957	44759.433	28.608	5.0195
45	1X872350.524	47487.482	27.750	5.3523
46	8824863.042	50808.266	26.897	5.7574
47	x774054.775	54819.417	26.050	6.2479
4X	8719235.359	59547.146	25.210	6.8294

AGE	l(x)	d(x)	e(x)	q(x)
49	8659688.213	64956.321	24.380	7.5010
50	8594731.891	70958.106	23.561	8.2560
51	8523773.785	77450.418	22.753	9.0864
52	8446323.367	84335.694	21.957	9.9849
53	8361987.673	91569.618	21.173	10.9507
54	8270418.054	99154.869	20.402	II.9891
55	8171263.185	107076.233	19.644	13.1040
56	8064186.952	115508.995	18.898	14.3237
57	7948677.958	124510.476	18.165	15.6643
58	7824167.481	134074.934	17.446	17.1360
59	7690092.548	144102.337	16.742	18.7387
60	7545990.210	154713.173	16.052	20.5027
61	7391277.037	165696.909	IS.377	22.4179
62	7225580.127	177059.228	14.719	24.5045
63	7048520.899	188777.716	14.076	26.7826
64	6859743.183	200800.460	13.449	29.2723
65	6658942.723	213112.803	12.840	32.0040
66	6445829.920	225719.428	12.248	35.0179
67	6220110.492	238505.783	II.674	38.3443
68	5981604.710	251307.551	II.120	42.0134
69	5730297.158	263449.839	10.585	45.9749
70	5466847.320	274371.773	10.072	50.1883
71	5192475.546	283421.931	9.577	54.5832
72	4909053.615	290219.322	9.101	59.1192
73	4618834.292	294525.049	8.642	63.7661
74	4324309.243	296928.694	8.196	68.6650
75	4027380.549	297852.983	7.764	73.9570
76	3729527.566	297666.275	7.344	79.8134
77	3431861.290	296463.397	6.937	86.3856
78	3135397.894	294114.432	6.546	93.8045
79	2841283.462	289809.492	6.172	101.9995
80	2551473.969	282855.894	5.816	110.8598
81	2268618.075	272925.644	5.479	120.3048
82	1995692.432	259845.940	5.160	130.2034
83	1735846.492	243877.753	4.858	140.4950
84	1491968.739	225600.742	4.570	151.2101
85	1266367.997	205695.014	4.295	162.4291
86	1060672.983	184771.991	4.031	174.2026
87	875900.991	163452.760	3.776	186.6110
88	712448.231	142372.805	3.527	199.8360
89	570075.427	122087.182	3.283	214.1597
90	447988.244	103021.661	3.042	229.9651
91	344966.583	85460.710	2.801	247.7362
92	259505.873	69562.469	2.559	268.0574
93	189943.403	55390.232	2.313	291.6144
94	134553.172	42948.471	2.059	319.1933
95	91604.701	32432.635	I.791	354.0499
96	59172.066	23891.579	1.498	403.7645
97	35280.486	17359.947	I.174	492.0552
98	17920.539	12069.397	0.827	673.4952
99	5851.142	5851.142	0.500	*******

