

บทที่ 6

การมอบหมายงาน

(The Assignment Problem)

จงพิจารณาสถานะของการมอบหมายงาน m งาน (หรือ คนงาน) ให้แก่เครื่องจักร n เครื่อง งาน i ($= 1, 2, \dots, m$) เมื่อถูกกำหนดให้แก่เครื่องจักร j ($= 1, 2, \dots, n$) เครื่อง จะเกิดมีต้นทุนขึ้นคือ c_{ij} วัตถุประสงค์ก็คือการกำหนดงานให้แก่เครื่องจักร (1 งานต่อ 1 เครื่อง) โดยเสียต้นทุนรวมต่ำสุด สถานะเช่นนี้เรียกว่า ปัญหาของการมอบหมายงานหรือ ปัญหาของการกำหนดงาน

สูตรที่ใช้ในปัญหานี้ถือเป็นกรณีพิเศษของแบบการขนส่ง ในที่นี้โรงงานแทนแหล่งกำเนิดสินค้า และเครื่องจักรแทนจุดหมายปลายทาง ปริมาณสินค้าที่จัดหามาได้ที่แหล่งกำเนิดแต่ละแห่งเป็น 1 นั่นก็คือ $a_i = 1$ สำหรับทุกค่าของ i ในทำนองเดียวกัน ความต้องการที่จุดหมายปลายทางแต่ละแห่งก็เป็น 1 นั่นก็คือ $b_j = 1$ สำหรับทุกค่าของ j ต้นทุนของการขนส่ง (กำหนดงานหรือมอบหมายงาน) งาน i ให้แก่เครื่องจักร j เป็น c_{ij} เช่นมีงานอยู่ 3 งาน และมีเครื่องจักรอยู่ 3 เครื่อง ผลลัพธ์ที่ได้ (ใช้วิธี NWC) จะมีจำนวนลดน้อยลง (degenerate)

เครื่องจักร

	1	2	3	
1	10	14	18	1
งาน 2	28	20	26	1
3	30	25	32	1
	1	1	1	

ในปัญหาทางด้านการมอบหมายงานนั้นรูปแบบการคำนวณจะง่ายกว่ารูปแบบของการขนส่ง เพราะมุ่งที่การหาต้นทุนต่ำสุดหรือใช้เวลาน้อยที่สุดเพียงอย่างเดียวเท่านั้น รูปแบบการคำนวณของปัญหาการมอบหมายงานเป็นดังนี้

การแก้ปัญหาโดยการนับ

จะอธิบายปัญหานี้โดยการสมมติตัวอย่างง่าย ๆ ให้ $n = 3$ นั่นก็คือเราประสงค์จะกำหนดงาน 3 ชิ้นให้เครื่องจักรที่ต่างกัน 3 เครื่องทำ งานทั้งสามชิ้นนั้นให้แทนด้วย 1, 2 และ 3 ส่วนเครื่องจักรนั้นแทนด้วย ก, ข และ ค เพื่อที่จะแก้ปัญหาจำเป็นต้องรู้ถึงต้นทุนของแต่ละสิ่งที่จะใช้ทำงานแต่ละชิ้น แมทริกต้นทุนแสดงในรูป ก. รายการที่ลงในแมทริกเป็นต้นทุนที่วัดด้วยเงินหรือเวลานั้นก็คือการกำหนดงานชิ้นที่ 1 ให้แก่เครื่องจักร ก. ทำ คิดเป็นต้นทุน 9 บาท หรือใช้เวลาทำใน 9 ช.ม. หรืองานชิ้นที่ 1 นั้นถ้าให้เครื่องจักร ข. ทำแล้วจะเสียต้นทุน 5 บาท หรือทำเสร็จใน 5 ช.ม. เครื่องจักร 1 เครื่อง สามารถรับมอบหมายให้ทำงานเพียงชิ้นเดียวเท่านั้น

