

จากผลเฉลยเหมาะที่สุดข้างต้น จะได้ว่าโรงงาน A ส่งสินค้าไปให้ตลาด 1 เท่ากับ 100 หน่วย และมีสินค้าเก็บไว้ที่โรงงานเท่ากับ 100 หน่วย (โดยดูได้จากมีการส่งสินค้าจากโรงงาน A ส่งไปให้ตลาดสมมติ หรือ dummy เท่ากับ 100 หน่วย) ส่วนโรงงาน B ส่งสินค้าไปให้ตลาด 2 เท่ากับ 80 หน่วย และมีเหลือเก็บที่โรงงาน 20 หน่วย (ซึ่งดูได้จากมีการส่งสินค้าจากโรงงาน B ส่งไปให้ตลาดสมมติ หรือ dummy เท่ากับ 40 หน่วย)

2.2 กรณีผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางน้อยกว่าผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง
ต้องการ ($\sum a_i < \sum b_j$) หรือ (Total Supply < Total Demand)

ในกรณีนี้นั้นเราจะเพิ่มจุดต้นทางปลอม หรือ dummy source ให้มีจำนวนสินค้าที่จะขนส่งไปยังจุดปลายทางเท่ากับ $\sum b_j - \sum a_i$ วัตถุประสงค์ก็เพื่อให้มีสินค้าเพียงพอกับความต้องการของจุดปลายทาง ทั้งนี้ก็เพื่อที่จะทำให้จำนวนสินค้าที่จุดต้นทางเท่ากับจำนวนสินค้าที่จุดปลายทาง ซึ่งจะกำหนดให้ค่าขนส่งจากต้นทางไปปลายทางมีค่าเท่ากับ 0 ต่อไปนี้จะแสดงตัวอย่างในกรณี Total supply < Total demand

ตารางที่ 29 ตารางการคำนวณในกรณี Total Supply < Total Demand

ตลาด \ โรงงาน	P	Q	Supply
C	2	6	40
D	4	3	120
Demand	100	80	180

จากตารางการคำนวณข้างต้นจะเห็นได้ว่า จำนวนความต้องการรวมเป็น 100 + 80 เท่ากับ 180 หน่วย แต่จำนวนสินค้าที่โรงงานสามารถนำเสนอมีอยู่ทั้งหมด 40 + 120 เท่ากับ 160 หน่วย ดังนั้นจำนวนสินค้าที่โรงงานผลิตได้น้อยกว่าจำนวนสินค้าที่ตลาดต้องการ เท่ากับ 180 - 60 เป็น 20 หน่วย ดังนั้นจะต้องสร้างโรงงานสมมติให้มีจำนวนสินค้าที่ผลิตได้เป็น 20 หน่วย และกำหนดให้ค่าขนส่งจากโรงงานสมมตินี้ไปยังตลาดต่างๆ มีค่าเป็น 0 และเราสามารถสร้างตารางการคำนวณได้ดังนี้

ตารางที่ 30 ตารางการคำนวณกรณีเพิ่ม Dummy Source

ตลาด โรงงาน	P	Q	Supply
C	2	6	40
D	4	3	120
Dummy	0	0	20
Demand	100	80	180

หลังจากตั้งตารางการคำนวณได้เรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็ดำเนินการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น และพัฒนาผลลัพธ์ตามขั้นตอนที่ได้ศึกษา ในที่สุดจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 31 ดังนี้

ตารางที่ 31 ผลเฉลยเหมาะที่สุดในกรณีเพิ่ม Dummy Source

ตลาด โรงงาน	P	Q	Supply	
C	40	2	6	40
D	4	3	120	
Dummy	40	0	80	20
Demand	100	80	180	

ผลจากการจัดสรรดังตารางข้างต้นได้คำตอบที่ดีที่สุด จะพบว่าตลาด P ส่งสินค้า 100 หน่วย ได้รับสินค้าน้อยกว่าที่สั่งเท่ากับ 20 หน่วย (ซึ่งพิจารณาได้จากตารางที่ 31 คือ มีการส่งจาก Dummy ไปตลาด P เท่ากับ 20 หน่วย) ส่วนตลาด Q ได้รับสินค้าครบตามสั่งคือ 80 หน่วย

