บทที่ 8
การพยากรณ์การผลิต

ถึงแม้ว่าอนาคตเป็นสิ่งที่ไม่แน่นอนสำหรับทุกคน แต่ทุกคนก็คุ้นเคยกับการเผชิญหน้ากับความไม่แน่นอนในวันพรุ่งนี้ ส่วนในองค์การ บริษัท ห้างร้าน หรือรัฐบาล จะได้รู้ถึงความจริงนี้หรือไม่ก็ตาม จำเป็นที่จะต้องจัดทำคำพยากรณ์เกี่ยวกับอนาคต ถ้าหากไม่จัดทำแล้ว ก็จะปฏิบัติการอย่างสมเหตุสมผลในปัจจุบันได้ผลน้อย การพยากรณ์นั้นยิ่งใกล้เคียงอนาคตที่เกิดขึ้นจริงเพียงไร การตัดสินใจในปัจจุบันก็จะเข้าใกล้วัตถุประสงค์มากเพียงนั้น

การพยากรณ์เป็นการประมาณอย่างมีมาตรฐาน การเกิดขึ้นของเหตุการณ์ในอนาคตที่ไม่แน่นอน การพยากรณ์นี้ปกติแล้วจะเกี่ยวข้องกับเวลา อนาคต และผลของเหตุการที่อยู่นอกเหนือการควบคุม การพยากรณ์มีบทบาทที่สำคัญในด้านการบริหารเพราะว่าให้แนวทางสำหรับการปฏิบัติงานในสภาวะแวดล้อมที่ไม่แน่นอนและมีการแข่งขันกัน

ชนิดของการพยากรณ์

การเข้าถึงวัตถุประสงค์นั้นอาจใช้การพยากรณ์ชนิดต่าง ๆ กัน เช่นการพยากรณ์ความต้องการ (demand) การพยากรณ์สภาพแวดล้อม การพยากรณ์เทคโนโลยี บางแห่งก็เป็นการพยากรณ์เกี่ยวข้องกับงานของตนโดยเฉพาะ เช่น การประมาณหาเงินสดหมุนเวียน (cash flow) การจัดทำงบประมาณของการดำเนินงาน ความต้องการบุคคลากรภายใน ระดับสินค้าคงคลัง ฯลฯ ฝ่ายบริหารจะต้องเลือกใช้หรือพัฒนาการพยากรณ์ชนิดต่าง ๆ เหล่านี้ให้เป็นประโยชน์มากที่สุดแก่ตัวเองในการวางแผนและควบคุมการดำเนินงานของเขา

การพยากรณ์ความต้องการ (Forecasts of demand) จัดเป็นปัจจัย (input) ที่สำคัญเป็นพิเศษต่อการตัดสินใจของฝ่ายบริหาร เพราะว่าวิธีนี้ได้ถูกจัดเป็นปัจจัย (input) ที่สำคัญต่องานด้านการควบคุมการผลิต เช่น เมื่อได้รับผลการพยากรณ์ที่เชื่อถือได้แล้ว ฝ่ายบริหารก็จะวางแผนการผลิต และวัสดุที่ใช้ ส่วนวิธีการที่จะพยากรณ์

นั้นอาจใช้ได้หลายวิธี ส่วนมากแล้วเป็นการพยากรณ์ด้านการขายและการตลาดเป็นสำคัญ

การพยากรณ์สภาพแวดล้อม (Environmental forecasts) เป็นการพยากรณ์เกี่ยวกับสภาพเศรษฐกิจ การเมือง และสังคม สิ่งที่เกี่ยวข้องกับสภาพแวดล้อมที่เห็นได้ชัดเจนก็เช่น ความต้องการควบคุมการกำจัดของเสีย จะต้องจัดการล่วงหน้าจากที่ได้พยากรณ์ไว้มากกว่าที่จะรอให้เกิดของเสียขึ้นแล้วจึงจัดการ การพยากรณ์ด้านเศรษฐกิจเป็นสิ่งมีค่า เพราะว่าเป็นการส่องให้เห็นถึงการขึ้นลงทางเศรษฐกิจในปัจจุบันและในอนาคตซึ่งจะมีผลสะเทือนต่อการวางแผนด้านการผลิตของกิจการ

การพยากรณ์เทคโนโลยี (Technological forecasts) เป็นการพยากรณ์ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาเทคโนโลยีเก่าที่มีอยู่ และการพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ วิธีนี้ได้ทวีความสำคัญมากขึ้นแก่กิจการใหญ่ ๆ เช่น คอมพิวเตอร์ ห้วงอวกาศ (จรวด) นิวเคลียและอุตสาหกรรมที่ก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีอื่น ๆ

ระยะเวลาของการพยากรณ์

การพยากรณ์จะถูกจัดแบ่งออกเป็นประเภทตามรอบระยะเวลาและการใช้ เช่น

ระยะสั้น - จาก เริ่มต้นจนถึงหนึ่งปี (ส่วนมาก ๐-๓ เดือน)

ระยะกลาง - หนึ่ง ถึง สาม ปี

ระยะยาว - ห้าปี หรือ มากกว่า

โดยทั่วไปแล้ว การพยากรณ์ระยะสั้นเป็นสิ่งนำทางแรกเริ่มของการดำเนินการในปัจจุบัน การพยากรณ์ระยะกลางและระยะยาวจัดเป็นลักษณะที่กว้าง เช่นการพยากรณ์สามถึงห้าปี อาจจะจำเป็นต่อการตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดของโรงงาน ที่ตั้งของโรงงาน และชนิดของผลิตภัณฑ์เหล่านี้ต้องการพิจารณาระยะยาวทั้งสิ้น การพยากรณ์ระยะสั้นจะมีความถูกต้องมากกว่าการพยากรณ์ระยะยาว

ปกติแล้วกิจการสามารถใช้การพยากรณ์ทั้งสามระยะเวลาพร้อมกันก็ได้ เช่น กิจการสาธารณูปโภคได้พยากรณ์กระแสไฟที่จ่ายรายชั่วโมง เพื่อที่จะได้รู้ล่วงหน้าเวลาจะติดตั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อสนองความต้องการใช้พลังไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละวัน นอกจากนั้น

เขายังต้องวางแผนล่วงหน้า ๑๐ ถึง ๒๐ ปี เกี่ยวกับขนาดของโรงงาน เพราะว่าต้องกินเวลาหลายปีในการออกแบบและสร้างโรงงานใหม่

<u>วิธีการพยากรณ์</u>

องค์การบางแห่งอ้างว่าไม่เคยทำการพยากรณ์เลย บางแห่งก็ดูถูกวิธีการพยากรณ์ต่าง ๆ บริษัทที่ไม่เคยเอาใจใส่ต่อการพยากรณ์นั้นจะเหมาเอาว่าสิ่งที่ได้เกิดขึ้นในอดีตจะยังคงเกิดขึ้นในอนาคตอีก นี่ก็ยังคงจัดเป็นหลักการที่มีเหตุผล แต่ก็ควรจะได้รับการปรับปรุงในการที่จะคาดการเหตุการที่เกิดขึ้นในอนาคตอันจะทำให้ได้รับความแน่นอนค่อนข้างสูง

ความซับซ้อนของวิธีการพยากรณ์นั้นก็เพื่อที่จะให้เหตุการในอนาคตได้รับการประเมินค่าอย่างมีหลักการตามความเป็นจริง การใช้ความนึกคิดเอาเองบ่อยครั้งก็ใช้ได้ แต่ก็มีเหตุผลและความถูกต้องน้อยลง เมื่อปริมาณความไม่แน่นอนเกี่ยวกับเหตุการในอนาคตเพิ่มขึ้น ห้างร้านก็มักจะไว้วางใจต่อหลักการและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวพันกับปัจจุบัน เมื่อหลักการเหล่านี้มาจากการวิเคราะห์ข้อมูล วิธีการจึงให้ความเป็นจริงมากขึ้นแต่ก็ทวีความยุ่งยากซับซ้อนมากขึ้น เช่นกัน

อย่างไรก็ตามความซับซ้อนไม่ได้เป็นเครื่องรับประกันความถูกต้องและก็ไม่มีการพยากรณ์ใดที่สามารถจะรับประกันความถูกต้องได้ ๑๐๐% ไม่มีเทคนิคการพยากรณ์ใดที่เชื่อถือได้ครบถ้วน ถึงแม้ว่าเทคนิคทางสถิติที่รู้จักกันดีจะสมมติว่าอนาคตจะเหมือนกับอดีต การสมมุติเช่นนี้ก็ไม่ได้เป็นประโยชน์เสมอไป เพราะว่าบางบริษัทได้ใช้ความพยายามอย่างมากในการพัฒนาการผลิตและระบบการบริหารสินค้าคงคลัง ทำให้ได้ผลผลิตสูงขึ้นในอนาคต ฉนั้นอนาคตจึงไม่เหมือนกับอดีต

เทคนิคการพยากรณ์บางอย่างเหมาะสมมากที่สุดแก่ระยะยาว หรือแก่การพยากรณ์ผลิตภัณฑ์ชนิดใหม่ในขณะที่บางอย่างก็เหมาะสมสำหรับการผลิตและการควบคุมสินค้าคงคลัง แทนที่จะใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่ง เทคนิคหลายแบบอาจถูกใช้ร่วมกัน วิธีแสดงความคิดเห็น (opinion methods) ถึงแม้ว่าจะเป็นความคิดเห็นก็จริง แต่ก็ใช้กันอย่าง

กว้างขวางโดยเฉพาะในห้างร้านเล็ก ๆ วิธีการนั้นก็อาศัยความคิดเห็นส่วนตัว จินตนาการ หรือบางทีก็ ใช้การคาดคะเนเอง ต้นทุนจึงต่ำแต่ความถูกต้องก็ต่ำตามไปด้วย ส่วนวิธีการตัดสินใจ (Judgmental methods) เป็นการปรับปรุงวิธีการพยากรณ์ให้ดีขึ้นกว่าวิธีแสดงความคิดเห็นในส่วนที่ว่าการตัดสินใจนั้นขึ้นอยู่กับประสพการณ์ในอดีต และเห็นพ้องต้องกันกับผู้อื่นด้วย หรือบางทีความรู้เกี่ยวกับอดีตย่อมคล้ายคลึงกับสถานการปัจจุบัน จึงเป็นวิธีการที่ประหยัดมากที่สุดและเป็นไปได้สำหรับระยะยาวและสภานการด้านการตลาดของผลิตภัณฑ์ใหม่

