

บทที่ 4 เนื้อประกันภัยรวม (Gross premium)

4.1 ປະໜາ (Introduction)

4.2 เบี้ยประกันภัยข้าราชการแบบอัตราคงที่ (Level premium)

4.3 เบี้ยประกันชีวิตร่วม (Gross life premium)

4.4 แบบทดสอบบทที่ 4

บทที่ 4 เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

4.1 บทนำ (Introduction)

เราได้ศึกษาการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดียวสุทธิ (Net single premium) จากบทที่ 3 มาแล้ว ในทางปฏิบัตินั้น บริษัทประกันชีวิตต้องมีค่าใช้จ่ายของการดำเนินงานต่อกรรมธรรมแต่ละแบบ เช่น ค่าบริหารงาน ค่าเช่า ค่าตรวจสอบ ผลกระทบ เป็นต้น จึงจำเป็นที่บริษัทประกันชีวิตต้องนำเอาค่าใช้จ่ายเหล่านั้นรวมเข้ากับเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (net premium) ซึ่งจะเป็นเบี้ยประกันชีวิตเพื่อใช้ในการดำเนินงาน (Office premium) หรือจะเรียกว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

วิธีการชำระเบี้ยประกันภัยครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์ตามที่เราได้ศึกษาคำนวณจากบทที่ 3 นั้น ย่อมเป็นภาระแก่ผู้เอาประกันภัย เพราะเป็นจำนวนค่อนข้างมาก ดังนั้น บริษัทประกันชีวิตจึงจำเป็นต้องกำหนดวิธีการชำระเบี้ยประกันภัยเป็นแบบรายปี (Annual premium) หรือ รายหกเดือน รายสามเดือน ซึ่งการชำระเบี้ยประกันภัยแต่ละงวดจะมีจำนวนเท่ากัน เราอาจเรียกว่าเป็นเบี้ยประกันภัยชำระแบบอัตราคงที่ (Level premium)

4.2 เบี้ยประกันภัยชำระแบบอัตราคงที่ (Level premium)

4.2.1 ข้อสมมติฐาน (Basic assumption)

จากหัวข้อ 3.2 เราสรุปได้ว่า

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดียวสุทธิทั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ในอนาคตทั้งสิ้น

การชำระเบี้ยประกันชีวิตในกรณีที่มีการชำระมากกว่าหนึ่งครั้งย่อมถือว่าเป็นการชำระแบบผ่อนชำระ (Installment payments) ดังนั้น

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดียวสุทธิทั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตที่มากกว่าหนึ่งครั้งของ การประกันชีวิตแบบเดียวๆ กัน

ถ้าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเป็นแบบอัตราคงที่ เราอาจสรุปได้ว่า

มูลค่าการชำระเบี้ยประกันชีวิตเชิงเดียวสุทธิทั้งสิ้น เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่ของการประกันชีวิตแบบเดียวกัน เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ในอนาคตทั้งสิ้น

การชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่นั้น มีลักษณะสำคัญดังนี้

1. ผู้เอาประกันชีวิตจะชำระเบี้ยประกันชีวิตก็ต่อเมื่อมีชีวิตอยู่รอดเท่านั้น และอยู่ในระหว่างระยะเวลาของการชำระเบี้ยประกัน

2. การชำระเบี้ยประกันชีวิตแต่ละครั้งต้องชำระต้นปี (Due) และเบี้ยประกันชีวิตงวดแรกต้องชำระทันทีที่กรมธรรม์มีผลบังคับ

3. ต้องกำหนดอัตราดอกเบี้ยทบทัน ; ต่อปี

จากลักษณะสำคัญดังกล่าว เราจะเห็นได้ว่า บริษัทประกันชีวิตจะได้รับเบี้ยประกันชีวิตก็ต่อเมื่อกรณีการอยู่รอดของผู้เอาประกันชีวิตเท่านั้น ดังนั้น การชำระเบี้ยประกันชีวิตแบบอัตราคงที่ก็คือเป็นการจ่ายจำนวนเงินแบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปีนั่นเอง

กำหนดให้ P เป็นเบี้ยประกันชีวิตสำหรับแบบอัตราคงที่แต่ละงวด

a เป็นมูลค่าปัจจุบันของเบี้ยเลี้ยงชีพปีละ 1 หน่วย

A เป็นมูลค่าปัจจุบันของจำนวนผลประโยชน์ตามกรมธรรม์

$$\therefore P \cdot a = A \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

4.2.2 เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี (Annual premium rate)

นิยามที่ 4.1

เบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี เป็นเบี้ยประกันชีวิตชำระแบบอัตราคงที่ โดยการชำระทุก ๆ ต้นปี ปีละครั้ง ตามจำนวนที่กำหนดไว้ในกรมธรรม์

กำหนดให้

P_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ชำระตลอดชีพ เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง เขียนเป็น $P_{x:t}$

$(P_{x:t:n})$ เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบเฉพาะกาล (Term insurance) ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง ระยะเวลาเอาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน $t = n$ เขียนเป็น $P_{x:n}$

