

บทที่ 4 เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

- 4.1 บทนำ (Introduction)**
- 4.2 เบี้ยประกันภัยชำระแบบอัตราคงที่ (Level premium)**
- 4.3 เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross life premium)**
- 4.4 แบบทดสอบบทที่ 4**

บทที่ 4

เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

4.1 บทนำ (Introduction)

เราได้ศึกษาการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดี่ยวสุทธิ (Net single premium) จากบทที่ 3. มาแล้ว ในทางปฏิบัตินั้น บริษัทประกันชีวิตต้องมีค่าใช้จ่ายของการดำเนินงานต่อกรมธรรม์แต่ละแบบ เช่น ค่าบริหารงาน ค่าเช่า ค่าตรวจสอบ มรณกรรม เป็นต้น จึงจำเป็นที่บริษัทประกันชีวิตต้องนำเอาค่าใช้จ่ายเหล่านั้นรวมเข้ากับเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (net premium) ซึ่งจะเป็นเบี้ยประกันชีวิตเพื่อใช้ในการดำเนินงาน (Office premium) หรือจะเรียกได้ว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

วิธีการชำระเบี้ยประกันภัยครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์ตามที่เราได้ศึกษาคำนวณจากบทที่ 3 นั้น ย่อมเป็นภาระแก่ผู้เอาประกันภัย เพราะเป็นจำนวนค่อนข้างมาก ดังนั้นบริษัทประกันชีวิตจึงจำเป็นต้องกำหนดวิธีการชำระเบี้ยประกันภัยเป็นแบบรายปี (Annual premium) หรือ รายหกเดือน รายสามเดือน ซึ่งการชำระเบี้ยประกันภัยแต่ละงวดจะมีจำนวนเท่ากัน เราอาจเรียกว่าเป็นเบี้ยประกันภัยชำระแบบอัตราคงที่ (Level premium)

4.2 เบี้ยประกันภัยชำระแบบอัตราคงที่ (Level premium)

4.2.1 ข้อสมมติมูลฐาน (Basic assumption)

จากหัวข้อ 3.2 เราสรุปได้ว่า

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดี่ยวสุทธิทั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ในอนาคตทั้งสิ้น

การชำระเบี้ยประกันชีวิตในกรณีที่มีการชำระมากกว่าหนึ่งครั้งย่อมถือว่าเป็นการชำระแบบผ่อนชำระ (Installment payments) ดังนั้น

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดี่ยวสุทธิทั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตที่มากกว่าหนึ่งครั้งของการประกันชีวิตแบบเดียวกัน

ถ้าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเป็นแบบอัตราคงที่ เราอาจสรุปได้ว่า

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดี่ยวยุทธิตั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่ของการประกันชีวิตแบบเดียวกัน เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ในอนาคตทั้งสิ้น

การชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่นั้น มีลักษณะสำคัญดังนี้

1. ผู้เอาประกันชีวิตจะชำระเบี้ยประกันชีวิตก็ต่อเมื่อมีชีวิตอยู่รอดเท่านั้น และอยู่ในระหว่างระยะเวลาของการชำระเบี้ยประกัน
2. การชำระเบี้ยประกันชีวิตแต่ละครั้งต้องชำระต้นปี (Due) และเบี้ยประกันชีวิตงวดแรกต้องชำระทันทีที่กรมธรรม์มีผลบังคับ
3. ต้องกำหนดอัตราดอกเบี้ยทบต้น i ต่อปี

จากลักษณะสำคัญดังกล่าว เราจะเห็นได้ว่า บริษัทประกันชีวิตจะได้รับเบี้ยประกันชีวิตก็ต่อเมื่อการณียการอยู่รอดของผู้เอาประกันชีวิตเท่านั้น ดังนั้น การชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่ก็คือเป็นการจ่ายจำนวนเงินแบบเบี่ยงชีพรายปีนั่นเอง

กำหนดให้ P เป็นเบี้ยประกันชีวิตชำระแบบอัตราคงที่แต่ละงวด

a เป็นมูลค่าปัจจุบันของเบี่ยงชีพรายปีละ 1 หน่วย

A เป็นมูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ตามกรมธรรม์

$$\therefore P \cdot a = A \quad \dots\dots(4.1)$$

4.2.2 เบี้ยประกันชีวิตสุทธิตายปี (Annual premium rate)

นิยามที่ 4.1

เบี้ยประกันชีวิตสุทธิตายปี เป็นเบี้ยประกันชีวิตชำระแบบอัตราคงที่ โดยการชำระทุก ๆ ต้นปี ปีละครั้ง ตามจำนวนที่กำหนดไว้ในกรมธรรม์

