

∴ คาดการใช้กลยุทธ์ที่ 1 ในอัตราส่วน 4/19 หมายความว่า ถ้าสมมุติว่ามีการแข่งขัน 19 ครั้ง คาดการใช้กลยุทธ์ที่ 1 4 ครั้ง

∴ คำไม่ค่าวใช้กลยุทธ์ที่ 2

∴ คาดการใช้กลยุทธ์ที่ 3 ในอัตราส่วน 15/19 หมายความว่า ถ้าสมมุติว่ามีการแข่งขันกัน 19 ครั้ง คาดการใช้กลยุทธ์ที่ 3 15 ครั้ง

3) คำนวณหาค่าของ การแข่งขัน “ได้ดังนี้”

$$\text{ค่าของ การแข่งขัน} = -30Q + 20 = (-30)(2/19) + 20 = 16\frac{16}{19}$$

$$\text{หรือ } \text{ค่าของ การแข่งขัน} = 8Q + 16 = (8)(2/19) + 16 = 16\frac{16}{19}$$

$$\text{หรือ } \text{ค่าของ การแข่งขัน} = -34P + 24 = (-34)(4/19) + 24 = 16\frac{16}{19}$$

$$\text{หรือ } \text{ค่าของ การแข่งขัน} = 4P + 16 = (4)(4/19) + 16 = 16\frac{16}{19}$$

∴ ค่าของ การแข่งขัน = $16\frac{16}{19}\%$ นั่นคือ หมายความว่าจากการใช้กลยุทธ์ตามอัตราส่วนที่ได้หา出來น่าเด้วทั้งของกิงและดา ใน hely ฯ ครั้งที่ทำการแข่งขันเฉลี่ยแล้ว ชาจะได้ $16\frac{16}{19}\%$ ส่วนกิงจะเสีย $-16\frac{16}{19}\%$

ตัวอย่างที่ 8

ตารางผลตอบแทนของ A จากการแข่งขันกับ B เป็นดังข้างล่าง ต้องการทราบว่า A และ B ควรตัดสินใจเลือกใช้กลยุทธ์อย่างไร จึงเกิดผลดีที่สุดต่อพวากษา และต้องการทราบว่าจาก การแข่งขัน hely ฯ ครั้ง โดยเฉลี่ยแล้ว ควรเป็นฝ่ายได้ หรือฝ่ายเสีย และจะได้หรือจะเสียเท่าไหร่

(ด้านบาท)

กลยุทธ์ของ B		1	2	3
กลยุทธ์ของ A	1	-1	2	-2
2	3	-1	0	
3	0	-2	-1	

วิธีทำ

ตรวจสอบว่าเป็นการใช้กลยุทธ์แท้หรือการใช้กลยุทธ์ผสม

ตารางผลตอบแทนของ A

(ล้านบาท)

กลยุทธ์ของ B				
กลยุทธ์ของ A				
1	2	-2		-2
2	3	-1	0	-1*
3	0	-2	-1	-2

Minimax

3 2 0*

- ค่า Maximin = -1, ค่า Minimax = 0
- ค่า Maximin \neq ค่า Minimax = แสดงว่าเป็นการใช้กลยุทธ์ผสม ขนาดของการแข่งขัน คือ 3×3 \therefore การแก้ปัญหาทำได้โดยใช้กำหนดการเชิงเส้น

1) คำนวณหาคำต่อหน้าการตัดสินใจของ A

ให้ X_1 = อัตราส่วนที่ A ใช้กลยุทธ์ที่ 1

X_2 = อัตราส่วนที่ A ใช้กลยุทธ์ที่ 2

X_3 = อัตราส่วนที่ A ใช้กลยุทธ์ที่ 3

V = ค่าของการแข่งขัน

Z = ค่าของฟังก์ชันวัดถุประสงค์

$$\text{Maximize}_2 = V$$

Subject to :

$$-1X_1 + 3X_2 + 0X_3 \leq V$$

$$2X_1 + 1X_2 - 2X_3 \geq V$$

$$-2X_1 + 0X_2 - 1X_3 \geq V$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$X_1, X_2, X_3, V \geq 0$$