100% THAI MORTALITY 2529 1 : 6%

AGE	D_x	N_x	S_x	C_x	M_x	R_x
0	10,000,000.000	167,431,832.855	2,689,257,404.105	82,755.660	522,726.442	15,209,715.642
1	9.35 1,206.604	157,431,832.855	2,521,825,571.250	19,237.020	439,970.782	14,686,989.200
2	8,802,656.003	148,080,626.252	2,364,393,738.395	15,639.662	420,733.762	14,247,018.418
3	8,288,752.793	139,277,970.249	2,216,313,112.143	14,144.835	405 ,094.100	13,826,284.656
4	7,805,433.272	130,989,217.456	2,077,035,141.894	12,772.929	390,949.265	13,421,190.556
5	7,350,843.365	123,183,784.184	1,946,045,924.438	11,599.770	378,176.336	13,030,241.292
6	6,923,158.122	115,832,940.819	1,822,862,140.254	10,519.935	366,5 76.566	12,652,064.956
7	6,520,761.313	108,909,782.697	1,707,029,199.434	9,603.359	356,056.632	12,285,488.390
8	6,142,058.257	102,389,021.384	1,598,119,416.737	8,830.657	346,453.273	11,929,431.758
9	5,785,563.924	96,246,963.128	1,495,730,395.353	8,182.752	337,622.615	11,582,978.485
10	5,449,896.422	90,461,399.203	1,399,483,432.225	7,725.999	329,439.863	11,245,355.870
II	5,133,685.719	85,011,502.782	1,309,022,033.022	7,500.024	321,713.864	10,915,916.007
12	4,835,599.711	79,877,817.062	1,224,010,530.240	7,269.822	314,213.839	10,594,202.143
13	4,554,616.697	75,042,217.351	1,144,132,713.178	7,107.780	306,944.017	10,279,988.304
14	4,289,700.425	70,487,600.654	1,069,090,495.826	6,990.998	299,836.237	9,973,044.287
15	4,039,896.196	66,197,900.229	998,602,895.172	6,894.121	292,845.239	9,673,208.050
16	3,804,328.705	62,158,004.034	932,404,994.943	6,796.828	285,951.118	9,380,362.810
17	3,582,192.516	58,353,675.328	870,246,990.910	6,683.831	279,154.290	9,094,411.692
18	3,372,743.072	54,771,482.812	811,893,315.581	6,546.303	272,470.460	8,815,257.402
19	3,175,286.783	51,398,739.740	757,121,832.769	6,379.630	265,924.156	8,542,786.942
20	2,989,173.939	48,223,452.957	705,723,093.029	6,186.180	259.544526	8,276,862.786
21	2,813,789.234	45,234,279.018	657,499,640.072	5,969.746	253,358.346	8,017,318.260
22	2,648,548.399	42,420,489.785	612,265,361.054	5,737.356	247.388600	7,763,959.914
23	2,492,893.210	39,771,941.385	569,844,871.269	5,496.124	241;65 1.245	7,516,571.314
24	2,346,289.923	37,279,048.176	530,072,929.844	5,252.148	236,155.121	7,274,920.069
25	2,208,228.912	34,932,758.253	492,793,881.708	5.009.971	230,902.973	7,038,764.949
26	2,078,224.851	32,724,529.341	457,861,123.455	4,773.447	225.893.001	6,807,861.976
27	1,955,816.035	30,646,304.490	425,136,594.114	4,546.350	221.119.554	6,581,968.975
28	1,840,563.117	28,690,488,456	394,490,289.624	4.332.442	216,573.204	6,360,849.421
29	1,732,047.856	26,849,925.339	365,799,801.168	4.135.836	212.240.762	6,144,276.216
30	I ,629,87 1.576	25,117,877.482	338,949,875.829	3,961.818	208,104.926	5,932,035.454
31	1,533,652.876	23,488,005.907	313,831,998.346	3.813.732	204.143.108	5,723,930.529
32	1,443,028.604	21,954,353.031	290,343,992.440	3,694.289	200,329.376	5,519,787.421
33	1,357,653.450	20,511,324.427	268,389,639.409	3,603.545	196,635.087	5,319,458,045
34	1,277,201.597	19,153,670.976	247,878,314.982	3,538.330	193,031.541	5,122,822.959
35	1,201,368.836	17,876,469.380	228,724,644.006	3.494.397	189,493.211	4,929,791.417
36	1,129,872.430	16,675,100.544	210,848,174.626	3,465.724	185,998.814	4,740,298.206
37	1,062,451.663	15,545,228.114	194,173,074.082	3,445.952	182,533.091	4,554,299.392
38	998,866.938	14,482,776.451	178,627,845.969	3,428.375	179,087.139	4,371,766.301
39	938,898.925	13,483,909.513	164,145,069.518	3.407.317	175,658.764	4,192,679.163
40	882,346.385	12,545,010.588	150,661,160.005	3.378.970	172,251.446	4,017,020.399
41	829,023.280	11,662,664.203	138,116,149.418	3,343.623	168,872.476	3,844,768.953
42	778,753.811	10,833,640.923	126,453,485.215	3,305.222	165,528,853	3,675,896.477
43	731,368.184	10,054,887.112	115,619,844.292	3,271.562	162,223.631	3,510,367.624
44	686,698.423	9,323,518.928	105,564,957.180	3.25 1.776	158,952.069	3,348,143.993
45	644,576.925	8,636,820.504	96,241,438.252	3,254.688	155,700.293	3,189,191.924
46	604,836.751	7,992,243.579	87,604,617.748	3,285.177	152,445.605	3,033,491.631
47	567,315.532	7,387,406.828	79,612,374.168	3,343.897	149.160.429	2,881,046.026
48	53 1,859.435	6,820,091.296	72,224,967.340	3,426.680	145,816.532	2,731,885.598
49	498,327.504	6,288,231.861	65,404,876.044	3,526.372	142,398.852	2,586,069.066

