บทที่ 4
โครงการเส้นตรงประยุกต์
(The Application of Linear Programming)

คำว่า linear Programming เป็นแบบของการจัดแผนการทางคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่งซึ่งเกี่ยวกับการแบ่งทรัพยากรที่มีจำนวนจำกัดอย่างมีประสิทธิภาพให้แก่งานต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ (เช่นได้กำไรสูงสุด หรือเสียต้นทุนต่ำสุดเป็นต้น) ลักษณะที่ชัดแจ้งของแบบการจัดโครงการเส้นตรงก็คือ สมการที่แทนวัตถุประสงค์และขีดจำกัดต่างก็เป็นเส้นตรง

ในบทนี้จะได้กล่าวถึงการนำเอาโครงการเส้นตรงมาใช้ในความเป็นจริง ตัวอย่างก็นำเอามาจากที่ได้พบจริง ๆ ในงานด้านแขนงต่าง ๆ เพื่อจะให้เห็นถึงการนำเอาไปใช้ในรูปแบบต่าง ๆ กัน

ต่อไปจะเป็นตัวอย่างของการนำเอาโครงการเส้นตรงมาใช้ให้เป็นประโยชน์ในกิจการด้านต่าง ๆ เช่น การวางแผนการผลิต การผสมอาหารสำหรับเลี้ยงสัตว์ การวางแผนด้านการตลาด ฯลฯ

ตัวอย่างที่ 1 โรงงาน ก ข ค ได้หยุดการผลิตสินค้าที่ไม่เกิดกำไร จึงทำให้มีกำลังทางด้านการผลิตอยู่อย่างเหลือเฟือ ฝ่ายบริหารได้พิจารณาที่จะทุ่มกำลังการผลิตนี้ให้แก่สินค้าชนิดใดชนิดหนึ่งหรือมากกว่าใน 3 ชนิดด้วยกันคือ สินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่ 1, 2 และ 3 เครื่องจักรที่มีซึ่งจะเป็นตัวกำหนดผลผลิตนั้นมีรายละเอียดดังแสดงในตารางข้างล่างนี้

ชนิดของเครื่องจักร	**เวลาที่ทำการผลิต (ช.ม.ต่อสัปดาห์) อย่างมาก**
เครื่องสี	400
เครื่องกลึง	200
เครื่องบด	100

จำนวนเวลา (ช.ม.) ที่เครื่องจักรทำการผลิตสินค้าแต่ละชนิดเป็นดังนี้

ชนิดเครื่องจักร	จำนวน ช.ม.ที่ทำการผลิตต่อหน่วย		
	สินค้าชนิดที่ 1	สินค้าชนิดที่ 2	สินค้าชนิดที่ 3
เครื่องสี	16	4	6
เครื่องกลึง	8	6	–
เครื่องบด	4	–	2

กำไรต่อหน่วยของสินค้าชนิดที่ 1, 2 และ 3 ควรจะเป็น 40 บาท, 12 บาท และ 16 บาท ตามลำดับ จงสร้างสมการของโครงการเส้นตรงเพื่อที่จะหาว่า โรงงานควรจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไรเพื่อที่จะได้รับกำไรสูงสุด

วิธีทำ ให้การผลิตสินค้าชนิดที่ 1 เป็น x_1

ให้การผลิตสินค้าชนิดที่ 2 เป็น x_2

ให้การผลิตสินค้าชนิดที่ 3 เป็น x_3

กำไรที่ได้รับจากการผลิตสินค้าทั้ง 3 ชนิดจะเป็น

$$40x_1 + 12x_2 + 16x_3$$

ฉะนั้นสมการเส้นวัตถุประสงค์จะเป็นการหาค่าสูงสุดของ $40x_1 + 12x_2 + 16x_3$

ส่วนสมการเส้นขีดจำกัด เส้นแรกจะเป็นเครื่องจักรตัวแรกคือ เครื่องสีซึ่งจะผลิตสินค้าทั้ง 3 ชนิด โดยใช้เวลาทำการผลิตไม่เกิน 400 ช.ม.ต่อสัปดาห์ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$16x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 400$$

ในทำนองเดียวกันเครื่องจักรอีก 2 เครื่อง จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$8x_1 + 6x_2 \leq 200$$

และ $4x_1 + 2x_3 \leq 100$

ข้อมูลดังกล่าวนี้ก็พอเพียงต่อการแก้ปัญหาแล้ว จึงเขียนเป็นสมการโครงการเส้นตรงได้ดังนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $40x_1 + 12x_2 + 16x_3$

เงื่อนไข

$$16x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 400$$

$$8x_1 + 16x_2 \leq 200$$

$$4x_1 \quad + 2x_3 \quad \leqslant 100$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \quad \geqslant \quad 0$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 แผนกโปสเตอร์ของโรงพิมพ์ ก ข ค รับจัดทำโปสเตอร์ติดฝาผนังโดยแบ่งคุณภาพออกเป็น 2 เกรด โปสเตอร์ชนิดคุณภาพดีขายแผ่นละ 50 บาท โปสเตอร์ชนิดคุณภาพรองขายแผ่นละ 30 บาท ต้นทุนของแผ่นโปสเตอร์คุณภาพดีแผ่นละ 15 บาท ต้นทุนของแผ่นโปสเตอร์ชนิดรองแผ่นละ 5 บาท อย่างไรก็ตามโปสเตอร์ชนิดรองราคาถูกกระดาษคุณภาพไม่ดีต้องใช้เวลาพิมพ์แผ่นละถึง 2 นาที ส่วนโปสเตอร์ชนิดดีราคาแพงใช้เวลาพิมพ์เพียง 1 นาทีเท่านั้น ทางแผนกได้รับจัดสรรเงิน 3,000 บาทต่อวัน เป็นค่ากระดาษ เวลาที่ใช้พิมพ์ในแต่ละวันมี 480 นาที และทุกนาทีผ่านไปประมาณว่า คิดเป็นต้นทุน 5 บาท (สมมติว่าแผนกนี้มีแท่นพิมพ์และคนงานจำนวนจำกัดสำหรับงานเพียง 1 อย่าง จึงทำงาน 2 อย่างควบกันไม่ได้) ยิ่งกว่านั้นทางแผนกมีต้นทุนประจำเกิดขึ้นวันละ 2,500 บาท ซึ่งเงินจำนวนนี้ไม่มีผลสะเทือนต่อปริมาณหรือคุณภาพของโปสเตอร์ที่ผลิตขึ้นได้ ทางฝ่ายบริหารต้องการทราบว่าจะทำการผลิตโปสเตอร์แต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไร ทั้งนี้เพื่อที่จะให้ได้รับกำไรสูงสุดในแต่ละวัน จงสร้างสมการของ LP ?

