บทที่ 2 ตารางมฤตภาพ
(The mortality table)

2.1 บทนำ (Introduction)

2.2 ทฤษฎีต่าง ๆ เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการดำรงชีพ (theorems on probability of living)

2.3 การสร้างตารางมฤตภาพ (Construction of a mortality table)

2.4 ตารางมฤตภาพคัดเลือก (A select mortality table)

2.5 การคาดคะเนคงชีพ (Expectation of life)

2.6 แบบทดสอบบทที่ 2

บทที่ 2
ตารางมฤตภาพ
(The mortality table)

2.1 บทนำ (Introduction)

พื้นฐานโครงสร้างการกำหนดอัตราเบี้ยประกันชีวิต ประกอบด้วย

1. อัตราดอกเบี้ย ซึ่งเราได้เรียนรู้มาแล้วในบทที่ 1

2. ความน่าจะเป็นที่บุคคลหนึ่ง ๆ จะตายในแต่ละปีหรืออัตราการตายของบุคคลหนึ่งในแต่ละปี

3. อัตราค่าใช้จ่ายที่เหมาะสมของการบริหารกิจการประกันภัยสำหรับแบบกรมธรรม์นั้น ๆ

การคำนวณความน่าจะเป็นที่บุคคลหนึ่ง ๆ จะตายในแต่ละปีหรือภายในระยะเวลาที่กำหนดหรือการคำนวณอัตราการตายของบุคคลนั้น เราจะศึกษาในบทนี้

2.2 ทฤษฎีต่าง ๆ เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการดำรงชีพ (Theorems on probability of living)

นิยามที่ 2.1

กำหนดให้ ℓ_x เป็นจำนวนบุคคลที่มีคุณสมบัติเป็นตัวอย่างแบบสุ่ม (random sample) ซึ่งเป็นกลุ่มบุคคลอายุ x ปี และมีชีวิตอยู่

ซึ่ง $0 \leqslant x \leqslant w$ และ $\ell_w = 0$

ข้อสังเกตจากนิยามที่ 2.1

1. เรากำหนดสัญลักษณ์ ℓ_x เป็นจำนวนบุคคลที่มีชีวิตอยู่รอด ณ อายุ x ปี เป็นจำนวนบุคคลที่มีคุณสมบัติความน่าจะเป็นที่จะมีชีวิตอยู่รอดแต่ละปีเท่ากัน

ถ้าเรากำหนดให้บุคคลที่แรกเกิดอายุเท่ากับ 0

ดังนั้น จำนวนบุคคลที่แรกเกิด $= \ell_0$

หากเราทำการสังเกตจำนวนบุคคล ℓ_0 นี้จะเห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไปแต่ละปี ผู้มีชีวิตอยู่รอดจะน้อยลงไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งกลุ่มบุคคลเหล่านี้จะตายหมด เรากำหนดให้ $w-1$ เป็นจำนวนอายุสูงสุดที่มนุษย์จะมีชีวิตอยู่รอดได้

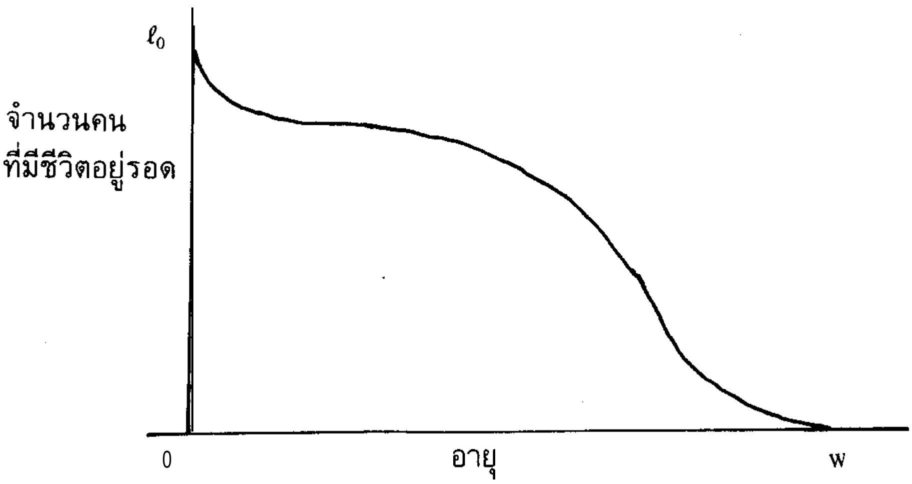
ดังนั้น $\ell_w = 0$ ซึ่งไม่มีบุคคลใดเหลืออยู่ ณ อายุ w

เช่น เราอาจจะกำหนดให้ w = 100 ปี เป็นต้น

2. ถ้าเราเริ่มต้นสังเกตการมีชีวิตอยู่รอดของบุคคลตั้งแต่แรกเกิดจนกระทั่งตายหมด เราจะพบว่า

- จำนวนคนที่ตายในวัยเด็กเล็ก (infancy) จะมีมาก
- หลังจากนั้นจำนวนคนตายจะน้อยลงกว่าในวัยเด็กเล็ก ซึ่งจะอยู่ในวัยเด็ก (childhood) อายุประมาณ 2 ขวบ ถึง 10 ขวบ
- จำนวนคนตายแต่ละปีจะค่อย ๆ เพิ่มมากขึ้นหลังจากวัยเด็กจนถึงวัยกลางคน
- อัตราการตายแต่ละปีจะเพิ่มมากขึ้นอย่างรวดเร็วหลังจากวัยกลางคนจนกระทั่งอายุสุดท้าย

อาจเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



3. เราอาจสรุปได้ว่า

$$\ell_0 > \ell_1 > \ell_2 > \ . \ . \ . > \ell_x > \ell_{x+1} > \ . \ . \ . > \ell_{w-1} > \ell_w = 0$$

นิยามที่ 2.2

กำหนดให้ d_x เป็นจำนวนบุคคลที่ตายระหว่างอายุ x และอายุ x+1 ปี ซึ่งเป็นจำนวนที่ได้จากการสังเกตการมีชีวิตอยู่รอดของกลุ่มบุคคล ℓ_x