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นข้างต้น เรายกมาขึ้นให้อยู่ในรูปที่พร้อมจะหาคำตอบ
ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หรือวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ “ได้ดังนี้”

$$\text{Maxim .e } Z = V$$

Subject to :

$$-1X_1 + 3X_2 + 0X_3 - V \geq 0$$

$$2X_1 - 1X_2 - 2X_3 - V \geq 0$$

$$-2X_1 + 0X_2 - 1X_3 - V \geq 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = I$$

$$X_1, X_2, X_3, V \geq 0$$

จะเห็นได้ว่า ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจทั้งหมด 4 ตัว เป็นปัญหา Maximize และมีเงื่อนไขบังคับทั้งหมด 4 ข้อ ต้องมาทำการหาคำตอบของตัวแบบที่ได้สร้างไว้ ซึ่งอาจจะใช้วิธีซิมเพล็กซ์ หรือใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ได้ ซึ่งจะได้คำตอบของค่า X_1, X_2, X_3 , และ V อันเป็นค่าตอบสำหรับการตัดสินใจของ A อนึ่ง การหาคำตอบด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หรือใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ นักศึกษาสามารถหาคำตอบได้เอง โดยใช้ความรู้จากที่ได้เรียนมาแล้วในบทต้น ๆ

2) คำนวณหาคำตอบเพื่อหาการตัดสินใจของ B

ให้ Y_1 = อัตราส่วนที่ B ใช้กลยุทธ์ที่ 1

Y_2 = อัตราส่วนที่ B ใช้กลยุทธ์ที่ 2

Y_3 = อัตราส่วนที่ B ใช้กลยุทธ์ที่ 3

V = ค่าของการเบ่งชัน

Z = ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Minimize } Z = V$$

Subject to:

$$-1Y_1 + .2Y_2 - 2Y_3 \leq A$$

$$3Y_1 - 1Y_2 + 0Y_3 \leq A$$

$$0Y_1 - 2Y_2 - 1Y_3 \leq A$$

$$V_1 + Y_2 + Y_3 = I$$

$$Y_1, Y_2, V_3, V \geq 0$$

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นข้างต้น เรานำมาจัดให้อยู่ในรูปที่พร้อมจะหาคำตอบด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หรือวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ได้ดังนี้

$$\text{Minimize } Z = V$$

Subject to :

$$\begin{aligned} -1Y_1 + 2Y_2 - 2Y_3 - V &\leq 0 \\ 3Y_1 - 1Y_2 + 0Y_3 - V &\leq 0 \\ 0Y_1 - 2Y_2 - 1Y_3 - V &\leq 0 \\ Y_1 + Y_2 + Y_3 &= 1 \\ Y_1, Y_2, Y_3, V &\geq 0 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้มีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจทั้งหมด 4 ตัว เป็นปัญหา Minimize และมีเงื่อนไขบังคับทั้งหมด 4 ข้อ คือมาทำการหาคำตอบของตัวแบบที่ได้สร้างไว้ ซึ่งอาจจะใช้วิธีซิมเพล็กซ์ หรือใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ ซึ่งจะได้คำตอบของค่า Y_1, Y_2, Y_3 , และ V อันเป็นคำตอบสำหรับการตัดสินใจของ B เช่นเดียวกับการตัดสินใจของ A นักศึกษาสามารถหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจของ B ได้จากการความรู้ที่ได้เรียนมาจากบทนั้น ๆ