เครื่องจักร

		ก	ข	ค
งาน	1	9	5	8
	2	6	3	5
	3	5	2	6

รูป ก. แสดงแมทริกต้นทุน

ถ้าเป็นปัญหาเพียงเล็กน้อยเช่นนี้ ผลลัพธ์ที่ได้จะใช้วิธีนับก็ได้ดังที่แสดงในตาราง ข. ผลลัพธ์ที่เป็นที่น่าพอใจแสดงเป็นเครื่องหมายดอกจัน (*) นั่นก็คือวิธีที่ 5 (มอบหมายงาน 3, 1, 2 ให้แก่เครื่องจักร ก, ข, ค ต้นทุนรวมจะเป็น 15 นับเป็นต้นทุนต่ำสุดในบรรดาการมอบหมายงานทั้ง 6 ชุดนั้น

ตาราง ข.

ในการกำหนดงานให้แก่

เครื่องจักร ก, ข, ค มีวิธีทำได้ดังนี้ วิธีที่ ต้นทุนของแต่ละวิธี

1-2-3	1	$9 + 3 + 6 = 18$
1-3-2	2	$9 + 2 + 5 = 16$
2-1-3	3	$6 + 5 + 6 = 17$
2-3-1	4	$6 + 2 + 8 = 16$
3-1-2	5	$5 + 5 + 5 = 15^*$
3-2-1	6	$5 + 3 + 8 = 16$

วิธีแก้ปัญหทางตรง (Direct Solution)

วิธีนี้ให้ใช้หลักความจริงที่ว่า ถ้าจำนวนครั้งที่ถูกนำมาหักจากรายการทั้งหมดในแถวอนโดแถวอนหนึ่งหรือแถวตั้งใดแถวตั้งหนึ่ง ต้นทุนที่หาได้แต่ละทางใน $n!$ ชุดจะถูกหักออกไปเท่ากับตัวคงที่นั้น เช่นถ้าเราหักจากแถวอนบนสุดของแมทริกด้วยจำนวน 5 ผลลัพธ์ก็จะเป็นแมทริกที่ปรับปรุงใหม่ในตาราง ค. ถ้าเปรียบเทียบต้นทุนในตาราง ค. กับตาราง ข. จะสังเกตเห็นว่าต้นทุนของแต่ละวิธีจะมีค่าลดลงไป 5

ตาราง ค.

แมทริกเดิม		แมทริกปรับปรุงใหม่
$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 8 \\ 6 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	→	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

การกำหนดงานให้แก่

เครื่องจักร ก, ข, ค ต้นทุน (แมทริกที่ปรับปรุงใหม่แล้ว)

1-2-3	$4 + 3 + 6 = 13$
1-3-2	$4 + 2 + 5 = 11$
2-1-3	$6 + 0 + 6 = 12$
2-3-1	$6 + 2 + 3 = 11$
3-1-2	$5 + 0 + 5 = 10^*$
3-2-1	$5 + 3 + 3 = 11$

เราสามารถสร้างกระบวนการง่าย ๆ สำหรับการแก้ปัญหาของการมอบหมายงาน เพราะ
 ว่าจำนวนทางทั้งหมดที่จะมอบหมายงานมี $n!$ ทาง และแต่ละทางจะถูกหักด้วยจำนวนคงที่
 เดียวกัน ตำแหน่งต่าง ๆ ในแมทริกยังคงเดิมหรืออีกนัยหนึ่งค่าที่ให้ผลดีที่สุด หรือค่าต่ำสุด
 ยังคงเป็นค่าต่ำสุดหลังจากที่ได้นำค่าคงที่ไปหักจากแถวตั้งหรือแถวนอน ดังนั้นกรรมวิธีก็คือ
 นำค่าคงที่ไปหักจากแถวตั้งหรือแถวนอนจนกระทั่งในที่สุดผลลัพธ์ที่เป็นการมอบหมายงาน
 1 ค่า มีค่าลดลงเป็นต้นทุนศูนย์ ค่าที่ลดลงเป็นศูนย์ครั้งนี้ให้เป็นค่าของการมอบหมายงาน
 ขั้นตอนของวิธีการใช้เป็นดังนี้