3. การแก้ปัญหากรณีผลเฉลยเหมาะที่สุดมีหลายผลลัพธ์

ผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาการขนส่งอาจจะไม่ได้มีเพียงจุดเดียว แต่อาจมีผลเฉลยเหมาะที่สุดแบบอื่นๆ ได้อีก ซึ่งหมายถึงการมีทางเลือกที่จะตัดสินใจในการจัดสรรสินค้าได้หลายวิธีโดยที่แต่ละวิธีให้ค่าใช้จ่ายรวมที่ต่ำที่สุดเท่ากัน ทั้งนี้ จะสังเกตได้จากค่า E_{ij} ถ้าในตารางผลเฉลยเหมาะที่สุดมีค่า E_{ij} ของช่องทางใดเท่ากับ 0 แสดงว่าถ้ามีการจัดสรรสินค้าลงในช่องทางนั้นและมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนสินค้าในช่องทางอื่นตามวงจรปิดเท่าที่จำเป็นจะไม่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมเปลี่ยนแปลง หมายความว่าผลลัพธ์ชุดใหม่จะมีค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ต่ำที่สุดเท่ากับผลเฉลยเหมาะที่สุดที่มีอยู่ ถ้าต้องการแสดงการจัดสรรสินค้าของผลลัพธ์ชุดนั้นสามารถทำได้โดยปรับปรุงช่องทางที่ค่า $E_{ij} = 0$ จะได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ซึ่งมีการจัดสรรที่เปลี่ยนไป แต่มีค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งคงเดิม

ตัวอย่างที่ 4

บริษัทผู้ผลิตแห่งหนึ่งมีโรงงานผลิต 2 แห่ง ทำการผลิตและส่งสินค้าไปยังคลังสินค้า 3 แห่ง มีการคำนวณผลลัพธ์เบื้องต้นตามตารางที่ 32 ดังนี้

ตารางที่ 32 ผลลัพธ์เบื้องต้น

โรงงาน \ คลังสินค้า	คลังสินค้า			a_i	R_i
	1	2	3		
1	40	60	100	100	0
2	20	180	200	200	6
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	18		

$$E_{11} = 22 - 0 - 18 = 4$$

$$E_{12} = 16 - 6 - 14 = -4$$

ผลลัพธ์ชุดนี้ยังมีค่า E_{ij} บางตัวเป็นลบอยู่ แสดงว่าสามารถพัฒนาผลลัพธ์ให้ดีขึ้นได้เลือกปรับปรุงช่องว่างที่ (2, 1) ด้วยจำนวน 20 หน่วย ได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ ดังนี้

ตารางที่ 33 ผลลัพธ์รอบที่ 2

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	20	80		100	0
2	20		180	200	2
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	22		

$$E_{13} = 22 - 0 - 22 = 0$$

$$E_{22} = 18 - 2 - 12 = 4$$

ผลลัพธ์ข้างต้นให้ค่า E_{ij} ทุกตัวเป็น + และ 0 แสดงว่าผลลัพธ์ชุดนี้เป็นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดแล้ว แสดงการจัดสรรสินค้าได้ดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 1 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 2 จำนวน 80 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 1 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 3 จำนวน 180 หน่วย

รวมเป็นค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น $14(20) + 12(80) + 16(20) + 24(180) = 5,880$ บาท

สังเกตว่าผลลัพธ์ข้างต้นมีค่า $E_{13} = 0$ แสดงว่าถ้ามีการปรับปรุงผลลัพธ์ชุดที่ 2 โดยจัดสรรสินค้าลงในช่องว่างที่ (1, 3) จะไม่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมเปลี่ยนแปลงไป นั่นคือ มีทางเลือกในการจัดสรรสินค้าได้อีกทางหนึ่ง ซึ่งมีค่าใช้จ่ายรวมที่ต่ำที่สุดเท่ากัน สามารถแสดงการจัดสรรอีกทางหนึ่งได้โดยปรับปรุงช่องว่างที่ (1, 3) ด้วยจำนวน 20 หน่วย ได้ผลลัพธ์อีกชุดหนึ่งดังนี้

ตารางที่ 34 ผลลัพธ์รอบที่ 3

คลังสินค้า โรงงาน	1	2	3	a_i	R_i
1	14	12	22	100	0
2	16	18	24	200	2
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	22		

$$E_{11} = 14 - 0 - 14 = 0$$

$$E_{22} = 18 - 2 - 12 = 4$$

การจัดสรรสินค้าอีกอย่างหนึ่งที่บริษัทนำได้คือ

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 2 จำนวน 80 หน่วย

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 3 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 1 จำนวน 40 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 3 จำนวน 160 หน่วย

รวมค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น $12(80) + 22(20) + 16(40) + 24(160) = 5,880$ บาท

จะเห็นได้จากตารางที่ 34 ซึ่งเป็นผลลัพธ์รอบที่ 3 หรือเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดชุดที่ 2 นั้น ยังมีค่า E_{ij} เป็น 0 ซึ่งก็คือ $E_{11} = 0$ แสดงว่าถ้าเราทำการปรับปรุงช่องว่าง (1, 1) ก็จะทำให้ได้วิธีการจัดสรรการขนส่งที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุดเช่นเดียวกัน ซึ่งในที่นี้จะทำการปรับปรุงช่องว่าง (1, 1) ได้ดังนี้