วิธีทำ ให้ จำนวนผลิตโปสเตอร์คุณภาพดีเป็นวันละ x_1 หน่วย

จำนวนผลิตโปสเตอร์คุณภาพรองเป็นวันละ x_2 หน่วย

กำไรแต่ละวันของแผนกก็คือรายได้ทั้งหมด หักด้วยต้นทุนทั้งหมด เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$x_0 = 50x_1 + 30x_2 - 20x_1 - 15x_2 - 2{,}500$$

$$= 30x_1 + 15x_2 - 2{,}500$$

x_0 หมายถึง กำไรแต่ละวันมีตัวแปรค่าเป็น x_1 และ x_2 ที่จะต้องหาค่าว่าเป็นเท่าไร ทั้งนี้เพื่อให้ได้รับกำไรสูงสุด ส่วนค่า 2,500 เป็นตัวคงที่ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรค่า x_1 และ x_2 ฉะนั้นในการคำนวณค่า x_1 และ x_2 ให้ตัดทิ้งไปไม่นำมาพิจารณา จึงเหลือสมการเส้นวัตถุประสงค์ที่จะหาค่าสูงสุดคือ $x_0 = 30x_1 + 15x_2$

ค่า x_1 และ x_2 เป็นตัวแปรค่าที่มีได้หลายค่าซึ่งเป็นค่าที่เป็นไปได้ทั้งนั้น แต่ค่า x_1 และ x_2 จะให้ x_0 มีค่าสูงสุดนั้นจะมีจำกัดจำนวนขึ้นอยู่กับเส้นขีดจำกัดในที่นี้เป็นงบประมาณค่ากระดาษ

และเวลาที่ใช้ในการพิมพ์ จากข้อพิจารณาเหล่านี้เราสามารถเขียนเป็นสมการของปัญหาได้ดังนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $30x_1 + 15x_2$

เงื่อนไข

$15x_1 + 5x_2$	$\leqslant$	3,000	งบประมาณค่ากระดาษ
$x_1 + 2x_1$	$\leqslant$	480	เวลาที่ใช้ในการพิมพ์
x_1, x_2	$\geqslant$	0	

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จากโจทย์ตัวอย่างที่ 2 ถ้าความต้องการอย่างสูงสุดของท้องตลาดที่มีต่อโปสเตอร์คุณภาพดีเป็นวันละ 150 หน่วย จงเขียนสมการของ LP

วิธีทำ จงหาค่าสูงสุดของ $30x_1 + 15x_2$

เงื่อนไข

$15x_1 + 5x_2$	$\leqslant$	3,000	งบประมาณค่ากระดาษ
$x_1 + 2x_2$	$\leqslant$	480	เวลาที่ใช้ในการพิมพ์
x_1	$\leqslant$	150	
x_1, x_2	$\geqslant$	0	

ตอบ

ปัญหาของการผสมอาหาร

ปัญหานี้สามารถเอามาประยุกต์ใช้ได้กับอุตสาหกรรมหลายแขนง ลักษณะทั่วไปของปัญหาก็คือการผสมส่วนประกอบหลายอย่างเพื่อที่จะให้ได้ผลผลิตที่มีคุณสมบัติตามที่ประสงค์ ในขณะเดียวกันวัตถุประสงค์บางอย่างเช่น กำไร การผลิต เครื่องไม้เครื่องมือที่ใช้จะให้ผลดีตามขีดที่กำหนดไว้ หรือเป็นการผสมอาหารสำหรับเลี้ยงสัตว์เพื่อที่จะให้มีน้ำหนักมากที่สุด หรือมีต้นทุนค่าอาหารต่ำที่สุด หรือการผสมวัตถุดิบหลายอย่างเพื่อที่จะให้ได้ผลผลิตที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการโดยเสียต้นทุนต่ำสุด เช่น การผสมโลหะหรือปุ๋ย เป็นต้น

ต่อไปจะเป็นตัวอย่างของการผสมอาหารสัตว์ซึ่งจะต้องหาจำนวนวัตถุดิบที่จะใช้ผสมว่ามีจำนวนเท่าไร เพื่อให้ได้ผลผลิต (อาหารสำเร็จรูปสำหรับเลี้ยงสัตว์) เป็นจำนวน 4 ตัน (8,000 ปอนด์)

วัตถุดิบชนิดต่าง ๆ ที่รวมกันเป็นผลผลิตขั้นสุดท้ายต้องมีคุณสมบัติตามที่ระบุไว้ ปัญหาก็คือการเลือกปัจจัยการผลิตซึ่งเมื่อผสมกันแล้วจะมีคุณสมบัติตามที่ระบุไว้โดยเสียต้นทุนต่ำสุด ผลิตภัณฑ์จะต้องมีคุณสมบัติตามที่ระบุไว้ดังต่อไปนี้

	ขั้นต่ำสุด	ขั้นสูงสุด
วิตามิน A%	13	15
วิตามิน D%	8	10

วัตถุดิบที่ใช้เป็นปัจจัยการผลิตจัดหามาได้ดังนี้

วัตถุดิบ	วิตามิน A%	วิตามิน D%	ต้นทุน
เลือดแห้ง	.85	.30	120/ตัน
ขนไก่ป่น	.80	.35	100/ตัน
ปลาป่น	15.50	10.80	150/ตัน
ใบกะถิน	14.20	9.30	80/ตัน
หญ้า	100	0	.50/ปอนด์
กระดูกป่น	0	100	.80/ปอนด์

ตัวแปรค่าที่ใช้ทำการตัดสินใจที่สามารถควบคุมได้โดยฝ่ายบริหารก็คือ จำนวนวัตถุดิบทั้ง 6 ชนิด ซึ่งถูกแทนค่าดังนี้

ให้จำนวน	เลือดแห้งที่ใช้	เป็น	x_1	ปอนด์
,,	ขนไก่ป่น	,,	x_2	,,
,,	ปลาป่น	,,	x_3	,,
,,	ใบกะถิน	,,	x_4	,,
,,	หญ้า	,,	x_5	,,
,,	กระดูกป่น	,,	x_6	,,