- (1) หักจำนวนต่ำสุดในแต่ละแถวนอน (หรือแถวตั้ง) จากทุกค่าในแถวนอน (หรือ
 แถวตั้งนั้น)
- (2) ทำซ้ำเช่นเดิมสำหรับแต่ละแถวนอน (หรือแถวตั้ง)
- (3) ผลลัพธ์คือค่าศูนย์ซึ่งจะมีเพียง 1 ค่า ในแต่ละแถวนอนหรือแถวตั้ง

	ตาราง ง.	ผลลัพธ์
$\begin{bmatrix} 9 & 5 & 8 \\ 6 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

กฎข้างบนนี้นำมาใช้ดูจากตาราง ง. ค่าศูนย์ในแมทริกสุดท้ายแสดงผลลัพธ์เป็นที่น่า
 พอใจซึ่งก็คือ 3 - 1 - 2 จะเห็นว่ามีเพียงศูนย์เดียวเท่านั้นที่ต้องการในแต่ละแถวนอนหรือ
 แถวตั้ง

วิธีขั้นที่สี่ (The Fourth Step)

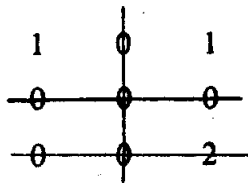
ในบางกรณีวิธีการตามที่กล่าวไว้ข้างต้นนี้ไม่สามารถให้คำตอบได้ เพราะไม่สามารถ
 ลดค่าต่าง ๆ ให้มีต้นทุนเป็นศูนย์ได้จึงให้ใช้วิธีการอีกขั้นตอนหนึ่งเพื่อที่จะลดค่าให้ได้ตามที่
 ต้องการให้ดูจากตัวอย่างในตาราง จ.

	ตาราง จ.	
$\begin{bmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$
		ผลลัพธ์

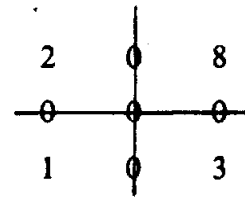
ในแมทริกผลลัพ์จะเห็นว่าไม่สามารถเลือกศูนย์ 1 ตัว ในแต่ละแถวตั้งหรือแถวอน ซึ่งหมายความว่า ไม่มีคำตอบที่มีต้นทุนเป็นศูนย์

ข้อแตกต่างที่สำคัญระหว่างแมทริกผลลัพ์สุดท้ายของตาราง ง. (ซึ่งมีคำตอบ) กับ ตาราง จ. (ซึ่งไม่มีคำตอบ) ก็คือว่าสามารถลากเส้นตั้งหรือเส้นนอนขีดฆ่าศูนย์ได้เพียง 2 เส้น เท่านั้นสำหรับแมทริกที่ไม่มีคำตอบ ส่วนแมทริกที่มีคำตอบสามารถลากได้ 3 เส้น ดูจาก ตาราง ฉ. เปรียบเทียบกัน

ตาราง ฉ.



แมทริกสุดท้ายที่มีคำตอบ



แมทริกสุดท้ายที่ไม่มีคำตอบ

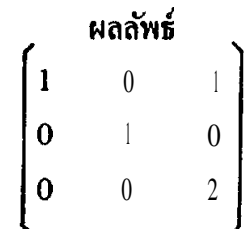
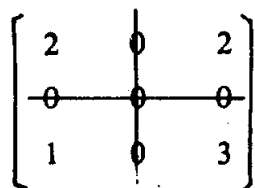
ตาราง ฉ. แสดงแมทริกที่มีคำตอบต้องมีเส้นนอนหรือเส้นตั้ง n เส้นเพื่อที่จะขีดฆ่า ศูนย์ทั้งหมด ส่วนแมทริกที่ไม่มีคำตอบจะมีเส้นที่ลากขีดฆ่าศูนย์น้อยกว่า n เส้น