ตารางที่ 35 ผลลัพธ์รอบที่ 4

คลังสินค้า โรงงาน	1	2	3	a_i
		14	12	22
1	20	80		100
		16	18	24
2	20		180	200
b_j	40	80	180	300

ถ้าเราพิจารณาตารางที่ 35 จะเห็นได้ว่าจะมีลักษณะเหมือนตารางที่ 33 นั่นคือแสดงว่าผลลัพธ์รอบที่ 4 นี้คือผลเฉลยเหมาะที่สุดชุดที่ 1 นั่นเอง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ปัญหาการขนส่งในตัวอย่างนี้มีวิธีการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด หรือให้ผลเฉลยเหมาะที่สุดคือก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุด ซึ่งคือ 5,880 บาท มีอยู่ 2 วิธี คือ การจัดสรรการขนส่งในตารางที่ 33 หรือ 35 เป็นวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 ในการจัดสรรการขนส่ง แสดงในตารางที่ 34

4. ปัญหาการขนส่งที่มีลักษณะเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด

ในบางครั้งเป้าหมายของปัญหาการขนส่งจะเป็นการหารายได้สูงสุด หรือ กำไรสูงสุดในกรณีเช่นนี้ ขั้นตอนของการแก้ปัญหาขงเคม คือ ต้องทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นเสียก่อน จากนั้นจึงทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด การคำนวณปัญหาลักษณะนี้จะใช้วิธีการคำนวณเหมือนกรณีปัญหาหาค่าต่ำสุด โดยนำหลักการในด้านต้นทุนค่าเสียโอกาส (opportunity cost) มาใช้ คำว่า ต้นทุนค่าเสียโอกาส หมายถึงต้นทุนของปัญหาการขนส่งหมายถึง

ต้นทุนที่เกิดขึ้นจากการไม่จัดสรรสินค้าลงในช่องทางที่ดีที่สุด(ช่องทางที่มีกำไรต่อหน่วย(สูงที่สุด) ดังนั้นกำไรที่ได้รับจากการขนส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้นที่ i ไปยังช่องทางที่ j จะถูกจัดใหม่ให้อยู่ในรูปของค่าเสียโอกาส ทั้งนี้มีวิธีการคำนวณค่าเสียโอกาสได้หลายวิธีแตกต่างกันในที่นี้จะคำนวณค่าเสียโอกาสโดยพิจารณาตามแถวอนคือ ค่าเสียโอกาสในการที่ไม่ส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้นหนึ่งๆ ไปยังจุดปลายทางที่ให้กำไรดีที่สุด ซึ่งทำได้โดย

ก. เลือกกำไรต่อหน่วยที่สูงที่สุดในแถวอนที่ 1

ข. คำนวณค่าเสียโอกาสในแถวอนที่ 1 โดยเอากำไรสูงสุดที่เลือกไว้เป็นตัวตั้ง นำกำไรที่ได้รับจริงหักออก

ค. หาค่าเสียโอกาสของแถวอนอื่นๆ ที่เหลือ

เมื่อจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปของค่าเสียโอกาสแล้วเท่ากับเป็นการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากปัญหาหาค่าสูงสุดเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุดด้วย ดังนั้น ขั้นตอนมา จึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น และทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ตามหลักการที่ได้กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ 5

บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ทำการผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง โดยมีโรงงานผลิต 2 แห่ง ผลิตและส่งสินค้าให้ลูกค้าประจำ 4 ราย

จำนวนสินค้าที่มีอยู่ของแต่ละโรงงานเป็นดังนี้ (หน่วย/เดือน)

โรงงาน A 10,000 หน่วย

โรงงาน B 6,000 หน่วย

ความต้องการของลูกค้าแต่ละรายเป็นดังนี้ (หน่วย/เดือน)

ลูกค้ารายที่ 1 5,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 2 4,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 3 3,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 4 4,000 หน่วย

ในการขนส่งสินค้าจากโรงงานแต่ละแห่งไปยังลูกค้าแต่ละรายนอกจากจะมีค่าใช้จ่ายในการขนส่งแตกต่างกันแล้ว ต้นทุนในการผลิตสินค้าสำหรับโรงงานแต่ละแห่งก็แตกต่างกันด้วย ประกอบกับราคาขายที่บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ขายแก่ลูกค้าทั้ง 4 ราย ก็ต่างกันด้วย เป็นเหตุให้กำไรที่ได้จากการส่งสินค้าให้แก่ลูกค้าทั้ง 4 รายแตกต่างกันออกไปดังนี้