วัตถุประสงค์ก็คือ การหาต้นทุนต่ำสุดของวัตถุดิบที่ใช้

$$\min \sum_i C_i x_i = x_0$$

$$x_0 = \frac{120x_1}{2{,}000} + \frac{100x_2}{2{,}000} + \frac{150x_3}{2{,}000}\ \frac{80x_4}{2{,}000} + .50x_5 + .80x_6$$

ขั้นต่อไปก็คือ การหาสมการของเส้นขีดจำกัด เส้นแรกก็คือ

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 8{,}000$$

เส้นขีดจำกัดที่สองก็คือ หาจำนวนวิตามิน A ขั้นสูงสุดที่วัตถุดิบแต่ละชนิดมีให้

$$.0085x_1 + .008x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 \leqslant 1{,}200$$

เส้นขีดจำกัดที่สามก็คือ หาจำนวนวิตามิน A ขั้นต่ำสุดที่วัตถุดิบแต่ละชนิดมีให้

$$.0085x_1 + .008x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 \geqslant 1{,}040$$

เส้นขีดจำกัดที่สี่ก็คือ หาจำนวนวิตามิน D ขั้นสูงสุดที่วัตถุดิบแต่ละชนิดมีให้

$$.003x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 \leqslant 800$$

เส้นขีดจำกัดที่ห้าก็คือ หาจำนวนวิตามิน D ขั้นต่ำสุดที่วัตถุดิบแต่ละชนิดมีให้

$$.003x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 \geqslant 640$$

เขียนสรุปได้ดังนี้

จงหาค่าต่ำสุดของ $.06x_1 + .05x_2 + .075x_3 + .04x_4 + .50x_5 + .80x_6$

เงื่อนไข

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_3 + x_5 + x_6 &= 8{,}000\\
.0085x_1 + .008\,x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 &\leqslant 1{,}200\\
.0085x_1 + .008\,x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 &\geqslant 1{,}040\\
.003\,x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 &\leqslant 800\\
.003\,x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 &\geqslant 640
\end{aligned}$$

ทุก $x_j \geqslant 0$

ตอบ

จากตัวอย่างข้างบนนี้ สมมติว่าประเทศอยู่ในภาวะขาดแคลนเช่น ในเวลาสงคราม สิ่งที่จะต้องพิจารณาเป็นอันดับแรก ก็คือผลผลิตซึ่งจะต้องเร่งการผลิตให้พอกับความต้องการของประชาชน ส่วนเรื่องต้นทุนนั้นเป็นสิ่งสำคัญรองลงมา ในกรณีนี้ วัตถุประสงค์จะเปลี่ยนจากการหาต้นทุนต่ำสุด (minimizing cost) มาเป็นการหาผลผลิตสูงสุด (maximizing output) สมมติยอดรวมวัตถุดิบแต่ละชนิดที่จัดหามาได้เป็นดังนี้

วัตถุดิบ	จำนวนที่จัดหามาได้สูงสุด (เป็นตัน)
เลือดแห้ง	200

ขนไก่ป่น	60
ปลาป่น	240
ใบกะถิน	120
หญ้า	ไม่จำกัดจำนวน
กระดูกป่น	8

วัตถุประสงค์ก็คือ การหาค่าสูงสุดของจำนวนปอนด์ของวัตถุดิบที่ใช้แต่ละชนิดว่าเป็นเท่าไร

จงหาค่าสูงสุดของ $x_0 = x_1 + x_2 + x_3 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$

เส้นขีดจำกัดแรกก็คือ

$x_1 \leqslant 400,000$

$x_2 \leqslant 120,000$

$x_3 \leqslant 480,000$

$x_4 \leqslant 240,000$

$x_6 \leqslant 16,000$

เส้นขีดจำกัดชุดที่สองก็คือ หาจำนวนวิตามิน A ขั้นสูงสุดของวัตถุดิบแต่ละชนิดที่มีให้

$.0085x_1 + .008x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 \leqslant .15(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$

$-.1415x_1 - .142x_2 + .005x_3 - .008x_4 + .85x_5 - 15x_6 - .15x_6 \leqslant 0$

ในทำนองเดียวกันการหาวิตามิน A ขั้นต่ำสุดจะเป็นดังนี้

$.0085x_1 + .008x_2 + .155x_3 + .142x_4 + x_5 \geqslant .13(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$

$-.1215x_1 - .122x_2 + .025x_3 + .012x_4 + .87x_5 - .13x_6 \geqslant 0$

เส้นขีดจำกัดต่อไป ก็คือ การหาจำนวนวิตามิน D ขั้นสูงสุดดังนี้

$.003x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 \leqslant .1(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$

$-.097x_1 - .0965x_2 + .008x_3 - .007x_4 - .1x_5 + .9x_6 \leqslant 0$

ในทำนองเดียวกันจำนวนวิตามิน D ขั้นต่ำสุดจะเป็นดังนี้

$.003x_1 + .0035x_2 + .108x_3 + .093x_4 + x_6 \geqslant .08(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$

$-.077x_1 - .0765x_2 + .028x_3 + .013x_4 - .08x_5 + .92x_6 \geqslant 0$

เขียนสรุปได้ดังนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$

เงื่อนไข

$$
\begin{aligned}
-.1415x_1 - .142x_2 + .005x_3 - .008x_4 + .85x_5 - 15x_6 &\leq 0 \\
-.1215x_1 - .122x_2 + .025x_3 + .012x_4 + .87x_5 - .13x_6 &\geq 0 \\
-.097x_1 - .0965x_2 + .008x_3 - .007x_4 - .1x_5 + 9x_6 &\leq 0 \\
-.077x_1 - .0765x_2 + .028x_3 + .013x_4 - .08x_5 + .92x_6 &\geq 0
\end{aligned}
$$

$x_1 \leq 400{,}000,\ x_2 \leq 120{,}000,\ x_3 \leq 480{,}000$

$x_4 \leq 240{,}000,\ x_6 \leq 16{,}000$

ทุก $x_j \geq 0$

ตอบ

ปัญหาของสินค้าคงคลัง

ในร้านขายของชำหรือร้านสรรพสินค้าหรือซุปเปอร์มาร์เก็ตจะมีปัญหาที่ว่า มีสินค้าที่จะตั้งแสดงหรือวางขายมากกว่าพื้นที่สำหรับวางของ ผู้จัดการห้างร้านจะต้องตัดสินใจกับปัญหาที่ว่า จะเลือกสินค้าชนิดไหนมาตั้งวางขายและสินค้าแต่ละชนิดวางขายเป็นจำนวนเท่าไร หรือจะต้องใช้พื้นที่สำหรับตั้งวางของเท่าไรเพื่อวางสินค้าแต่ละชนิด เหล่านี้เป็นปัญหาของการแบ่งสรรทรัพยากรที่ขาดแคลน ให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