$(P_{x:n})$ เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ (Endowment insurance) ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง ระยะเวลาเอาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี

- ถ้าเป็นการชำระเบี้ยประกันจำนวน $t = n$ เนี่ยจะเป็น $P_{x:n}$
- (P(a) เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี (Life annuity)
 ชำระเบี้ยประกันจำนวน t ครั้ง เริ่มเอาประกันที่อายุ x ปี
 สัญลักษณ์ a ภายในวงเล็บให้เขียนตามบทที่ 3 แล้วแต่แบบการประกันนั้น ๆ

หมายเหตุ

สัญลักษณ์ที่กำหนดตามนิยามที่ 4.1 เป็นสัญลักษณ์สำหรับกรมธรรม์มาตรฐานเฉพาะ
 แบบ ถ้าเป็นแบบการประกันอื่นที่กำหนดผลประโยชน์หลักหลาย หรือการชำระเบี้ยประกัน
 บางช่วงไม่เท่ากัน สัญลักษณ์ที่ใช้มักจะเป็น P โดย ๆ หรือนักคณิตศาสตร์ประกันภัย อาจจะ
 กำหนดขึ้นมาเองก็ได้

ทฤษฎีบทที่ 4.1

1. $P_x \cdot \ddot{a}_x = A_x$
 $(P_x \cdot \ddot{a}_{x:t}) = A_{x:t}$
2. $P_{x+n} \cdot \ddot{a}_{x+n} = A_{x+n}$
 $(P_{x+n} \cdot \ddot{a}_{x+n:t}) = A_{x+n:t}; t < n$
3. $P_{x:n} \cdot \ddot{a}_{x:n} = A_{x:n}$
 $(P_{x:n} \cdot \ddot{a}_{x:n:t}) = A_{x:n:t}; t < n$

พิสูจน์

จากสมการที่ 4.1 และนิยามที่ 4.1 เราจึงสามารถตั้งสมการได้ตามทฤษฎีบทที่ 4.1
 เพียงแต่ \ddot{a} แปรผันไปตามจำนวนปีของการชำระเบี้ยประกันภัย

ตัวอย่างที่ 4.1 จำนวนเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี ตามเงื่อนไข¹
 ผลประโยชน์ในการธรรม์แบบต่าง ๆ ดังนี้

- (1) แบบตลอดชีพ ทุนประกัน 200,000.- บาท และชำระเบี้ยประกันจนถึงอายุ 60 ปี
- (2) แบบชั่วระยะเวลา ทุนประกัน 200,000.- บาท ชำระเบี้ยประกัน 10 ปี ระยะเวลา
 เอาประกัน 15 ปี
- (3) แบบสะสมทรัพย์ ทุนประกัน 200,000.- บาท ชำระเบี้ยประกัน 20 ปี ระยะเวลา
 เอาประกัน 20 ปี

วิธีทำ

(1)

$${}_{30}P_{30} \cdot \ddot{a}_{30: \overline{30}} = 200,000A_{30}$$

$${}_{30}P_{30} = 200,000 \frac{A_{30}}{\ddot{a}_{30: \overline{30}}}$$

$$= \frac{200,000(M_{30})}{N_{30} - N_{60}}$$

$$= 1,824.14 \text{ บาท}$$

(2)

$${}_{10}P_{30: \overline{15}} \cdot \ddot{a}_{30: \overline{10}} = 200,000A_{30: \overline{15}}$$

$${}_{10}P_{30: \overline{15}} = \frac{200,000(M_{30} - M_{45})}{N_{30} - N_{40}}$$

$$= 833.61 \text{ บาท}$$

(3)

$$P_{30: \overline{20}} \cdot \ddot{a}_{30: \overline{20}} = 200,000A_{30: \overline{20}}$$

$$= \frac{200,000(M_{30} - M_{50} + D_{50})}{N_{30} - N_{50}}$$

$$= 5,544.66 \text{ บาท}$$

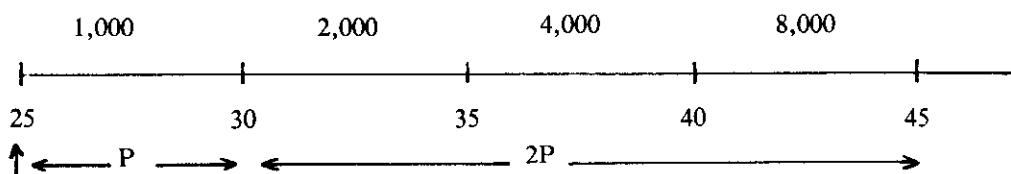
ตัวอย่างที่ 4.2 จำนวนเบี้ยประกันสุทธิรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิต อายุ 25 ปี จำนวนเบี้ยประกันรายปีของ 5 ปีแรก เป็นครึ่งหนึ่งของเบี้ยประกันรายปีของปีต่อๆ ไป กำหนดระยะเวลาการชำระเบี้ยประกันทั้งสิ้น 20 ปี และระยะเวลาเอาประกัน 20 ปี กำหนดผลประโยชน์ดังนี้