กำหนดให้

P_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิตายปีของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ชำระตลอดชีพ เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง เขียนเป็น P_x

$P_{x:\overline{t}|}$ เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิตายปีของการประกันชีวิตแบบเฉพาะกาล (Term insurance) ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง ระยะเวลาเอาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน $t = n$ เขียนเป็น $P_{x:\overline{t}|}$

$P_{x:\overline{t}|}$ เป็นเบี้ยประกันสุทธิตายปีของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ (Endowment insurance) ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง ระยะเวลาเอาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

- ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน $t = n$ เขียนเป็น $P_{x:n}$
- (P(a) เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี (Life annuity) ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี
- สัญลักษณ์ a ภายในวงเล็บให้เขียนตามบทที่ 3 แล้วแต่แบบการประกันนั้น ๆ

หมายเหตุ

สัญลักษณ์ที่กำหนดตามนิยามที่ 4.1 เป็นสัญลักษณ์สำหรับกรมธรรม์มาตรฐานเฉพาะแบบ ถ้าเป็นแบบการประกันอื่นที่กำหนดผลประโยชน์หลากหลาย หรือการชำระเบี้ยประกันบางช่วงไม่เท่ากัน สัญลักษณ์ที่ใช้มักจะเป็น P โดด ๆ หรือนักคณิตศาสตร์ประกันภัย อาจจะทำหนดขึ้นมาเองก็ได้

ทฤษฎีบทที่ 4.1

- $$P_x \cdot \ddot{a}_x = A_x$$

$${}_tP_x \cdot \ddot{a}_{x:t} = A_{x:t}$$
- $$P_{x:n} \cdot \ddot{a}_{x:n} = A_{x:n}$$

$${}_tP_{x:n} \cdot a_{x:t} = A_{x:n}; t < n$$
- $$P_{x:n} \cdot \ddot{a}_{x:n} = A_{x:n}$$

$${}_tP_{x:n} \cdot a_{x:t} = A_{x:n}; t < n$$

พิสูจน์

จากสมการที่ 4.1 และนิยามที่ 4.1 เราก็สามารถตั้งสมการได้ตามทฤษฎีบทที่ 4.1 เพียงแต่ a แปรผันไปตามจำนวนปีของการชำระเบี้ยประกันภัย

ตัวอย่างที่ 4.1 คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี ตามเงื่อนไขผลประโยชน์ในกรมธรรม์แบบต่าง ๆ ดังนี้

- (1) แบบตลอดชีพ ทุนประกัน 200,000.- บาท และชำระเบี้ยประกันจนถึงอายุ 60 ปี
- (2) แบบชั่วระยะเวลา ทุนประกัน 200,000.- บาท ชำระเบี้ยประกัน 10 ปี ระยะเวลาเอาประกัน 15 ปี
- (3) แบบสะสมทรัพย์ ทุนประกัน 200,000.- บาท ชำระเบี้ยประกัน 20 ปี ระยะเวลาเอาประกัน 20 ปี

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 (1) \quad {}_{30}P_{30} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{30}|} &= 200,000A_{30} \\
 {}_{30}P_{30} &= 200,000 \frac{A_{30}}{\ddot{a}_{30:\overline{30}|}} \\
 &= \frac{200,000(M_{30})}{N_{30} - N_{60}} \\
 &= 1,824.14 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad {}_{10}P_{30:\overline{15}|} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10}|} &= 200,000A_{30:\overline{15}|} \\
 {}_{10}P_{30:\overline{15}|} &= \frac{200,000(M_{30} - M_{45})}{N_{30} - N_{40}} \\
 &= 833.61 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

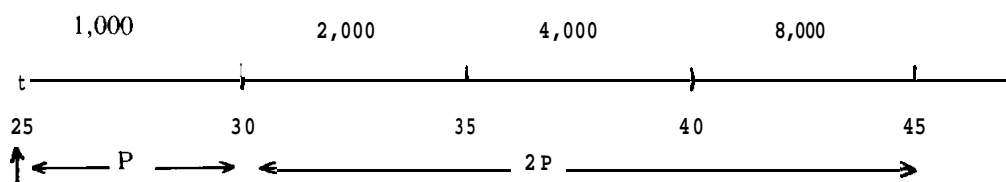
$$\begin{aligned}
 (3) \quad P_{30:\overline{20}|} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{20}|} &= 200,000A_{30:\overline{20}|} \\
 &= \frac{200,000(M_{30} - M_{50} + D_{50})}{N_{30} - N_{50}} \\
 &= 5,544.66 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.2 จำนวนเบี้ยประกันสุทธิรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิต อายุ 25 ปี จำนวนเบี้ยประกันรายปีของ 5 ปีแรก เป็นครึ่งหนึ่งของเบี้ยประกันรายปีของปีต่อไป กำหนดระยะเวลาการชำระเบี้ยประกันทั้งสิ้น 20 ปี และระยะเวลาเอาประกัน 20 ปี กำหนดผลประโยชน์ดังนี้