เกณฑ์เด่น

เกณฑ์เด่น (dominance criteria) คือหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการลดขนาดของปัญหาให้เล็กลง เพราะในบางครั้งคุ้งแต่ มีกลุ่มยุทธ์ในการแข่งขันหลากหลาย แต่บางวิธีอาจจะไม่ได้เลือกมาใช้เลย เพราะผลของวิธีนั้นสู้การใช้วิธีอื่นที่มีอยู่ไม่ได้ ดังนั้นเราสามารถตัดกลุ่มยุทธ์ที่คิดว่าคุ้งแต่แข่งขันจะไม่เลือกอย่างแน่นอนออกไป และพิจารณาเฉพาะกลุ่มยุทธ์ที่น่าสนใจเท่านั้น เพื่อสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายและเร็วขึ้น

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในเรื่องเกณฑ์เด่น จะขออธิบายการลดขนาดของปัญหาการแข่งขัน โดยใช้เกณฑ์เด่นจากตัวอย่างที่ 8 จะเห็นได้ว่าในตัวอย่างที่ 8 ตารางผลตอบแทนของ A จากการแข่งขันกับ B มีขนาด 3×3 ดังนั้นถ้าเราไม่ทำการลดขนาดของปัญหาการแข่งขัน เราจะต้องทำการหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจของผู้เด่นแต่ละฝ่าย (ซึ่งคือ A และ B) ด้วยการใช้กำหนดการเชิงเส้น แต่ถ้าเราไม่ต้องการหาคำตอบด้วยกำหนดการเชิงเส้น เราอาจจะต้องทำการลดขนาดของ การแข่งขันลง เพื่อให้ตารางผลตอบแทนของ A ลดลงเหลือ $m \times 2$ หรือ $2 \times n$ ซึ่งจะทำให้เรา

สามารถหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจได้ด้วยวิธีการเขียนกราฟ หรือจะลดขนาดของการแข่งขันลงเหลือ 2×2 ซึ่งจะทำให้เราสามารถหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจได้ด้วยวิธีทางค่าคาดคะเน

แต่ยังไงก็ตามในบางกรณีเราอาจจะไม่สามารถลดขนาดของการแข่งขันให้เล็กลงเหลือ $m \times 2$ หรือ $2 \times m$ หรือ 2×2 ได้ ดังนั้นในการหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจเราใช้ได้แต่เฉพาะวิธีกำหนดการเชิงเส้นเท่านั้น

ต่อไปนี้เราจะทำการลดขนาดของตารางผลตอบแทนของ A จากการแข่งขันกับ B โดยจะเริ่มพิจารณาลดกลยุทธ์ของ A ก่อน

ตารางผลตอบแทนของ A

		(ล้านบาท)			
		กลยุทธ์ของ B	1	2	3
กลยุทธ์ของ A	1	-1	②	-2	
	2	③	-1	①	
3	0	-2	-1		

จากตารางผลตอบแทนของ A จากการแข่งขันกับ B ข้างต้น พบว่า ถ้า B เลือกกลยุทธ์ที่ 1 ควรจะเลือกกลยุทธ์ที่ 2 เพราะว่า A จะได้ผลตอบแทน คือ 3 ซึ่งสูงที่สุด (กล่าวคือ 3 สูงกว่า -1 และ 0) ถ้า B เลือกกลยุทธ์ที่ 2 A ควรจะเลือกกลยุทธ์ที่ 1 เพราะว่า A จะได้ผลตอบแทน คือ 2 ซึ่งสูงที่สุด (กล่าวคือ 2 สูงกว่า -1 และ -2) ถ้า B เลือกกลยุทธ์ที่ 3 A ควรเลือกใช้กลยุทธ์ที่ 2 เพราะว่า A จะได้ผลตอบแทน คือ 0 นั้นคือ ไม่ได้และไม่เสียผลตอบแทน (ซึ่ง 0 มีค่านากกว่า -2 และ -1) ดังนั้นจะเห็นได้ว่าไม่ว่า B จะเลือกใช้กลยุทธ์ใดก็ตาม A จะไม่เลือกใช้กลยุทธ์ที่ 3 เลย ดังนั้นเราจึงสามารถลดกลยุทธ์ที่ 3 ของ A ออกได้ จึงทำให้ขนาดของปัญหาเล็กลงเป็น 2×3 ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางผลตอบแทนของ A