สินค้ารายการที่	ความต้องการของตลาด (การคาดหมาย)	กำไร/หน่วย (บาท)	พื้นที่/หน่วย (น.^{2})
1	40	4	12
2	35	4	7
3	25	6	9
4	20	8	11
5	45	8	11
6	50	12	12
7	45	10	14
8	40	10	14
9	30	12	10
10	50	8	8
11	30	4	15
12	50	12	8
13	20	10	11
14	15	6	13
15	30	8	9
16	20	4	7
17	50	4	12
18	25	2	18
19	25	10	11
20	40	8	16

ถ้าสินค้าทุกรายการตามความต้องการของตลาดที่คาดเอาไว้ถูกนำมาวางขาย จะต้องใช้พื้นที่ตั้งวางขายถึง 7,795 ตารางนิ้ว แต่ทางห้างมีพื้นที่สำหรับตั้งวางขายเพียง 35 ตารางฟุตเท่านั้น ดังนั้นปัญหาจึงอยู่ที่การจัดแบ่งสรรพื้นที่เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์อย่างดีที่สุด

ปกติแล้ววัตถุประสงค์ก็คือการหากำไรสูงสุด โดยมีเงื่อนไขขึ้นอยู่กับพื้นที่หรือข้อกำหนดอื่น ๆ

จงหาค่าสูงสุดของ $x_0 = \sum_{j=1}^{20} p_j x_j$

p_j คือ กำไรต่อหน่วยของสินค้า j รายการ

x_j คือ ปริมาณของสินค้าที่จะนำมาวางขายจำนวน j รายการ

ในสมการเส้นวัตถุประสงค์นี้ต้องสมมติว่า ในระหว่างช่วงระยะเวลาหนึ่งนั้นปริมาณขายของสินค้ารายการใด ๆ ก็ตามจะต้องเท่ากับจำนวนรายการสินค้าที่เก็บไว้วางขาย และสินค้าที่ตั้งวางขายจะต้องไม่เกินกว่าความต้องการของท้องตลาดที่คาดเอาไว้

$$x_0 = 4x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 8x_5 + 12x_6 + 10x_7 + 10x_8 + 12x_9 + 8x_{10} + 4x_{11} + 12x_{12} + 10x_{13} + 6x_{14} + 8x_{15} + 4x_{16} + 4x_{17} + 2x_{18} + 10x_{19} + 8x_{20}$$

เงื่อนไขแรกก็คือ ขีดจำกัดทางด้านพื้นที่

$$\sum_{j=1}^{20} s_j x_j \leq 5{,}040$$

s_j คือ พื้นที่เป็นตารางนิ้วต่อหน่วยของสินค้า j รายการ

$$12x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 11x_4 + 11x_5 + 12x_6 + 14x_7 + 14x_8 + 10x_9 + 8x_{10} + 15x_{11} + 8x_{12} + 11x_{13} + 13x_{14} + 9x_{15} + 7x_{16} + 12x_{17} + 18x_{18} + 11x_{19} + 16x_{20} \leq 5{,}040$$

เงื่อนไขที่สองก็คือ ปริมาณสินค้าที่วางขายแต่ละรายการจะต้องไม่เกินกว่าความต้องการของท้องตลาดในสินค้าชนิดนั้น ๆ

$$x_j \leq d_j$$

d_j คือ ความต้องการของท้องตลาดที่มีต่อสินค้า j รายการ

$x_1 \leq 40,\ x_2 \leq 35,\ x_3 \leq 25,\ x_4 \leq 20,\ x_5 \leq 45,$

$x_6 \leq 50,\ x_7 \leq 45,\ x_8 \leq 40,\ x_9 \leq 30,\ x_{10} \leq 50,$

$x_{11} \leq 30,\ x_{12} \leq 50,\ x_{13} \leq 20,\ x_{14} \leq 15,\ x_{15} \leq 30,$

$x_{16} \leq 20,\ x_{17} \leq 50,\ x_{18} \leq 25,\ x_{19} \leq 25,\ x_{20} \leq 40$

ตอบ

ในกรณีข้างบนนี้ผู้จัดการห้างอาจจะกำหนดเงื่อนไขตามอำเภอใจของตนขึ้นมาอย่างไรก็ได้ ทั้งนี้ต้องดูจากประสบการณ์ความสัมพันธ์กับลูกค้า ฯลฯ เช่น ผู้จัดการอาจเชื่อว่า สินค้า 5 รายการดังต่อไปนี้มีความสำคัญมากต้องมีตั้งแสดงที่ร้านไม่ต่ำกว่ารายละ 10 ชิ้น ก็เขียนได้ดังนี้

$$x_1 \geqslant 10\ ,\ x_5 \geqslant 10\ ,\ x_{10} \geqslant 10\ ,\ x_{16} \geqslant 10\ ,\ x_{17} \geqslant 10$$

ตอบ

ตัวอย่าง โรงงานกระดาษได้รับใบสั่งซื้อม้วนกระดาษ 3 ฉบับ มีขนาดและความยาวแสดงในตารางข้างล่างนี้

ใบสั่งซื้อฉบับที่	ความกว้าง (นิ้ว)	ความยาว (นิ้ว)
1	4	500
2	5	2,000
3	6	1,000

ม้วนกระดาษที่ผลิตในโรงงานมีความกว้างมาตรฐานอยู่ 2 อย่างคือ 8 นิ้ว และ 12 นิ้ว ซึ่งจะต้องถูกตัดให้ได้ขนาดตามที่สั่ง ความยาวของม้วนกระดาษมาตรฐานไม่มีขีดจำกัด ม้วนกระดาษที่มีความยาวจำกัดสามารถเชื่อมต่อกันได้เพื่อที่จะให้ได้ความยาวตามที่ต้องการ วัตถุประสงค์ก็คือการหาตารางการผลิต (แบบการตัด) ซึ่งทำให้เสียส่วนเกินน้อยที่สุด และให้ได้ขนาดตามที่ต้องการ