จากนิยามที่ 2.2 เราอาจสรุปได้ว่า

$$d_x = \ell_x - \ell_{x+1} \qquad . . . (2.1)$$

พิจารณาเหตุการณ์การเสี่ยงภัยสำหรับการดำรงชีพของมนุษย์แต่ละปีนั้น จะมีอยู่ 2 เหตุการณ์เท่านั้นเอง คือ การมีชีวิตอยู่รอดและการตาย เราสามารถสรุปได้ว่า เหตุการณ์การมีชีวิตอยู่รอดหรือการตายของแต่ละบุคคลเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วม (mutually exclusive events) หมายความว่า บุคคลหนึ่ง ๆ นั้นผลของความเสี่ยงภัยชีวิตนั้นจะต้องมีเหตุการณ์ที่อยู่รอดหรือการตายอย่างใดอย่างหนึ่งในแต่ละปี จะเกิดสองเหตุการณ์ในปีเดียวกันไม่ได้ และนอกจากนั้น ความน่าจะเป็นของการอยู่รอดหรือการตายของบุคคลหนึ่ง ๆ ย่อมเป็นอิสระ (independent) หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า การอยู่รอดหรือการตายของบุคคลหนึ่งไม่มีผลต่อการอยู่รอดหรือการตายของอีกบุคคลหนึ่ง และความน่าจะเป็นของการมีชีวิตอยู่รอดหรือตายของบุคคลแต่ละคนอาจจะไม่เท่ากัน อย่างไรก็ตาม หากเราตั้งข้อสมมติฐานว่า กำหนดให้มีบุคคลแต่ละอายุแต่ละกลุ่มมีคุณสมบัติแบบสุ่มตัวอย่าง (random sample) เราอาจจะกำหนดได้ว่า ความน่าจะเป็นของการอยู่รอดหรือตายของบุคคลแต่ละคนที่อายุเท่ากันนั้นมีค่าเท่ากัน ซึ่งทำให้เราสามารถสร้างตารางที่บอกอัตราการตายของบุคคลได้ โดยเราจะพัฒนาทฤษฎีต่าง ๆ ดังนี้

ทฤษฎีบทที่ 2.1

กำหนดให้บุคคลหนึ่งอายุ x ปี มีความเสี่ยงภัยเกี่ยวกับการอยู่รอดหรือตายภายในระยะเวลาจำกัดหนึ่ง และ

p = ความน่าจะเป็นของบุคคลอายุ x ปีนั้นจะมีชีวิตอยู่รอดพ้นระยะเวลาจำกัดนั้น

q = ความน่าจะเป็นของบุคคลอายุ x ปีนั้นจะตายภายในระยะเวลาจำกัดนั้น

ดังนั้น $p+q = 1$

พิสูจน์

กำหนดให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง (sample space) ของบุคคลอายุ x ปีมีความเสี่ยงภัยของการเกิดเหตุการณ์มีชีวิตอยู่รอดหรือตายภายในระยะเวลาจำกัดหนึ่ง

ถ้า A เป็นเหตุการณ์ของการมีชีวิตอยู่รอด

B เป็นเหตุการณ์ของการเสียชีวิต

$$S = \{A, B\}$$

และ

$$P(S) = P(A \cup B) = 1$$

และ $\because$ A และ B ต่างก็เป็น mutully exclusive

ดังนั้น

$$P(S) = P(A) + P(B) = 1$$

$$\therefore p+q = 1$$

ทฤษฎีบทที่ 2.2

กำหนดให้ L(S) เป็นจำนวนบุคคลกลุ่มหนึ่ง จำนวนมากพอมีอายุเท่ากันและมีคุณสมบัติเป็นตัวอย่างสุ่ม (random sample) เพื่อการสังเกตการมีชีวิตอยู่รอดหรือตายภายในระยะเวลาจำกัดหนึ่ง และ

p = ความน่าจะเป็นของบุคคลแต่ละคนจะมีชีวิตอยู่รอดพ้นระยะเวลาจำกัดนั้น

q = ความน่าจะเป็นของบุคคลแต่ละคนจะตายภายในระยะเวลาจำกัดนั้น

ดังนั้น

$$p = \frac{\text{จำนวนบุคคลที่อยู่รอดพ้นระยะเวลาจำกัดนั้น}}{L(S)}$$

$$q = \frac{\text{จำนวนบุคคลที่ตายภายในระยะเวลาจำกัดนั้น}}{L(S)}$$

พิสูจน์

ถ้าการสังเกตการมีชีวิตอยู่รอดหรือตายของแต่ละคน = 1 การทดลอง (Experiment)

ดังนั้น จะมีจำนวนการทดลอง = L(S) ครั้ง

เนื่องจากบุคคลแต่ละคนมีคุณสมบัติแบบสุ่มตัวอย่างซึ่งทำให้แต่ละบุคคลมีความน่าจะเป็นของการมีชีวิตอยู่รอดหรือตายเท่ากัน ซึ่ง

ความน่าจะเป็นของการมีชีวิตอยู่รอดหรือตายของแต่ละคนย่อมเท่ากับ

ความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency) ของเหตุการณ์นั้น

$\therefore$ p = ความถี่สัมพัทธ์ของการเกิดเหตุการณ์การมีชีวิตอยู่รอด

$$= \frac{\text{จำนวนบุคคลที่อยู่รอดพ้นระยะเวลาจำกัดนั้น}}{L(S)}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$q = \frac{\text{จำนวนบุคคลที่ตายภายในระยะเวลาจำกัดนั้น}}{L(S)}$$

จากนิยาม 2.1, 2.2 และทฤษฎีที่ 2.1, 2.2 ทำให้เราสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของการอยู่รอดหรือการตายได้ ดังนี้

นิยามที่ 2.3

กำหนดให้

p_x เป็นความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดต่อไปอีกอย่างน้อย 1 ปี

q_x เป็นความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะตายก่อนถึงอายุครบ x+1 ปี

${}_np_x$ เป็นความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ x+n ปี

${}_nq_x$ เป็นความน่าจะเป็นของคนอายุ x ปี จะตายภายใน n ปีข้างหน้า

${}_{n/m}q_x$ เป็นความน่าจะเป็นของคนอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปี และจะตายระหว่างอายุ x+n และ x+n+m

${}_{n/}q_x$ เป็นความน่าจะเป็นของคนอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปี และจะตายระหว่างอายุ x+n และ x+n+1