ตารางที่ 36 กำไรในการส่งสินค้า (บาท / 1 หน่วย)

จากโรงงาน \ ไปลูกค้า	1	2	3	4
A	20	60	40	80
B	10	60	30	100

บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ควรทำการจัดสรรการขนส่งอย่างไร จึงทำให้เกิดกำไรสูงสุด

จะเห็นได้ว่าปัญหาการขนส่งในตัวอย่างนี้เป็นปัญหาหาค่าสูงสุด ดังนั้นก่อนที่จะสร้างตารางการคำนวณ เราจะต้องทำการเปลี่ยนกำไรให้เป็นค่าเสียโอกาสเสียก่อน ซึ่งข้อมูลที่แสดงกำไรในตารางที่ 36 สามารถเปลี่ยนเป็นต้นทุนค่าเสียโอกาสได้ดังในตารางที่ 37

ตารางที่ 37 ต้นทุนค่าเสียโอกาส

จากโรงงาน \ ไปลูกค้า				
A	60	20	40	0
B	90	40	70	0

เมื่อทำการเปลี่ยนกำไรเป็นต้นทุนค่าเสียโอกาสได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปทำการสร้างตารางการคำนวณ แล้วทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ในที่นี้จะทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ ได้ดังตารางที่ 38

ตารางที่ 38 ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

ไปลูกค้า จากโรงงาน	1	2	3	4	a_i
A	60 5,000	20 4,000	40 1,000	0	10,000
B	90	40	70 2,000	0 4,000	6,000
b_j	5,000	4,000	3,000	4,000	16,000

เมื่อได้ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็ทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ซึ่งทำได้ตามขั้นตอนต่างๆ ที่ได้ศึกษามาแล้ว เพราะฉะนั้นในที่นี้ให้ท่านลองทำดู ถ้าท่านทำถูกต้อง จะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 39

ตารางที่ 39 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ไปลูกค้า จากโรงงาน	1	2	3	4	a_i	R_i
A	60 5,000	20 2,000	40 3,000	0	10,000	0
B	90	40 2,000	70	0 4,000	6,000	20
b_j	5,000	4,000	3,000	4,000	16,000	
K_j	60	20	40	-20		

$$E_{A4} = 0 - 0 - (-20) = +20$$

$$E_{B1} = 90 - 20 - 60 = +10$$

$$E_{B3} = 70 - 20 - 40 = +10$$

จะเห็นว่าเมื่อทำการตรวจสอบผลลัพธ์ในตารางที่ 39 พบว่าค่า E_{ij} เป็นบวกหมดทุกค่า นั่นแสดงว่าตารางที่ 39 เป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดนั่นเอง

จากตารางที่ 39 สรุปได้ว่าการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดที่ทำให้เกิดกำไรสูงสุด เป็นดังนี้
ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 1 5,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น

$$5,000 \times 20 = 100,000 \text{ บาท}$$

ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 2 2,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น

$$2,000 \times 60 = 120,000 \text{ บาท}$$

ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 3 3,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น

$$3,000 \times 40 = 120,000 \text{ บาท}$$

ขนส่งจากโรงงาน B ไปยังลูกค้า 2 2,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น

$$2,000 \times 60 = 120,000 \text{ บาท}$$

ขนส่งจากโรงงาน B ไปยังลูกค้า 4 4,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น

$$4,000 \times 100 = 400,000 \text{ บาท}$$

$$\text{รวมกำไรจากการส่งสินค้า} = 860,000 \text{ บาท}$$

มีข้อสังเกตว่าในการคำนวณหากำไรจากการส่งสินค้าจากจุดต้นทางไปยังจุดปลายทางนั้น ให้เอาปริมาณการขนส่งคูณด้วยกำไรในการส่งสินค้าต่อหน่วย ไม่ใช่เอาปริมาณการขนส่งคูณด้วยต้นทุนค่าเสียโอกาสในตารางที่ 39 ซึ่งเป็นตารางผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยคำนวณจากต้นทุนค่าเสียโอกาส

5. กรณีมีข้อห้ามในการส่งสินค้าในบางช่องทาง (Exclude Route)

บางเส้นทางการขนส่งอาจไม่สามารถทำการขนส่งเนื่องจากเหตุผลบางอย่างของผู้บริหาร หรืออาจเกิดปัญหา เช่น น้ำท่วมถนนขนาดขนส่งบนเส้นทางนั้นไม่ได้ หรือจุดปลายทางบางแห่งไม่ต้องการสินค้าจากจุดต้นทางนั้นๆ ดังนั้น ถ้ามีเงื่อนไขห้ามการขนส่งบางเส้นทางก็สามารถแก้ปัญหาได้โดย