(1) ทุนประกันจะเพิ่มขึ้น 1 เท่าทุก ๆ 5 ปี ของทุนประกันที่ผ่านมา

(2) เมื่อครบกำหนดตามสัญญาในกรณีร率จะได้รับเงินสดจำนวนเท่ากับทุนประกัน

ปัจจุบัน

วิธีทำ



$$\text{มูลค่าปัจจุบันของการซ้ำระเบี้ยประกันทั้งสิ้น} = P \cdot \ddot{a}_{25:5} + 2P \cdot \ddot{a}_{25:15}$$

$$\begin{aligned}\text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ที่จะได้รับ} &= 1,000A_{25:5} + 2,000_5/A_{25:5} \\ &\quad + 4,000_{10}/A_{25:5} + 8,000_{15}/A_{25:5} \\ &\quad + 8,000_{20}E_{25}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore P \cdot \ddot{a}_{25:5} + 2P \cdot \ddot{a}_{25:15} &= 1,000A_{25:5} + 2,000_5/A_{25:5} \\ &\quad + 4,000_{10}/A_{25:5} + 8,000_{15}/A_{25:5} \\ &\quad + 8,000_{20}E_{25}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{P(N_{25} - N_{30}) + 2P(N_{30} - N_{45})}{D_{25}} &= 1,000 \frac{M_{25} - M_{30}}{D_{25}} \\ &\quad + 2,000 \frac{(M_{30} - M_{35})}{D_{25}} \\ &\quad + 4,000 \frac{(M_{35} - M_{40})}{D_{25}} \\ &\quad + 8,000 \frac{(M_{40} - M_{45})}{D_{25}} \\ &\quad + 8,000 \frac{D_{45}}{D_{25}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore P &= \frac{1,000(M_{25} + M_{30} + 2M_{35} + 4M_{40} - 8M_{45} + 8D_{45})}{N_{25} + N_{30} - 2N_{45}} \\ &= 126.66 \text{ บาท.}\end{aligned}$$

หมายเหตุ

1. ตามตัวอย่างนี้ เราจะเห็นว่า เราไม่อาจใช้สัญลักษณ์ได้ตามที่กำหนดไว้ จึงเขียนเพียงย่อ ๆ ว่า P

2. สัญลักษณ์ m/A_{x+n} หมายความว่า มูลค่าปัจจุบันของการประกันแบบเฉพาะกาลระยะเวลาประกัน n ปี เริ่มเอาประกันอายุ x ปี ผลประโยชน์กรณีเสียชีวิตเริ่มที่อายุ $x+m$ ปี สิ้นสุดที่อายุ $x+m+n$ ปี ทุนประกัน 1 หน่วย

$$\therefore m/A_{x+n} = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

ตัวอย่างที่ 4.3 คำนวณเบี้ยประกันสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี แบบเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี กำหนดรับผลประโยชน์เบี้ยเลี้ยงชีพรายปีตั้งแต่อายุ 60 ปีไปตลอดชีพ จำนวนเงินปีละ 100,000.- บาท กำหนดระยะเวลาซ้ำระเบี้ยประกัน 15 ปี

วิธีทำ

กำหนดให้ ${}_15P_{(30/\ddot{a}_{30})}$ เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

$$\therefore {}_{15}P_{(30/\ddot{a}_{30})} \cdot \ddot{a}_{30:15} = 100,000_{30/\ddot{a}_{30}}$$

$$\begin{aligned} {}_{15}P_{(30/\ddot{a}_{30})} &= \frac{100,000N_{60}}{N_{30} - N_{45}} \\ &= 13,962.49 \text{ บาท} \end{aligned}$$

4.3 เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium)

ในการปฏิบัติของบริษัทประกันชีวิตที่ต้องคำนวณเบี้ยประกันชีวิตแต่ละแบบกรมธรรม์นั้น นอกจากบริษัทฯ จะต้องคำนวณจาก ค่าคาดหมายอัตราการตาย (Expected rates of mortality) และการคาดหมายอัตราดอกเบี้ยที่ควรจะเป็นในอนาคต (Assumed rates of interest) แล้ว บริษัทยังจำเป็นต้องมีการคาดหมายค่าใช้จ่ายต่าง ๆ สำหรับแบบการประกันนั้น ๆ ด้วย เบี้ยประกันภัยที่คำนวณสำเร็จเพื่อใช้ในการดำเนินงาน (Office premium) นั้น เราเรียกว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium) หรือเบี้ยประกันชีวิตรวมสำหรับกรมธรรม์ประกันชีวิตโดยทั่วไป

นิยามที่ 4.2

เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium) คือ เบี้ยประกันชีวิตที่ประกาศใช้ในหนังสือ อัตราเบี้ยประกันชีวิตของแต่ละแบบการประกัน ซึ่งเป็นผลรวมของเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ และ ค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ของแบบประกันนั้น ๆ