ทฤษฎีบทที่ 2.3

กำหนดให้ ℓ_x และ d_x มีคุณสมบัติตามนิยาม 2.1 และ 2.2 ดังนั้น

1. $$p_x = \frac{\ell_{x+1}}{\ell_x}$$

2. $$q_x = \frac{d_x}{\ell_x}$$

3. $$ {}_np_x = \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x}$$

4. $$ {}_nq_x = \frac{\ell_x - \ell_{x+n}}{\ell_x}$$

5. $$ {}_{n/}q_x = \frac{\ell_{x+n} - \ell_{x+n+1}}{\ell_x}$$

6. $$ {}_{n/m}q_x = \frac{\ell_{x+n} - \ell_{x+n+m}}{\ell_x}$$

พิสูจน์

จากทฤษฎีบทที่ 2.2 นำมาพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 2.3 ได้ดังนี้

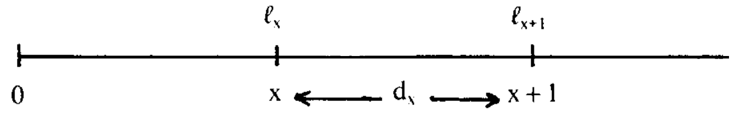
1.

p_x = ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีกอย่างน้อย 1 ปี

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่อยู่รอดถึงอายุ } x+1 \text{ ปี}}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_{x+1}}{\ell_x}$$

2.



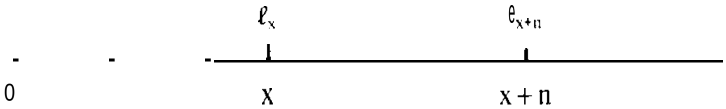
q_x = ความน่าจะเป็นที่บุคคลนอายุ x ปี จะตายก่อนอายุครบ x + 1 ปี

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่ตายระหว่างอายุ x และ x + 1 ปี}}{\ell_x}$$

$$\frac{\ell_x - \ell_{x+1}}{\ell_x}$$

$$\frac{d_x}{\ell_x}$$

3.



${}_np_x$ = ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปีข้างหน้า

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่อยู่รอดครบอายุ x + n}}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x}$$

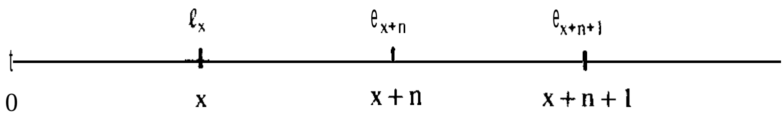
4 . จากแผนภาพข้อ 3

${}_nq_x$ = ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะตายภายใน n ปีข้างหน้า

$$\frac{\text{จำนวนคนที่ตายระหว่างอายุ x ปีและ x + n ปี}}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_x - \ell_{x+n}}{\ell_n}$$

5

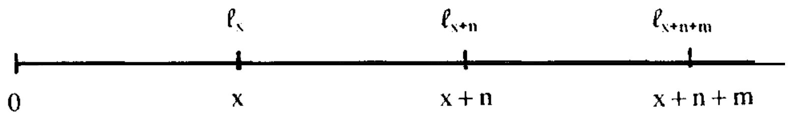


$_{n/}q_x$ = ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะอยู่รอดไปอีก n ปีข้างหน้า และตายระหว่างอายุ x+n และ x+n+1

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่ตายระหว่างอายุ } x+n \text{ และ } x+n+1}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_{x+n} - \ell_{x+n+1}}{\ell_x}$$

6.



$_{n/m}q_x$ = ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปี และตายระหว่างอายุ x+n และอายุ x+m ปี

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่ตายระหว่างอายุ } x+n \text{ และ } x+n+m}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_{x+n} - \ell_{x+n+m}}{\ell_x}$$

ข้อสังเกต

1. ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปีจะอยู่รอดไปอีก 1 ปี เราไม่เขียนว่า $_1p_x$
2. $_0p_x = 1$ และ $_0q_x = 0$

ตัวอย่างที่ 2.1 กำหนดให้ $\ell_x = 1{,}000\sqrt{100-x}$

คำนวณหา

(1) ความน่าจะเป็นที่คนแรกเกิดจะมีชีวิตอยู่รอดไปถึงอายุ 20 ปี

(2) ความน่าจะเป็นที่คนอายุ 30 ปีจะตายก่อนอายุ 50 ปี

(3) ความน่าจะเป็นที่คนอายุ 30 ปีจะตายระหว่างอายุ 60 ปี และ 80 ปี

วิธีทำ

(1) ความน่าจะเป็นที่คนอายุแรกเกิดจะมีชีวิตอยู่รอดไปถึงอายุ 20 ปี

$$= {}_{20}p_0$$

$$= \frac{\ell_{20}}{\ell_0}$$

$$\frac{1,000\sqrt{100-20}}{1,000\sqrt{100-0}}$$

$$\frac{1,000\sqrt{80}}{1,000\sqrt{100}}$$

$$= 0.8944$$

(2) ความน่าจะเป็นที่คนอายุ 30 ปี จะตายก่อนอายุครบ 50 ปี

$${}_{20}q_{30}$$

$$\frac{\ell_{30} - \ell_{50}}{\ell_{30}}$$

$$\frac{1,000\sqrt{100-30} - 1,000\sqrt{100-50}}{1,000\sqrt{100-30}}$$

$$= 0.154845$$

(3) ความน่าจะเป็นที่คนอายุ 30 ปี จะตายระหว่างอายุ 60 ปี และ 80 ปี

$$= {}_{30/50}q_{30}$$

$$= \frac{\ell_{60} - \ell_{80}}{\ell_{30}}$$

$$= \frac{1,000\sqrt{100-60} - 1,000\sqrt{100-80}}{1,000\sqrt{100-30}}$$

$$= 0.221406$$

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของการอยู่รอดหรือการตายที่ต้องเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์มากกว่า 1 เหตุการณ์ อาจจะนำเอาทฤษฎีต่าง ๆ ของความน่าจะเป็น (probability) มาใช้ได้ดังนี้

1. ถ้า p_1, p_2, p_3 เป็นค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ตามลำดับที่ 1, 2 และ 3 ดังนั้น ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ตามลำดับนั้น $= p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$

2. ถ้า A, B, C เป็นเหตุการณ์ที่กำหนดให้ การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของข้อความบางประการ อาจจะใช้ความรู้เรื่อง Set ได้ดังนี้