5.1 ถ้าปัญหาเป็น Minimization

ให้เปลี่ยนค่าขนส่ง ณ ช่องที่ไม่สามารถทำการขนส่ง หรือช่องที่มีข้อห้ามการขนส่ง ให้มีค่าขนส่งสูงมากๆ คือให้เป็น $+M$ บาทต่อหน่วย เพื่อที่การคำนวณจะได้ไม่จัดสรรสินค้าลงในช่องทางนั้น หลังจากนั้นก็ทำการแก้ปัญหาได้ตามวิธีที่กล่าวมาเหมือนกรณีปัญหาการขนส่งทั่วไป

5.2 ถ้าปัญหาเป็น Maximization

กรณีที่มีข้อมูลเป็นกำไรต่อหน่วย ก็ให้เปลี่ยนกำไรที่เกิดจากการขนส่ง ณ เส้นทางนั้น เป็นขาดทุนอย่างมาก นั่นคือให้กำไรต่อหน่วยเป็น $-M$ บาทต่อหน่วย ดังนั้นทำให้ไม่สนใจที่จะเลือกเส้นทางนั้นทำการขนส่ง หลังจากนั้นก็แก้ปัญหาตามหลักการของกรณี Maximization ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ 6

ในการจัดส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่งของบริษัทไทยโลหะ จำกัด ไปเก็บไว้ที่คลังสินค้าของบริษัทซึ่งมีอยู่ 3 แห่งนั้น มีเงื่อนไขบังคับในด้านการขนส่งทำให้ไม่สามารถส่งสินค้าจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าที่ 3 ได้ และในทำนองเดียวกัน ไม่สามารถขนส่งสินค้าจากโรงงานที่ 3 ไปยังคลังสินค้าที่ 2 ได้ ดังนั้นจึงกำหนดให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าในเส้นทางทั้งสองดังกล่าวเป็น M บาท/หน่วย รายละเอียดค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท/หน่วย) จำนวนสินค้าที่โรงงานผลิตได้ และความสามารถในการรับสินค้าของคลังสินค้าทั้งสามแห่งแสดงในตารางที่ 40

ตารางที่ 40 ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท/หน่วย)

คลังสินค้า โรงงาน	1	2	3	จำนวนสินค้าที่มี (หน่วย)
1	10	8	M	400
2	4	12	6	600
3	14	M	18	200
จำนวนสินค้าที่ รับได้ (หน่วย)	600	400	200	

ตารางที่ 41 ผลลัพธ์เบื้องต้นจากระเบียบวิธีประมาณค่าโวลกล

คลังสินค้า \ โรงงาน	1	2	3	a_i	R_i
1	10 200	8 200	M	400	0
2	4 400	1	2 200	600	-6
3	14 200	M	18	200	M-8
b_j	600	400	200	1200	
K_j	10	8	12		

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$$E_{13} = M - 0 - 12 = M - 12$$

$$E_{22} = 12 - (-6) - 8 = 10$$

$$E_{31} = 14 - (M - 8) - 10 = 12 - M$$

$$E_{33} = 18 - (M - 8) - 12 = 14 - M$$

ปรับปรุงเส้นทางช่อง (3, 1) และช่องทางที่เกี่ยวข้องด้วยจำนวน 200 หน่วย ได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ดังแสดงในตารางที่ 42 ในตารางที่ 42 นี้เกิดสภาพซ้อนสถานะ (degeneracy) ขึ้น จึงต้องเติม 0 ให้เป็นตัวแปรมูลฐานลงในช่องว่างเพื่อให้จำนวนตัวแปรมูลฐานเป็น $m + n - 1$ ในที่นี้เลือกเติม 0 ลงในช่อง (1, 1)

ตารางที่ 42 ผลลัพธ์ชุดที่สอง

คลังสินค้า \ โรงงาน	1	2	3	a_i	R_i
1	10 0	8 400	M 200	400	0
2	4 400	12	6 200	600	-6
3	14 200	M	18 200	200	4
b_j	600	400	200	1200	
K_j	10	8	12		

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$$E_{13} = M - 0 - 12 = M - 12$$

$$E_{22} = 12 - (-6) - 8 = 10$$

$$E_{32} = M - 4 - 8 = M - 12$$

$$E_{33} = 18 - 4 - 12 = 14 - M$$

แสดงว่าผลลัพธ์ในตารางที่ 42 เป็นการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสมที่สุดและให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าต่ำที่สุด คือ $(0 \times 10) + (400 \times 8) + (400 \times 4) + (200 \times 6) + (200 \times 14) = 8,800$ บาท