(ล้านบาท)

กลยุทธ์ของ B		1	2	3
กลยุทธ์ของ A	1	-1	2	-2
	2	3	-1	0

ตารางผลตอบแทนของ A ข้างต้นมีขนาด 2×3 ดังนั้นถ้าเราไม่ต้องการลดขนาดของการแบ่งขั้นต่อไปอีก เราจะสามารถหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจได้โดยใช้วิธีการเขียนกราฟ โดยการเขียนกราฟของ A และจากกราฟที่เขียนได้ จะใช้หลัก Maximin ในการตัดสินใจ

แต่ถ้าเราต้องการลดขนาดของการแบ่งขั้นต่อไปอีกเราต้องทำการพิจารณาลดกลยุทธ์ของ B ซึ่งทำได้โดยการพิจารณาดังนี้ ถ้า A เลือกใช้กลยุทธ์ที่ 1 B ควรจะใช้กลยุทธ์ที่ 3 เพราะว่าจะทำให้ B มีผลได้สูงสุด คือ 2 (ซึ่งตัวเลขในตารางการแบ่งขั้น คือ -2 โดยตัวเลขในตาราง -2 จะดีกว่า -1 และ 2 สำหรับกรณีพิจารณาการตัดสินใจของ B) ถ้า A เลือกใช้กลยุทธ์ที่ 2 B ควรจะใช้กลยุทธ์ที่ 2 เพราะว่าจะทำให้ B มีผลได้สูงสุด คือ 1 (ซึ่งตัวเลขในตารางการแบ่งขั้น คือ -1 โดยตัวเลขในตาราง -1 จะดีกว่า 0 และ 3 สำหรับกรณีพิจารณาการตัดสินใจของ B) ดังนั้นจึงเห็นได้ว่า B จะไม่เลือกใช้กลยุทธ์ที่ 1 เลย ไม่ว่า A จะเลือกใช้กลยุทธ์ใดก็ตาม ดังนั้นเราจึงสามารถตัดกลยุทธ์ที่ 1 ของ B ออกได้ ดังนั้นจึงทำให้ขนาดของปัญหาเหลือลงเป็น 2×2 ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางผลตอบแทนของ A

(ล้านบาท)

กลยุทธ์ของ A

	②	
2	-1	①

ตารางผลตอบแทนของ A ข้างต้น มีขนาด 2×2 ดังนั้นการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจ เราจึงใช้วิธีหาค่าคาดคะเน

จากตารางการแข่งขันขนาด 2×2 ดังกล่าว เราลองลดขนาดลงอีก โดยเราจะเปลี่ยนมาพิจารณาลดกลุ่มของ A โดยพิจารณาดังนี้ ถ้า B เลือกใช้กลุ่มที่ 2 A ควรจะเลือกกลุ่มที่ 1 เพราะว่า A จะได้ผลตอบแทนสูงสุด คือ 2 ซึ่งสูงที่สุด (กล่าวคือ 2 สูงกว่า -1) ถ้า B เลือกใช้กลุ่มที่ 3 A ควรจะเลือกใช้กลุ่มที่ 2 เพราะว่า A จะได้ผลตอบแทนคือ 0 นั่นคือ ไม่ได้และเสียผลตอบแทน (ซึ่ง 0 มีค่านากกว่า -2) ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเราไม่สามารถลดขนาดของปัญหาให้เล็กลงได้อีก จึงทำให้ขนาดของปัญหาที่เล็กที่สุด มีขนาด 2×2

จากที่อธิบายข้างต้นเราทำการลดขนาดของปัญหาโดยเริ่มพิจารณาลดกลุ่มของ A ก่อน ต่อไปนี้เราจะทำการลดขนาดของปัญหาโดยเริ่มพิจารณาลดขนาดของ B ลงก่อนบ้าง ซึ่งก็จะใช้นลักษณะเดียวกันกับการลดขนาดของปัญหา โดยเริ่มพิจารณาลดกลุ่มของ A ก่อน ซึ่งทำได้ตามลำดับดังนี้