ข้อความ	Set of event
1. อย่างน้อยเหตุการณ์อย่างหนึ่งอย่างใดเกิด	$A \cup B \cup C$
2. เหตุการณ์ทุกอย่างเกิด	$A \cap B \cap C$
3. เหตุการณ์ A และ B เกิด ยกเว้น C	A n B n C′
4. ไม่มีเหตุการณ์ใดเกิดเลย	(A n B n C)
5. จากกฎของ DE MORGAN'S LAW	
5.1 $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$	
5.2 $(A \cap B \cap B)' = A' \cup B' \cup C'$	

ตัวอย่างที่ 2.2 กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่ ก และ ข จะมีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า มีค่าเป็น 0.7 และ 0.8 ตามลำดับ จงคำนวณหา

1. ความน่าจะเป็นที่ทั้ง ก และ ข จะมีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า
2. ความน่าจะเป็นที่ทั้ง ก และ ข จะตายภายใน 10 ปีข้างหน้า
3. ความน่าจะเป็นที่อย่างน้อยคนใดคนหนึ่งตายภายใน 10 ปี
4. ความน่าจะเป็นที่ ก จะมีชีวิตอยู่รอดได้อีก 10 ปี แต่ ข ตายภายใน 10 ปีนั้น

วิธีทำ

กำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่ ก มีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

A' = เหตุการณ์ที่ ก ตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

B = เหตุการณ์ที่ ข มีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

B' = เหตุการณ์ที่ ข ตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

และ

$P(A)$ = ความน่าจะเป็นที่ ก มีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

= 0.7

$P(A')$ = ความน่าจะเป็นที่ ก ตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

$= 1 - P(A)$

$= 0.3$

$P(B)$ = ความน่าจะเป็นที่ ข มีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

= 0.8

P(B') = ความน่าจะเป็นที ข ตายภายใน 1 0 ปีข้างหน้า

= 1-P(B)

= 0.2

ดังนั้น

1. ความน่าจะเป็นที่ทั้ง ก และ ข จะอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

$= P(A \cap B)$

$= P(A) \cdot P(B)$

$= (0.7)(0.8)$

$= 0.56$

2. ความน่าจะเป็นที่ทั้ง ก และ ข ตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

$= P(A' \cap B')$

$= P(A')P(B')$

$= (0.3)(0.2)$

$= 0.06$

3. ความน่าจะเป็นที่อย่างน้อยคนใดคนหนึ่งตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

$= P(A' \cup B')$

$= P(A \cap B)'$

$= 1 - P(A \cap B)$

$= 1 - 0.56$

$= 0.44$

4. ความน่าจะเป็นที่ ก มีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า แต่ ข ตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

$= P(A \cap B')$

$= P(A)P(B')$

$= (0.7)(0.2)$

$= 0.14$

2.3 การสร้างตารางมฤตภาพ (Construction of a mortality table)

ตารางมฤตภาพ (mortality table) เป็นตารางที่จัดทำขึ้นเพื่อเป็นการพยากรณ์ว่าบุคคลแต่ละคนจะมีอัตราการตายในแต่ละปีเป็นเท่าใด ทั้งนี้เป็นประโยชน์ในการคำนวณอัตราเบี้ย

ประกันชีวิต โดยปกติตารางมฤตภาพจะแสดงอัตราการตายของบุคคลตั้งแต่แรกเกิดจนถึงอายุ 100 ปี

ข้อมูลเกี่ยวกับการตายของบุคคลที่นำมาใช้เพื่อคำนวณสร้างตารางมฤตภาพนั้นได้มาจากการสัมมะโนประชากร (Census) และข้อมูลการรับประกันชีวิตของบริษัทประกันชีวิต ตารางมฤตภาพที่จัดทำขึ้นจากข้อมูลการรับประกันชีวิตของบริษัทประกันชีวิต จะมีอัตราการตาย (rate of mortality) ต่ำกว่าข้อมูลที่ได้จากการสัมมะโนประชากร และจะใช้เพื่อการคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตและดำเนินกิจการของบริษัทประกันชีวิต ทั้งนี้เพราะข้อมูลการรับประกันชีวิตนั้นย่อมถือว่าเป็นข้อมูลที่ได้มีการคัดเลือกแล้ว ความเสี่ยงภัยของการดำรงชีวิตของแต่ละอายุแต่ละปีมีคุณสมบัติตามข้อสมมติฐานการสร้างตารางมฤตภาพ

การสร้างตารางมฤตภาพ มีวิธีการดังนี้

1. คำนวณหาค่าอัตราการตาย (rate of mortality) หรือ q_x ของแต่ละอายุ ซึ่ง $0 \leqslant x \leqslant 100$

การคำนวณค่า q_x ใช้ข้อมูลการสังเกตการตายตามข้อสมมติฐานแล้วใช้เทคนิคเพื่อการคำนวณ และปรับความเรียบ (graduation)

2. กำหนดจำนวน ℓ_0 ซึ่งเรียกว่า ฐาน (radix) เป็นจำนวนเต็มมาก ๆ เช่น 1,000,000, 10,000,000 เป็นต้น

3. คำนวณจำนวนบุคคลที่อยู่รอดหรือตายของแต่ละปี โดยใช้

$$d_x = \ell_x \cdot q_x$$

และ

$$\ell_{x+1} = \ell_x - d_x$$

4. ทบทวนตามลำดับข้อ 2 และ 3 ตั้งแต่อายุ 0 จนกระทั่งอายุ 100 ประเทศต่าง ๆ ที่มีการประกอบกิจการประกันชีวิตมักจะมีตารางมฤตภาพใช้เฉพาะของแต่ละประเทศ เช่น ในสหรัฐอเมริกา มีตารางมฤตภาพ CSO. 1958, ประเทศอังกฤษมีตารางมฤตภาพ Life Assurance table A 1967 – 70 เป็นต้น และมีการพัฒนาตารางมฤตภาพเหล่านั้นให้เหมาะกับภาวะปัจจุบันมาโดยตลอด สำหรับประเทศไทยได้ทดลองและจัดทำตารางมฤตภาพขึ้น เมื่อปี พ.ศ. 2529 และในหนังสือเล่มนี้ใช้ตารางมฤตภาพที่ประเทศไทยเราจัดขึ้น ซึ่งได้แนบไว้ท้ายเล่ม