6. กรณีบังคับให้ขนส่งปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound)

ในกรณีนี้หมายความว่า ในการขนส่งบางช่องทางจะถูกบังคับให้ขนส่งในปริมาณต่ำสุดจำนวนหนึ่ง ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจการแก้ปัญหาการขนส่งในกรณีนี้ จึงขอยกตัวอย่างประกอบกรณีอธิบายในตัวอย่างที่ 7

ตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่งในกรณีหาค่าต่ำสุด (Minimization) เป็นดังนี้

ตารางที่ 43 ตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่ง

ตลาด \ โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนที่มี
A	2	10	6	8	200
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
ความต้องการ	140	100	200	120	560

จากตารางการคำนวณข้างต้น ให้ท่านทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งตรวจสอบ และพัฒนาผลลัพธ์ ถ้าท่านทำถูกต้องจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 44

ตารางที่ 44 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ตลาด \ โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนที่มี	
A	140	2	10	6	8	200
B	8	4	4	10	120	
C	6	2	4	8	240	
จำนวนความต้องการ	140	100	200	120	560	

จากตารางที่ 44 ข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 140 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 140×2 เท่ากับ 280 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 60 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 60×8 เท่ากับ 480 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120×4 เท่ากับ 480 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100×2 เท่ากับ 200 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80×4 เท่ากับ 320 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 60 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 60×8 เท่ากับ 480 บาท

รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,240 บาท

แต่ถ้าตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่งในตารางที่ 43 มีข้อบังคับว่าการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 ให้มีอย่างต่ำเท่ากับ 100 หน่วย ดังนั้นก่อนที่จะเริ่มต้นแก้ปัญหาการขนส่งต้องมีการจัดสรรขั้นต่ำให้กับ $X_{A4} = 100$ หน่วย แล้วก็นำเอา 100 หน่วย ที่มีการจัดสรรแล้วไปลบปริมาณของโรงงาน A ให้เหลือ $= 200 - 100 = 100$ หน่วย และลดความต้องการของตลาดที่ 4 เป็น $= 120 - 100 = 20$ หน่วย สร้างเป็นตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่งใหม่ ได้ดังแสดงในตารางที่ 45

ตารางที่ 45 ตารางการคำนวณสำหรับการกำหนดปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound)

$X_{A4} = 100$ หน่วย

ตลาด โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	140	2	10	6	200 - 100 = 100
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
จำนวน ความต้องการ	140	100	200	120-100 = 20	560

เมื่อได้ตารางการคำนวณใหม่แล้ว หลังจากนั้นก็จัดสรรตามหลักการของการแก้ปัญหาการขนส่งตามที่ได้ศึกษามาแล้ว เมื่อได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วก็นำเอาการจัดสรรขั้นแรกสำหรับช่อง (A, 4) ซึ่งคือ 100 หน่วย มาปรับด้วย สำหรับจากตารางการคำนวณในตารางที่ 45 เมื่อนำมาตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์แล้ว ในที่สุดจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 46 ดังนี้

ตารางที่ 46 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ตลาด โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า			
A	100	2	10	6	8	100		
B	8	4	120	4	10	120		
C	40	6	100	2	4	80	20	240
จำนวน ความต้องการ	140	100	200	20	460			

จากผลเฉลยเหมาะที่สุดที่ได้จากตารางที่ 46 จะต้องเพิ่มการขนส่งที่ได้จัดไว้ครั้งแรกแล้ว คือ $X_{A4} = 100$ หน่วยไปด้วย ดังนั้นในการจัดสรรการขนส่งโดยมีข้อบังคับว่าการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 ให้มีอย่างต่ำเท่ากับ 100 หน่วย เป็นดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100×2 เท่ากับ 200 บาท
 ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120×4 เท่ากับ 480 บาท
 ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 1 40 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 40×6 เท่ากับ 240 บาท
 ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100×2 เท่ากับ 200 บาท
 ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80×4 เท่ากับ 320 บาท
 ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 20 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 20×8 เท่ากับ 160 บาท
 และทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100×8 เท่ากับ 800 บาท
 รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,400 บาท

จะเห็นได้ว่าการกำหนดปริมาณขนส่งขั้นต่ำ (Lower bound) สำหรับในกรณีนี้ มีค่าขนส่งสูงกว่ากรณีที่ไม่ได้กำหนด เท่ากับ $2,400 - 2,240 = 160$ บาท

7. กรณีบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณแน่นอน (Exact Assignment)