- (1) ทุนประกันจะเพิ่มขึ้น 1 เท่าทุก ๆ 5 ปี ของทุนประกันที่ผ่านมา
- (2) เมื่อครบกำหนดตามสัญญาในกรมธรรม์จะได้รับเงินสดจำนวนเท่ากับทุนประกัน

ปีสุดท้าย

วิธีทำ



$$\begin{aligned}
\text{มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันทั้งสิ้น} &= P \cdot \ddot{a}_{25:\overline{5}|} + 2P \cdot {}_5\overline{a}_{25:\overline{15}|} \\
\text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ที่จะได้รับ} &= 1,000A_{25:\overline{5}|} + 2,000{}_5\overline{A}_{25:\overline{5}|} \\
&\quad + 4,000{}_{10}\overline{A}_{25:\overline{5}|} + 8,000{}_{15}\overline{A}_{25:\overline{5}|} \\
&\quad + 8,000{}_{20}E_{25} \\
\therefore P \cdot \ddot{a}_{25:\overline{5}|} + 2P \cdot {}_5\overline{a}_{25:\overline{15}|} &= 1,000A_{25:\overline{5}|} + 2,000{}_5\overline{A}_{25:\overline{5}|} \\
&\quad + 4,000{}_{10}\overline{A}_{25:\overline{5}|} + 8,000{}_{15}\overline{A}_{25:\overline{5}|} \\
&\quad + 8,000{}_{20}E_{25} \\
\frac{P(N_{25} - N_{30}) + 2P(N_{30} - N_{45})}{D_{25}} &= 1,000 \frac{M_{25} - M_{30}}{D_{25}} \\
&\quad + 2,000 \frac{(M_{30} - M_{35})}{D_{25}} \\
&\quad + 4,000 \frac{(M_{35} - M_{40})}{D_{25}} \\
&\quad + 8,000 \frac{(M_{40} - M_{45})}{D_{25}} \\
&\quad + 8,000 \frac{D_{45}}{D_{25}} \\
\therefore P &= \frac{1,000(M_{25} + M_{30} + 2M_{35} + 4M_{40} - 8M_{45} + 8D_{45})}{N_{25} + N_{30} - 2N_{45}} \\
&= 126.66 \text{ บาท.}
\end{aligned}$$

หมายเหตุ

1. ตามตัวอย่างนี้ เราจะเห็นว่า เราไม่อาจใช้สัญลักษณ์ได้ตามที่กำหนดไว้ จึงเขียนเพียงย่อ ๆ ว่า P

2. สัญลักษณ์ ${}_m\overline{A}_{x:\overline{n}|}$ หมายความว่า มูลค่าปัจจุบันของการประกันแบบเฉพาะกาลระยะเวลาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันอายุ x ปี ผลประโยชน์กรณีเสียชีวิตเริ่มที่อายุ x+m ปี สิ้นสุดที่อายุ x+m+n ปี ทนประกัน 1 หน่วย

$$\therefore {}_m\overline{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

ตัวอย่างที่ 4.3 จำนวนเบี้ยประกันสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี แบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี กำหนดรับผลประโยชน์เบี้ยเลี้ยงชีพรายปีตั้งแต่อายุ 60 ปีไปตลอดชีพ จำนวนเงินปีละ 100,000.- บาท กำหนดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 15 ปี

วิธีทำ

กำหนดให้ ${}_{15}P_{(30/\ddot{a}_{30})}$ เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

$$\therefore {}_{15}P_{(30/\ddot{a}_{30})} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{15}|} = 100,000 \cdot \ddot{a}_{30}$$

$${}_{15}P_{(30/\ddot{a}_{30})} = \frac{100,000N_{60}}{N_{30} - N_{45}}$$

$$= 13.962.49 \text{ บาท}$$

4.3 เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium)

ในทางปฏิบัติของบริษัทประกันชีวิตที่ต้องคำนวณเบี้ยประกันชีวิตแต่ละแบบกรมธรรม์นั้น นอกจากบริษัท จะต้องคำนวณจาก ค่าคาดหมายอัตราการตาย (Expected rates of mortality) และการคาดหมายอัตราดอกเบี้ยที่ควรจะเป็นในอนาคต (Assumed rates of interest) แล้ว บริษัทยังจำเป็นต้องมีการคาดหมายค่าใช้จ่ายต่าง ๆ สำหรับแบบการประกันนั้น ๆ ด้วย เบี้ยประกันภัยที่คำนวณสำเร็จเพื่อใช้ในการดำเนินงาน (Office premium) นั้น เราเรียกว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium) หรือเบี้ยประกันชีวิตรวมสำหรับกรมธรรม์ประกันชีวิตโดยทั่วไป