ตารางผลตอบแทนของ A

(ด้านขวา)

กลุ่มของ B		1	2	3
กลุ่มของ A	1	-1	2	-2
	2	3	-1	0
	3	0	-2	-1

จากตารางการแข่งขันขนาด 3×3 ลดขนาดเหลือ 3×2 ได้ดังนี้

กลุ่มของ B		2	3
กลุ่มของ A	1	②	-2
	2	-1	①
	3	-2	-1

จากตารางการแข่งขันขนาด 3×2 ข้างต้น ถ้าต้องการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจก็สามารถทำได้ โดยใช้วิธีการเขียนกราฟของ B และจากราฟที่เขียนได้จะใช้หลัก Minimax ในการตัดสินใจ แต่ถ้าต้องการลดขนาดให้เล็กลงอีก ก็สามารถทำได้โดยขนาดของตารางแข่งขันจะเล็กลงเหลือ 2×2 ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของ A

(ล้านบาท)

กลยุทธ์ของ B			
กลยุทธ์ของ A		2	3
1		2	-2
2		-1	0

จากตารางการแข่งขันขนาด 2×2 ข้างต้น ทำการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจได้โดยใช้วิธีหาค่าคาดคะเน และตารางการแข่งขันขนาด 2×2 นี้ เราไม่สามารถลดขนาดให้เล็กลงได้อีกแล้ว

จะเห็นได้ว่า ไม่ว่าเราจะทำการลดขนาดของปัญหาโดยเริ่มพิจารณาตัดกลยุทธ์ของผู้ใดก่อนก็ตาม ขนาดของตารางผลตอบแทนที่เล็กที่สุดจะเหมือนกัน

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในเรื่องการลดขนาดของปัญหาโดยใช้เกณฑ์เด่นยิ่งขึ้น ขอยกตัวอย่างเพิ่มเติมในตัวอย่างที่ 9 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 9

การแข่งขันระหว่างพนักงานและนายจ้างให้ผลตอบแทนแก่พนักงาน ดังนี้

กลยุทธ์ของพนักงาน				
กลยุทธ์ของนายจ้าง				
1		6	5	P
2		7	4.5	P
3		9	10	0

จะทำการลดขนาดของปัญหาให้เล็กลงที่สุดเท่าที่จะทำได้

วิธีทำ

พิจารณาตัวคุณลักษณะของนายจ้างก่อน

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

ตัวคุณลักษณะของพนักงาน		1	2	3
ตัวคุณลักษณะของนายจ้าง				
1		6	5	4
2		7	4.5	4
3		9	10	0

ทำการลดขนาดของปัญหาโดยพิจารณาตัวคุณลักษณะของนายจ้างก่อน พนักงานไม่สามารถตัดคุณลักษณะใดของนายจ้างออกໄไปได้ ดังนั้นต้องมาจึงทำการพิจารณาตัดคุณลักษณะของพนักงานและพิจารณาตัดคุณลักษณะของนายจ้าง แล้วกันไปเรื่อยๆ ซึ่งทำได้ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

ตัวคุณลักษณะของพนักงาน				
ตัวคุณลักษณะของนายจ้าง				
1		⑥	5	4
2		⑦	4.5	4
3		9	10	0