ให้ x_{ij} เป็นความยาวของม้วนกระดาษที่ i ($i = 1$ สำหรับ 8 นิ้ว และ $i = 2$ สำหรับ 12 นิ้ว) ซึ่งถูกตัดเป็นแบบที่ j ตารางข้างล่างนี้แสดงแบบการตัดที่เป็นไปได้สำหรับม้วนกระดาษมาตรฐานทั้ง 2 ชนิด

	$i = 1$ (8 นิ้ว)			$i = 2$ (12 นิ้ว)						ความยาว
ความกว้าง	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	ที่ต้องการ
4 นิ้ว	2	0	0	3	1	1	0	0	0	500
5 นิ้ว	0	1	0	0	1	0	1	2	0	2,000
6 นิ้ว	0	0	1	0	0	1	1	0	2	1,000
ส่วนเกิน	0	3	2	0	3	2	1	2	0	

สมการที่ได้จะเป็นดังนี้

จงหาค่าต่ำสุดของ $3x_{12} + 2x_{13} + 3x_{22} + 2x_{23} + x_{24} + 2x_{25}$

เงื่อนไข

$$2x_{11} + 3x_{21} + x_{22} + x_{23} \geqslant 500$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{24} + 2x_{25} \geqslant 2{,}000$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{24} + 2x_{26} \geqslant 1{,}000$$

ทุก $x_{ij} \geqslant 0$

ตอบ

คำจำกัดความทั่วไปของคำว่า โปรแกรมเส้นตรง

จากตัวอย่างที่แสดงมาจะเห็นว่า โปรแกรมเส้นตรงจะเป็นแบบการหาค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดก็ได้ เส้นขีดจำกัดนั้นอาจจะเป็นชนิด ($\leqslant$), ($=$), หรือ ($\geqslant$) และตัวแปรค่านั้นอาจจะมีเครื่องหมายบวกหรือเครื่องหมายที่ไม่จำกัดจำนวนก็ได้ ดังนั้นแบบของโปรแกรมเส้นตรงโดยทั่วไปแล้วจะหมายถึงดังต่อไปนี้

จงหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ $x_0 = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots c_nx_n$

เงื่อนไข

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n \quad (\leqslant, =, \text{หรือ } \geqslant)\, b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n \quad (\leqslant, =, \text{หรือ } \geqslant)\, b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n \quad (\leqslant, =, \text{หรือ } \geqslant)\, b_m$$

$$x_1,\ x_2 \qquad \ldots\ldots x_n \geqslant 0$$

โดยมี c_j, b_i และ a_{ij} ($i = 1, 2 \ldots.., m;\ j = 1, 2, \ldots\ldots n$) เป็นตัวคงที่ และ x_j เป็นตัวแปรค่าที่ใช้ทำการตัดสินใจ ส่วนเครื่องหมาย ($\leqslant$, $=$ หรือ $\geqslant$) ให้ใช้อันใดอันหนึ่งสำหรับเส้นขีดจำกัดและตัวแปรค่าที่ไม่จำกัดทุกตัวสามารถเปลี่ยนเป็นตัวแปรค่าที่เป็นบวกโดยเท่ากันได้

คำว่าแบบแผนโครงการเส้นตรง (linear programming models) มักจะหมายถึงปัญหาของการแบ่งสรรซึ่งทรัพยากรที่มีจำนวนจำกัดนั้นให้แก่งานต่าง ๆ หลายงาน ตามแบบที่เขียนข้างบนนี้ สัมประสิทธิ์ c_j, a_{ij} และ b_i จะมีความหมายตามตัวดังต่อไปนี้

ถ้า b_i เป็นจำนวนทรัพยากร i ที่สามารถจัดหามาได้ a_{ij} เป็นจำนวนทรัพยากร i ที่ต้องจัดแบ่งให้แต่ละหน่วยงาน j ค่ามูลค่าต่อหน่วยงาน j จะเท่ากับ c_j

หลังจากที่สร้างแบบของโครงการเส้นตรงแล้ว ขั้นต่อไปของผู้วิเคราะห์ก็คือการแก้สมการ เพราะว่าโครงการเส้นตรงนี้แทนแบบฟอร์มชนิดต่าง ๆ (เช่นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดสำหรับเส้นวัตถุประสงค์ และ (≤ , = และ/หรือ ≥) สำหรับเส้นขีดจำกัด) จึงจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแปลงแบบฟอร์มเหล่านี้ให้เข้ากับกระบวนการแก้สมการ มีแบบฟอร์ม 2 แบบที่จะนำมาใช้คือ แบบเปลี่ยนเครื่องหมาย (canonical form) และแบบฟอร์มมาตรฐาน (standard form) แบบฟอร์มมาตรฐานนั้นจะใช้สำหรับแก้สมการชนิดนี้โดยตรง ส่วนแบบฟอร์มเปลี่ยนเครื่องหมายนั้นจะมีประโยชน์เฉพาะใน duality theory รายละเอียดของแบบฟอร์มทั้ง 2 อย่างมีดังนี้

แบบฟอร์มเปลี่ยนเครื่องหมาย (canonical form)

ปัญหาของโครงการเส้นตรงโดยทั่วไปตามที่ได้อธิบายไว้ข้างต้นสามารถสร้างเป็นแบบฟอร์มได้ดังต่อไปนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

เงื่อนไข

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i \leq b_i,\ i = 1, 2, \ldots\ldots, m$$

$$x_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

คุณสมบัติของแบบฟอร์มนี้มีดังนี้

ก. ตัวแปรค่าที่ใช้ทำการตัดสินใจทั้งหมดเป็นบวก

ข. เส้นขีดจำกัดทั้งหมดเป็นแบบ ≤

ค. สมการเส้นวัตถุประสงค์เป็นแบบหาค่าสูงสุด

ปัญหาของโครงการเส้นตรงสามารถทำเป็นรูปแบบฟอร์มเปลี่ยนเครื่องหมายได้ โดยการใช้การเปลี่ยนแปลง ตัวประกอบ 5 อย่างดังนี้

1. การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชั่น f(x) จะเท่ากันในทางคณิตศาสตร์กับค่าสูงสุดของฟังก์ชั่นที่เป็นลบ −f(x) เช่น ตัวอย่าง

ฟังก์ชั่นของเส้นวัตถุประสงค์

จงหาค่าต่ำสุดของ $x_0 = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

จะเท่ากับ จงหาค่าสูงสุดของ $g_0 = -x_0 = -c_1x_1 - c_2x_2 - \ldots\ldots - c_nx_n$