นิยามที่ 4.3

ส่วนแบ่งเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium loading) คือ จำนวนค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ที่บริษัท คาดว่าจะต้องจ่ายของการประกันชีวิตแบบนั้น ๆ เพิ่มให้มีความเพียงพอสำหรับค่าใช้จ่ายในอนาคต (Safety margin) รวมทั้งผลกำไรที่คาดหมายไว้ของ การประกันเฉพาะแบบ (Business profits) ซึ่งนำไปเพิ่มกับเบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (Net premium) และรวมเรียกว่า เบี้ยประกันภัยรวม (Gross premium)

ถ้า G = เบี้ยประกันชีวิตรวม (Gross premium)

P = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิ (Net premium)

L = ส่วนแบ่งเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium Loading)

$$\therefore G = P + L$$

จาก 4.1 เราจะได้

มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวม

เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของการชำระเบี้ยประกันสุทธิรายปี บวก มูลค่าปัจจุบันของส่วน
بالغเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต

เท่ากับ มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต บวก มูลค่าปัจจุบันของส่วนبالغเพิ่ม
เบี้ยประกันชีวิต

4.3.1 ค่าใช้จ่ายของการประกันชีวิต

ค่าใช้จ่ายของการประกันชีวิตนั้น จะแบ่งเป็น

1. ค่าใช้จ่ายปีแรก (Initial expenses or New business expenses)

เป็นค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เพื่อการออกกรมธรรม์ประกันชีวิตในปีแรก เช่น เงินเดือน
พนักงานขาย (Field-worker's salaries), ค่าบำเหน็จ (Commission), ค่าตรวจสุขภาพ (Medical
expenses), ค่าใช้จ่ายการออกกรมธรรม์ใหม่ (Clerical expenses for new business) เป็นต้น

2. ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal Expenses)

เป็นค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในปีต่อไปจากปีแรกของกรมธรรม์ รวมตลอดไปจนกรม-
ธรรม์ครบกำหนด เช่น ค่าใช้จ่ายการบริหารทั่วไป (Administrative expenses), ค่าใช้จ่ายการ
เก็บเบี้ยประกันชีวิต (Premium collection expenses), ค่าใช้จ่ายการตรวจสอบการผลกระทบ
(Cost of settlement at the time of death) เป็นต้น

การจัดสรรค่าใช้จ่ายเหล่านี้ จะอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

1. เป็นอัตราส่วนของเบี้ยประกันชีวิตรวม หรือ

2. เป็นหน่วยจำนวนบาทต่อบาท หรือ

3. เป็นมูลค่าคงที่ ซึ่งไม่แปรผันตามจำนวนเบี้ยประกัน หรือทุนประกัน หรือเป็น
มูลค่าคงที่ต่อแบบการประกันของกรมธรรม์หนึ่ง ๆ

4.3.2 วิธีการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวม (Methods for calculating gross premium)

การคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมในหนังสือนี้เป็นการคำนวณโดยใช้สูตรตามหลักของ
หัวข้อ 4.1 ซึ่งเรารายกว่า Formula method ซึ่งจำแนกวิธีการคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวม
เป็น 2 วิธี ดังนี้

1. วิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท (Three factor method)

2. วิธีกำหนดอัตราคงที่ (Percent and constant method)

1. วิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท (Three factor method)

การคำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมด้วยวิธีใช้ตัวประกอบ 3 ประเภท เป็นการนำเอาประเภทต่าง ๆ ของค่าใช้จ่ายมาแจกแจงให้อยู่ในรูปของการจัดสรรค่าใช้จ่ายเป็น 3 ประเภท คือ

1. เป็นอัตราส่วนของเบี้ยประกันเกียร์รวม
2. จำนวนหน่วยต่ำทุนประกัน
3. มูลค่าคงที่ต่อกรมธรรม์

ทฤษฎีบทที่ 4.2

กำหนดให้

- G_x = เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของผู้เอาประกันอายุ x ปี
- A = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต
- a = ค่าใช้จ่ายปีแรกต่ำทุนประกัน 1 หน่วย
- b_1 = ค่าใช้จ่ายต่ำทุนประกันชีวิต 1 หน่วย ระหว่างการชำระเบี้ยประกัน
- b_2 = ค่าใช้จ่ายต่ำทุนประกันชีวิต 1 หน่วย หลังจากชำระเบี้ยประกันหมดแล้ว และยังอยู่ในระหว่างกรมธรรม์มีผลบังคับ
- c = ค่าใช้จ่ายต่อเบี้ยประกันชีวิตรวม 1 หน่วย
- m = ระยะเวลาการชำระเบี้ยประกัน
- n = ระยะเวลาเอาประกันชีวิต
- P_x = เบี้ยประกันชีวิตสุทธิของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี

$$\text{และ } P_x = \frac{A}{\ddot{a}_{x: m}}$$

ดังนั้น

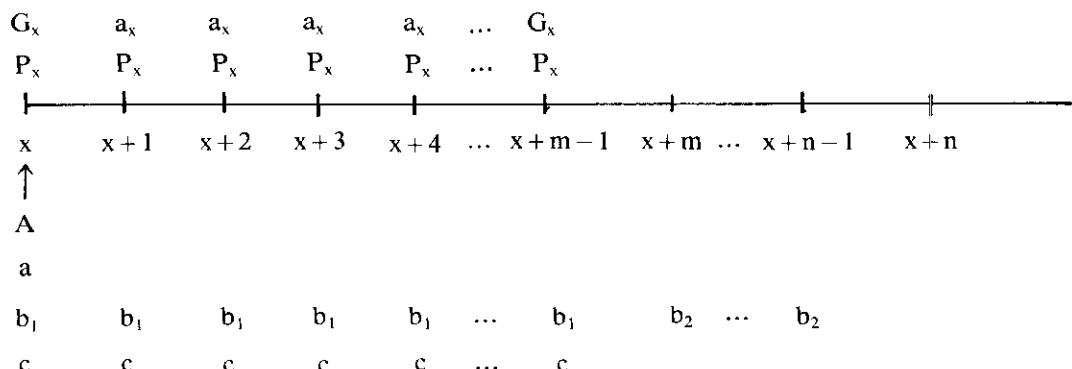
1. ในกรณีที่ $m < n$

$$\begin{aligned} G_x &= \frac{1}{1-c} \left\{ \frac{A + a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x: n]}{\ddot{a}_{x: m}} + (b_1 - b_2) \right\} \\ &= \frac{1}{1-c} \left\{ P_x + \frac{a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x: n]}{\ddot{a}_{x: m}} + (b_1 - b_2) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

2. ในกรณีที่ $m = n$

$$G_x = \frac{1}{1-c} \left(P_x + \frac{a}{\ddot{a}_{x: n}} + b_1 \right) \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

พิสูจน์



$$\text{มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตรวม} = G_x \cdot \ddot{a}_{x: m]}$$

$$\text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต} = A$$

$$\begin{aligned} \text{มูลค่าปัจจุบันของค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น} &= a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x: m]} \\ &\quad + b_2(\ddot{a}_{x: n]} - \ddot{a}_{x: m]}) \\ &\quad + c \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x: m]} \end{aligned}$$

$$\therefore G_x \cdot \ddot{a}_{x: m]} = A + a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x: m]} + b_2(\ddot{a}_{x: n]} - \ddot{a}_{x: m]}) + c \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x: m]}$$

$$(1-c) \cdot G_x \cdot \ddot{a}_{x: m]} = A + a + b_1 \cdot \ddot{a}_{x: m]} + b_2(\ddot{a}_{x: n]} - \ddot{a}_{x: m])$$

$$\therefore G_x = \frac{1}{1-c} \left\{ A + a + b_2 \ddot{a}_{x: n]} + (b_1 - b_2) \right\}$$

$$= \frac{1}{1-c} \left\{ P_x + \frac{a + b_2 \cdot \ddot{a}_{x: n]}}{\ddot{a}_{x: m]}} + (b_1 - b_2) \right\}$$

$$\text{ถ้า } m = n$$

$$\therefore G_x = \frac{1}{1-c} \left\{ P_x + \frac{a}{\ddot{a}_{x: n]}} + b_1 \right\}$$

ถ้าเรากำหนดให้ k เป็นค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 กรมธรรม์

$$\therefore \text{เบี้ยประกันชีวิตรายปี} = G_x + (k)$$

ค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 กรมธรรม์ (k) บางทีเรียกว่า ค่ากรมธรรม์ (Policy fee) ซึ่งอาจจะชำระครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์หรือชำระเป็นรายปีตลอดระยะเวลาการชำระเบี้ยประกัน การจำแนกค่าใช้จ่ายตามทฤษฎีที่ 4.2 นั้น มีดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก (New business)

เป็นค่าใช้จ่ายการบริหารและรักษาภารม์ (Maintenance expenses)

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน (Collection premium expenses)

ซึ่งอาจเป็น

ค่าใช้จ่ายเบี้ยแรก = a ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายการบริหาร = b₁ ต่อทุนประกัน 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน = c ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวม 1 หน่วย

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal year business)

ค่าใช้จ่ายการบริหาร = b₁ จนตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน

และ = b₂ จนตลอดหลังจากชำระเบี้ยประกัน

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกัน = c ตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน ต่อเบี้ย

ประกันชีวิตรวม 1 หน่วย

ในบางครั้งผู้เอาประกันชีวิตต้องการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดียว (Single payment gross premium) ซึ่งเป็นการชำระเบี้ยประกันชีวิตรวมครั้งเดียว ณ วันออกกรมธรรม์ ในกรณีนี้ ตามทฤษฎีบทที่ 4.2 เราจะเห็นว่า ค่าใช้จ่ายที่เป็นค่าบริหารหลังจากชำระเบี้ยประกันแล้ว และค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกันไม่มี ซึ่งทำให้ b₂ และ c เท่ากับศูนย์

$$\therefore \text{เบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดียว} = A + a + b_1 \cdot a_{\text{v},n} \quad \dots\dots(4.4)$$

บางบริษัทฯ อาจกำหนดค่าใช้จ่ายที่มีรายละเอียดแตกต่างไปจากทฤษฎีที่ 4.2 เช่น

ค่าใช้จ่ายปีแรก (first year premium)