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

กลุ่มชื่อของพนักงาน		1	2
กลุ่มชื่อของนายช่าง			
1		6	5
2		7	4.5
3		9	10

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

กลุ่มชื่อของพนักงาน		1	2
กลุ่มชื่อของนายช่าง			
1		⑥	5
2		⑦	4.5

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

กลุ่มชื่อของพนักงาน		1
กลุ่มชื่อของนายช่าง		
1		6
2		7

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

กลุ่มชื่อของพนักงาน		1
กลุ่มชื่อของนายช่าง		
1		6

จะเห็นได้ว่าตารางผลตอบแทนของพนักงานเมื่อทำการลดขนาดให้เล็กลงที่สุดแล้วจะมีขนาด 1×1 ดังนั้นการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจ สามารถหาค่าจากตารางได้เลข นั่นคือ พนักงานจะใช้策略ที่ 1 เท่านั้น และนายจ้างจะใช้策略ที่ 1 เท่านั้น เช่นเดียวกัน โดยมีค่าของการแบ่งขั้นเท่ากับ 6 ซึ่งหมายความว่าจากการแบ่งขั้นกันหลาย ๆ ครั้ง โดยเฉลี่ยแล้ว พนักงานจะได้ 6 ส่วนนายจ้างจะเสีย 6 ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าการแบ่งขั้นตามปัญหานี้เป็นการใช้กลยุทธ์แท้หรือการใช้กลยุทธ์ผสมได้ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของพนักงาน

กลยุทธ์ของพนักงาน		1	2	3	Minimax
กลยุทธ์ของนายจ้าง	1	6	5	4	6*
	2	7	4.5	4	7
	3	9	10	0	10
Maximin		6*	4.5	0	

ค่า Maximin = ค่า Minimax = Saddle Point = 6 ดังนั้นแสดงว่าเป็นการใช้กลยุทธ์แท้

โดยค่าของการแบ่งขั้น = ค่า Maximin = ค่า Minimax = Saddle Point = 6

ตัวอย่างที่ไม่ได้กำหนดตารางผลได้มาให้โดยตรง

ตัวอย่างปัญหาที่อธิบายมา ก่อนหน้านี้ทั้งหมด จะเห็นได้ว่าโจทย์จะกำหนดตารางผล ให้มาให้เลย แต่ส่วนใหญ่แล้วในความเป็นจริงปัญหาที่จะต้องตัดสินใจต่าง ๆ เราอาจจะต้องทำการสร้างตารางผล ให้เองจากข้อมูลที่มีอยู่ ดังนั้นในตัวอย่างต่อไปนี้จะมุ่งเน้นให้เห็นถึงการสร้างตารางผล ให้จากข้อมูลที่มีอยู่

ตัวอย่างที่ 10

ก. และ ข. ต่างก็มีวงกลมคณลักษณ์ 3 วงกลม ที่มีเลข 1 เลข 5 และเลข 10 กับ ข. มา
แข่งขันกันในวงกลมกัน คือ วงกลมของก. กับ ข. คือวงกลมของก. และวงกลมของข.
แข่งขันกันในวงกลมที่ทั้งคู่ดึงออกมานะเป็นเลขคี่ ก. จะชนะ ข. และได้เงินจาก ข. เป็นจำนวนเท่ากับเลข
ในวงกลมที่ ก. ดึงออกมานา แต่ถ้าผลรวมของเลขในวงกลมที่ทั้งสองดึงออกมานะเป็นเลขคู่ ข. จะชนะ ก.
และได้เงินจาก ก. เป็นจำนวนเท่ากับเลขในวงกลมที่ ข. ดึงออกมานา งหาแผนการที่ดีที่สุดของ ก.
และ ข. พร้อมกันนี้จึงหาค่าของการแข่งขันที่ทั้งคู่เล่นด้วย

วิธีทำ

ในที่นี่ก่อนสร้างตารางผลได้ จะต้องทำการหาตารางผลรวมของเลขประจำสูญบูล
เสียก่อน ซึ่งทำได้ดังนี้

ตารางผลรวมของเลขประจำสูญบูล

กลยุทธ์ของ ข.				
		1	5	10
กลยุทธ์ของ ก.	1	2	6	11
	5	6	10	15
	10	11	15	20

ต่อจากนั้นจึงทำการสร้างตารางผลได้ ซึ่งอาจจะหาตารางผลได้ของ ก. หรือ ข. ได้
ในที่นี้จะสร้างตารางผลได้ทั้งของ ก. และของ ข. ให้ครุได้ดังนี้

กลยุทธ์ของ ข.				
		1	5	10
กลยุทธ์ของ ก.	1	-1	-5	1
	5	-1	-5	5
	10	10	10	-10

ตารางผลตอบแทนของ บ.