2. เครื่องหมายที่ไม่เท่ากันในทิศทางหนึ่ง ($\leqslant$ หรือ $\geqslant$) อาจเปลี่ยนเป็นเครื่องหมายที่ไม่เท่ากันในทิศทางตรงกันข้ามได้ ($\geqslant$ หรือ $\leqslant$) โดยการคูณทั้งสองข้างที่ไม่เท่ากันด้วย -1 เช่น ขีดจำกัดที่เป็นเส้นตรง

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geqslant b$$

จะเท่ากับ $-a_1x_1 - a_2x_2 \leqslant -b$

ทำนองเดียวกัน $p_1x_1 + p_2x_2 \leqslant q$

จะเท่ากับ $-p_1x_1 - p_2x_2 \geqslant -q$

3. สมการที่เท่ากันอาจถูกแทนค่าด้วยสมการที่ไม่เท่ากันสองสมการในทิศทางตรงกันข้าม เช่น

$$a_1x_1 + a_2x_2 = b$$

จะเท่ากับเส้นขีดจำกัด 2 เส้นพร้อมกันทีเดียว

$a_1x_1 + a_2x_2 \leqslant b$ และ $a_1x_1 + a_2x_2 \geqslant b$

หรือ $a_1x_1 + a_2x_2 \leqslant b$ และ $-a_1b_1 - a_2x_2 \leqslant -b$

4. ขีดจำกัดที่ไม่เท่ากันซึ่งด้านซ้ายมือเป็นค่าสมบูรณ์ (absolute form) สามารถเปลี่ยนเป็นสมการที่ไม่เท่ากันตามปกติได้ 2 สมการ ดังนั้นสำหรับ $b \geqslant 0$

$$|a_1x_1 + a_2x_2| \leqslant b$$

เท่ากับ $a_1x_1 + a_2x_2 \geqslant -b$ และ $a_1x_1 + a_2x_2 \leqslant b$

ในทำนองเดียวกันสำหรับ $q \geqslant 0$

$$|p_1x_1 + p_2x_2| \geqslant q$$

จะเท่ากับค่าใดค่าหนึ่ง

$p_1x_1 + p_2x_2 \geqslant q$ หรือ $p_1x_1 + p_2x_2 \leqslant -q$

5. ตัวแปรค่าที่ไม่มีขีดจำกัดในเครื่องหมาย (นั่นก็คือ จะเป็นบวก เป็นลบ หรือเป็นศูนย์ก็ได้) จะเท่ากับผลต่างระหว่างตัวแปรค่าที่เป็นบวก 2 ตัว เช่น ถ้า x เป็นตัวแปรค่าที่ไม่มีขีดจำกัดในเครื่องหมายจะถูกแทนด้วย $(x^+ - x^-)$ ซึ่งมีค่า $x^+ \geqslant 0$ และ $x^- \geqslant 0$

ตัวอย่าง จงเปลี่ยนสมการต่อไปนี้เป็นในรูป canonical form

จงหาค่าต่ำสุดของ $x_0 = 5x, - 8x2 + 6x_3$

เงื่อนไข

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 60$$
$$2x_1 + 7x_2 - 5x_3 \geqslant 80$$
$$7x_1 + 5x_2 = 40$$
$$|6x_2 - 9x_3| \leqslant 120$$
$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

x_3 ไม่มีขีดจำกัดในเครื่องหมาย

วิธีทำ

จงหาค่าสูงสุดของ $g_0 = (-x_0) = -5x_1 + 8x_2 - 6(x_3^+ - xj)$

เงื่อนไข

$$3x, + 2x1 + (x_3^+ - x_3^-) \leqslant 60$$
$$-2x, -7x, + 5(x_3^+ - x;) \leqslant -80$$
$$7x_1 + 5x_2 \leqslant 40$$
$$-7x_1 - 5x_2 \leqslant -40$$
$$6x_2 + 9(x_3^+ - x_3^-) \leqslant 120$$
$$-6x, - 9(x; - x;) \leqslant 120$$
$$x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0,\ x_3^+ \geqslant 0,\ x_3^- \geqslant 0$$

ตอบ

แบบฟอร์มมาตรฐาน (standard form)

ลักษณะของแบบฟอร์มมาตรฐานมีดังนี้

1. เส้นขีดจำกัดทั้งหมดเป็นสมการนอกจากสำหรับเส้นขีดจำกัดที่เป็นบวกซึ่งยังคงมีความไม่เท่ากัน ($\geqslant 0$)
2. ตัวประกอบด้านขวามือของแต่ละสมการเส้นขีดจำกัดเป็นบวก
3. ตัวแปรค่าทั้งหมดเป็นบวก
4. ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์จะเป็นแบบหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

เส้นขีดจำกัดที่ไม่เท่ากันสามารถเปลี่ยนเป็นสมการโดยการเพิ่มหรือลดด้านซ้ายมือของแต่ละเส้นขีดจำกัดนั้นด้วยตัวแปรค่าที่เป็นบวก ตัวแปรค่าใหม่นี้เรียกว่า ตัวแปรค่าช่องว่าง (slack variables) และนำไปบวกเข้าถ้าขีดจำกัดเป็น ($\leqslant$) และนำไปลบออกถ้าขีดจำกัดเป็น ($\geqslant$) (ในกรณีที่ขีดจำกัดเป็น ($\geqslant$) ตัวแปรค่าที่นำมาหักหมายถึงค่าส่วนเกินของด้านซ้ายมือที่มากกว่าด้านขวามือจึงเรียกตัวแปรค่าชนิดนี้ว่า ตัวแปรส่วนเกิน (surplus variables) ซึ่งในที่นี้ส่วนเกินเป็นลบ (negative slack)) ด้านขวามือสามารถทำเป็นบวกได้ด้วยการคูณทั้งสองข้างด้วย (−1) ถ้าต้องการเช่นนั้น

ตัวอย่าง $a_1x_1 + a_2x_2 \geqslant b,\ b \geqslant 0$

จะเปลี่ยนเป็นแบบฟอร์มมาตรฐานได้ดังนี้

$a_1x_1 + a_2x_2 - s_1 = b,\ s_1 \geqslant 0$

ในทำนองเดียวกันเส้นขีดจำกัด

$p_1x_1 + p_2x_2 \leqslant q,\ q \geqslant 0$

จะเปลี่ยนได้เป็น

$p_1x_1 + p_2x_2 + s_2 = q,\ s_2 \geqslant 0$

แบบฟอร์มมาตรฐานนี้มีบทบาทสำคัญมากต่อการแก้สมการของโครงการเส้นตรง

ตัวอย่าง จงพิจารณาโครงการเส้นตรงที่มี ($\leqslant$) ขีดจำกัดต่าง ๆ ดังนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$