ในกรณีนี้หมายความว่าในการขนส่งบางช่องทางจะถูกบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณที่แน่นอน ดังนั้นในกรณีนี้จึงใช้หลักการของกรณีข้อห้ามการขนส่งผสมกับกรณีของการบังคับให้ขนส่งปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound) คือ จะต้องมีการจัดสรรล่วงหน้าตามปริมาณที่กำหนดไว้แน่นอน และหลังจากนั้นก็ห้ามมีการจัดสรรปริมาณเพิ่มอีกจากที่กำหนดไว้ ก็โดยการแปลงค่าใช้จ่าย ณ เส้นทางนั้นให้เป็นค่าใช้จ่ายที่สูงมากๆ คือ M บาท/หน่วย สำหรับปัญหาค่าต่ำสุด หรือแปลงกำไร ณ เส้นทางนั้นเป็นขาดทุนอย่างมาก คือ $-M$ บาท/หน่วย สำหรับปัญหาหาค่าสูงสุด จนทำให้ไม่เกิดการจัดสรร ณ เส้นทางนั้น

ตัวอย่างที่ 8

จากตารางคำนวณปัญหาการขนส่งในตารางที่ 43 ถ้ามีข้อบังคับว่าให้ทำการขนส่งสินค้าจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 เป็นจำนวน 120 หน่วยพอดี ไม่มากหรือน้อยไปกว่านี้ ดังนั้นในการแก้ปัญหการขนส่งนี้ ก่อนอื่นจะต้องทำการปรับตารางที่ 43 เพื่อสร้างตารางคำนวณใหม่ โดยต้องทำการจัดสรรขั้นต่ำให้กับ $X_{A1} = 120$ หน่วย แล้วก็นำเอา 120 หน่วย ที่มีการจัดสรรแล้วไปลบปริมาณของโรงงาน A ให้เหลือ $200 - 120 = 80$ หน่วย และลดความต้องการของตลาดที่ 1 เป็น $140 - 120 = 20$ หน่วย และเมื่อทำการจัดสรรช่อง (A, 1) ด้วยจำนวน 120 หน่วยเรียบร้อยแล้ว ช่อง (A, 1) นี้จะทำการจัดสรรอีกต่อไปไม่ได้ ต่อจากนั้นเนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้นจึงทำการเปลี่ยนต้นทุนค่าขนส่งของช่อง (A, 1) จาก 2 บาท/หน่วย เป็น M บาท/หน่วย ดังตารางที่ 47

ตารางที่ 47 ตารางการคำนวณสำหรับกรณีบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณที่แน่นอน (Exact assignment) $X_{A1} = 120$ หน่วย

โรงงาน \ ตลาด	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	M 120	10	6	8	200 - 120 = 80
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
จำนวนความต้องการ	140-120=20	100	200	120	440

เมื่อได้ตารางที่ทำการปรับปรุงแล้ว ขั้นต่อไปจึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ตามขั้นตอนที่ได้ศึกษามาในตอนต้น ในที่สุดจะได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดดังแสดงในตารางที่ 48

ตารางที่ 48 ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

โรงงาน \ ตลาด	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	M	10	6	8	80
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
จำนวนความต้องการ	20	100	80	40	440

จากผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดจากตารางที่ 48 จะต้องเพิ่มการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 ซึ่งกำหนดให้ส่งด้วยจำนวนที่แน่นอนเท่ากับ 120 หน่วยไปด้วย ดังนั้นการขนส่งมีดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80×8 เท่ากับ 640 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120×4 เท่ากับ 480 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 1 20 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 20×6 เท่ากับ 120 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100×2 เท่ากับ 200 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80×4 เท่ากับ 320 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 40 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 40×8 เท่ากับ 320 บาท

และทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120×2 เท่ากับ 240 บาท

รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,320 บาท

จะเห็นว่าการกำหนดจำนวนขนส่งที่แน่นอน (Exact Assignment) จากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 ด้วยจำนวน 12 หน่วย ทำให้ค่าขนส่งสูงกว่ากรณีที่ไม่ได้กำหนดเท่ากับ $2,320 - 2,240 = 80$ บาท