2.4 ตารางมฤตภาพคัดเลือก (A select mortality table)

ตารางมฤตภาพตามที่ได้กล่าวมาในหัวข้อ 2.3 นั้น ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในกรณีทั่ว ๆ ไป แต่ทางปฏิบัติการรับประกันชีวิตนั้น ก่อนที่บริษัทประกันชีวิตจะออกกรมธรรม์ประกันชีวิตแก่ผู้เอาประกันชีวิต บริษัทฯจะต้องมีการคัดเลือกภัย (underwrite) เช่น การตรวจโรค, สอบประวัติ, เป็นต้น

จากประสบการณ์จะเห็นว่า

1. อัตราการตายของผู้เอาประกันชีวิตที่ได้รับการประกันชีวิตเป็นรายใหม่ (new policy) จะมีอัตราการตายต่ำกว่าผู้เอาประกันชีวิตที่ได้ทำประกันชีวิตมาแล้ว และปัจจุบันกรมธรรม์ยังมีผลบังคับอยู่ และอายุปัจจุบันของคนทั้งสองกลุ่มนี้เท่ากัน เช่น บุคคลผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่อายุ 30 ปี จะมีอัตราการตายต่ำกว่าผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบันอายุ 30 ปี แต่ทำประกันชีวิตมาแล้ว 3 ปี (เริ่มเอาประกันอายุ 27 ปี) เป็นต้น

2. อัตราการตายของผู้เอาประกันชีวิตทั้งสองกรณีดังกล่าวในข้อ 1 นั้น จะค่อย ๆ ปรับให้เท่ากันได้หลังจากอายุการประกันชีวิตผ่านไประยะหนึ่ง เช่น 3 ปี หรือ 5 ปี เป็นต้น ระยะเวลาระหว่างที่อัตราการตายของทั้งสองกลุ่มดังกล่าวมานั้นที่มีค่าแตกต่างกัน เราเรียกว่า ระยะการคัดเลือก (Select period) และอัตราการตายที่จัดทำขึ้นตามระยะการคัดเลือกนี้เราเรียกว่า ตารางมฤตภาพคัดเลือก (Select mortality table)

เมื่อหมดระยะการคัดเลือกแล้ว อัตราการตายก็เข้าภาวะปกติตามตารางมฤตภาพที่กำหนดได้เดิม และเป็นระยะสุดท้ายของระยะการคัดเลือก

เมื่อนำเอาอัตราการตายที่เกิดขึ้นในระยะการคัดเลือกมารวมกับระยะสุดท้ายของการคัดเลือก เราจะได้ตารางมฤตภาพใหม่ขึ้นมา ซึ่งเรียกว่า ตารางมฤตภาพคัดเลือกและอันติมะ (A select and ultimate mortality table)

ตารางที่ 2.1

Select and ultimate mortatlity table

(5 year period)

$[x]$	$\ell_{[x]}$	$\ell_{[x]+1}$	$\ell_{[x]+2}$	$\ell_{[x]+3}$	$\ell_{[x]+4}$	ℓ_{x+5}	$x+5$
30	950,875	949,734	948,471	947,039	945,439	943,624	35
31	949,221	948,044	946,717	945,212	943,501	941,576	36
32	947,447	946,215	944,834	943,237	941,435	939,354	37
33	945,589	944,303	942,830	941.142	939,194	936,959	38
34	943,623	942,255	940,700	938,875	936,781	934,373	39
35	‘941,488	940,048	938,375	936,423	934,176	931,570	40
36	‘939,211	937,661	935,870	933,774	931,349	928,477	41
37	‘336,729	935,071	933,145	930,887	928,225	925,088	42
38	‘334,023	932,248	930, 178	927,704	924,800	921,341	43
39	93 1,088	929, 170	926,903	924,215	921,017	917,195	44

เพื่อให้สัญลักษณ์สำหรับตารางมฤตภาพคัดเลือกแตกต่างไปจากที่ได้กำหนดไว้แล้ว จึงกำหนดสัญลักษณ์ใหม่ ดังนี้

$\ell_{[x]}$ เป็นจำนวนผู้ที่มีชีวิตอยู่รอดที่อายุ x และเป็นผู้ได้รับการคัดเลือกเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่

$d_{[x]}$ เป็นจำนวนผู้ที่ตายระหว่างอายุ x และอายุ $x+1$ ของกลุ่มบุคคลที่ได้รับการคัดเลือกเป็นผู้เอาประกันชีวิตอยู่ x มาแล้ว

$\ell_{[x]+n}$ เป็นจำนวนผู้ที่มีชีวิตอยู่รอดที่อายุ $x+n$ และเป็นผู้ได้รับการคัดเลือกเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่ที่อายุ x (หรือเป็นผู้เอาประกันชีวิตที่อายุ x ปี และเอาประกันชีวิตมาแล้ว n ปี)

$$\therefore \; d_{[x]} = \ell_{[x]} - \ell_{[x]+1}$$

${}_np_{[x]}$ เป็นความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตที่เป็นผู้เอาประกันรายใหม่ อายุ x จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปี

$\therefore \quad {}_np_{[x]} = \frac{\ell_{[x]+n}}{\ell_{[x]}}$; $[x]+n$ อยู่ในระยะคัดเลือก

${}_nq_{[x]}$ เป็นความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตที่เป็นผู้เอาประกันรายใหม่ ที่อายุ x จะตายภายใน n ปีข้างหน้า

$\therefore \quad {}_nq_{[x]} = \frac{\ell_{[x]} - \ell_{[x]+n}}{\ell_{[x]}}$; $[x]+n$ อยู่ในระยะคัดเลือก

$= \frac{\ell_{[x]} - \ell_{x+n}}{\ell_{[x]}}$; $[x]+n$ พ้นระยะคัดเลือก

${}_nq_{[x]+m}$ เป็นความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบัน อายุ x+m ปี ซึ่งได้รับการคัดเลือกเป็นผู้เอาประกันชีวิตเมื่ออายุ x ปี จะตายภายใน n ปีข้างหน้า

$\therefore \quad {}_nq_{[x]+m} = \frac{\ell_{[x]+m} - \ell_{[x]+m+n}}{\ell_{[x]+m}}$