เส้นเหล่านี้อาจจะลากได้แตกต่างกัน (เช่นจะเป็นเส้นนอนทั้งหมดหรือเส้นตั้งทั้งหมด ก็ได้) จึงสรุปได้ว่าถ้ามีคำตอบจะต้องลาก n เส้น เพื่อขีดฆ่าศูนย์ทั้งหมด ถ้าไม่มีคำตอบจะ ลากได้น้อยกว่า n เส้นเพื่อขีดฆ่าศูนย์ และต้องใช้วิธีการขั้นที่สี่ ช่วยหาคำตอบ

วิธีการขั้นที่สี่นั้น ให้ลากเส้นมีจำนวนค่าสุดที่จะขีดฆ่าจำนวนศูนย์ทั้งหมด ให้เลือก ตัวประกอบที่มีค่าน้อยที่สุดที่ไม่ถูกขีดฆ่าด้วยเส้น เพื่อนำไปหักจากค่าของตัวประกอบอื่น ๆ ที่ไม่ถูกขีดฆ่าด้วยเส้น และนำไปบวกกับค่าของตัวประกอบที่อยู่ ณ จุดตัดของเส้น

ดูจากตัวอย่างแสดงวิธีการขั้นที่สี่แก่แมทริกสุดท้ายของตาราง ฉ. ตัวประกอบที่ไม่ถูก ขีดฆ่าที่มีค่าต่ำสุดคือ 1 ในช่อง 31 เมื่อทำตามกรรมวิธีดังกล่าวแล้วจะได้ผลลัพ์ที่น่าพอใจ เป็น $3 - 1 - 2$ มีต้นทุนเป็น $6 + 5 + 5 = 16$

ตาราง ช.



วิธีการขั้นที่สี่นั้นมาจากหลักการดังต่อไปนี้ ให้ดูจากตาราง ณ.

ตาราง ณ

อธิบายถึงที่มาของวิธีขั้นที่ 4

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

จากตารางในแมทริกแรก ตัวประกอบที่ไม่ถูกขีดฆ่าที่มีค่าน้อยที่สุดคือ 1 นำค่านี้ไปหักจากแถวบนบนสุดและล่างสุด จะได้เป็นแมทริกที่สอง จะเห็นว่ามีค่าติดลบอยู่ 2 ตัวประกอบซึ่งผิดกฎเกณฑ์ต้นทุนนี้จะลดลงมาได้ต่ำสุดที่ศูนย์เท่านั้น ค่าติดลบนี้สามารถขจัดไปได้โดยการบวก 1 เข้ากับแถวตั้งที่ 2 จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับวิธีขั้นที่สี่

ปัญหาทางด้านการหาค่าสูงสุด

วิธีการกำหนดงานตามที่ได้กล่าวมาแล้วนี้ เป็นการกำหนดงานที่มีต้นทุนต่ำสุดซึ่งไม่สามารถใช้หาค่าสูงสุดได้ อย่างไรก็ตามบางครั้งข้อมูลที่ได้มาอาจอยู่ในรูปของกำไรหรือในรูปแบบอื่น ๆ ที่ต้องการหาค่าสูงสุด ในการที่จะหาค่าสูงสุดนั้นจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนตัวประกอบของแมทริกเดิมให้เป็นตัวประกอบอันใหม่ที่มีขนาดตรงกันข้ามกัน วิธีที่ง่ายที่สุดก็คือหักแต่ละตัวประกอบจากจำนวนคงที่ ตัวคงที่ในที่นี้ก็คือตัวประกอบที่มีค่ามากที่สุด ในแมทริก จากนั้นก็ทำตามวิธีที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นดูจากตัวอย่างตาราง ณ ผลลัพธ์ที่ได้คือ 1 - 2 - 3 จะเป็นการกำหนดงานที่ได้กำไรสูงสุดถึง 21

$$\begin{bmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 7 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 4 \\ 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ผลลัพธ์