วิธีอนุกรมเวลา (Time series methods) ซึ่งจะมุ่งไปที่การแสดงแนวโน้มและผลตามฤดูกาล ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่เก็บมาจึงมีความถูกต้องมากกว่าวิธีแสดงความคิดเห็น แต่กระนั้นวิธีนี้ก็เกี่ยวข้องกับเวลา อาศัยสมมุติฐานที่ว่าอนาคตขึ้นอยู่กับอดีตและก็จะยังคงดำเนินต่อไป ส่วนวิธีปรับค่าให้เรียบโดยเลขชี้กำลัง (Expomemtial smoothing methods) ก็จัดอยู่ในประเภทเดียวกันเพราะว่าอยู่บนพื้นฐานของแนวโน้ม วิธีนี้พร้อมที่จะปรับตัวให้เข้ากับเหตุการปัจจุบัน จึงเป็นที่นิยมกันมากในการนำไปใช้กับการควบคุมการผลิตและสินค้าคงคลังในระหว่าง ๑๐ ปีที่ผ่านมา

วิธีความสัมพันธ์และเส้นถัวเฉลี่ย (Regression and correlation methods) เป็นการพยากรณ์ตัวแปรค่าหนึ่งจากตัวแปรค่าอื่นที่กำหนดให้ จัดเป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ตัวแปรอิสระ ๑ ตัวหรือมากกว่ากำหนดตัวแปรที่ต้องการรู้ค่า

ลักษณะของความต้องการ (Characteristics of Demand)

ตัวแปรค่าที่สุ่มตัวอย่างมาจริง ๆ นั้น เป็นตัวแปรค่าที่ไม่อยู่ภายใต้การควบคุม ตัวแปรค่าส่วนมากได้จากสุ่มตัวอย่าง แต่ก็มีอีกบางส่วนที่อยู่ภายใต้การควบคุม เช่น ยอดขายเป็นฟังก์ชั่นของตัวแปรค่าที่ควบคุมได้ (ค่าโฆษณา ระดับสินค้าคงคลัง) และของตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้ (การแข่งขัน ต้นทุนวัตถุดิบ) ห้างร้าน เอกชนดำเนินงานภายใต้สมมุติฐานที่ว่า การบริหารตัวแปรค่าที่ควบคุมได้อย่างฉลาดจะทำให้ประสบความสำเร็จในการดำเนินการถึงแม้ว่าตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้ จะเป็นอุปสรรคอยู่บ้างก็ตาม ตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้

นี้อาจให้ผลในทางตรงข้าม เป็นบางครั้งบางคราว แต่เนื่องจากเป็นกิจการที่ดำเนินต่อเนื่องกันไป บริษัทก็พยายามที่จะต่อสู้เพื่อความคงอยู่และความเจริญรุ่งเรือง จวบจนบรรลุวัตถุประสงค์ในระยะยาว

ไม่มีเทคนิคการพยากรณ์ใดที่หวังว่าจะสามารถพยากรณ์ค่าของตัวประกอบที่เกิดขึ้นบางครั้งบางคราวของตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้ สิ่งที่วิธีการพยากรณ์ต้องการทำก็คือการไม่พยากรณ์ตัวประกอบที่เกิดขึ้นบางครั้งบางคราว แต่มุ่งการพยากรณ์แรกเริ่มไปที่แนวโน้มที่เกิดเป็นประจำและความสัมพันธ์ที่ข้อมูลมีอยู่ ดังนั้นเราจะพบว่า อนุกรมเวลา เส้นถัวเฉลี่ยและการปรับค่าให้ราบเรียบโดยเลขชี้กำลังต่างก็มีพื้นฐานแรกเริ่มอยู่ที่ความสัมพันธ์ที่มีเหตุผลกับอดีต

สำหรับความต้องการที่ไม่ได้รับความกระทบกระเทือนอย่างมาก โดยตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้ เป็นสิ่งที่ง่ายต่อการพยากรณ์ เมื่อแบบการพยากรณ์ประกอบด้วยตัวแปรค่าที่ควบคุมไม่ได้ แต่สามารถที่จะระบุลงไปและแบ่งแยกได้ เหล่านี้ทำให้สะดวกต่อการพยากรณ์ในทำนองเดียวกัน ถ้าความต้องการสามารถถูกแบ่งแยกได้เป็นแนวโน้มที่รู้ชัด เช่น เป็นวงจรธุรกิจ หรือเป็นตามฤดูกาล ก็จะช่วยในการพยากรณ์ได้ดี

การพยากรณ์ผลิตภัณฑ์เป็นกลุ่มก็ได้รับประโยชน์จากการสุ่มตัวอย่าง โดยที่การพยากรณ์ผลิตภัณฑ์แต่ละชนิดอาจเกิดความผิดพลาดได้ แต่เมื่อได้นำผลิตภัณฑ์ทั้งหลายทุกชนิดมารวมกันความผิดพลาดนี้ก็จะกระจายไปสู่ทุกกลุ่ม ความต้องการของผลิตภัณฑ์ชนิดหนึ่งอาจมากกว่าที่พยากรณ์ไว้ แต่อีกชนิดหนึ่งอาจน้อยกว่า จึงทำให้ชดเชยกันไป การพยากรณ์เป็นกลุ่มจึงมีความถูกต้องกว่าพยากรณ์เป็นรายชนิด

วิธีแสดงความคิดเห็นและวิธีตัดสินใจ (Opinion and Judgmental Methods)

เป็นวิธีการพยากรณ์ที่ใช้กันมากที่สุด ประกอบด้วยการรวบรวมความคิดเห็นและการตัดสินใจของแต่ละบุคคลซึ่งคาดว่าเป็นผู้มีความรู้เกี่ยวกับการปฏิบัติงานในปัจจุบันและแผนการในอนาคตอย่างดีที่สุด พนักงานที่รู้ถึงแนวโน้มของความต้องการและรู้ถึงแผนการต่าง ๆ ของลูกค้าก็มักจะเป็นตัวแทนด้านการตลาดของบริษัทและผู้จัดการผลิตภัณฑ์สายต่าง ๆ จาก

การติดต่อเป็นประจำกับลูกค้าทำให้พนักงานขายและพนักงานด้านการตลาดได้รู้ถึงลูกค้าแต่ละคนหรือรู้ส่วนแบ่งของตลาดขายปลีก ฝ่ายบริหารแต่ละส่วนแบ่งของตลาดปกติแล้วจะรู้รายละเอียดของแนวโน้มด้านการตลาดอย่างกว้าง และละเอียดเกี่ยวกับผลิตภัณฑ์ พื้นที่ทางภูมิศาสตร์ กลุ่มของลูกค้า ฯลฯ

วิธีการตัดสินใจนี้ประกอบด้วย

(๑) การพยากรณ์โดยตัวแทนฝ่ายขาย ซึ่งจะพยากรณ์เป็นรายชนิด และพยากรณ์เป็นกลุ่มสำหรับสินค้าที่มีหลายชนิด

(๒) การพยากรณ์โดยฝ่ายบริหารขั้นสูงของผู้จัดการผลิตภัณฑ์สายต่าง ๆ

(๓) การพยากรณ์ที่ได้จากผลรวมจากการประมาณของพนักงานขายและผู้จัดการผลิตภัณฑ์สายต่าง ๆ

วิธีการตัดสินใจนี้มีประโยชน์ที่ว่าได้รวมเอาปัจจัยที่ไม่มีตัวตนและประสพการด้วยตนเองมาเป็นปัจจัยในการพยากรณ์โดยไม่ต้องใช้การคำนวนทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยาก

การปรับค่าให้เรียบโดยเลขชี้กำลัง (Exponential Smoothing)

การปรับค่าให้เรียบโดยเลขชี้กำลังเป็นเทคนิคการพยากรณ์แบบ moving-average ซึ่งถ่วงน้ำหนักของข้อมูลในอดีตด้วยเลขชี้กำลังเพื่อว่า ข้อมูลในปัจจุบันนี้จะได้ถ่วงน้ำหนักมากขึ้นในแบบ moving average

การปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลังแบบง่าย (Simple Exponential Smoothing)

ด้วยการปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลังแบบง่าย การพยากรณ์จึงประกอบไปด้วยการพยากรณ์ของงวดที่แล้วรวมด้วยส่วนแตกต่างระหว่างความต้องการจริงของงวดที่แล้วและการพยากรณ์ของงวดที่แล้ว

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(D_{t\,1} - F_{t-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ให้ F_t = การพยากรณ์งวดนี้

F_{t-1} = การพยากรณ์งวดที่แล้ว

α = ตัวคงที่ใช้ปรับค่า

D_{t-1} = ความต้องการงวดที่แล้ว

จะสังเกตุเห็นจากสมการว่าการพยากรณ์แต่ละครั้งเป็นเพียงการพยากรณ์ของงวดที่แล้วรวมกับการแก้ไขค่าของความต้องการในงวดที่แล้ว ถ้าความต้องการมากกว่าการพยากรณ์ของงวดที่แล้ว การแก้ไขค่าก็จะเป็นบวก ถ้าต่ำกว่าก็จะเป็นลบ

ตารางที่ . ขนาดของสัมประสิทธิการปรับค่า เป็น เลขชี้กำลังจากสองค่าของ α

สัมประสิทธิ	α	$\alpha(1-\alpha)$	$\alpha(1-\alpha)^2$	$\alpha(1-\alpha)^3$	$\alpha(1-\alpha)^4$
=0.1	0.1	0.09	0.081	0.0729	0.06561
=0.9	0.9	0.09	0.009	0.0009	0.00009

ตัวคงที่สำหรับปรับค่า α กำหนดขึ้นมาเพื่อที่จะบอกว่าจะต้องทำการแก้ไขมากเท่าใด ตัว α มีค่าอยู่ระหว่าง ๐ และ ๑ ใช้สำหรับการคำนวนค่าพยากรณ์ F_t ซึ่งขึ้นอยู่กับการพยากรณ์งวดที่แล้ว จาก (๑) จะได้ ค่าพยากรณ์เป็น

$$F_t = \alpha D_{t-1} + \alpha(1-\alpha)D_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 D_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^3_{Dt-4}$$
$$+ \alpha(1-\alpha)^4_{Dt-5} + \ldots\ldots + \alpha(1-\alpha)^n_{Dt-(n+1)}$$