ถ้า $[x]+m$, $[x]+m+n$ อยู่ในระยะคัดเลือก

${}_{n/m}q_{[x]}$ เป็นความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่ อายุ x ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก n ปีข้างหน้า และตายระหว่างอายุ x+n และ x+n+m

$\therefore \quad {}_{n/m}q_{[x]} = \frac{\ell_{[x]+n} - \ell_{[x]+n+m}}{\ell_{[x]}}$

ถ้า $[x]+n$; $[x]+n+m$ อยู่ในระยะคัดเลือก

ตัวอย่างที่ 2.3 ใช้ตารางที่ 2.1 คำนวณความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตคนหนึ่ง ปัจจุบันอายุ 33 ปี

(ก) จะตายก่อนถึงอายุ 35 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่

(ข) จะตายก่อนถึงอายุ 35 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตมาแล้ว 2 ปี

(ค) จะอยู่รอดไปอีก 2 ปี และตายระหว่างอายุ 35 ปี และอายุ 38 และเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่

(ง) จะอยู่รอดไปอีก 6 ปีข้างหน้า และเป็นผู้เอาประกันชีวิตมาแล้ว 1 ปี

วิธีทำ

(ก) ความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบันอายุ 33 ปี จะตายก่อนถึงอายุ 35 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่

$= {}_{2}q_{[33]}$

$= \dfrac{\ell_{[33]} - \ell_{[33]+2}}{\ell_{[33]}}$

$= \dfrac{945{,}589 - 942{,}830}{945{,}589}$

$= 0.002917758$

(ข) ความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบันอายุ 33 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตมาแล้ว 2 ปี จะตายก่อนถึงอายุครบ 35 ปี

$= {}_{2}q_{[31]+2}$

$= \dfrac{\ell_{[31]+2}\,\ell_{[31]+4}}{\ell_{[31]+2}}$

$\dfrac{946{,}717 - 943{,}501}{946{,}717}$

$= 0.003397$

(ค) ความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบันอายุ 33 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่ จะอยู่รอดไปอีก 2 ปี และตายระหว่างอายุ 35 ปีและ 38 ปี

$= {}_{2/3}q_{[33]}$

$= \dfrac{\ell_{[33]+2} - \ell_{[33]+5}}{\ell_{[33]}}$

$= \dfrac{\ell_{[33]+2} - \ell_{38}}{\ell_{[33]}}$

$= \dfrac{942{,}830 - 936{,}959}{945{,}589}$

$= 0.0062088$

(ง) ความน่าจะเป็นของผู้เอาประกันชีวิตปัจจุบันอายุ 33 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตมาแล้ว 1 ปี จะอยู่รอดไปอีก 6 ปีข้างหน้า

$= {}_{6}p_{[32]+1}$

$= \dfrac{\ell_{[32]+7}}{\ell_{[32]+1}}$

$= \dfrac{\ell_{39}}{\ell_{[32]+1}}$

$= \dfrac{934{,}373}{946{,}215}$

$= 0.9874848$

2.5 การคาดคะเนคงชีพ (EXPECTATION OF LIFE)

ตามตารางมฤตภาพจะเห็นว่า จำนวน ℓ_x จะมีค่าน้อยลงไปเรื่อย ๆ ตามจำนวน x ที่เพิ่มมากขึ้น นั่นคือ แต่ละคนซึ่งอายุ x ในปัจจุบันอาจจะตายในปีใดปีหนึ่งในอนาคต บางคนอาจจะอายุสั้น บางคนอาจจะอายุยืนยาว หรือมีชีวิตอยู่รอดจนหมดในตารางมฤตภาพ เราก็จะประสบกับคำถามว่า บุคคลที่อายุ x ปีในปัจจุบันคาดว่าจะมีอายุยืนยาวไปอีกกี่ปีในอนาคต การคาดหมายดังกล่าว เราสามารถตอบได้โดยการใช้ค่าเฉลี่ยของแต่ละคนอายุ x ในปัจจุบันมีอายุอยู่รอดในอนาคต เช่น เราคาดว่าคนอายุ 30 ปีในปัจจุบัน จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก 40.75 ปี หมายความว่า ปัจจุบันคนอายุ 30 ปี โดยเฉลี่ยแล้ว จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก 40.75 ปี แต่ไม่ได้หมายความว่า ทุก ๆ คนจะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก 40.75 ปี ต่อไปเราจะคำนวณหาค่าคาดคะเนการมีชีวิตอยู่รอดของบุคคลตามตารางมฤตภาพที่กำหนดให้

นิยาม 2.4

e_x คือค่าคาดคะเนจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดต่อไปในอนาคตของบุคคลปัจจุบันอายุ x ปี ซึ่งเราเรียกว่า ค่าคาดคะเนอย่างหยาบ (curtate expectation) เราคำนวณค่าของ e_x โดยใช้ข้อสมมติฐานว่า จำนวนปีของการอยู่รอดของบุคคลที่ตายแต่ละคนเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น

$\mathring{e}_x$ คือ ค่าคาดคะเนอย่างบริบูรณ์จำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดต่อไปในอนาคตของบุคคลปัจจุบันอายุ x ปี (Complete expectation)

ซึ่งเราคำนวณค่า $\mathring{e}_x$ โดยข้อสมมติฐานว่า บุคคลที่ตายแต่ละปีนั้นมีการกระจายแบบเสมอต้นเสมอปลาย (uniform distribution) ตลอดปีนั้น ซึ่งทำให้ประมาณได้ว่า แต่ละคนที่ตายในปีนั้น ๆ มีชีวิตอยู่รอดโดยเฉลี่ยครึ่งปีของปีนั้น

ทฤษฎีบทที่ 2.4

กำหนดให้ x เป็นจำนวนอายุตามตารางมฤตภาพ ดังนั้น

$$e_x = \frac{\ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \dots + \ell_{w-1}}{\ell_x}$$

$$= \frac{1}{\ell_x} \sum_{r=1}^{r=w-x-1} \ell_{x+r}$$

พิสูจน์

$$\because \quad \ell_x = d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \ldots + d_{w-1}$$

$\therefore$ ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของกลุ่มบุคคล ℓ_x ทั้งสิ้นเท่ากับ ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของแต่ละ d_x

กำหนดให้ e_x = ค่าคาดคะเนการมีชีวิตอยู่รอดอย่างหยาบ

$\therefore$ ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของกลุ่มบุคคล ℓ_x ทั้งสิ้น