เงื่อนไข $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leqslant b_i\ (b_i \geqslant 0),\ i = 1, 2, \ldots m$

$x_j \geqslant 0,\ j = 1, 2, \ldots, n$

ทำเป็นแบบฟอร์มมาตรฐานได้ดังนี้

จงหาค่าสูงสุดของ $x_0 = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$

เงื่อนไข

$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j + s_i = b_i,\ i = 1.2\ ,\ldots\ m$

$x_j \geqslant 0,\ j = 1,\ 2\ ,\ldots\ n$

$s_i \geqslant 0,\ i = 1, 2\ ,\ldots\ m$

ตอบ

โจทย์แบบฝึกหัด

1. บริษัท ก ข ค จำกัด ผลิตรองเท้าหนังแบ่งเป็น 2 ชนิด การผลิตรองเท้าชนิดแรกแต่ละคู่ต้องใช้เวลาแรงงานเป็น 2 เท่าของชนิดที่สอง ถ้าบริษัทจะทำการผลิตรองเท้าชนิดที่สองเพียงอย่างเดียวโดยใช้แรงงานทั้งหมดที่มีอยู่ในบริษัทก็จะผลิตได้อย่างมากวันละ 600 คู่ ความต้องการของตลาดในแต่ละวันที่มีต่อรองเท้าชนิดแรกและชนิดที่สองเป็น 200 และ 300 คู่ สมมตว่ากำไรต่อคู่ของรองเท้าชนิดแรกเป็น 10 บาท และชนิดที่สองเป็น 8 บาท จงหาว่าจะต้องทำการผลิตรองเท้าแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไรเพื่อที่จะให้ได้รับกำไรสูงสุด
2. โรงงาน ก ข ค จำกัด ผลิตสินค้าชนิดหนึ่งโดยแบ่งออกเป็น 3 แบบ (แบบ I, II และ III) ในการผลิตจะใช้วัตถุดิบ 2 ชนิด (คือ ชนิด ง และ จ) ซึ่งจะใช้ไม่เกิน 5,000 และ 8,000 หน่วย ตามลำดับ ความต้องการวัตถุดิบต่อหน่วยของการผลิตสินค้าทั้ง 3 แบบ เป็นดังนี้

วัตถุดิบ	ความต้องการวัตถุดิบต่อหน่วยของสินค้าแบบที่		
	I	II	III
ง	3	4	6
จ	5	3	8

แต่ละหน่วยของสินค้าแบบที่ 1 ใช้เวลาแรงงานเป็น 2 เท่าของสินค้าแบบที่ 2 และเป็น 3 เท่าของสินค้าแบบที่ 3 แรงงานทั้งหมดของโรงงานสามารถผลิตสินค้าแบบที่ 1 ได้เท่ากับจำนวน 850 หน่วย จากการสำรวจตลาดพบว่าความต้องการต่ำสุดของสินค้าทั้ง 3 แบบ เป็น 300, 300 และ 250 หน่วย ตามลำดับ อย่างไรก็ตามอัตราส่วนของจำนวนผลิตต้องเท่ากับ 7 : 5 : 9 สมมติว่ากำไรต่อหน่วยของสินค้าแบบที่ 1, 2 และ 3 เป็น 70, 50 และ 90 บาท จงสร้างสมการโครงการเส้นตรงเพื่อหาจำนวนผลิตของสินค้าแต่ละแบบซึ่งจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด

3. สินค้าสี่ชนิดได้ถูกผลิตตามลำดับโดยเครื่องจักร 2 เครื่อง เวลาที่ทำการผลิตเป็นชั่วโมงต่อหน่วยของสินค้าแต่ละชนิดได้แสดงในตารางข้างล่างนี้ สำหรับเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง ดังนี้

	เวลาต่อหน่วย (เป็นชั่วโมง)			
เครื่องจักร	สินค้าชนิดที่ 1	สินค้าชนิดที่ 2	สินค้าชนิดที่ 3	สินค้าชนิดที่ 4
1	3	4	5	3
2	4	3	2	3

ต้นทุนรวมของการผลิตแต่ละหน่วยของสินค้าแต่ละชนิดขึ้นอยู่โดยตรงกับเวลาของเครื่องจักรที่ทำการผลิต สมมติว่าต้นทุนต่อชั่วโมงของเครื่องจักรเครื่องที่ 1 และเครื่องที่ 2 เป็น 15 และ 20 บาท ชั่วโมงรวมทั้งหมดตามงบประมาณที่ตั้งไว้สำหรับสินค้าทั้งหมดที่ผลิตโดยเครื่องจักรที่ 1 และที่ 2 เป็น 650 และ 490 ถ้าราคาขายต่อหน่วยสำหรับสินค้าชนิดที่ 1, 2, 3 และ 4 เป็น 125, 150, 115 และ 90 บาท จงสร้างสมการโครงการเส้นตรงเพื่อหากำไรสุทธิรวมสูงสุด

4. เจ้าของฟาร์มปศุสัตว์ชื่อ รุ่งเรืองฟาร์ม ได้พยายามหาวิธีผสมอันถูกต้องเพื่อผสมอาหารสัตว์ 2 ชนิด ซึ่งมีส่วนผสมที่จำเป็นอยู่ 4 อย่าง จงหาการผสมที่มีต้นทุนต่ำสุด

	% ต่อกิโลกรัมของอาหารสัตว์		ความต้องการ
ส่วนผสม	อาหารสัตว์ชนิดที่ 1	อาหารสัตว์ชนิดที่ 2	ขั้นต่ำสุด (กิโลกรัม)
1	40	20	4
2	10	30	2
3	20	40	3
4	30	10	6
ต้นทุน บาท/ก.ก.	5.00 บาท	3.00 บาท	

5. บริษัท ก ข ค จำกัด ผลิตสินค้า 4 ชนิด 1 ถึง 4 ตารางข้างล่างแสดงความต้องการวัตถุดิบ พื้นที่เก็บสินค้า อัตราการผลิต และกำไรต่อหน่วย ยอดรวมวัตถุดิบอย่างสูงต่อวันสำหรับสินค้าทั้งหมด 4 ชนิด เป็น 180 กิโลกรัม พื้นที่รวมอย่างสูงสำหรับเก็บสินค้าเป็น 230 ตารางเมตร และใช้เวลาทำการผลิตวันละ 8 ชั่วโมง

	สินค้าที่			
	1	2	3	4
วัตถุดิบ กิโลกรัม/หน่วย	2	2	1.5	4
พื้นที่เก็บสินค้า ต.ร.เมตร/หน่วย	2	2.5	2	1.5
อัตราการผลิต จำนวนหน่วย/ชั่วโมง	15	30	10	15
กำไร บาท/หน่วย	5 บ.	6.50 บ.	5 บ.	5.50 บ.