ค่าถ่วงน้ำหนักเมื่อรวมกันแล้วจะเท่ากับ ๑ ค่าอนุกรมนี้จะขยายต่อไปอย่างไม่มีที่สิ้นสุดไปในอดีต เมื่อ α มีค่าต่ำ การถ่วงน้ำหนักจะมีมากขึ้นต่อข้อมูลในอดีต และเมื่อ α มีค่าสูง การถ่วงน้ำหนักจะมีมากแก่ข้อมูลในปัจจุบัน ให้ดูจากตารางที่ ๑ เมื่อ α = .9 ค่าพยากรณ์จะเท่ากับ ๙๙.๙๙ เปอร์เซนต์ หาได้จากการรวมดีมานด์ล่าสุด ๔ ตัว แต่เมื่อ α = ๐.๑ จะได้ค่าพยากรณ์ ๓๔.๓๙% ซึ่งได้จากการรวมดีมานด์ล่าสุด ๔ ตัว

ถ้า α มีค่าสูงเท่ากับ ๑ การพยากรณ์แต่ละครั้งก็จะเท่ากับค่าดีมานด์ปัจจุบัน ดังนั้น α โดยทั่วไปแล้วจะมีค่าอยู่ระหว่าง ๐.๐๐๕ ถึง ๐.๓๐

ตัวอย่างที่ ๑

กิจการแห่งหนึ่งใช้การพยากรณ์ดีมานด์ด้วยวิธี simple exponential smoothing มีค่า α = ๐.๑ การพยากรณ์สำหรับสัปดาห์แรกของเดือนกุมภาพันธ์ วันที่ ๑ เป็น ๑,๐๐๐ หน่วย ขณะที่ดีมานด์จริงเป็น ๙๐๐ หน่วย

(ก) จงพยากรณ์ดีมานด์สำหรับอาทิตย์ที่สองของเดือน กุมภาพันธ์ วันที่ ๘

(ข) สมมุติว่าดีมานด์จริงในระหว่างสัปดาห์ที่สองของวันที่ ๘ กุมภาพันธ์เป็น ๑,๐๐๐ หน่วย จงพยากรณ์ดีมานด์สำหรับอาทิตย์ที่สามของเดือนกุมภาพันธ์ วันที่ ๑๕ และให้ดำเนินการพยากรณ์ต่อไปจนถึงวันที่ ๑๕ มีนาคม สมมุติว่าดีมานด์ตามลำดับเกิดขึ้นจริง เป็น ๑,๐๓๒, ๙๗๖, ๙๓๔, ๑,๑๐๘ และ ๑,๐๒๐ หน่วย

วิธีทำ

(ก) $F_t = F_{t-1} + \alpha (D_{t-1} - F_{t-1})$

$= 1,000 + .1 (900-1,000)$

$=$ 990 หน่วย

(ข)

สัปดาห์	ดีมานด์ D_{t-1}	การพยากรณ์ครั้งก่อน F_{t-1}	ความผิดพลาดในการพยากรณ์ $(D_{t-1}-F_{t-1})$	การแก้ไข $\alpha (D_{t-1}-F_{t-1})$	การพยากรณ์ครั้งใหม่ $F_{t-1}+\alpha(D_{t-1}-F_{t-1})$
๑ กุมภาพันธ์	๙๐๐	๑,๐๐๐	-๑๐๐	-๑๐	๙๙๐
๘ "	๑,๐๑๐	๙๙๐	๒๐	b	๙๙๒
๑๕ "	๑,๐๓๒	๙๙๒	๔๐	๔	๙๙๖
๒๒ "	๙๗๖	๙๙๖	-๒๐	-๒	๙๙๔
๑ มีนาคม	๙๓๔	๙๙๔	-๖๐	-๖	๙๘๘
๘ "	๑,๑๐๘	๙๘๘	๑๒๐	๑๒	๑,๐๐๐
๑๕ "	๑,๐๒๐	๑,๐๐๐	๒๐	๒	๑,๐๐๒

ตอบ

การเลือกตัวคงที่ที่ใช้ปรับค่า

กิจการบางแห่งอยู่ในวงอุตสาหกรรมหรือผลิตสินค้าตามแฟชั่น ซึ่งต้องสนองตอบดีมานด์ในทันที แต่บางแห่งก็อยู่ในสภาวะที่มีดีมานด์คงที่ ค่าที่น่าพอใจของ α หาได้โดยการทดลอง (trial-and-error testing) ตัวคงที่ที่ใช้ปรับค่าต่าง ๆ เพื่อที่จะหาตัวที่เหมาะสมที่สุดกับข้อมูลในอดีต นักวิเคราะห์บางคนก็ให้การยืนยันว่าควรจะเริ่มจาก α = ๐.๒ หรือ ๐.๓ และก็ดูผลการพยากรณ์เป็นเวลา ๒-๓ เดือน บางคนก็แนะนำให้เลือกค่า α ที่ใกล้เคียงกับช่วงของ moving average

$$\alpha = \frac{2}{n+1}$$

เช่น ถ้าค่า *moving* average เป็น ๗ ปี จะได้ $\alpha = 0.25$

การปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลังแบบปรับปรุง (Adjusted Exponential Smoothing)

การปรับค่าด้วยเลขชี้กำลังแบบง่าย (simple) นั้นมีความยืดหยุ่นมาก เพราะว่าผลของการปรับค่านั้นจะทำให้เพิ่มขึ้นหรือลดลงได้โดยง่ายโดยการเพิ่มหรือลดค่า α ดังนั้นสำหรับแนวโน้มที่กำลังเพิ่มขึ้นการพยากรณ์จะต่ำและสำหรับแนวโน้มที่กำลังลดลงการพยากรณ์จะสูงขึ้น การพยากรณ์ด้วยการปรับค่าให้เรียบโดยเลขชี้กำลังแบบง่ายอาจจะทำให้เป็นแบบปรับปรุง $(F_t)_{adj}$ ก็ได้ โดยการบวกปัจจัยที่ใช้แก้ไขแนวโน้มเข้าไปในค่าการพยากรณ์ (F_t)

$$(F_t)_{adj} = F_t + \frac{1-\beta}{\beta} T_t$$

$(F_t)_{adj}$ = การพยากรณ์ที่ปรับปรุงค่าในแนวโน้ม

F_t = การพยากรณ์ปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลังแบบง่าย

β = ตัวคงที่ใช้ปรับค่าให้เรียบสำหรับแนวโน้ม

T_t = ปัจจัยที่ปรับค่าแนวโน้มให้เรียบ

ปัจจัยที่ปรับค่าแนวโน้มจะคำนวนได้โดยหาผลต่างของการพยากรณ์ค่าปัจจุบันและค่าถัดไปในอดีต นำมาปรับค่าแล้วบวกด้วยปัจจัยที่ใช้ปรับค่าของงวดที่แล้วซึ่งได้ปรับค่าแล้ว

$$T_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}$$

T_{t-1} = ปัจจัยที่ปรับค่าแนวโน้มงวดที่แล้ว

<u>ตัวอย่างที่ ๒</u> เป็นโจทย์ที่พัฒนาจากตัวอย่างที่ ๑ มีการนำเอาปัจจัยที่ใช้ปรับค่าแนวโน้มมารวมคำนวนด้วย โดยสมมุติว่าปัจจัยที่ใช้ปรับค่าในแนวโน้มเริ่มแรกเป็นศูนย์ ($T_{t-1} = 0$)

วิธีทำ

สัปดาห์	D_{t-1}	F_{t-1}	F_t
1 ก.พ.	900	1,000	990
8 "	1,010	990	992
15 "	1,032	992	996
22 "	976	996	994
1 มี.ค.	934	994	988
8 "	1,108	988	1,000
15 "	1,020	1,000	1,002

สัปดาห์๑/๒ $T_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}$

$= 0.1(990-1,000)+(1-0.1)(0) = -1.0$

$$(F_t)_{adj} = F_t + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) T_t$$

$$= 990 + \left(\frac{1-0.1}{0.1}\right)(-1) = 981$$

ค่าพยากรณ์ที่ได้ปรับปรุงแล้วของสัปดาห์ที่ ๑/๒ = ๙๘๑

สัปดาห์ที่๘/๒ $T_t = .1(992-990)+(0.9)(-1.0) = -.7$

$$(F_t)_{adj} = F_t + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) T_t$$

$$= 992 + \left(\frac{1-0.1}{0.1}\right)(-.7) = 985.7$$

สัปดาห์ที่	(๑) แนวโน้มใหม่ $\beta\ (F_t - F_{t-1})$	(๒) แนวโน้มก่อน $(1-\beta)T_{t-1}$	(๓) ปัจจัยแนวโน้ม $T_t = (1) + (2)$	(๔) ตัวปรับค่า $\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)T_t$	(๕) การพยากรณ์ $F_t + \frac{1-\beta}{\beta}T_t$
1 ก.พ.	-1.0	0	-1.0	-9	981
8 "	0.2	-0.9	-0.7	-6.3	985.7
15 "	0.4	-0.64	-0.24	-2.16	993.84
22 "	-0.2	-0.22	-0.42	-3.78	990.22
1 มี.ค.	-0.6	-0.38	-0.98	-8.82	979.18
8 "	1.2	-0.88	0.32	2.88	1002.88
15 "					

ตอบ

ตัวอย่างที่ ๓ โรงงานผลิตรองเท้าแห่งหนึ่ง ใช้การพยากรณ์แบบ exponential smoothing มีค่า $\alpha = 0.1$ ได้พยากรณ์แนวโน้ม (trend forecast) ของเดือนมกราคม สำหรับรองเท้าสุภาพสตรีว่ามีจำนวน ๘๐๐ หน่วย สินค้าชนิดนี้มีดรรชนีตามฤดูกาล เป็น ๐.๘๐ ๐.๙๐ และ ๑.๒๐ ตามลำดับ สำหรับสามเดือนแรกของปี สมมุติว่ายอดขายจริงในเดือนมกราคมเป็น ๖๘๘ หน่วย และเดือนกุมภาพันธ์ เป็น ๘๒๘ หน่วย จงพยากรณ์ยอดขายในเดือนมีนาคมที่ได้ปรับปรุงแล้วตามฤดูกาล