นิยามที่ 4.2

เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium) คือ เบี้ยประกันชีวิตที่ประกาศใช้ในหนังสืออัตราเบี้ยประกันชีวิตของแต่ละแบบการประกัน ซึ่งเป็นผลรวมของเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ และค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ของแบบประกันนั้น ๆ

นิยามที่ 4.3

ส่วนบวกเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium loading) คือ จำนวนค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ที่บริษัท คาดว่าต้องจ่ายของการประกันชีวิตแบบนั้น ๆ เพื่อให้มีความเพียงพอสำหรับค่าใช้จ่ายในอนาคต (Safety margin) รวมทั้งผลกำไรที่คาดหมายไว้ของการประกันเฉพาะแบบ (Business profits) ซึ่งนำไปเพิ่มกับเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (Net premium) และรวมเรียกว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

ถ้า G = เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium)

P = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (Net premium)

L = ส่วนบวกเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium Loading)

$$\therefore G = P+L$$

จาก 4.1 เราจะได้

มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวม

เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันสุทธิรายปี บวก มูลค่าปัจจุบันของส่วน
บวกเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต

เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต บวก มูลค่าปัจจุบันของส่วนบวกเพิ่ม
เบี้ยประกันชีวิต

4.3.1 ค่าใช้จ่ายของการประกันชีวิต

ค่าใช้จ่ายของการประกันชีวิตนั้น จะแบ่งเป็น

1. ค่าใช้จ่ายปีแรก (Initial expenses or New bussiness expenses)

เป็นค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เพื่อการออกกรมธรรม์ประกันชีวิตในปีแรก เช่น เงินเดือน
พนักงานขาย (Field-worker's salaries), ค่าบำเหน็จ (Commission), ค่าตรวจสุขภาพ (Medical
expenses), ค่าใช้จ่ายการออกกรมธรรม์ใหม่ (Clerical expenses for new bussiness) เป็นต้น

2. ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal Expenses)

เป็นค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในปีถัดไปจากปีแรกของกรมธรรม์ รวมตลอดไปจนกรม
ธรรม์ครบกำหนด เช่น ค่าใช้จ่ายการบริหารทั่วไป (Administrative expenses), ค่าใช้จ่ายการ
เก็บเบี้ยประกันชีวิต (Premium collection expenses), ค่าใช้จ่ายการตรวจสอบการมรณกรรม
(Cost of settlement at the time of death) เป็นต้น

การจัดสรรค่าใช้จ่ายเหล่านี้ จะอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

1. เป็นอัตราส่วนของเบี้ยประกันชีวิตรวม หรือ
2. เป็นหน่วยจำนวนบาทต่อทุนประกัน หรือ
3. เป็นมูลค่าคงที่ ซึ่งไม่แปรผันตามจำนวนเบี้ยประกัน หรือทุนประกัน หรือเป็น
มูลค่าคงที่ต่อแบบการประกันของกรมธรรม์หนึ่ง ๆ

4.3.2 วิธีการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวม (Methods for calculating gross premium)

การคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมในหนังสือนี้เป็นการคำนวณโดยใช้สูตรตามหลักของ
หัวข้อ 4.1 ซึ่งเราเรียกว่า Formula method ซึ่งจำแนกวิธีการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวม
เป็น 2 วิธี ดังนี้

1. วิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท (Three factor method)
2. วิธีกำหนดอัตราคงที่ (Percent and constant method)

1. วิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท (Three factor method)

การคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมด้วยวิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท เป็นการนำเอาประเภทต่าง ๆ ของค่าใช้จ่ายมาแจกแจงให้อยู่ในรูปของการจัดสรรค่าใช้จ่ายเป็น 3 ประเภท คือ

1. เป็นอัตราส่วนของเบี้ยประกันภัยรวม
2. จำนวนหน่วยต่อทุนประกัน
3. มูลค่าคงที่ต่อกรมธรรม์