แบบฝึกหัด

- ข้อ 1. จงอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่ง โดยใช้ตัวแบบการขนส่ง (Transportation Model) ให้เข้าใจพอสังเขป
- ข้อ 2. บริษัทผลไม้พายัพ จำกัด ทำการซื้อลำไยจากสวนในภาคเหนือแล้วจัดลงกล่องและส่งมาจำหน่ายที่กรุงเทพฯ และจังหวัดใกล้เคียง โดยจัดซื้อมาทุกวันเก็บไว้ที่โกดังสินค้าที่มีอยู่ 3 แห่ง โกดังเหล่านี้เก็บสินค้าได้ 300, 200 และ 100 กล่อง ตามลำดับ จากนั้นจะส่งต่อให้ลูกค้าที่มีอยู่ 4 ราย ลูกค้าทั้ง 4 รายมีความต้องการลำไยวันละ 150, 100, 150 และ 200 กล่อง ตามลำดับ ค่าใช้จ่ายในการขนส่งแสดงในตารางต่อไปนี้

(บาท/กล่อง)

โกดัง \ ลูกค้า	1	2	3	4
1	4	7	6	3
2	3	9	6	4
3	8	7	5	9

ต้องการทราบว่าบริษัทผลไม้พายัพ จำกัด ควรจะทำการจัดสรรการขนส่งลำไยอย่างไร จึงทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด และอยากทราบว่าค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมที่ต่ำสุดนี้เป็นเท่าไร

- ข้อ 3. กิจการผู้ผลิตสินค้ารายหนึ่งทำการผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว โดยมีโรงงานผลิต 3 แห่ง ซึ่งผลิตสินค้าได้ 80, 40 และ 60 หน่วย ตามลำดับ สินค้าที่ผลิตได้จะส่งให้แก่ลูกค้า 4 ราย ซึ่งมีความต้องการสินค้าเป็นจำนวน 40, 60, 20 และ 60 หน่วยตามลำดับ โดยได้รับกำไรต่อหน่วยในการส่งสินค้าให้แก่ลูกค้าเป็น

(บาท/กิโลกรัม)

โรงงาน \ ลูกค้า	1	2	3	4
1	14	10	8	12
2	18	16	12	6
3	12	6	4	8

ต้องการทราบว่ากิจการผู้ผลิตสินค้ารายนี้ควรจะทำการจัดสรรการขนส่งสินค้าอย่างไรจึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด และอยากทราบว่ากำไรที่สูงสุดนี้เป็นกี่บาท

ข้อ 4. จากข้อมูลในตารางต่อไปนี้

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	4	ประมาณสินค้าที่มี (หน่วย)
1	3.5	1	1.5	4	600
2	1	2.5	5.5	4.5	1,200
3	2	3	5	3	1,000
ความต้องการ	800	600	600	800	

- ก) ถ้าข้อมูลในตารางข้างต้นแสดงถึงค่าใช้จ่ายต่อหน่วยในการขนส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่ง ไปให้คลังสินค้า 4 ราย จงหาการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งคำนวณค่าใช้จ่าย
- ข) ถ้าข้อมูลในตารางข้างต้นแสดงถึงกำไรต่อหน่วยในการขนส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่ง ไปให้คลังสินค้า 4 ราย จงหาการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งคำนวณค่าใช้จ่าย

ข้อ 5. จากข้อมูลจำนวนสินค้าและค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท/หน่วย) ต่อไปนี้

คลังสินค้า โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า (หน่วย)
1	18	12	*	14	100
2	10	6	20	16	160
3	12	*	14	8	80
4	18	6	8	12	180
ความต้องการ (หน่วย)	800	100	160	140	

* ไม่สามารถจัดส่งสินค้าได้

ให้ทำการแก้ปัญหาแสดงการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสม พร้อมทั้งคำนวณค่าใช้จ่ายรวม

ข้อ 6. ในการส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่ง ซึ่งผลิตสินค้าได้ 100, 150, และ 50 ชิ้น ตามลำดับ ให้แก่คลังสินค้า 3 แห่ง ซึ่งมีความต้องการสินค้าเป็นจำนวน 50, 100, และ 150 ชิ้น ตามลำดับ มีค่าขนส่ง (บาท/ชิ้น) ดังนี้

คลังสินค้า โรงงาน	1	2	3
1	*	8	10
2	6	12	4
3	18	*	14
ความต้องการ	800	600	600

* ไม่สามารถจัดส่งสินค้าได้

ให้ทำการแก้ปัญหาแสดงการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสม พร้อมทั้งคำนวณค่าใช้จ่ายรวม

ข้อ 7. จากกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$\text{Minimize } Z = 2X_{11} + 6X_{12} + 8X_{13} + 4X_{21} + 12X_{22} + 16X_{23} + 4X_{31} + 10X_{32} + 14X_{33}$$

Subject to :

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 400$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 1,000$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 600$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 400$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 400$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 800$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

ก) สร้างตารางปัญหาการขนส่งจากกำหนดการเชิงเส้นข้างต้น

ข) แก้ปัญหาและแสดงการจัดสรรที่เหมาะสม