วิธีทำ นำยอดขายจริงของเดือนมกราคมมาขจัดค่าตามฤดูกาลออกไป จะได้ดังนี้

ยอดขายจริงเดือนมกราคม = $\frac{๖๘๘}{๐.๘๐}$ = ๘๖๐ หน่วย

พยากรณ์ยอดขายของเดือนกุมภาพันธ์ที่ไม่ค่าดรรชนีตามฤดูกาล

$$F_t = F_{t-1} + \alpha\,(D_{t-1} - F_{t-1})$$

$$= 800 + 0.1\ (860 - 800)$$

806 หน่วย

พยากรณ์ยอดขายของเดือนกุมภาพันธ์ที่ได้ใช้ดรรชนีตามฤดูกาลปรับค่าแล้ว

$(F_t)_{.adj}$ = 806(0.90) = 725.4 หน่วย

ยอดขายจริงของเดือนกุมภาพันธ์ที่ขจัดค่าตามฤดูกาลออกไปแล้ว

ยอดขายจริงเดือน กุมภาพันธ์ = $\frac{๘๒๘}{๐.๙}$ = ๙๒๐ หน่วย

พยากรณ์ยอดขายของเดือน มีนาคมที่ไม่รวมค่าดรรชนีตามฤดูกาล

F_t = 806+0.1 (920-806) = 817.4 หน่วย

พยากรณ์ยอดขายของเดือน มีนาคม ที่ได้ใช้ดรรชนีตามฤดูกาลปรับค่าแล้ว

$(F_t)_{ม.adj}$ = 817.4 (1.20) = 980.88 หน่วย

= 981 หน่วย <u>ตอบ</u>

<u>ตัวอย่างที่ ๔</u> โรงงานผลิตอาหารแห่งหนึ่งใช้การพยากรณ์แบบปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลัง (มี α = .๑๑) เพื่อพยากรณ์ดีมานด์ของเดือนถัดไป ดีมานด์จริงในอดีตเป็นหน่วยและพยากรณ์ด้วยเลขชี้กำลังแบบง่ายจนถึงเดือนที่ ๒๑ แสดงในตารางดังต่อไปนี้

เดือน	ดีมานด์จริง	พยากรณ์เก่า
13	210	200.00
14	212	201.00
15	220	202.00
16	220	203.90
17	228	204.92
18	242	207.22
19	260	210.70
20	256	215.64
21	274	219.68
22		

(n) ให้ใช้วิธีปรับค่าให้เรียบด้วย เลขชี้กำลังพยากรณ์ดีมานด์ของ เดือนที่ bb

(ข) สมมุติว่ากิจการนี้ประสงค์จะใช้ปัจจัยการปรับปรุงแนวโน้ม (Trend-adjustment factor) ซึ่งมี β = ๐.๖๐ ถ้าสมมุติว่าปัจจัยปรับปรุงแนวโน้มตอนเริ่มแรกเป็นศูนย์ ($T_t = 0$) ในเดือนที่ ๒๐ จงหาค่าของ $(F_t)_{adj}$ ของเดือนที่ ๒๒

วิธีทำ (ก) $F_t = F_{t-1} + \alpha (D_{t-1} - F_{t-1})$

$= 219.68 + 0.1 (274-219.68)$

$= 225.112$

(ข) การพยากรณ์ของเดือนที่ ๒๑

$$(F_t)\ adj = F_t + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) T_t$$

$$T_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}$$

$$= 0.6 (219.68-215.64) + (1-0.6)\ 0$$

$$= 2.424$$

$$(F_t)_{adj} = 219.68 + \left(\frac{1-0.6}{0.6}\right)(2.424)$$

$$= 221.296$$

การพยากรณ์สำหรับเดือนที่ ๒๒

$$T_t = \beta (F_t - F_{t-1})\ t\ (1-\beta)\ T_{t-1}$$

$$= 0.6(225.112 - 219.68) + (1-0.6)\ (2.424)$$

$$= 4.23$$

$$(F_t)\ adj = F_t + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) T_t$$

$$= 225.112 + \left(\frac{1-0.6}{0.6}\right) (4.23)$$

= 227.93 หน่วย **ตอบ**

การควบคุมการพยากรณ์ด้วยวิธีปรับค่าให้เรียบด้วยเลขชี้กำลัง

(Controls for Exponential Smoothing Forecasts)

ระบบการควบคุมหลายอย่างได้รับการพัฒนา เพื่อใช้กับการพยากรณ์แบบ Exponential Smoothing ระบบที่ใช้กันทั่วไปและตรงไปตรงมามากที่สุดเป็นการควบคุมระบบเดียวกับที่ใช้ใน moving average forecasts อย่างไรก็ตามความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์จะถูกวัดออกมาในรูปของส่วนเบี่ยงเบนสัมบูรณ์เฉลี่ย (mean absolute deviation - MAD) มากกว่าในรูปของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน, MAD เป็นเพียงการวัดส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของค่าจริงจากค่าพยากรณ์ แต่ง่ายกว่าการคำนวนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{MAD} = \frac{\sum |\text{ค่าจริง} - \text{ค่าพยากรณ์}|}{n}$$

ให้ n เป็นจำนวนงวด

ถ้าเอาค่า MADไปหารส่วนเบี่ยงเบนสะสมจะได้ค่าสัญญาณบอกทาง (Tracking signal)

$$\text{สัญญาณบอกทาง} = \frac{\text{ส่วนเบี่ยงเบนสะสม}}{\text{MAD}}$$

สัญญาณบอกทางจะบอกให้ทราบว่าการพยากรณ์ค่าจริงนั้นดีเพียงไร เช่น ถ้าส่วนเบี่ยงเบนสะสมเป็น ๑,๘๐๐ หน่วย และค่า เอม เอ ดี เป็น ๓๐๐ หน่วย ดังนั้นจะได้ค่าสัญญาณบอกทางเป็น ๑,๘๐๐/๓๐๐ = ๖ สมมุติว่าถ้าค่าสัญญาณบอกทางในงวดต่อไปเป็น ๖.๒ และ ๖.๔ ก็แสดงว่าดีมานด์จริงมีค่าสูงกว่าค่าพยากรณ์ แต่ถ้าค่าสัญญาณบอกทางเป็นลบ ก็แสดงว่าดีมานด์จริงมีค่าน้อยกว่าค่าการพยากรณ์

ตัวอย่าง สมมุติว่าค่าดีมานด์จริงและค่าการพยากรณ์เกี่ยวกับยาของโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง แสดงในตารางข้างล่างนี้ จงคำนวนสัญญาณบอกทาง

เดือน	ดีมานด์จริง	ค่าพยากรณ์	ส่วนเบี่ยงเบน	ส่วนเบี่ยงเบนสะสม
๑๗	๖๑	๖๘	-๗	-๗
๑๘	๗๐	๖๕	๕	-๒

เดือน	ดีมานด์จริง	ค่าพยากรณ์	ส่วนเบี่ยงเบน	ส่วนเบี่ยงเบนสะสม
๑๙	๙๑	๗๓	๑๘	๑๖
๒๐	๗๔	๗๔	๐	๑๖
๒๑	๕๐	๗๘	-๒๘	-๑๒
๒๒	b m	๗๕	-๑๒	-๒๔

วิธีทำ

$$MAD = \frac{\sum |\text{ดีมานด์จริง} - \text{ค่าพยากรณ์}|}{n}$$

$$= \frac{7+5+18+0+28+12}{6}$$

$$= 11.7$$

$$\text{สัญญาณบอกทาง} = \frac{\text{ส่วนเบี่ยงเบนสะสม}}{MAD} = \frac{-24}{11.7} = -2.05$$

$$= |2.05|$$

ตอบ

การพยากรณ์โดยใช้เส้นถัวเฉลี่ย (Regression)

การวิเคราะห์เส้นถัวเฉลี่ยก็คือวิธีการประมาณค่าตัวแปรค่าตัวหนึ่งจากตัวแปรค่าอื่น ๆ ที่รู้ค่า

เส้นถัวเฉลี่ยนี้มีหลายชนิด แบ่งออกเป็นหมวดใหญ่ ๆ ได้ ๒ หมวด คือ เส้นถัวเฉลี่ยที่เป็นเส้นตรง และเส้นถัวเฉลี่ยที่เป็นเส้นโค้ง เส้นถัวเฉลี่ยที่เป็นเส้นตรงยังแบ่งออกได้เป็น ๒ ชนิด คือ เส้นถัวเฉลี่ยในทิศทางตรงชั้นเดียว (Simple Linear Regression) และเส้นถัวเฉลี่ยในทิศทางตรงหลายชั้น (Multiple Linear Regression) ส่วนเส้นถัวเฉลี่ยในทิศทางโค้งนั้นมีหลายชนิดขึ้นอยู่กับชนิดของเส้นโค้งนั้น ๆ เช่น พาราโบลา ไฮเปอร์โบลา ฯลฯ

เส้นถัวเฉลี่ยในทิศทางตรงชั้นเดียว

คำว่าทิศทางตรงหรือเส้นตรงนั้นหมายถึงสมการที่มีรูปเป็นเส้นตรง ซึ่งสร้าง

ขึ้นมาจากข้อมูล (X_i, Y_i) ให้ $i = 1,2...,n,$ จะต้องสร้างเส้นถัวเฉลี่ยขึ้นมาเพื่อให้เป็นตัวแทนของข้อมูลเหล่านี้ ขั้นแรกจะต้องสมมุติว่ามีความสัมพันธ์ในแนวเส้นตรงระหว่างตัวแปรอิสระ X (Independent Variable X) และตัวแปรตาม Y (dependent Variable Y) เส้นตรงขั้นเดียวนั้นจะแทนด้วยสมการ $Y_i = \beta_o + \beta_1 Xi$ นั่นก็คือแต่ละค่าของ Y คือ Y_i จะมีค่าเป็นตัว $\beta_o + \beta_1 Xi$ แต่เมื่อเขียนเป็นสมการเส้นถัวเฉลี่ยออกมาแล้วจะได้เป็น $\bar{Y}_x = \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 X_i$ แต่เส้นถัวเฉลี่ยที่ได้จากการสร้างขึ้นมานี้ย่อมมีความคลาดเคลื่อนไม่มากก็น้อย ความคลาดเคลื่อนนี้ให้แทนด้วย ϵ ฉะนั้นสมการของเส้นถัวเฉลี่ยจะเป็นดังนี้

$$\bar{Y}_x = \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 X_i + \epsilon$$

<u>การหาสมการของเส้นถัวเฉลี่ยโดยใช้วิธียกกำลังสองที่น้อยที่สุด</u>

$$\text{MIN } \Sigma(Y_i - \bar{Y}_x)^2$$

ให้ $f(\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_1) = \Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i)^2$

$$\frac{\partial f(\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_1)}{\partial \beta_o} = -2\Sigma(Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i) = 0 \quad \ldots (1)$$

$$\frac{\partial f(\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_1)}{\partial \beta_1} = -2\Sigma(Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i)(X_i) = 0 \quad \ldots (2)$$