(บาท)

		กลยุทธ์ของ บ.		
		1	5	10
กลยุทธ์ของ ก.				
I		1	5	-1
S		1	5	-5
10		-10	-10	10

หลังจากสร้างตารางผลได้แล้ว ต่อมาจึงทำการหาค่าตอบเพื่อการตัดสินใจแผนการที่ดีที่สุดของผู้เล่นแต่ละฝ่าย ซึ่งการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจนี้เรามาเลือกค่าตอบจากตารางผลได้ของ ก. หรือ ตารางผลได้ของ บ. ตารางได้ตารางหนึ่งเท่านั้น ในที่นี้ เราจะเลือกค่านิยมจากการผลได้ของ ก. ต่อมาเราทำการตรวจสอบว่าการแข่งขันนี้เป็นการใช้กลยุทธ์แท้หรือกลยุทธ์ผสม ซึ่งทำได้ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของ ก.

(บาท)

		กลยุทธ์ของ บ.			Maximin
		1	5	10	
กลยุทธ์ของ ก.					
I		-1	-5	1	-5*
S		-1	-5	S	-5*
10		10	10	-10	-10

Minimax	10	10	5*
---------	----	----	----

- ค่า Maximin = -5 ค่า Minimax = 5

- ค่า Maximin \neq ค่า Minimax แสดงว่าเป็นการใช้กลยุทธ์ผสม

\therefore เป็นการใช้กลยุทธ์ผสม มีขนาด 3×3

จะเห็นได้ว่าตารางผลได้ของ ก. จากปัญหาการแบ่งขั้นมีขนาด 3×3 และปัญหาการแบ่งขั้นเป็นการใช้กลยุทธ์ผสม ดังนั้นการหาค่าตอบเรียงใช้กำหนดการเชิงเส้น แต่ถ้าเราไม่ต้องใช้กำหนดการเชิงเส้น เราจะต้องทำการลดขนาดของ การแบ่งขั้น โดยใช้เกณฑ์เด่นเข้ามาช่วย (ถ้าทำได้ เพราะว่าบันทึกรอย่างของเราไม่สามารถลดขนาดของปัญหาให้เล็กลงได้) เพื่อให้เหลือขนาด $m \times 2$ หรือ $2 \times n$ หรือ 2×2 แล้วจึงทำการหาค่าตอบค่าวิชิกราฟ หรือการเขียนกราฟ หรือวิธีหาค่าค่าคง劲 แล้วแต่กรณี

ต่อไปนี้เราจะทำการลดขนาดปัญหาการแบ่งขั้นจากตารางผลได้ของ ก. ให้เล็กลงได้ดังนี้ โดยเริ่มพิจารณาตัดกลยุทธ์ของ ก. ก่อน ได้ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของ ก.

(บาท)

กลยุทธ์ของ ข.	กลยุทธ์ของ ก.		
	-1	-5	1
5		-1	-5
10	10	10	-10

จากขนาดของการแบ่งขั้น 3×3 ข้างต้น ทำการลดขนาดลงเหลือ 2×3 ได้ดังนี้

ตารางผลตอบแทนของ ก.

(บาท)

กลยุทธ์ของ ข.	กลยุทธ์ของ ก.		
	1	5	10
5		-1	5
10	10	10	-10

จากขนาดของการแบ่งขั้น 2×3 ข้างต้น ถ้าเราต้องการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจก็สามารถทำได้โดย โดยใช้วิธีการเขียนกราฟหา ก. และใช้หลัก Maximize ตัดสินใจ หรือถ้าเราจะทำการลดขนาดให้เล็กอีกทีทำได้ โดยจะมีขนาดลดลงเหลือ 2×2 ดังนี้

ตารางผังตอบแทนของ ก.