1. อัตรา a ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี

2. b₁ หน่วยต่อทุนประกัน 1,000.-

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป (Renewal year premium)

1. อัตรา b ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 2

2. อัตรา c ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 3-6

3. อัตรา d ต่อเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ปีที่ 7 เป็นต้นไป จนครบระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย

4. อัตรา k₂ ต่อทุนประกัน 1,000.-

ดังนั้น สูตรการคำนวณตาม (4.3) ได้เปลี่ยนแปลงดังนี้

ถ้า G เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมต่อทุนประกัน 1,000 หน่วย และ 1,000A เป็น มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคตต่อทุนประกัน 1,000 หน่วย

$$\begin{aligned}
 \therefore G_x \cdot \ddot{a}_{x: m} &= 1,000A + a \cdot a_x + b \cdot a_x(\ddot{a}_{x: 2} - \ddot{a}_{x: 1}) \\
 &\quad + c \cdot G_x(\ddot{a}_{x: 6} - \ddot{a}_{x: 2}) \\
 &\quad + d \cdot G_x(\ddot{a}_{x: m} - \ddot{a}_{x: 6}) \\
 &\quad + k_1 + k_2 \cdot a_{x: m} \\
 \therefore G_x &= \frac{1,000A + k_1 + k_2 a_{x: m}}{(1-d)\ddot{a}_{x: m} - (c-d)\ddot{a}_{x: 6} - (b-c)\ddot{a}_{x: 2} - (a-b)} \quad \dots\dots\dots(4.5)
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.4 คำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตร่วมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 30 ปี แบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันถึงอายุ 60 ปี กำหนดค่าใช้จ่าย ดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก 50 บาทต่อทุนประกันชีวิต 1,000.- บาท

ค่าใช้จ่ายการบริหาร 6 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- ตลอดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน และ 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- หลังจากชำระเบี้ยประกันครบแล้ว

ค่าใช้จ่ายการเก็บเบี้ยประกันและรักษาภาระธรรม์ จำนวน 5% ของเบี้ยประกันรวมรายปี และให้คำนวณเบี้ยประกันชีวิตร่วมเชิงเดียวต่อทุนประกัน 1,000.-

วิธีทำ

กำหนดให้ G_{30} เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตร่วมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.-

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{มูลค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันชีวิตร่วม} &= G_{30} \cdot \ddot{a}_{30: 30} \\
 \text{มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต} &= 1,000A_{30} \\
 \text{มูลค่าปัจจุบันของค่าใช้จ่าย} &= 50 + 6 \cdot \ddot{a}_{30: 30} \\
 &\quad + 2(\ddot{a}_{30} - \ddot{a}_{30: 30}) \\
 &\quad + 0.05G_{30} \cdot \ddot{a}_{30: 30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore G_{30} &= \frac{1}{0.95} \left(\frac{1,000A_{30} + 50 + 2\ddot{a}_{30} + 4}{\ddot{a}_{30: 30}} \right) \\
 &= \frac{1}{0.95} \left(\frac{1,000M_{30} + 50D_{30} + 2N_{30} + 4}{N_{30} - N_{60}} \right) \\
 &= 19.89 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

อัตราเบี้ยประกันชีวิตร่วมชำระครั้งเดียว จะเปลี่ยนแปลงดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก 50 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

ค่าใช้จ่ายการบริหาร 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

$$\therefore \text{อัตราเบี้ยประกันชีวิตร่วมเชิงเดียว} = 1,000A_{30} + 50 + 2\ddot{a}_{30}$$

$$= \frac{1,000M_{30} + 50D_{30} + 2N_{30}}{D_{30}} \\ = 208.50 \text{ บาท}$$

ตัวอย่างที่ 4.5 คำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของตัวอย่างที่ 4.4 โดยกำหนดอัตราที่ใช้จ่าย ดังนี้

ค่าใช้จ่ายปีแรก

75% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีแรก และ 10 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

ค่าใช้จ่ายปีต่อไป

20% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 2

10% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 3-6

5% ของเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของปีที่ 7 เป็นต้นไป และ 2 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

วิธีคำ

ตามสูตร (4.5) จะได้

$$G_{30} = \frac{1,000A_{30} + 10 + 2a_{30:20}}{0.95\ddot{a}_{30} - 0.05\ddot{a}_{30:6} - \ddot{a}_{30:2} - 0.55} \\ = \frac{1,000M_{30} + 10D_{30} + 2(N_{31} - N_{60})}{0.95N_{30} - 0.05(N_{30} - N_{36}) - 0.1(N_{30} - N_{32}) - 0.55D_{30}} \\ = 12.00 \text{ บาท}$$

2. วิธีกำหนดอัตราคงที่ (Percent and constant method)

วิธีนี้ค่อนข้างจะง่ายกว่าวิธีแรกมาก เพราะเพียงแต่กำหนดค่าคงที่เพิ่มเข้าไปกับมูลค่าเบี้ยประกันสุทธิเท่านั้น โดยกำหนดให้