<u>แก้สมการข้างบนนี้จะได้สมการดังต่อไปนี้</u>

$$\Sigma Y_i = \hat{\beta}_o n + \hat{\beta}_1 \Sigma x_i \ldots (3)$$

$$\Sigma X_i Y_i = \hat{\beta}_o \Sigma x_i + \hat{\beta}_1 \Sigma x_i^2 \ldots (4)$$

<u>การทดสอบเพื่อแสดงให้เห็นว่าค่าของสมการที่ได้นี้เป็นค่าต่ำสุด</u>

จาก (•) $$\frac{\partial^2 f(\hat{\beta}_o, \hat{\beta}_1)}{\partial \hat{\beta}_o^2} = +2n$$

จาก (b) $$\frac{d^2 f(\hat{\beta}_o,\hat{\beta}_1)}{d \hat{\beta}_1^2} = +2\Sigma x_i^2$$

แก้สมการ (๓) และ (๔)

เพราะว่า $$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Yi}{n}$$

จาก (๓) $\hat{\beta}_o = \bar{Y} - \hat{\beta}_1\bar{X}$

จาก (๔) กำหนดให้ $x_i = (X_i - \bar{X})$ และ $y_i = (Y_i - \bar{Y})$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$$

หรือ

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_iY_i - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} X_i}$$

ตัวอย่าง บริษัทรุ่งเรืองก่อสร้าง เป็นเอเย่นใหญ่ในการจำหน่ายส่งเหล็กเส้นที่ใช้ในก่อสร้าง ผู้จัดการบริษัทได้พบว่าถ้ามีการอนุญาตให้ก่อสร้างมาก ยอดขายของเหล็กเส้นก็จะสูง แต่ถ้ามีการอนุญาตน้อยก็จะมีผลในทางตรงข้าม เขาได้เก็บรวบรวมข้อมูลดังที่แสดงในตารางข้างล่างนี้

การอนุญาตให้ก่อสร้าง	ยอดขายเหล็กเส้นรายเดือน (ล้านบาท)
๑๔	๖
๙	๔

๔๐	๑๖
๒๐	๖
๒๕	๑๓
๒๕	๙
๑๕	๑๐
๓๕	๑๖

จงพยากรณ์ยอดขายเหล็กเส้น ถ้าในปีงบประมาณหน้า รัฐมีโครงการที่จะจำกัดการอนุญาตให้ก่อสร้างให้เหลือเพียง ๓๐ ราย

วิธีทำ	Xi	Yi	xi-ii	$Yi-\bar{Y}$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-i)\ (Yi-\bar{Y})$
	15	6	-8	-4	64	32
	9	4	-14	-6	196	84
	40	16	17	6	289	102
	20	6	-3	-4	9	12
	25	13	2	3	4	6
	25	9	2	-1	4	-2
	15	10	-8	0	64	0
	35	16	12	6	144	72
	184	80			774	306

$$\bar{X} = \frac{184}{8} = 23$$

$$\bar{Y} = \frac{80}{8} = 10$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi-\bar{X})\ (Yi-\bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n} (Xi-\bar{X})^2}$$

$$= \frac{306}{774} = .395$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$= 10 - (.395)\ (23)$$

$$= .91$$

ให้ $X = 30$

จะได้ $\bar{Y}_x = .91 + (.395)\ (30)$

$$= 12.76 \cong 13$$ Ans

<u>หรืออีกวิธีหนึ่ง</u>

วิธีทำ

Xi	Yi	$XiYi$	Xi^2
15	6	90	225
9	4	36	81
40	16	640	1,600
20	6	120	400
25	13	325	625
25	9	225	625
15	10	150	225
35	16	560	1,225
184	80	2,146	5,006

$$\bar{X} = \frac{184}{8} = 23$$

$$\bar{Y} = \frac{80}{8} = 10$$

จาก $$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} XiYi - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} Yi}{\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} Xi}$$

$$= \frac{2,146 - 23\,(80)}{5006 - 23(184)}$$

$$= \frac{306}{774} = .395$$

$$\hat{\beta}_o = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$= 10 - (.395)\,(23)$$

$$= .91$$

ให้ $x = 30$

จะได้ $\bar{Y}_x = .91 + (.395)\,(30)$

$= 12.76 = 13$ ล้านบาท **Ans**

<u>การคลาด เคลื่อนในการประมาณค่า</u> (The Standard **Emor** of Estimate)

ความคลาด เคลื่อนในการประมาณค่า เป็นการวัดค่าการกระจายของข้อมูล Y_i รอบเส้น $\bar{Y}_x$ ที่ประมาณขึ้น

$$9_{y,x} = \sqrt{\frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y}_x)^2}{n-2}}$$

ค่า $S^2_{y,x}$ สามารถกระจายค่าได้ดังต่อไปนี้

$$\Sigma(Y_i-\bar{Y}_x)^2 = \Sigma\left[Y_i - (\hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 X_i)\right]^2$$

$$= \Sigma\left[(Y_i - \bar{Y}) - \hat{\beta}_1(X_i - \bar{X})\right]^2$$

$$= \Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 - 2\hat{\beta}_1\Sigma(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y}) + \hat{\beta}_1^2\Sigma(X_i-\bar{X})^2$$

$$= \Sigma(Y_i-\bar{Y})^2 - 2\hat{\beta}_1\Sigma(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y}) + \hat{\beta}_1\Sigma(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})$$

$$= \Sigma(Y_i-\bar{Y})^2 - \hat{\beta}_1\Sigma(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})$$

$$= \Sigma Y_i^2 - n\bar{Y}^2 - \hat{\beta}_1\left[\Sigma X_iY_i - n\bar{X}\bar{Y}\right]$$

$$= \Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_1\Sigma X_iY_i - n\bar{Y}(\bar{Y} - \hat{\beta}_1\bar{X})$$

$$= \Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_1\Sigma X_iY_i - n\bar{Y}(\hat{\beta}_o)$$

$$= \Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_1 \Sigma X_i Y_i - n \left(\frac{\Sigma Y_i}{n} \right) \hat{\beta}_o$$
$$= \Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_o \Sigma Y_i - \hat{\beta}_1 \Sigma X_i Y_i$$

<u>หมายเหตุ</u>

$$\Sigma (Y_i - \bar{Y})^2 = \Sigma Y_i^2 - 2 \Sigma Y_i \bar{Y} + \Sigma \bar{Y}^2$$
$$= \Sigma Y_i^2 - 2 n\bar{Y}\bar{Y} + n\bar{Y}^2$$
$$= \Sigma Y_i^2 - n\bar{Y}^2$$
$$\bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = \hat{\beta}_o$$
$$\Sigma (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \Sigma (X_i Y_i - X_i \bar{Y} - \bar{X} Y_i + \bar{X}\bar{Y})$$
$$= \Sigma X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} - \bar{X} n \bar{Y} + n\bar{X}\bar{Y}$$
$$= \Sigma X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}$$
$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}$$
$$\hat{\beta}_1 \Sigma (X_i - \bar{X})^2 = \Sigma (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$
$$\hat{\beta}_1^2 (X_i - \bar{X})^2 = \hat{\beta}_1 \Sigma (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

<u>ตัวอย่าง</u> จากตัวอย่างข้างต้นเรื่องการจำหน่ายเหล็กเส้น จงหาความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า

$$S_{y,x} = \sqrt{\frac{\Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_o \Sigma Y_i - \hat{\beta}_1 \Sigma X_i Y_i}{n - 2}}$$
$$= \sqrt{\frac{950 - (0.91)(80) - (0.395)(2,146)}{8 - 2}}$$
$$= \pm 2.2 \text{ ล้านบาท}$$
<u>Ans</u>

<u>การประมาณช่วงความเชื่อมั่น</u> (Interval Estimates)

ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนน้อย n<๒๐ (บางแห่งก็ยอมให้ n < ๑๐๐) ควรใช้การกระจายค่าแบบ Student 's t - Distribution แต่ถ้าข้อมูลมีจำนวนมากก็ให้ใช้การกระจายค่าแบบ Standard Normal Probability Distribution

จากตัวอย่างข้างต้นนี้จะหาช่วงความเชื่อมั่นได้จาก

$$\bar{Y}_x \pm t\,(S_{y,x})$$

ถ้า confident interval เป็น ๙๕% จะได้ค่า t = 2.447

$$12.76 \pm (2.447)\ 12.2)$$

$$= 12.76 \pm 5.3034$$

$$= 7,3766 - 18,1434$$ **Ans**

การวิเคราะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและเส้นถัวเฉลี่ย (The Caefficient of Determination)

เป็นการวัดถึงความสัมพันธ์ระหว่างเส้นถัวเฉลี่ยและจุดกึ่งกลางเลขคณิตของ Y และตัวแปรตามรอบจุดกึ่งกลางเลขคณิตของ Y ผลลัพธ์ที่ได้จะบอกให้รู้ถึงการกระจายของตัวแปรตามรอบเส้นถัวเฉลี่ย

$$r^2 = \frac{\Sigma(\bar{Y}_x - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$= 1 - \frac{\Sigma Y^2 - \hat{\beta}_o \Sigma Y - \hat{\beta}_1 \Sigma XY}{\Sigma Y_i^2 - \bar{Y}\Sigma Y_i}$$

$$= \frac{\hat{\beta}_o \Sigma Y_i + \hat{\beta}_1 \Sigma X_i Y_i - n\bar{Y}^2}{\Sigma Y_i^2 - n\bar{y}^2}$$

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรค่า (Correlation Analysis)

คือการวัดถึงความสัมพันธ์ที่มีอยู่ระหว่างตัวแปรค่าทั้งสองค่าของความสัมพันธ์ชนิดนี้ใช้แทนด้วย r ซึ่งจะมีค่าอยู่ระหว่าง -๑ ถึงศูนย์ ถึง บวก ๑

$$r = \frac{\Sigma x_i y_i}{\sqrt{\Sigma x_i^2 \; y_i^2}} \qquad \left[\text{โดยกำหนดให้ } x_i = (X_i - \bar{X}) \text{ และ } y_i = (Y_i - \bar{Y})\right]$$