100% THAI MORTALITY 2529 1 : 6%

ACE	D_x	N_x	S_x	C_x	M_x	R_x
50	466,593.915	5,789,904.357	59,116,644.183	3,634.150	138,863.479	2,443,679.214
51	436,548.788	5,323,310.442	53,326,739.826	3,742.129	135,229.329	2,304,815.735
52	408,096.350	4,886,761.654	48,003,429.384	3,844.152	131,487.200	2,169,586.406
. 53	381,152.405	4,478,665.304	43,116,667.730	3,937.628	127,643.048	2,038,099.206
54	355,640.112	4,097,512.900	38,638,002.425	4,022.457	123,705.420	1,910,456.159
55	331,487.082	3,741,872.787	34,540,489.526	4,097.931	119,682.962	1,786,750.739
56	308,625.732	3,410,385.705	30,798,616.738	4,170.436	115,585.031	1,667,067.776
57	286,985.914	3,101,759.973	27,388,231.033	4,240.975	111,414.595	1,551,482.745
58	266,500.454	2,814,774.059	24,286,471.060	4,308.256	107,173.620	1,440,068.150
59	247,107.266	2,548,273.605	21,471,697.001	4,368.367	102,865.364	1,332,894.529
60	228,751.695	2,301,166.339	18,923,423.396	4,424.554	98,496.997	1,230,029.166
61	211,378.932	2,072,414.644	16,622,257.057	4,470.445	94,072.443	1,131,532.169
62	194,943.642	1,861,035.711	14,549,842.414	4,506.600	89,601.998	1,037,459.726
63	179,402.496	1,666,092.070	12,688,806.702	4,532.892	85,095.397	947,857.728
64	164,714.746	1,486,689.574	11,022,714.633	4,548.660	80,562.506	862,762.331
65	150,842.610	1,321,974.828	9,536,025.059	4,554.308	76,013.846	782,199.825
66	137,750.040	1,171,132.219	8,214,050.230	4,550.677	71,459.537	706,185.979
67	125,402.192	1,033,382.179	7,042,918.012	4,536.282	66,908.861	634,726.442
68	113,767.672	907,979,987	6,009,535.833	4,509.214	62,372.578	567,817.581
69	102,818.779	794,212.315	5,101,555.846	4,459.512	57.863.365	505,445.003
70	92.539.335	691,393.536	4,307,343.531	4,381.502	53,403.852	447,581.638
71	82,919.758	598,854.201	3,615,949.995	4,269.836	49,022.350	394,177.786
72	73,956.351	515,934.443	3,017,095,795	4,124.755	44,752.515	345,155.435
73	65,645.388	441,978.091	2,501,161.352	3,949.010	40,627.760	300,402.921
74	57,980.601	376,332.704	2,059,183.260	3,755.885	36,678.750	259,775.161
75	50,942.796	318,352.103	1,682,850.557	3,554.317	32,922.865	223,096.411
76	44,504.924	267,409.307	1,364.498.454	3,351.028	29,368.548	190,173.546
77	38,634.750	222,904.383	1.097.089.147	3,148.572	26,017.520	160.804.998
78	33,299.305	184.269.634	874,184.764	2,946.816	22,868,949	134,987.477
79	28,467.623	150,970.329	689,915.130	2,739.324	19,922.133	111,918,529
80	24,1 16.924	122,502.706	538,944.801	2,822.262	17,182.809	91,996.396
81	20,229.554	98,385.781	416,442.095	2,295.955	14,660.547	74.813.587
82	16,788.530	78,156.228	318,056.314	2,062.192	12,364.592	60,153.040
83	13,776.043	61,367.698	239,900.087	1,825.91 I	10.302.400	47,788.448
84	11,170.357	47.591.655	178,532.389	1.593.463	8,476.489	37,486.048
85	8,944.609	36,421.298	130,940.734	1,370.627	6,883.026	29,009.558
86	7,067.684	27,476.689	94,519.436	1,161.518	5,512.399	22.126.532
87	5,506.108	20,409.005	67,042.747	969.340	4,350.881	16,614.133
88	4,225.102	14,902.897	46,633.742	796.535	3,381.542	12,263.251
89	3,189.410	10,677.795	31,730.845	644.380	2,585,006	8,881.710
90	2,364.497	7,488.386	21,053.050	512.973	1,940.626	6,296.703
91	1,717.684	5,123,889	13,564.665	401.446	1,427.653	4,356.077
92	1,219.011	3,406.205	8,440.776	308.269	1,026.207	2,928.425
93	841.742	2,187.194	5,034.571	231.570	717.938	1,902.218
94	562.526	1,345.452	2,847.378	169.391	486.368	1,184.280
95	361.294	782.926	1,501.926	120.676	316.977	697.91 I
96	220.168	421.632	718.999	83.864	196.302	380.934
97	123.841	201.465	297.367	57.488	112.438	184.632
98	59.344	77.623	95.903	37.706	54.950	72.195
99	18.279	18.279	18.279	17.245	17.245	17.245