ถึงแม้ว่าจะจำเป็นที่ในรูปแบบของการกำหนดงานนั้นจำนวนงานต้องเท่ากับจำนวนเครื่องมือ แต่ถ้าหากไม่เท่ากันแล้วก็ต้องทำให้เท่ากันโดยการเพิ่มช่องสมมติ (dummy) เข้าไปซึ่งอาจเป็นแกนตั้งหรือแกนนอนก็ได้ เช่นตัวอย่างมีงานอยู่ 5 ชิ้นที่จะต้องมอบหมายให้แก่เครื่องจักร 6 เครื่อง เราสามารถแก้ปัญหาได้โดยการเพิ่มช่องสมมติเป็นงานชิ้นที่หก โดยใช้ชื่อว่า “ช่องไม่มีงานทำ” (Idleness) โดยมีต้นทุนเป็นศูนย์และมอบหมายงานนี้ให้แก่เครื่องจักรเครื่องหนึ่งเครื่องใดอันจะทำให้ต้นทุนรวมทั้งหมดต่ำสุด ในทางตรงข้ามถ้ามีเครื่องจักรอยู่ 5 เครื่องและงาน 6 ชิ้น ช่องสมมติก็จะถูกเพิ่มเข้าไปเป็น งานที่ไม่ถูกทำ (Job not done หรือ Deferred)

ตัวอย่างที่ 1 มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งจะดำเนินการสร้างตึกที่แตกต่างกัน 4 หลัง คือ ก, ข, ค, และ ง โดยให้ผู้ก่อสร้าง 4 คน คือ 1, 2, 3 และ 4 ทำการก่อสร้างขึ้นเพราะว่าผู้ก่อสร้างทั้ง 4 นี้ต่างก็ให้ทุนช่วยเหลือแก่นักศึกษาเป็นจำนวนมากจึงต่างก็ได้รับมอบหมายให้สร้างตึกคนละ 1 หลัง ผู้ก่อสร้างแต่ละคนได้ยื่นเสนอประมูลสำหรับตึกทั้ง 4 หลังดังนี้

การประมูลสำหรับตึกทั้ง 4 หลัง

(๐๐,๐๐๐ บาทละไว้)

ผู้รับเหมา

ตึก	1	2	3	4
ก	50	50	52	46
ข	58	62	62	70
ค	98	96	92	87
ง	44	46	56	48

จงหาว่าตึกใดควรมอบหมายให้แก่ผู้ก่อสร้างคนใดสร้างขึ้นเพื่อว่า ต้นทุนรวมของการก่อสร้างตึกทั้ง 4 หลังจะต่ำที่สุด

วิธีทำ

$$\begin{bmatrix} 50 & 50 & 52 & 46 \\ 58 & 62 & 62 & 70 \\ 98 & 96 & 92 & 87 \\ 44 & 46 & 56 & 48 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 14 \\ 14 & 10 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 13 \\ 13 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 18 \\ 10 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 5 \end{array} \right]$$

ผู้รับเหมาคนที่ 1 สร้างตึก ข

ผู้รับเหมาคนที่ 2 สร้างตึก ง.

ผู้รับเหมาคนที่ 3 สร้างตึก ค

ผู้รับเหมาคนที่ 4 สร้างตึก ก

ต้นทุนรวมเป็น $58 + 46 + 92 + 46 = 24,200,000$ บาท

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 บริษัทสัญจรมีรถบรรทุกสินค้า (รถโกดัง) 5 คัน ซึ่งพร้อมที่จะเรียกใช้ได้จอดอยู่ในเมือง ก, ข, ค, ง และ จ เมืองละคัน เมืองที่รถบรรทุกจะต้องวิ่งไปสู่มี 6 เมืองด้วยกันคือเมือง 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 รถ 1 คันจะวิ่งไปสู่เพียงเมืองเดียวเท่านั้น ระยะทางเป็นไมล์ระหว่างเมืองต่างๆ แสดงในตารางข้างล่างนี้ จงหาว่าจะกำหนดให้รถคันใดวิ่งไปสู่เมืองใดเพื่อว่าระยะทางเป็นไมล์รวมที่รถต่างๆ เดินทางนั้นจะต่ำสุด