กระจายค่าให้ $x_i = (X_i - \bar{X})$ และ $y_i = (Y_i - \bar{Y})$ จะได้

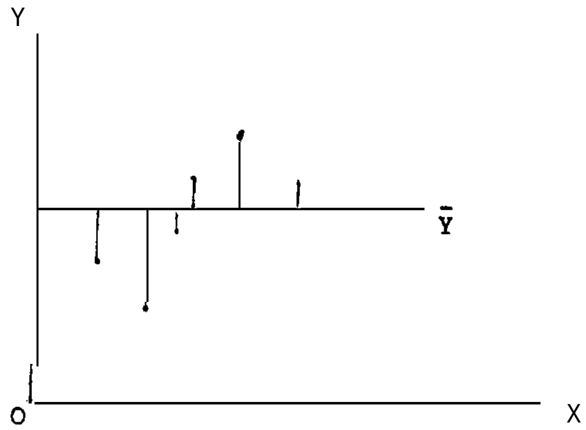
$$r = \frac{\Sigma X_i Y_i - \bar{X}\Sigma Y_i}{\sqrt{\Sigma X_i^2 - \bar{X}\Sigma X_i}\sqrt{\Sigma Y_i^2 - \bar{Y}\Sigma Y_i}}$$

$$= \frac{n\Sigma X_i Y_i - \Sigma X_i \Sigma Y_i}{\sqrt{n\Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2}\sqrt{n\Sigma Y_i^2 - (\;Y_i)^2}}$$

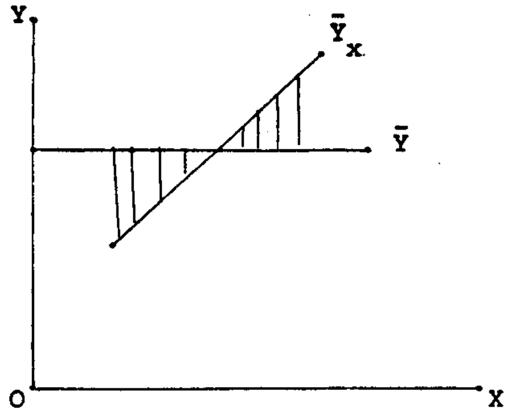
ส่วนเบี่ยงเบนที่ใช้ในการคำนวณหาค่าของ r^2 และ r มีส่วนเบี่ยนเบนอยู่ ๓ ชนิด ดังต่อไปนี้

(๑) ส่วน เบี่ยน เบนรวม

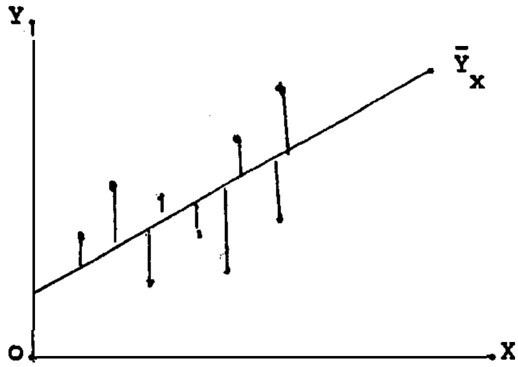
(Total Deviation)



ส่วนเบี่ยงเบนที่ยังคงมีความสัมพันธ์ของ X และ Y (Explained Deviation)



ส่วนเบี่ยงเบนที่ไม่มีความสัมพันธ์ของ X และ Y (Unexplained Deviation)



<u>ความสัมพันธ์ของส่วนเบี่ยงเบนทั้ง ๓ ชนิด จะเป็นดังนี้</u>

$$\Sigma(Y_i - \bar{Y}_x)^2 = \Sigma(Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X)^2$$

$$= \Sigma\left[(Y_i - \bar{Y}) - \hat{\beta}_1(X_i - \bar{X})\right]^2$$

ให้ $(Y_i - \bar{Y}) = Y_i$

$(X_i - \bar{X}) = X_i$

แทนค่า $= \Sigma(Y_i - \hat{\beta}_1 X_i)^2$

$$= \Sigma(Y_i^2 - 2\hat{\beta}_1 X_i Y_i + \hat{\beta}_1^2 X^2)$$

$$= \Sigma Y_i^2 - 2\hat{\beta}_1^2 \Sigma X_i^2 + \hat{\beta}_1^2 \Sigma X_i^2$$

$$= \Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_1^2 \Sigma X_i^2$$

$$\Sigma(\bar{Y}_x-\bar{Y})^2 = \Sigma\left[\bar{Y}+\hat{\beta}_1(X_i-\bar{X}) -\bar{Y}\right]^2$$

$$= \Sigma\left[\hat{\beta}_1 (X_i-\bar{X})\right]^2$$

ให้ $(X_i-\bar{X}) = x_i$

$$= \Sigma (\beta_1^2 x_i^2)$$

$$= \hat{\beta}_1^2 \Sigma x^2$$

$$\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2 = \Sigma y_i^2 \qquad \left[\text{โดยให้ } (Y_i-\bar{Y}) = Y_i\right]$$

จะได้ $\Sigma(Y_i - \bar{Y}_x)^2 + (\bar{Y}_x - \bar{Y})^2 = \Sigma (Y_i - \bar{Y})^2$

$$\frac{\Sigma(Y_i-\bar{Y}_x)^2}{\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2} + \frac{\Sigma(\bar{Y}_x-\bar{Y})^2}{\Sigma(Y-\bar{Y})^2} = 1$$

$$\frac{\Sigma(\bar{Y}_x - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\Sigma(Y-\bar{Y}_x)^2}{\Sigma(Y-\bar{Y})^2} = 1$$

จาก $r^2 = \Sigma \dfrac{(\bar{Y}_x - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}$

$$= \frac{\Sigma\left[\hat{\beta}_1 (X_i - \bar{X})\right]^2}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}$$

ให้ $(X_i - \bar{X}) = X_i$

$(Y_i - \bar{Y}) = Y_i$

แทนค่า $= \dfrac{\Sigma(\hat{\beta}_1 x_i)^2}{Y_i^2}$

$$= \frac{\hat{\beta}_1^2 \Sigma x_i^2}{\Sigma Y_i^2}$$

$$= \left(\frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2}\right)\frac{\Sigma x_i^2}{\Sigma y_i^2}$$

$$= \frac{(\Sigma x_i y_i)^2}{\Sigma x_i^2 \ \Sigma y_i^2}$$

$$r = \frac{\Sigma x_i y_i}{\sqrt{\Sigma x_i^2 \ \Sigma y_i^2}}$$

แทนค่า $x_i = (X_i - \bar{X})$

$y_i = (Y_i - \bar{Y})$

$$= \frac{\Sigma X_i Y_i - \bar{X}\Sigma Y_i}{\sqrt{\Sigma X_i^2 - \bar{X}\Sigma X_i}\ \sqrt{\Sigma Y_i^2 - \bar{Y}\Sigma Y_i}}$$

<u>การคำนวณหาชั้นความเป็นอิสระ</u> (Degree of Freedom) ของผลรวมยกกำลังสอง บนเส้นถัวเฉลี่ย

ผลรวมยกกำลังสองของตัวแปรค่าสุ่มตัวอย่างมี ความสัมพันธ์กับจำนวนที่เรียกกันว่าชั้นความเป็นอิสระ ซึ่งจะเป็นตัวบอกให้ทราบว่าจะต้องใช้ ฟังค์ชั่นเส้นตรงที่เป็นอิสระของตัวแปรค่าสุ่มตัวอย่าง จำนวนเท่าไร เพื่อที่จะคำนวณหาผลรวมยกกำลังสอง ดูจากตัวอย่าง

$$\Sigma (Y_i - \bar{Y})^2 = \Sigma (Y_i^2 - 2\bar{Y} Y_i + \bar{Y}^2)$$

$$= \Sigma Y_i^2 - 2\bar{Y}\Sigma Y_i + n\bar{Y}^2$$

$$= \Sigma Y^2 - 2n\bar{Y}^2 + n\bar{Y}^2$$

$$= \Sigma Y_i^2 - n\bar{Y}^2$$

จะเห็นว่า $\sum_{i=1}^{n} Y_i^2$ เป็นผลรวมยกกำลังสองของฟังก์ชั่นเส้นตรงอิสระ ของ Y_i จำนวน n ฟังก์ชั่นกล่าวคือ

$$Y_1 = f_1(Y_1, Y_2, \ldots Y_n) = Y_1$$

$$Y_2 = f_2(Y_1, Y_2, \ldots Y_n) = Y_2$$

$$Y_n = f_n(Y_1, Y_2, \ldots Y_n) = Y_n$$

ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n} Y_i^2$ มี ขั้นความเป็นอิสระ เท่ากับ n ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\bar{Y} = f(Y_1, \ldots\ldots Y_n) = \frac{Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n}{n}$$

ดังนั้น $n\bar{Y}^2$ มีขั้นความเป็นอิสระเป็น 1

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2$$

มีขั้นความเป็นอิสระ n-1

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{Y}_x - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[\hat{\beta}_1 (X_i - \bar{X})\right]^2$$

$$= \hat{\beta}_1^2 \sum (X_i - \bar{X})^2$$

เพราะว่า $\hat{\beta}_1$ คำนวณได้จากฟังก์ชั่นเส้นตรงเพียงเส้นเดียวจึงมีขั้นความเป็นอิสระเป็น 1

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y}_x)^2 + \sum_{i=1}^{n} (\bar{Y}_x - \bar{Y})^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = n\bar{Y}^2 + \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y}_x)^2 + \sum_{i=1}^{n} (\bar{Y}_x - \bar{Y})^2$$

n df   l df   1 df

ดังนั้นผลรวมยกกำลังสองบนเส้นถัวเฉลี่ย มี ชั้นความเป็นอิสระเท่ากับn - 2

ตัวอย่าง จงหาความสัมพันธ์ระหว่างการอนุญาตให้ก่อสร้างกับยอดขายเหล็กเส้นตามข้อมูลที่กำหนดให้ดังนี้

$$\Sigma X = 184$$
$$\Sigma Y = 80$$
$$\Sigma XY = 2,146$$
$$\Sigma X^2 = 5,006$$
$$\Sigma Y^2 = 950$$
$$n = 8$$

วิธีทำ

$$r = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{\sqrt{\left[n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2\right]\left[n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2\right]}}$$

$$= \frac{8\ (2,146) - (184)\ (80)}{\sqrt{\left[8\ (5,006) - (184)^2\right]\left[8(950) - (80)^2\right]}}$$

$$= \frac{2,448}{\sqrt{7,430,4000}}$$

$$= .90 \qquad \textbf{Ans}$$

เส้นถัวเฉลี่ยเชิงซ้อน (Multiple Regression)