อยากทราบว่า จะทำการผลิตสินค้าแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไร เพื่อที่จะได้รับกำไรรวมสูงสุด

6. บริษัท ก ข ค จำกัด มีเครื่องจักรที่ใช้ทำการผลิต 3 ชนิด แต่ละชนิดมีประสิทธิภาพต่างกัน เครื่องชนิดที่ 1 สามารถผลิตได้ชั่วโมงละ 20 หน่วย มีความถูกต้อง 99% เครื่องชนิดที่ 2 ผลิตได้ชั่วโมงละ 15 หน่วย มีความถูกต้อง 95% และเครื่องชนิดที่ 3 ผลิตได้ชั่วโมงละ 10 หน่วย มีความถูกต้อง 100% เครื่องชนิดที่ 1 มีต้นทุนการเดินเครื่องชั่วโมงละ 40 บาท เครื่องชนิดที่ 2 มีต้นทุนการเดินเครื่องชั่วโมงละ 35 บาท และเครื่องชนิดที่ 3 มีต้นทุนการเดินเครื่องชั่วโมงละ 30 บาท บริษัทต้องทำการผลิตอย่างน้อยที่สุดวันละ (8 ชั่วโมง) 3,500 หน่วย โดยใช้เครื่องจักรอย่างมากดังนี้ เครื่องชนิดที่ 1 จำนวน 8 เครื่อง เครื่องชนิดที่ 2 จำนวน 10 เครื่อง และเครื่องชนิดที่ 3 จำนวน 20 เครื่อง ความผิดพลาดแต่ละหน่วยคิดเป็นต้นทุน 20 บาท อยากทราบว่าจะต้องใช้เครื่องจักรชนิดละกี่เครื่องเพื่อที่จะได้เสียต้นทุนต่ำสุด

7. บริษัทรุ่งเรือง จำกัด ผลิตสินค้า 4 ชนิด คือ ก, ข, ค และ ง การผลิตในปัจจุบันแสดงในตารางข้างล่างนี้อยากทราบว่า เป็นการผลิตที่ให้ผลดีที่สุดหรือไม่ ถ้าไม่ควรจะผลิตปริมาณเท่าไรจึงจะให้ผลดีที่สุด

จำนวนขายรายสัปดาห์อย่างต่ำสุด		จำนวนผลิตรายสัปดาห์ในปัจจุบัน	
สินค้า	จำนวนหน่วย	สินค้า	จำนวนหน่วย
ก	12	ก	750
ข	15	ข	15
ค	15	ค	15
ง	12	ง	12

เวลาที่ใช้ทำการผลิต

แผนก	ก	ข	ค	ง	เวลาอย่างมาก
1	.125	.1	.075	.125	200
2	.15	.20	.25	.15	500
3	.125	.15	.125	.15	250
4	.125	.125	.125	.125	250
กำไร/บาท/หน่วย	5.25 บาท	4.50 บาท	4.00 บาท	5.00 บาท	

8. บริษัทจาคอบบรอส จำกัด ผลิตเข็มขัดหนัง 2 ชนิด เข็มขัด ก. เป็นเข็มขัดคุณภาพสูง และเข็มขัด ข. มีคุณภาพต่ำกว่า กำไรที่ได้รับของเข็มขัด ก. และ ข. เป็น 8 บาท และ 6 บาท ตามลำดับ เข็มขัด ก. แต่ละเส้นต้องใช้เวลาทำเป็น 2 เท่าของเข็มขัด ข. ถ้าให้ทำเข็มขัด ข. อย่างเดียวแล้วบริษัทสามารถผลิตได้วันละ 1,200 เส้น ปริมาณหนังสัตว์ที่ใช้ผลิตนั้นจะมีพอเพียงที่จะใช้ผลิตได้เพียงวันละ 1,000 เส้น (ทั้งเข็มขัด ก. และ ข.รวมกัน) เข็มขัด ก. ต้องใช้หัวเข็มขัดที่มีลายแปลกซึ่งสามารถจัดหามาได้เพียงวันละ 500 หัวเท่านั้น ส่วนเข็มขัด ข. นั้นจะสามารถจัดหาหัวเข็มขัดได้เพียงวันละ 800 หัวเท่านั้น จงสร้างสมการของโครงการเส้นตรงสำหรับปัญหานี้

9. ผู้ผสมสุราวิสกี้ขายได้สั่งสุรา 3 เกรด มาจากต่างประเทศ คือ เกรด ก. เกรด ข. และเกรด ค. เขาได้ทำการผสมสุราทั้ง 3 เกรด ตามตำหรับซึ่งได้ระบุเปอร์เซ็นต์สูงสุดและต่ำสุดของเกรด ก. และ เกรด ค. ไว้สำหรับการผสมซึ่งจะแสดงในตารางข้างล่างนี้

ตารางแสดงการผสมสุรา

สุราผสม	รายละเอียดของการผสม	ราคาขวดละ
ช้างทอง	ไม่น้อยกว่า 50% ของ ก.	136 บาท
	ไม่มากกว่า 30% ของ ค.	
สิงห์ทอง	ไม่มากกว่า 50% ของ ค.	114 บาท
	ไม่น้อยกว่า 25% ของ ก.	
วัวทอง	ไม่มากกว่า 60% ของ ค.	90 บาท

สุราทั้ง 3 เกรด ที่สั่งมาจากต่างประเทศเพื่อใช้ผสมนั้นมีต้นทุนดังนี้

สุราวิสกี้	ปริมาณที่สั่งเข้ามาได้สูงสุดต่อเดือน	ต้นทุนต่อขวด
ก	4,000	140 บาท
ข	5,000	100 บาท
ค	2,400	80 บาท

จงสร้างสมการโครงการเส้นตรงสำหรับนโยบายการผลิตเพื่อหากำไรสูงสุด