1. ค่าใช้จ่ายหักสินเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับเบี้ยประกันสุทธิรายปี

2. ค่าใช้จ่ายคงที่ต่อทุนประกัน

ถ้า

α เป็นอัตราค่าใช้จ่ายต่อ 1 หน่วยเบี้ยประกันสุทธิรายปี

β เป็นค่าใช้จ่ายคงที่ต่อ 1 หน่วยทุนประกัน

G เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1 หน่วย

p เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีต่อทุนประกัน 1 หน่วย

$$\therefore a = (1 + \alpha)p + \beta \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

และในทำนองเดียวกัน

$$\text{เบี้ยประกันชีวิตรวมเชิงเดี่ยว} = (1 + \alpha)A + \beta$$

เมื่อ A = มูลค่าปัจจุบันของผลประโยชน์ในอนาคต

ตัวอย่างที่ 4.6 คำนวณเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิต อายุ 30 ปีแบบตลอดชีพ ชำระเบี้ยประกันถึงอายุ 55 ปี โดยกำหนดค่าใช้จ่ายทั่วไปเป็น 30% ของเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี และค่าใช้จ่ายส่วนเพิ่มอีก 6 บาทต่อทุนประกัน 1,000.- บาท

วิธีทำ

กำหนดให้ G_{30} เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี

P_{30} เป็นอัตราเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี

$$\begin{aligned}\therefore a_{30} &= (1 + 0.3)P_{30} + 6 \\ &= 1.3 \left(\frac{1,000M_{30}}{N_{30}} \right) + 6 \\ &= 16.77 \text{ บาท}\end{aligned}$$

หมายเหตุ

วิธีการคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมตามวิธีแบบใช้ส่วนประกอบ 3 ประเภทนั้น มักจะใช้กับการคำนวณกรมธรรม์ที่ไม่มีส่วนร่วมการจ่ายเงินปันผลประจำปี (Non-participating policy) และสำหรับวิธีกำหนดอัตราคงที่ มักจะใช้กับการคำนวณของกรมธรรม์ที่มีส่วนร่วมการจ่ายเงินปันผลประจำปี (Participating policy)

แบบทดสอบบทที่ 4

แบบทดสอบบทที่ 4.1, 4.2

1. พิสูจน์

$$\text{ก.} \quad P_x = \frac{vq_x + P_{x+1} \cdot a_x}{\ddot{a}_x}$$

$$\text{ข.} \quad P_{x+n} = v - \frac{\ddot{a}_{x+n}}{\ddot{a}_{x+n}}$$

$$\text{ค.} \quad P_{x+n} = \frac{1}{\ddot{a}_{x+n}} - d$$

2. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบผลตอบแทนชีพ ผู้เอาประกันชีวิต อายุ 40 ปี จำนวนทุนประกัน 200,000.- บาท และชำระเบี้ยประกันตลอดชีพ, 30 ปี, ครบ อายุ 60 ปี
3. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของข้อ (2) ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 65$
4. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบเฉพาะกาลต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 60$ ระยะเวลาเอาประกัน 5, 10, 15 ปี ตามลำดับ
5. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท ของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี ซึ่ง $20 \leq x \leq 65$ ระยะเวลาประกัน 10, 15, 20 และ 25 ปี ตามลำดับ

6. พิสูจน์

$$\text{ก.} \quad P_{x+1} = P_x + \frac{P_{x+1} - c_x}{\ddot{a}_x} \quad \text{ถ้า } c_x = \frac{C_x}{D_x}$$

$$\text{ข.} \quad \frac{c_x}{n} K_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+n}}$$

$$\therefore P_{x+n} = \frac{\frac{n}{n} K_x}{S_{x+n}}$$

$$\text{ค.} \quad \text{ถ้า } P_{40:20} = 0.0400$$

$$20P_{40} = 0.0300$$

$$\text{แล้ว } A_{60} = 0.6000$$

หาค่าของ $P_{40:20}$

7. พิสูจน์

ก. $P_x = \frac{1 - d\ddot{a}_x}{\ddot{a}_x}$

ข. $P_{x+n} = \frac{1}{\ddot{a}_{x+n}} - d$

8. กำหนดเงื่อนไขผลประโยชน์ของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบหนึ่งว่า ถ้าผู้เอาประกันชีวิตเสียชีวิต จะได้รับผลประโยชน์เป็นจำนวน 1 หน่วย พร้อมกับจำนวนเบี้ยประกันที่เขาได้ชำระมาแล้วทั้งสิ้น (ไม่มีดอกเบี้ย) ณ สิ้นปีของปีที่เสียชีวิตนั้น ถ้า P เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปี และเป็นการประกันชีวิตแบบตลอดชีพของผู้เอาประกันชีวิตอายุ x ปี จงพิสูจน์ว่า

$$P = \frac{M_x}{N_x - R_x}$$

9. จากข้อ (8) ถ้าเป็นการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันและระยะเวลาเอาประกัน เท่ากับ 20 ปี จงพิสูจน์ว่า

$$P = \frac{M_x - M_{x+20} + D_{x+20}}{N_x - N_{x+20} - R_x + R_{x+20} + 20M_{x+20}}$$

10. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปีของผู้เอาประกันชีวิตอายุ 35 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 20 ปี กำหนดผลประโยชน์ว่าจะได้รับเบี้ยเลี้ยงชีพรายปี ๆ ละ 1,000.- บาท กรณีที่อยู่รอดที่อายุ 65 ปี เป็นต้นไป และถ้าเข้าเสียชีวิตก่อนอายุ 65 ปี ทายาทจะได้รับเงินทุนประกัน 1,000.- บาท พร้อมกับจำนวนเบี้ยประกันทั้งสิ้นที่ได้ชำระมาแล้ว (ไม่มีดอกเบี้ย)

แบบทดสอบหัวข้อ 4.3

11. คำนวณเบี้ยประกันชีวิตร่วมรายปีของข้อ 2, 3, 4 และ 5 โดยกำหนดค่าใช้จ่ายดังนี้
- ก. ค่าใช้จ่ายเพื่อการขาย 75% ของเบี้ยประกันปีแรก และ 5% ของเบี้ยประกันปีต่อไป
 - ข. ค่าใช้จ่ายเพื่อการบริหาร 10.- บาท ต่อทุนประกัน 1,000.- บาท สำหรับกรมธรรม์ปีแรก และ 3.50 บาท สำหรับกรมธรรม์ปีต่อไป
 - ค. ค่าใช้จ่ายเพื่อการตรวจสอบกรมธรรม์ 1.50 บาท ต่อทุนประกัน 1,000.-
 - ง. ค่าใช้จ่ายเพื่อการเก็บเบี้ยประกัน 5% ของเบี้ยประกันภัยรวมรายปี
12. กำหนดให้ a. เป็นเบี้ยประกันชีวิตร่วมรายปีของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ซึ่งมีสูตร การคำนวณดังนี้

$$G_x = \frac{1,000A_x + 5a_x + 12}{0.9\ddot{a}_x - 0.8}$$

จะแจกแจงอัตราค่าใช้จ่ายสำหรับกรมธรรม์นี้

13. กำหนดให้ G_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบสมทรัพย์พิเศษ (Modified endowment) แบบหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้

$$G_x = \frac{1,000(M_x - M_{x+20} + 0.4D_{x+20}) + 100D_{x+5} + 200D_{x+10} + 300D_{x+15} + 1.5(N_x - N_{x+20})}{0.7N_x + 0.05N_{x+2} + 0.15N_{x+3} - 0.9N_{x+15}}$$

จะแจกแจงการกำหนดผลประโยชน์ แบบ และอัตราค่าใช้จ่ายของกรมธรรม์นี้

14. การคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี โดยวิธีกำหนดอัตราคงที่ อาจจะเขียนเป็นสูตร ดังนี้

$$G_x = (P_x + c)(1 + r)$$

ซึ่ง G_x เป็นเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปี (Gross premium) ของผู้เอาประกันชีวิต x ปี
 P เป็นเบี้ยประกันชีวิตสุทธิรายปี (Net annual premium)

c เป็นค่าคงที่

r เป็นค่าคงที่ ซึ่ง $0 < r < 1$

จะคำนวณอัตราเบี้ยประกันรวมรายปี โดยใช้สูตรตั้งกล่าวของข้อ 2, 3, 4 และ 5 โดยกำหนดให้ $c = 5.0$ และ $r = 0.1$

พร้อมทั้งแจกแจงอัตราค่าใช้จ่ายด้วย

15. สูตรการคำนวณอัตราเบี้ยประกันชีวิตรวมรายปีของกรมธรรม์แบบหนึ่ง กำหนดให้

$$G_x = 1.08 \left\{ P_x + \frac{0.01}{\ddot{a}_x} + 0.0015 \right\}$$

จะแสดงให้เห็นว่า การกำหนดสูตรตั้งกล่าวเหมือนกับวิธีการกำหนดแบบอัตราคงที่ และ หาค่าของ α และ β

16. ให้คำนวณอัตราส่วนบวกเพิ่มเบี้ยประกันชีวิต (Premium loading) ของข้อ 11, 12, 13 ตามลำดับ

17. การชำระเบี้ยประกันอาจกำหนดให้ชำระหลายครั้งในหนึ่งปีก็ได้ เช่น ชำระรายหกเดือน, รายสามเดือน และรายเดือน

ถ้ากำหนดให้

เบี้ยประกันชำระรายหกเดือน = 0.51 ของการชำระรายปี

เบี้ยประกันชั่วระยะเวลาเดือน = 0.27 ของการชั่วระยะเวลาปี

เบี้ยประกันชั่วระยะเวลาเดือน = 0.09 ของการชั่วระยะเวลาปี

จงคำนวณเบี้ยประกันชีวิตที่ชั่วระยะเวลาหกเดือน, รายสามเดือน และรายเดือน ของข้อ

2, 3, 4, 11, 12 และ 13