$= e_x.\ell_x$ ....(1)

ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของแต่ละ d_x อาจพิจารณาได้ดังนี้

บุคคลที่ตาย d_x คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้ว 0 ปี รวมจำนวนปีการอยู่รอด $0.d_x$ ปี

บุคคลที่ตาย d_{x+1} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้ว 1 ปี รวมจำนวนปีการอยู่รอด $1.d_{x+1}$ ปี

บุคคลที่ตาย d_{x+2} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้ว 2 ปี รวมจำนวนปีการอยู่รอด $2.d_{x+2}$ ปี

$\vdots$

บุคคลที่ตาย d_{w-1} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้ว $w-x-1$ ปี รวมจำนวนปีการอยู่รอด $(w-x-1)d_{w-1}$

$\therefore$ ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของแต่ละ d_x $= 0.d_x + 1.d_{x+1} + 2.d_{x+2} + 3.d_{x+3} + \ldots$

$$\ldots + (w-x-1)d_{w-1}$$

$$= \ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1} \qquad \text{........(2)}$$

$$\therefore \; e_x.\ell_x = \ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1}$$

$$e_x = \frac{\ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1}}{\ell_x}$$

$$= \frac{1}{\ell_x} \sum_{r=1}^{r=w-x-1} \ell_{x+r}$$

ทฤษฎีบทที่ 2.5

กำหนดให้ x เป็นจำนวนอายุในตารางมฤตภาพที่กำหนด

ดังนั้น $$e_x^\circ = e_x + \frac{1}{2}$$

พิสูจน์

ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของกลุ่มบุคคล $\ell_x = e_x^\circ.\ell_x$

ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของบุคคลแต่ละ d_x พิจารณาได้ดังนี้

บุคคลที่ตาย d_x คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้วคนละ $\frac{1}{2}$ ปี รวมการอยู่รอดทั้งสิ้น $\frac{1}{2}.d_x$ ปี

บุคคลที่ตาย d_{x+1} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้วคนละ $1\frac{1}{2}$ ปี รวมการอยู่รอดทั้งสิ้น $1\frac{1}{2}.d_{x+1}$ ปี

บุคคลที่ตาย d_{x+2} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้วคนละ $2\frac{1}{2}$ ปี รวมการอยู่รอดทั้งสิ้น $2\frac{1}{2}.d_{x+2}$ ปี

บุคคลที่ตาย d_{w-1} คน มีชีวิตอยู่รอดมาแล้วคนละ $(w-x-1)\frac{1}{2}$ ปี รวมการอยู่รอดทั้งสิ้น

$(w-x-1)\frac{1}{2}.d_{w-1}$ ปี

$\therefore$ ผลรวมจำนวนปีการมีชีวิตอยู่รอดของบุคคลแต่ละ d_x

$$= \frac{1}{2}.d_x + 1\frac{1}{2}d_{x+1} + 2\frac{1}{2}.d_{x+2} + \ldots + (w-x-1)\frac{1}{2}.d_{x-1}$$

$$= \frac{1}{2}(d_x + 3d_{x+1} + 5d_{x+2} + 7d_{x+3} + \ldots)$$

$$= \frac{1}{2}[\ell_x + 2(\ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1})]$$

$$= \frac{1}{2}\ell_x + 2e_x.\ell_x$$

$$.\mathring{e}_x.\ell_x = \frac{1}{2}\ell_x + 2e_x.\ell_x$$

$$\mathring{e}_x = \frac{1}{2} + e_x$$

ตัวอย่างที่ 2.4 กำหนดให้

x	ℓ_x	d_x
90	900	50
91	850	60
92	790	70
93	720	80
94	640	90
95	550	100
96	450	130
97	320	140

98	180	150
99	30	30
100	0	0

จงคำนวณค่า e_{92} และ $\mathring{e}_{92}$

วิธีทำ

$$e_{92} = \frac{\ell_{93} + \ell_{94} + \ell_{95} + \ldots + \ell_{99}}{\ell_{92}}$$

$$= \frac{720 + 640 + 550 + 450 + 320 + 180 + 30}{790}$$

$$= 3.6582$$

และ $$\mathring{e}_{92} = e_{92} + \frac{1}{2}$$

$$= 3.6582 + 0.5$$

$$= 4.1582$$

ตัวอย่างที่ 2.5

(1) จงแสดงให้เห็นว่า

$$e_x = p_x(1 + e_{x+1})$$

(2) ตามตัวอย่างที่ 2.4 คำนวณหาค่า e_{91} โดยไม่ต้องใช้สูตรตามทฤษฎีที่ 2.4

วิธีทำ

(1) $$\because \quad e_x = \frac{\ell_{x+1} + \ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1}}{\ell_x}$$

$$= \frac{\ell_{x+1}}{\ell_x} + \frac{\ell_{x+1}}{\ell_x}\left\{\frac{1}{\ell_{x+1}}(\ell_{x+2} + \ell_{x+3} + \ldots + \ell_{w-1})\right\}$$

$$= p_x + p_x.e_{x+1}$$

$$= p_x(1 + e_{x+1})$$

(2) $$\because \quad e_{91} = p_{91}(1 + e_{92})$$

$$= \frac{\ell_{92}}{\ell_{91}}(1 + e_{92})$$

$$= \frac{790}{850}(1 + 3.6582)$$

$$= 4.3293$$

แบบทดสอบบทที่ 2

หัวข้อที่ 2.1, 2.2

1. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่ ก และ ข จะมีชีวิตอยู่รอดอีก 5 ปี ต่อไปข้างหน้าเป็น 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่

   ก. ทั้ง ก และ ข จะตายภายใน 5 ปี

   ข. ก อยู่รอดแต่ ข ตายภายใน 5 ปีนั้น

2. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 40 ปี จะอยู่รอดไปอีก 10 ปีเป็น 0.8 ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 45 ปี จะอยู่รอดไปอีก 5 ปี และ 10 ปี เป็น 0.85 และ 0.7 ตามลำดับ

   จงคำนวณ

   ก. ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 40 ปี และ 50 ปี จะตายภายใน 5 ปี

   ข. ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 40 ปี, 45 ปี และ 50 ปี อย่างน้อยที่สุดหนึ่งคนจะอยู่รอดไปอีก 5 ปี

3. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 30, 40 และ 50 ปี จะมีชีวิตอยู่รอดไปอีก 10 ปีข้างหน้าเป็น 0.8, 0.7 และ 0.6 ตามลำดับ จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่

   ก. ทั้งสามคนจะมีชีวิตอยู่รอดอีก 10 ปีข้างหน้า

   ข. ทั้งสามคนจะตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

   ค. อย่างน้อยที่สุดคนใดคนหนึ่งตายภายใน 10 ปีข้างหน้า

   ง. อย่างน้อยที่สุดสองคนจะอยู่รอดพ้น 10 ปีข้างหน้า

   จ. บุคคลอายุ 30 ปี จะตายระหว่างอายุ 50 และ 60 ปี และบุคคลอายุ 40 ปีจะอยู่รอดไปอีก 20 ปี

4. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่ ก และ ข จะตายภายใน 10 ปีข้างหน้าเป็น 0.06 และความน่าจะเป็นที่ ก และ ข จะอยู่รอดพ้นอีก 10 ปีข้างหน้าเป็น 0.56 จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ ก จะมีชีวิตอยู่รอดพ้นอีก 10 ปีข้างหน้า

หัวข้อที่ 2.3 และ 2.4

5. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่คนแรกเกิด (อายุ 10 ปี) จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ x ปี เขียนเป็นสัญลักษณ์เป็น S(x) ซึ่ง

   $S(x) = 1 - 0.0055x - 0.000055x^2$

จงสร้างตารางมฤตภาพที่มีค่าของ ℓ_x, d_x, q_x

และ $0 \leqslant x \leqslant 4$; $\ell_0 = 100{,}000$

6. กำหนดให้ ℓ_{10} 100,000 และอัตราการตายของบุคคลอายุ 10,11, 12, 13, 14 และ 15 ปี เป็น 0.00121, 0.00123, 0.00126, 0.00132, 0.00139 และ 0.00146 ตามลำดับ
จงสร้างตารางมฤตภาพที่มีค่าของ ℓ_x, d_x, q_x และ $10 \leqslant x \leqslant 15$

7. กำหนดให้ $q_x = 0.03x - 1.5$; $60 \leqslant x \leqslant 70$ และ $\ell_{60} = 10{,}000$
จงสร้างตารางมฤตภาพที่มีค่า ℓ_x, d_x, q_x
ใช้ตารางที่ 2.1 สำหรับข้อ 8, 9, 10 และ 11

8. จงคำนวณหา
   ก. ความน่าจะเป็นที่บุคคลปัจจุบันอายุ 31 ปี และเป็นผู้เอาประกันชีวิตรายใหม่ จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ 35 ปี
   ข. ความน่าจะเป็นที่บุคคลปัจจุบันอายุ 33 ปี และได้รับการคัดเลือกเป็นผู้เอาประกันชีวิตมาแล้ว 2 ปี จะตายระหว่างอายุ 37 และ 39 ปี

9. จงสร้างตารางมฤตภาพคัดเลือก โดยเติมตัวเลขในช่องว่างข้างล่างนี้ให้ครบ ซึ่งเป็นอัตราการตายในระยะคัดเลือกต่อประชากร 1,000

$[x]$	$q_{[3]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	$q_{[x]+3}$	$q_{[x]+4}$	$q_{[x]+5}$	$x+5$
30	1.199	1.329	1.509	1.689	1.919	2.170	35
31							36
32							37
39							44

10. จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่บุคคลทั้งสองอายุปัจจุบัน 35 ปี จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ 38 ปี โดยบุคคลคนหนึ่งเป็นผู้ได้รับการประกันชีวิตรายใหม่ แต่อีกคนหนึ่งได้รับการประกันชีวิตมาแล้ว 2 ปี

11. จงคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ ก, ข และ ค ปัจจุบันอายุ 36 ปีเท่ากันที่ ก และ ข จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ 39 ปี และ ค ตายระหว่างอายุ 38 และ 40 ปี ซึ่ง ก และ ข เป็นผู้ได้รับการประกันชีวิตรายใหม่ ส่วน ค เป็นผู้ได้รับการประกันชีวิตมาแล้ว 2 ปี

หัวข้อที่ 2.5

12. จงพิสูจน์ว่า

ก. $1+e_x = q_x + p_x(1+q_{x+1}) + {}_2p_x(1+q_{x+2}) + \dots$

ข. $\mathring{e}_x = \frac{1}{2}(q_x + 3\cdot{}_{1/}q_x + 5\cdot{}_{2/}q_x + 7\cdot{}_{3/}q_x + \dots$

ค. $e_x = p_x + {}_2p_x + {}_3p_x + \dots$

13. กำหนดให้ ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุ 35 ปี จะมีชีวิตอยู่รอดอย่างน้อย 1 ปีเท่ากับ 0.998 และค่าคาดคะเนการมีชีวิตอยู่รอดอย่างหยาบเท่ากับ 35.69 จงคำนวณหาค่าคาดคะเนการมีชีวิตอยู่รอดบริบูรณ์ของบุคคลอายุ 36

ข้อทดสอบรวม 2.1-2.5

14. ความน่าจะเป็นที่บุคคลอายุแรกเกิด (อายุ 0 ปี) จะมีชีวิตอยู่รอดถึงอายุ x ใด ๆ เขียนเป็นสัญลักษณ์เป็น S(x) ซึ่ง

$$S(x) = 1 - \frac{x}{120} \quad \text{และ} \quad 0 \leqslant x \leqslant 120$$

จงคำนวณหาค่า q_{65} และให้ $\ell_{60} = 5{,}000$

15. กำหนดให้ $\ell_{65} = 1{,}000$ และ

$$d_{65} = d_{66} = d_{67} = d_{68} = d_{69} = 30$$

จงคำนวณความน่าจะเป็นของบุคคลอายุ 65 ปี จะตายระหว่างอายุ 69 และ 70 ปี

16. จงพิสูจน์

ก. ${}_np_x = \frac{{}_np_x - {}_{n+1}p_x}{q_{x+n}}$

ข. $q_x + p_x\cdot q_{x+1} + {}_2p_x\cdot q_{x+2} + {}_3p_x\cdot q_{x+3} + \dots = 1$

ค. ${}_{m+n}p_x = {}_mp_x\cdot{}_np_{x+m} = {}_np_x\cdot{}_mp_{x+n}$