เส้นถัวเฉลี่ยในทิศทางตรงหลายชั้น เกิดขึ้นได้ในกรณีที่มีตัวแปรค่าอิสระมากกว่า ๑ ชนิด อาจจะเป็น ๒ หรือ ๒ ... หรือ n ชนิด ก็ได้ ตัวแปรค่าอิสระเหล่านี้จะเป็น

ตัวกำหนดตัวแปรตามว่าจะมีค่าเท่าไร ตัวแปรตามจะขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตั้งแต่ ๒ ตัวขึ้นไป เช่น ปริมาณขายขึ้นอยู่กับค่าโฆษณา และราคาขาย รูปสมการทั่วไปในกรณีที่มีตัวแปรอิสระตั้งแต่ ๒ ตัวขึ้นไปเป็นดังนี้

$$Y_c = \beta_o + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_n X_n$$

<u>การสร้างสมการของเส้นถัวเฉลี่ยเชิงซ้อน</u>

$$\min \Sigma (Y_i - \bar{Y}_c)^2$$

$$= \Sigma (Y_i - \beta_o - \beta_1 X_1 - \beta_2 X_2)^2$$

ให้ $f(\beta_o, \beta_1, \beta_2) = \Sigma (Y_i - \beta_o - \beta_1 X_1 - B_2 X_2)^2$

$$\frac{df(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{d\beta_o} = -2\Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)^2 = 0 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{df(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{d\beta_1} = -2\Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)(X_1) = 0 \ldots\ldots (2)$$

$$\frac{df(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{d\beta_2} = -2\Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)(X_2) = 0 \ldots (3)$$

$$(1) \ldots\ldots\ldots \Sigma Y_i = \hat{\beta}_o n + \hat{\beta}_1 \Sigma X_1 + \hat{\beta}_2 \Sigma X_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$(2) \ldots\ldots\ldots \Sigma X_1 Y_i = \hat{\beta}_o \Sigma X_1 + \hat{\beta}_1 \Sigma X_1^2 + \hat{\beta}_2 \Sigma X_1 X_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$(3) \ldots\ldots\ldots \Sigma X_2 Y_i = \hat{\beta}_o \Sigma X_2 + \hat{\beta}_1 \Sigma X_1 X_2 + \hat{\beta}_2 \Sigma X_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

<u>การทดสอบว่าเป็นค่าต่ำสุด</u>

$$\frac{d^2 f(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{\delta \beta_o^2} = -2\Sigma(-1) = +2n$$

$$\frac{d^2 f(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{d\beta_1^2} = -2\,\Sigma(-x_1)(x_1) = +2\,\Sigma x_1^2$$

$$\frac{d^2 f(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{d\beta_2^2} = -2\,\Sigma(-x_2)(x_2) = +2\,\Sigma x_2^2$$

<u>ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า</u>

เป็นการวัดค่าการกระจายของข้อมูล Y_i รอบเส้น $\bar{Y}_c$ ที่ประมาณขึ้น จะมีค่าเท่ากับ

$$\sqrt{\frac{(Y_i - \bar{Y}_c)^2}{n-3}}$$

$$= \sqrt{\frac{\Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_0 \Sigma Y_i - \hat{\beta}_1 \Sigma X_1 Y_i - \hat{\beta}_2 \Sigma X_2 Y_i}{n-3}}$$

ค่า Coefficient of Determination จะเป็นดังนี้

$$r^2 = 1 \quad \frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y}_c)^2}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$= 1 - \frac{\Sigma Y_i^2 - \hat{\beta}_0 \Sigma Y_i - \hat{\beta}_1 \Sigma X_1 Y_i - \beta_2 \Sigma X_2 Y_i}{\Sigma Y_i^2 - \bar{Y} \Sigma Y_i}$$

ให้ดูตัวอย่างการคำนวณดังต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> บริษัทรุ่งเรืองอุตสาหกรรม จำกัด ผลิตและขายผงซักฟอกยี่ห้อ "ยูนิเวอร์แซล" ในท้องตลาดผงซักฟอก ขณะนี้มีการแข่งขันกันมากบริษัทพยายามที่จะเพิ่มปริมาณการขายหรือขยายขอบเขตของตลาด โดยใช้นโยบายโฆษณาเป็นเครื่องมือ ในขณะเดียวกันก็จ้างพนักงานขายเพิ่มขึ้น สถิติการขายของแต่ละเดือนแสดงในตารางต่อไปนี้

บริษัทรุ่งเรืองอุตสาหกรรม จำกัด

ตารางแสดงปริมาณขายผงซักฟอกยี่ห้อ ยูนิเวอร์แซล จำนวนพนักงานขาย และค่าโฆษณาทางทีวี ข้อมูลจัดเก็บเป็นรายเดือน

ค่าโฆษณา (๐๐ บาท)	ปริมาณขาย (๐๐๐กิโลกรัม)	พนักงานขาย (คน)
70	170	14
48	144	15
70	194	18
95	216	13
65	150	12
90	230	17
71	212	19
38	128	17
80	184	13
45	120	14
55	160	16
99	190	12
รวม: 826	2,098	180

Σ(ค่าโฆษณา)^2=61,190 Σ(ปริมาณขาย)^2=380,612 Σ(หนักงานขาย)^2=2,762

Σ(ค่าโฆษณา) (ปริมาณขาย) = 151,008

Σ(ค่าโฆษณา) (พนักงานขาย) = 12,238

Σ(ปริมาณขาย)(พนักงานขาย) = 31,666

ในต้นเดือนนี้ บริษัทได้ใช้จ่ายเป็นค่าโฆษณา ๗,๕๐๐ บาท และจำนวนพนักงานขายที่จ้าง อยู่ขณะนี้มี ๒๐ คน

(ก) จงพยากรณ์ปริมาณขายผงซักฟอก เพื่อรายงานให้แผนกผลิตทราบ

(ข) ในการเพิ่มปริมาณขายท่านจะใช้นโยบายโฆษณาหรือพนักงานขายเป็นเครื่องมือ (ให้เลือกทางใดทางหนึ่ง) ถ้าบริษัทต้องเสียค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับพนักงานขาย (เงินเดือนบวกเบี้ยเลี้ยงบวกเปอร์เซนต์ต่าง ๆ ต่อเดือนถ้ามี) คนละ ๑,๖๐๐ บาท

(ค) ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า

(ง) การพยากรณ์นี้น่าเชื่อถือได้มากน้อยเพียงไร

วิธีทำ ให้ y_i แทนปริมาณขาย

x_1 แทนค่าโฆษณา

x_2 แทนพนักงานขาย

(ก) $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X}_1 - \beta_2\bar{X}_2$

$$\Sigma x_1y_i = \beta_1\Sigma x_1^2 + \beta_2\Sigma x_1x_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\Sigma x_2y_i = \beta_1\Sigma x_1x_2 + \beta_2\Sigma x_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\Sigma x_1y_i = \Sigma X_1Y_i - \bar{X}_1\Sigma Y_i$$

$$= 151,008 - 68.83(2,098)$$

$$= 6,602.66$$

$$\Sigma x_1^2 = \Sigma X_1^2 - \bar{X}_1\Sigma X_1$$

$$= 61,190 - (68.83)(826)$$

$$= 4,336.42$$

$\Sigma x_1x_2 \quad = \Sigma X_1X_2 - \bar{X}_1\Sigma X_2$

$= 12,238 - (68.83)\ (180)$

$= -151.40$

$\Sigma x_2y_i \quad = \Sigma X_2Y - \bar{X}_2\Sigma Y$

$= 31,666 - (15)\ (2,098)$

$= 196$

$x_2^2 \quad = \Sigma X_2^2 - \bar{X}_2\Sigma X_2$

$= 2,762 - (15)\ (180)$

$= 62$

$6,602.66 = 4,336.42\ \beta_1 - 151.40\ \beta_2$ .... (1)

$196 = -151.40\ \beta_1 + 62\ \beta_2$ .... (2)

$\beta_1 = 1.78$

$\beta_2 = 7.51$

$\beta_0 = 174.83 - (1.78)\ (68.83) - (7.51)\ (15)$

$= -60.34$

$\bar{Y}x = -60.34 + 1.78X_1 + 7.51X_2$

$= -60.34 + 1.78(75) + 7.51(20)$

$= 223.36$

$= 223,360$ กิโลกรัม ตอบ

(ข) ถ้าให้ $X_1 = 0$ และ $X_2 = 1$

จะได้ค่า $\bar{Y}x$ เพิ่มขึ้น 7.51 หน่วย

แต่ถ้าให้ $X_2 = 0$ และ $X_1 = 1,600$

จะได้ค่า $\bar{Y}x$ เพิ่มขึ้น $(1.78)(16) = 28.48$

ฉะนั้นควรเลือกใช้นโยบายโฆษณาเป็นเครื่องมือในการเพิ่มยอดขาย

ตอบ

(ค) ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าจะมีค่าเท่ากับ

$$\sqrt{\frac{\Sigma Y_i^2 - \beta_o \Sigma Y_i - \beta_1 \Sigma X_1 Y_i - \beta_2 \Sigma X_2 Y_i}{n-3}}$$

$$= \sqrt{\frac{380,612 - (-60.34)(2,098) - (1.78)(151,008) - (7.51)(31,666)}{12-3}}$$

$$= \sqrt{\frac{599.42}{9}}$$

$$= \pm 8.15$$

$= \pm 8,150$ กิโลกรัม

ตอบ

(ง) ความน่าเชื่อถือใช้สูตร r^2

$$= 1 - \frac{\Sigma Y_i^2 - \beta_o \Sigma Y_i - \beta_1 \Sigma X_1 Y_i - \beta_2 \Sigma X_2 Y_i}{\Sigma Y_i^2 - \bar{Y} \Sigma Y_i}$$

$$= 1 - \frac{599.42}{380,612 - (174.83)\ (2,098)}$$

$$= 1 - .04$$

$= .96$

ตอบ

การพยากรณ์โดยใช้อนุกรมเวลา

การพยากรณ์โดยใช้เส้นถัวเฉลี่ยนั้น จะมีตัวแปรตามซึ่งแปรค่าไปตามตัวแปรอิสระที่กำหนดให้ ถ้ากำหนดให้ตัวแปรอิสระมีค่าคงที่ จะเห็นว่าตัวแปรตามก็จะยังคงมีค่าแปรเปลี่ยนไปทั้งนี้เพราะเหตุ ๔ ประการ คือการเปลี่ยนแปลงที่ค่อนข้างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง (Secular Trend) การเปลี่ยนแปลงตามวงจรธุรกิจ (Cyclical Movement) การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล (Seasonal Adjustment) และการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ (Irregular Movement)