ระยะทางเป็นไมล์
ไปสู่เมือง

จากเมือง	1	2	3	4	5	6
ก	22	11	28	42	34	14
ข	17	34	48	28	30	22
ค	20	17	4	14	a	16
ง	10	26	14	24	24	22
จ	14	22	20	12	24	17

วิธีทำ

ไปสู่เมือง

จากเมือง	1	2	3	4	5	6
ก	8	3	14	28	20	0
ข	0	17	31	11	13	5
ค	16	13	0	10	4	12
ง	0	16	4	14	14	12
จ	2	10	8	0	12	5
เมืองสมมติ	0	0	0	0	0	0

8	0	14	28	17	0
0	14	31	11	10	5
16	10	0	10	1	12
0	13	4	14	11	12
2	7	8	0	9	5
3	0	3	3	0	0

9	0	15	29	17	0
0	13	31	11	9	4
16	9	0	10	0	11
0	12	4	14	10	11
2	6	8	0	8	4
4	0	4	4	0	0

13	0	15	29	17	0 ✓
0 ✓	9	27	7	5	0
20	9	0	10	0 ✓	11
0	8	0 ✓	10	6	7
6	6	8	0 ✓	8	4
8	0 ✓	4	4	0	0

จากเมือง ก. ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 6

จากเมือง ข. ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 1

จากเมือง ค. ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 5

จากเมือง ง. ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 3

จากเมือง จ. ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 4

จากเมืองสมมติ ส่งรถบรรทุกไปสู่เมือง 2

ระยะทางเป็นไมล์รวมต่ำสุด = $14 + 17 + 8 + 14 + 12 + 0 = 65$ ไมล์

ตอบ

โจทย์แบบฝึกหัด

- (1) ร้านค้า 4 แห่ง คือ ก.ท่าพระจันทร์, ข.สำโรง, ค.มีนบุรี และ ง.บางแค ต้องการอะไหล่รถยนต์ซึ่งเก็บไว้ในโกดัง 4 แห่ง คือ ที่วงเวียนใหญ่ ประตูน้ํา สะพานควาย และท่าพระ ระยะทางเป็นไมล์ระหว่างโกดังและร้านค้าเป็นดังที่แสดงในตารางข้างล่างนี้ จงหาระยะทางเป็นไมล์รวมที่ต่ำสุดในการขนส่ง

โกดัง	ร้านค้า			
	ก	ข	ค	ง
วงเวียนใหญ่	23	20	21	24
ประตูน้ํา	19	21	20	20
สะพานควาย	20	18	24	22
ท่าพระ	22	18	21	23

- (2) บริษัทก่อสร้าง ก ข ค จำกัด มีเครื่องปราบป่า 5 เครื่อง ตั้งอยู่ในห้องที่ต่าง ๆ กัน เครื่องปราบป่าแต่ละเครื่องเพียง 3 เครื่องจะถูกส่งไปทำงานใน 3 ห้องที่ ถ้าต้นทุนการขนส่งแสดงในตารางข้างล่างนี้ จงหาต้นทุนรวมต่ำสุด

เครื่องปราบป่า	ต้นทุนการขนส่ง (000,000 บาทละไร่)		
	ก	ข	ค
1	2	3	4
2	7	6	4
3	3	5	8
4	4	6	5
5	4	6	3

- (3) ผู้จัดการบริษัทหนึ่งมีปัญหของการกำหนดวิธีการผลิตใหม่ ๆ 4 วิธีให้แก่เครื่องจักรที่ใช้ทำการผลิต การกำหนดวิธีการผลิตแบบใหม่นี้แก่เครื่องจักรจะมีผลให้กำไรเพิ่มขึ้นดังแสดงในตารางข้างล่างนี้ วิธีหนึ่ง ๆ จะถูกมอบหมายให้แก่เครื่องจักรเพียงเครื่องเดียวเท่านั้น จงหาวิธีที่ให้ผลดีที่สุดในการกำหนดวิธีดังกล่าว