ทฤษฎีบทที่ 4.2

กำหนดให้

- G_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของผู้เอาประกันอายุ x ปี
- A = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต
- a = ค่าใช้จ่ายปีแรกต่อทุนประกัน 1 หน่วย
- b_1 = ค่าใช้จ่ายต่อทุนประกันชีวิต 1 หน่วย ระหว่างการชำระเบี้ยประกัน
- b_2 = ค่าใช้จ่ายต่อทุนประกันชีวิต 1 หน่วย หลังจากชำระเบี้ยประกันหมดแล้ว และยังคงอยู่ในระหว่างกรมธรรม์มีผลบังคับ
- c = ค่าใช้จ่ายต่อเบี้ยประกันชีวิตรวม 1 หน่วย
- m = ระยะเวลาการชำระเบี้ยประกัน
- n = ระยะเวลาเอาประกันชีวิต
- P_x = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี

และ $P_x = \frac{A}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$

ดังนั้น

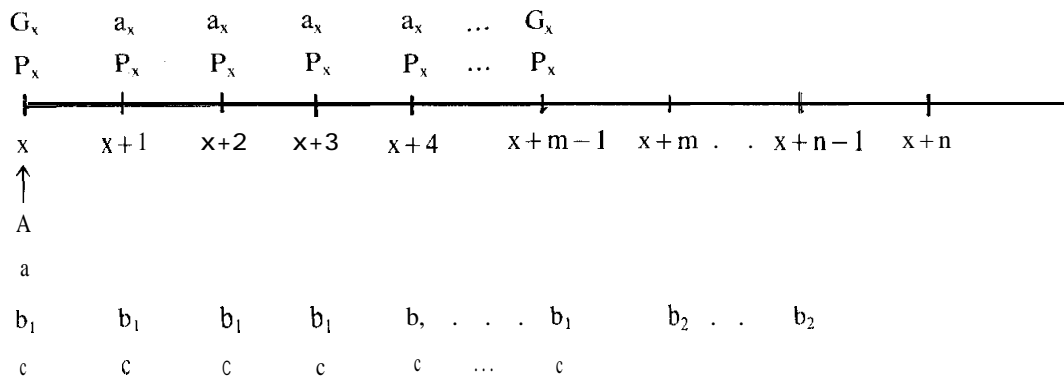
1. ในกรณีที่ $m < n$

$$G_x = \frac{A + a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + (b_1 - b_2)}{1 - d} = \frac{1}{1 - c} \left\{ P_x + a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + (b_1 - b_2) \right\} \dots\dots(4.2)$$

2. ในกรณีที่ $m = n$

$$G_x = \frac{1}{1 - c} \left(P_x + \frac{a}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} + b_1 \right) \dots\dots(4.3)$$

พิสูจน์



$$\begin{aligned} \text{มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตรวม} &= G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \\ \text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต} &= A \\ \text{มูลค่าปัจจุบันของค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น} &= a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \\ &\quad + b_2(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}) \\ &\quad + c \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \end{aligned}$$

$$\therefore G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = A + a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + b_2(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}) + c \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|}$$

$$(1-c) \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = A + a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + b_2(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|})$$

$$\begin{aligned} \therefore G_x &= \frac{1}{1-c} \left\{ \frac{A + a + b_2 \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} + (b_1 - b_2) \right\} \\ &= \frac{1}{1-c} \left\{ P_x + \frac{a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} + (b_1 - b_2) \right\} \end{aligned}$$

ถ้า $m = n$

$$\therefore G_x = \frac{1}{1-c} \left\{ P_x + \frac{a}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} + b_1 \right\}$$

ถ้าเรากำหนดให้ k เป็นค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 กรมธรรม์

$$\therefore \text{เบี้ยประกันชีวิตรายปี} = G_x + (k)$$

ค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 กรมธรรม์ (k) บางทีเรียกว่า ค่ากรมธรรม์ (Policy fee) ซึ่งอาจจะชำระครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์หรือชำระเป็นรายปีตลอดระยะเวลาการชำระเบี้ยประกัน

การจำแนกค่าใช้จ่ายตามทฤษฎีที่ 4.2 นั้น มีดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก (New business)

เป็นค่าใช้จ่ายการบริหารและรักษากรมธรรม์ (Maintenance expenses)

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน (Collection premium expenses)

ซึ่งอาจเป็น

ค่าใช้จ่ายปีแรก = a ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายการบริหาร = b_1 ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน = c ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวม 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal year business)

ค่าใช้จ่ายการบริหาร = b_1 จนตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน

และ = b_2 จนตลอดหลังจากชำระเบี้ยประกัน

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน = c ตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวม 1 หน่วย

ในบางครั้งผู้เอาประกันชีวิตต้องการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยว (Single payment gross premium) ซึ่งเป็นการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวมครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์ ในกรณีนี้ ตามทฤษฎีบทที่ 4.2 เราจะเห็นว่า ค่าใช้จ่ายที่เป็นค่าบริหารหลังจากชำระเบี้ยประกันแล้ว และค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกันไม่มี ซึ่งทำให้ b_2 และ c เท่ากับศูนย์

$$\therefore \text{เบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยว} = A + a + b_2 \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