ในการพยากรณ์นั้น เป็นการยากมากที่จะคำนวนวงจรธุรกิจและค่าการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างกระทันหัน เช่น ภูเขาไฟระเบิด ไฟไหม้ การสไตรค์ น้ำท่วม ฯลฯ ส่วนค่าการเปลี่ยนแปลงตามวงจรธุรกิจนั้นเป็นค่าที่เกิดในระยะยาว ในระยะสั้นจะไม่ค่อยมีผลต่อการพยากรณ์ของภาคเอกชนมากนัก ฉะนั้นการพยากรณ์เกี่ยวกับอนุกรมเวลาในที่นี้จะสมมติว่าไม่นำเอาการเปลี่ยนแปลงตามวงจรธุรกิจเข้ามาเกี่ยวข้องและไม่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างกระทันหัน ส่วนค่าที่มีผลสะเทือนต่อการพยากรณ์มากที่สุดก็คือการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลให้ดูจากตัวอย่าง

ตัวอย่าง บริษัทรุ่งเรืองอะไหล่ยนต์ จำกัด ได้ตัดสินใจที่จะพยากรณ์ความต้องการของตลาดที่มีต่อแบตเตอรี่ "ยูนิเวอร์แซล" ที่บริษัทผลิตจำหน่ายโดยใช้วิธีการวิเคราะห์อนุกรมเวลา ยอดขายรายไตรมาสสำหรับ ๓ ปีที่ผ่านมาเป็นดังนี้

ปี	ไตรมาส	ยอดขาย
๑	๑	๒๐
	๒	๓๐
	๓	๕๐
	๔	๗๐
๒	๑	๓๐
	๒	๔๐
	๓	๖๐
	๔	๘๐
๓	๑	๔๐
	๒	๖๐
	๓	๘๐
	๔	๙๐

เนื่องจากแหล่งข้อมูลมีจำกัด จงหาสมการของเส้นแนวโน้มจากสมการนี้ จงพยากรณ์ค่าแนวโน้มของยอดขายรายไตรมาสสำหรับปีที่จะมาถึง คือปีที่ ๔ จากนั้นให้ปรับค่าที่ได้เหล่านี้ด้วยค่าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล ทั้งนี้เพื่อนำค่าการพยากรณ์เหล่านี้รายงานให้แผนกผลิตทราบ

วิธีทำ

year	X	Y	XY	X^2	$\bar{Y}x$	$\frac{Yx\ 100}{\bar{Y}x}$
1	-11	20	-220	121	28.98	69.01
	-9	30	-270	81	33.56	89.39
	-7	50	-350	49	38.14	131.10
	-5	70	-350	25	42.72	163.86
2	-3	30	-90	9	47.30	63.42
	-1	40	-40	1	51.88	77.10
	1	60	60	1	56.46	106.27
	3	80	240	9	61.04	131.06
3	5	40	200	25	65.62	60.96
	7	60	420	49	70.20	85.47
	9	80	720	81	74.78	106.98
	11	90	990	121	79.36	113.41
		650	1,310	572		

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} = \frac{650}{12} = 54.17$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma x_i Y_i}{x_i^2} = \frac{1,310}{572} = 2.29$$

$$\bar{Y}x = 54.17 + 2.29x$$ **ตอบ**

year	I	II	III	IV	
1	69.01	89.39	131.10	163.86	
2	63.42	77.10	106.27	131.06	
3	60.96	85.47	106.98	113.41	
	193.39	251.96	344.3s	408.33	
ตัวกลาง	64.46	83.99	114.78	136.11	399.34
ดรรชนีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล	64.57	84.13	114.97	136.33	400
	65	84	115	136	400

ค่าการพยากรณ์ในปีที่ ๔ ของแต่ละไตรมาสจะเป็นดังนี้

ไตรมาส I = 54.17+2.29 (13)

= 83.94 ล้านบาท

ไตรมาส II = 54.17+2.29(15)

= 88.52 ล้านบาท

ไตรมาส III = 54.17 + 2.29 (17)

= 93.10 ล้านบาท

ไตรมาส IV = 54.17 + 2.29 (19)

= 97.68 ล้านบาท

ปรับค่าด้วยค่าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลจะได้ดังนี้

ไตรมาส I = $83.94 \times \frac{64.57}{100}$ = 54.00 ล้านบาท

ไตรมาส II = $88.52 \times \frac{84.13}{100}$ = 74.47 ล้านบาท

ไตรมาส III = $93.10 \times \frac{114.97}{100}$ = 107.04 ล้านบาท

ไตรมาส IV = $97.68 \times \frac{136.33}{100}$ = 133.17 ล้านบาท

ตอบ

การพยากรณ์ค่าในทิศทางโค้ง

ทิศทางโค้งมีอยู่หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับข้อมูล กราฟ ของข้อมูลจริงมีรูปร่างอย่างไรก็เลือกใช้สมการรูปร่างอย่างนั้น รูปสมการของเส้นโค้งจำแนกออกเป็น ๓ หมวดใหญ่ ๆ คือ

(ก) รูปแบบธรรมดา มีเลขชี้กำลังเป็นตัวคงที่ มีรูปดังนี้

$$Y = f(x)$$
$$= \beta_o + \beta_1 x + \beta_2 x^2$$
$$Y = f(x)$$
$$= \beta_o + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$$

(ข) แบบเลขชี้กำลัง (Exponential) มีเลขชี้กำลังเป็นตัวแปรค่า จึงจำเป็นต้องใช้ลอกช่วยในการคำนวนค่า เช่น

$$\log y = f(x)$$
$$y = \beta_o \beta_1^x$$
$$\log y = \log \beta_o + X\log \beta_1$$
$$= \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 x$$

จะเห็นว่ารูปแบบของสมการนั้นจัดเข้าอยู่ในหมวดของสมการถัวเฉลี่ยแบบเส้นตรง จึงใช้วิธีการสร้างสมการถัวเฉลี่ยเหมือนกันกับเส้นตรงชั้นเดียว

$$Y = \beta_o \beta_1^x \beta_2^{x^2}$$
$$\log y = \log \beta_o + X\log \beta_1 + X^2\log \beta_2$$
$$= \hat{\beta}_o + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2$$

จะเห็นว่ารูปแบบของสมการเหมือนกับเส้นโค้งพาราโบลา จึงให้ใช้การสร้างสมการถัวเฉลี่ยเหมือนกับสมการถัวเฉลี่ยของโค้งพาราโบลา

(ค) แบบอัตราส่วนกลับของตัวแปรค่า

มีรูปเป็น $Y = \dfrac{1}{f(x)}$

$$Y = \beta_o + \frac{\beta_1}{X}$$

$$\frac{1}{Y} = f(x)$$

$$= \beta_o + \beta_1 x$$

จะเห็นว่าสมการแบบอัตราส่วนกลับก็มีรูปเหมือนกับสมการของเส้นตรงชั้นเดียว ฉะนั้นการสร้างสมการเส้นถัวเฉลี่ยจึงเหมือนกับเส้นตรงชั้นเดียว

การสร้างสมการถัวเฉลี่ยของโค้งพาราโบลา

$$\min \Sigma (Y_i - \bar{Y}_x)^2$$

$$= \Sigma (Y_i - \beta_o - \beta_1 X_i - \beta_2 X_i^2)^2$$

$$f(\beta_o, \beta_1, \beta_2) = \Sigma (Y_i - \beta_o - \beta_1 X_i - \beta_2 X_i^2)^2$$

$$\frac{\partial f(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_o} = -2 \Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i - \hat{\beta}_2 X_i^2) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{\partial f(\beta_o, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} = -2 \Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i - \hat{\beta}_2 X_i^2)(X_i) = 0 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$\frac{\partial f(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} = -2 \Sigma (Y_i - \hat{\beta}_o - \hat{\beta}_1 X_i - \hat{\beta}_2 X_i^2)(X_i^2) = 0 \quad \ldots\ldots (3)$$

(1) $\Sigma Y_i = \hat{\beta}_o n + \hat{\beta}_2 \Sigma X_i^2$

$\beta_o = \frac{1}{n} (\Sigma Y_i - \beta_2 \Sigma X_i^2)$

(2) $\Sigma X_i Y_i = \hat{\beta}_1 X_i^2$

$\hat{\beta}_1 = \frac{\Sigma X_i Y_i}{\Sigma X_i^2}$

(3) $$\sum x_i^2 Y_i = \hat{\beta}_o \sum x_i^2 + \hat{\beta}_2 \sum x_i^4$$

$$= \sum x_i^2 \left(\frac{\sum Y_i - \hat{\beta}_2 \sum x_i^2}{n} \right) + \hat{\beta}_2 \sum x_i^4$$

$$n \sum x_i^2 Y_i = \sum x_i^2 \sum Y_i - \hat{\beta}_2 (\sum x_i^2)^2 + n \hat{\beta}_2 \sum x_i^4$$

$$\hat{\beta}_2 \left[n \sum x_i^4 - (\sum x_i^2)^2 \right] = n \sum x^2 Y - \sum x^2 \sum Y$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{n \; x_i^2 Y_i - \sum x_i^2 \sum Y_i}{n \sum x_i^4 - (\sum x^2)^2}$$

ตัวอย่าง กำหนดว่าค่าของ Y สามารถประมาณได้จากการรู้ค่าของ X ตามความสัมพันธ์ในรูป

$$Y_i = \beta_o + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2$$

โดยกำหนดข้อมูลดังต่อไปนี้

$$X_i = -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$$

$$Y_i = 2 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 9$$

จงหาตัวคงที่ β_o, β_1 และ β_2 โดยใช้กฎยกกำลังสองที่น้อยที่สุด

วิธีทำ

X	Y	X^2	X^4	XY	X^2Y
-2	2	4	16	-4	8
-1	1	1	1	-1	1
0	3	0	0	0	0
1	5	1	1	5	5
2	9	4	16	18	36
0	20	10	34	18	50

$$\beta_1 = 18/10 = 1.8$$

$$\beta_2 = \frac{5(50)-(10)(20)}{5(34)-(10)^2} = .71$$

$$\beta_o = \frac{1}{5}\left[20-.71(10) \right] = 2.6$$ ตอบ