กำไร

(000, 000บาทละไว้)

เครื่องจักร

วิธี	1	2	3
n	12	9	13.5
ข	10	11	12.5
ค	11.5	10	10
ง	13	12	10.5

- (4) จงแก้ปัญหาของการมอบหมายงาน

	n					ข				
	4	9	3	11	4	4	10	3	4	8
	9	8	3	10	8	7	2	6	7	7
	7	5	3	8	6	10	5	8	11	4
	9	5	3	4	6	3	6	5	3	2
	10	11	7	10	11	10	7	3	5	7

- (5) จงพิจารณาปัญหาของการกำหนดงานโดยกำหนดให้ผู้คุมเครื่อง 4 คนคุมเครื่องจักร 4 เครื่อง ตารางข้างล่างนี้แสดงต้นทุนของการมอบหมายงานเป็นบาท ผู้คุมเครื่องคนที่ 1 ไม่สามารถรับมอบหมายให้คุมเครื่องจักรเครื่องที่ 3 และผู้คุมเครื่องคนที่ 3 ไม่สามารถรับมอบหมายให้คุมเครื่องจักรที่ 4 จงหาการมอบหมายงานที่ให้ผลดีที่สุด

	เครื่องจักร			
ผู้คุมเครื่องคนที่	1	2	3	4
1	7	7	—	4
2	9	6	4	5
3	11	5	7	—
4	9	4	8	9

- (6) จากโจทย์ข้อที่ 5 ถ้าเครื่องจักรเครื่องที่ 5 สามารถจัดหามาได้มีต้นทุน (เป็นบาท) ของการมอบหมายงานแก่ผู้ควบคุมเครื่องเป็น 4, 3, 4 และ 10 ตามลำดับ ถ้าเครื่องจักรใหม่นี้

ประหยัดกว่าก็ให้ใช้แทนเครื่องจักรเก่าได้ จงสร้างรูปแบบของการมอบหมายงานและค่า
 ที่ให้ผลดีที่สุด และอยากทราบว่าเป็นการประหยัดหรือไม่ที่จะแทนเครื่องจักรเก่าที่มีอยู่
 ถ้าเช่นนั้นแล้วเครื่องใดควรถูกแทนที่

- (7) หัวหน้าแผนกของบริษัทหนึ่งมีผู้ได้บังคับบัญชาอยู่ 4 คน และมีงาน 4 ชิ้นที่จะต้องทำ
 ผู้ได้บังคับบัญชานี้ต่างก็มีสมรรถภาพไม่เหมือนกัน และงานก็มีความยากง่ายไม่เหมือนกัน
 เขาได้ประมาณเวลาทำงานของผู้ได้บังคับบัญชาแต่ละคนดังแสดงในตารางข้างล่างนี้
 อยากทราบว่า จะต้องแบ่งงานอย่างไร งาน 1 ชิ้นให้แก่คน 1 คน เพื่อว่าชั่วโมงการทำงาน
 รวมต่ำสุด

งาน	คนงาน			
	1	2	3	4
ก	10	26	19	13
ข	15	30	6	26
ค	40	21	20	17
ง	21	26	26	12

- (8) จงแก้ปัญหของการมอบหมายงาน

$$\begin{pmatrix} 6 & 13 & 4 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 6 & 4 & 9 & 7 & 10 \\ 7 & 2 & 4 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

- (9) จงแก้ปัญหของการกำหนดงานซึ่งคน 4 คน จะถูกกำหนดเข้ากับงาน 4 งาน

คน	งาน			
	1	2	3	4
1	3	5	11	4
2	2	1	6	9
3	a	10	2	7
4	10	6	1	5