บางบริษัท อาจกำหนดค่าใช้จ่ายที่มีรายละเอียดแต่ละปีแตกต่างจากทฤษฎีที่ 4.2 เช่น

ค่าใช้จ่ายปีแรก (first year premium)

1. อัตรา a ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี

2. k_1 หน่วยต่อทุนประกัน 1,000.-

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal year premium)

1. อัตรา b ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 2

2. อัตรา c ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 3-6

3. อัตรา d ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 7 เป็นต้นไป จนครบระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย

4. อัตรา k_2 ต่อทุนประกัน 1,000.-

ดังนั้น สูตรการคำนวณตาม (4.3) ได้เปลี่ยนแปลงดังนี้

ถ้า G, เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมต่อทุนประกัน 1,000 หน่วย และ 1,000A เป็น

มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต่อทุนประกัน 1,000 หน่วย

$$\begin{aligned} \therefore G_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} &= 1,000A + a \cdot a_x + b \cdot a_x(\ddot{a}_{x:\overline{2}|} - \ddot{a}_{x:\overline{1}|}) \\ &+ c \cdot G_x(\ddot{a}_{x:\overline{6}|} - \ddot{a}_{x:\overline{2}|}) \\ &+ d \cdot G_x(\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - \ddot{a}_{x:\overline{6}|}) \\ &+ k_1 + k_2 \cdot a_{x:\overline{m}|} \\ \therefore G_x &= \frac{1,000A + k_1 + k_2 a_{x:\overline{m}|}}{(1-d)\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - (c-d)\ddot{a}_{x:\overline{6}|} - (b-c)\ddot{a}_{x:\overline{2}|} - (a-b)} \quad \dots(4.5) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.4 จำนวนอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- ของผู้อาประกันชีวิตอายุ 30 ปี แบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันถึงอายุ 60 ปี กำหนดค่าใช้จ่าย ดังนี้
 ค่าใช้จ่ายปีแรก 50 บาทต่อทุนประกันชีวิต 1,000.- บาท
 ค่าใช้จ่ายการบริหาร 6 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- ตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน และ 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- หลังจากชำระเบี้ยประกันครบแล้ว
 ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกันและรักษากรมธรรม์ จำนวน 5% ของเบี้ยประกันรวมรายปี และให้คำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยวต่อทุนประกัน 1,000.-

วิธีทำ

กำหนดให้ G_{30} เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.-

$$\begin{aligned} \therefore \text{มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตรวม} &= G_{30} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{30}|} \\ \text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต} &= 1,000A_{30} \\ \text{มูลค่าปัจจุบันของค่าใช้จ่าย} &= 50 + 6 \cdot \ddot{a}_{30:\overline{30}|} \\ &+ 2(\ddot{a}_{30} - \ddot{a}_{30:\overline{30}|}) \\ &+ 0.05G_{30} \cdot \ddot{a}_{30:\overline{30}|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore G_{30} &= \frac{1}{0.95} \left(\frac{1,000A_{30} + 2\ddot{a}_{30}}{\ddot{a}_{30:\overline{30}|}} + 4 \right) \\ &= \frac{1}{0.95} \left(\frac{1,000M_{30} + 50D_{30} + 2N_{30} + 4}{N_{30} - N_{60}} + 4 \right) \\ &= 19.89 \text{ บาท} \end{aligned}$$

อัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมชำระครั้งเดียว จะเปลี่ยนแปลงดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก 50 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

ค่าใช้จ่ายการบริหาร 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

$$\therefore \text{อัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยว} = 1,000A_{30} + 50 + 2\ddot{a}_{30}$$

$$= \frac{1,000M_{30} + 50D_{30} + 2N_{30}}{D_{30}}$$

$$= 208.50 \text{ บาท}$$

ตัวอย่างที่ 4.5 คำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของตัวอย่างที่ 4.4 โดยกำหนดอัตราค่าใช้จ่าย ดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก

75% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีแรก และ 10 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป

20% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 2

10% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 3-6

5% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 7 เป็นต้นไป และ 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

วิธีทำ

ตามสูตร (4.5) จะได้

$$G_{30} = \frac{1,000A_{30} + 10 + 2a_{30:\overline{20}|}}{0.95\ddot{a}_{30} - 0.05\ddot{a}_{30:6|} - \ddot{a}_{30:2|} - 0.55}$$

$$= \frac{1,000M_{30} + 10D_{30} + 2(N_{31} - N_{60})}{0.95N_{30} - 0.05(N_{30} - N_{36}) - 0.1(N_{30} - N_{32}) - 0.55D_{30}}$$

$$= 12.00 \text{ บาท}$$

2. วิธีกำหนดอัตราคงที่ (Percent and constant method)

วิธีนี้ค่อนข้างจะง่ายกว่าวิธีแรกมาก เพราะเพียงแต่กำหนดค่าคงที่เพิ่มเข้าไปกับมูลค่าเบี้ยประกันสุทธิเท่านั้น โดยกำหนดให้

1. ค่าใช้จ่ายทั้งสิ้นเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับเบี้ยประกันสุทธิต่อปี
2. ค่าใช้จ่ายคงที่ต่อทุนประกัน

ถ้า

α เป็นอัตราค่าใช้จ่ายต่อ 1 หน่วยเบี้ยประกันสุทธิต่อปี

β เป็นค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 หน่วยทุนประกัน

G เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1 หน่วย

p เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีต่อทุนประกัน 1 หน่วย

$$\therefore a = (1+\alpha)p + \beta \quad \dots\dots(4.6)$$

และในทำนองเดียวกัน

$$\text{เบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยว} = (1+\alpha)A + \beta$$

เมื่อ A = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต

ตัวอย่างที่ 4.6 จำนวนเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิต อายุ 30 ปีแบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันถึงอายุ 55 ปี โดยกำหนดค่าใช้จ่ายทั่วไปเป็น 30% ของเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี และค่าใช้จ่ายส่วนเพิ่มอีก 6 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

วิธีทำ

กำหนดให้ G_{30} เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี

P_{30} เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

$$\begin{aligned} \therefore a_{30} &= (1+0.3)P_{30} + 6 \\ &= 1.3\left(\frac{1,000M_{30}}{N_{30}}\right) + 6 \\ &= 16.77 \text{ บาท} \end{aligned}$$

หมายเหตุ

วิธีการคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมตามวิธีแบบใช้ส่วนประกอบ 3 ประเภทนั้น มักจะใช้กับการคำนวณกรมธรรม์ที่ไม่มีส่วนร่วมการจ่ายเงินปันผลประจำปี (Non-participating policy) และสำหรับวิธีกำหนดอัตราคงที่ มักจะใช้กับการคำนวณของกรมธรรม์ที่มีส่วนร่วมการจ่ายเงินปันผลประจำปี (Participating policy)

แบบทดสอบบทที่ 4

แบบทดสอบบทที่ 4.1, 4.2

1. พิสูจน์

ก.
$$P_x = \frac{vq_x + P_{x+1} \cdot a_x}{\ddot{a}_x}$$

ข.
$$P_{x:n} = v \frac{a_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}}$$

ค.
$$P_{x:n} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:n}} - d$$

2. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ผู้เอาประกันชีวิตอายุ 40 ปี จำนวนทุนประกัน 200,000.- บาท และชำระเบี้ยประกันตลอดชีพ, 30 ปี, ครบอายุ 60 ปี
3. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของข้อ (2) ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 65$
4. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบเฉพาะกาลต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 60$ ระยะเวลาเอาประกัน 5, 10, 15 ปี ตามลำดับ
5. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 65$ ระยะเวลาประกัน 10, 15, 20 และ 25 ปี ตามลำดับ

6. พิสูจน์

ก.
$$P_{x+1} = P_x + \frac{P_{x+1} - c_x}{\ddot{a}_x} \text{ ถ้า } c_x = \frac{C_x}{D_x}$$

ข.
$$\text{ถ้า } {}_nK_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+n}}$$

$$\therefore P_{x:n} = \frac{{}_nK_x}{\ddot{S}_{x:n}}$$

ค.
$$\text{ถ้า } P_{40:\overline{20}|} = 0.0400$$

$${}_{20}P_{40} = \mathbf{0.0300}$$

และ
$$\mathbf{A_{60} = 0.6000}$$

หาค่าของ $P_{40:\overline{20}|}$

7. พิสูจน์

ก.
$$P_x = \frac{1 - d\ddot{a}_x}{\ddot{a}_x}$$

ข.
$$P_{x:\overline{m}|} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} - d$$

8. กำหนดเงื่อนไขผลประโยชน์ของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบหนึ่งว่า ถ้าผู้เอาประกันชีวิตเสียชีวิต จะได้รับผลประโยชน์เป็นจำนวน 1 หน่วย พร้อมกับจำนวนเบี้ยประกันที่เขาได้ชำระมาแล้วทั้งสิ้น (ไม่มีดอกเบีย) ณ สิ้นปีของปีที่เสียชีวิตนั้น ถ้า P เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปี และเป็นการประกันชีวิตแบบตลอดชีพของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี จงพิสูจน์ว่า

$$P = \frac{M_x}{N_x - R_x}$$

9. จากข้อ (8) ถ้าเป็นการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันและระยะเวลาเอาประกัน เท่ากับ 20 ปี จงพิสูจน์ว่า

$$P = \frac{M_x - M_{x+20} + D_{x+20}}{N_x - N_{x+20} - R_x + R_{x+20} + 20M_{x+20}}$$

10. จำนวนเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 35 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 20 ปี กำหนดผลประโยชน์ว่าจะได้รับเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี ๆ ละ 1,000.- บาท กรณีที่อยู่รอดที่อายุ 65 ปี เป็นต้นไป และถ้าเขาเสียชีวิตก่อนอายุ 65 ปี ทายาทจะได้รับเงินทุนประกัน 1,000.- บาท พร้อมกับจำนวนเบี้ยประกันทั้งสิ้นที่ได้ชำระมาแล้ว (ไม่มีดอกเบีย)

แบบทดสอบหัวข้อ 4.3

11. จำนวนเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของข้อ 2, 3, 4 และ 5 โดยกำหนดค่าใช้จ่ายดังนี้
- ก. ค่าใช้จ่ายเพื่อการขาย 75% ของเบี้ยประกันปีแรก และ 5% ของเบี้ยประกันปีต่อไป
 - ข. ค่าใช้จ่ายเพื่อการบริหาร 10.- บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท สำหรับกรมธรรม์ปีแรก และ 3.50 บาท สำหรับกรมธรรม์ปีต่อไป
 - ค. ค่าใช้จ่ายเพื่อการตรวจสอบมรณกรรม 1.50 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.-
 - ง. ค่าใช้จ่ายเพื่อการเก็บเบี้ยประกัน 5% ของเบี้ยประกันภัยรวมรายปี
12. กำหนดให้ a_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ซึ่งมีสูตรการคำนวณดังนี้

$$G_x = \frac{1,000A_x + 5a_x + 12}{0.9\ddot{a}_x - 0.8}$$

จงแจกแจงอัตราค่าใช้จ่ายสำหรับกรมธรรม์นี้

13. กำหนดให้ G_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ พิเศษ (Modified endowment) แบบหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้

$$G_x = \frac{1,000(M_x - M_{x+20} + 0.4D_{x+20}) + 100D_{x+5} + 200D_{x+10} + 300D_{x+15} + 1.5(N_x - N_{x+20})}{0.7N_x + 0.05N_{x+2} + 0.15N_{x+3} + 0.9N_{x+15}}$$

จงแจกแจงการกำหนดผลประโยชน์ แบบ และอัตราค่าใช้จ่ายของกรมธรรม์นี้

14. การคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี โดยวิธีกำหนดอัตราคงที่ อาจจะเขียนเป็นสูตร ดังนี้

$$G_x = (P_x + c)(1 + r)$$

ซึ่ง G_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี (Gross premium) ของผู้เอาประกันชีวิต x ปี

P เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี (Net annual premium)

c เป็นค่าคงที่

r เป็นค่าคงที่ ซึ่ง $0 < r < 1$

จงคำนวณอัตราเบี้ยประกันรวมรายปี โดยใช้สูตรดังกล่าวของข้อ 2, 3, 4 และ 5 โดยกำหนดให้ $c = 5.0$ และ $r = 0.1$

พร้อมทั้งแจกแจงอัตราค่าใช้จ่ายด้วย

15. สูตรการคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของการประกันชีวิตแบบหนึ่ง กำหนดให้

$$G_x = 1.08 \left\{ P_x + \frac{0.01}{\ddot{a}_x} + 0.0015 \right\}$$

จงแสดงให้เห็นว่า การกำหนดสูตรดังกล่าวเหมือนกับวิธีการกำหนดแบบอัตราคงที่ และหาค่าของ α และ β

16. ให้คำนวณอัตราส่วนบวกเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium loading) ของข้อ 11, 12, 13 ตามลำดับ

17. การชำระเบี้ยประกันอาจกำหนดให้ชำระหลายครั้งในหนึ่งปีก็ได้ เช่น ชำระรายหกเดือน, รายสามเดือน และรายเดือน

ถ้ากำหนดให้

เบี้ยประกันชำระรายหกเดือน = 0.51 ของการชำระรายปี

เบี้ยประกันชำระรายสามเดือน = 0.27 ของการชำระรายปี

เบี้ยประกันชำระรายเดือน = 0.09 ของการชำระรายปี

จงคำนวณเบี้ยประกันชีวิตที่ชำระรายหกเดือน, รายสามเดือน และรายเดือน ของข้อ
2, 3, 4, 11, 12 และ 13