(นาท)

กลยุทธ์ของ ก.	กลยุทธ์ของ ข.	
กลยุทธ์ของ ก.	5	-5
10	10	-10

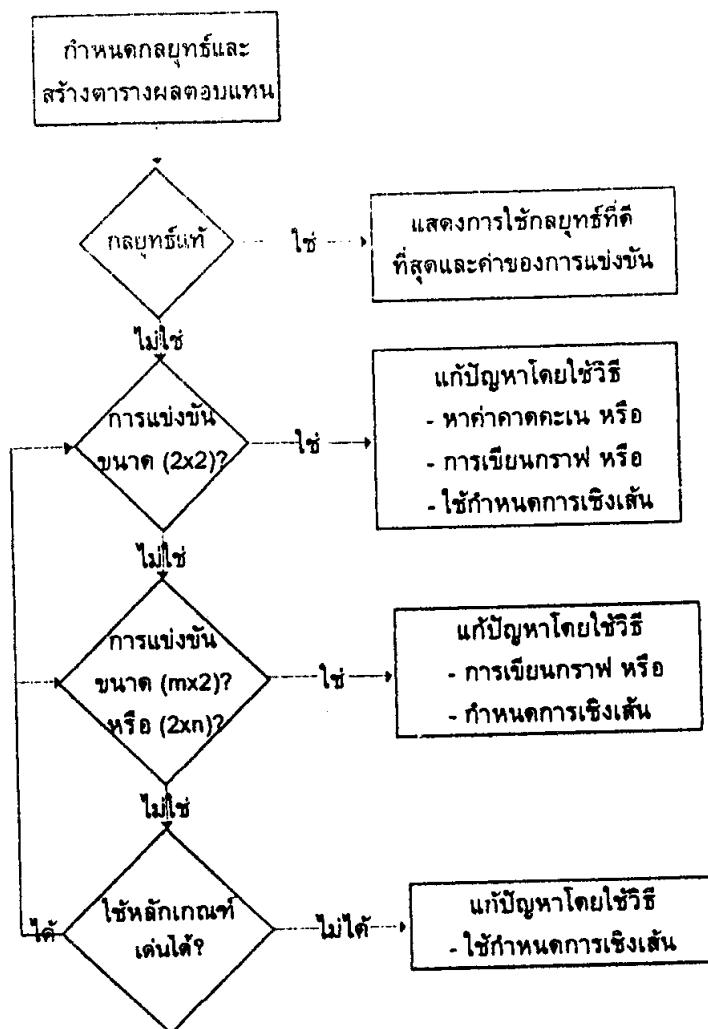
ตารางการแบ่งขัน ขนาด 2×2 ข้างต้นนี้ เราไม่สามารถลดขนาดให้เล็กลงอีกได้ ดังนั้นจากตารางการแบ่งขัน ขนาด 2×2 เราทำการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจได้ด้วยวิธีการหาค่าคาดคะเน

สำหรับค่าตอบสำหรับการตัดสินใจว่าแผนการที่ดีที่สุดของ ก. และ ข. เป็นอย่างไร (หรือนั่นก็คือ ก. ควรเลือกวิถีกลมเลขอะไรบ้าง และในอัตราส่วนเท่าไหร่ และ ข. ควรเลือกวิถีกลมเลขอะไรบ้าง และในอัตราส่วนเท่าไหร่) และค่าของ การแบ่งขันเป็นเท่าไหร่นั้น จะไม่แสดงการคำนวณให้คู ให้นักศึกษาหาค่าตอบเองโดยใช้หลักการที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อก่อน ๆ กล่าวคือ ในที่นี่ถ้าเราลดขนาดของการแบ่งขันลงเหลือ 2×3 และจะใช้วิธีการเขียนกราฟของ ก. และใช้หลัก Maximin เพื่อหาค่าตอบ แต่ถ้าเราลดขนาดของการแบ่งขันลงเหลือ 2×2 เราจะใช้วิธีการหาค่าคาดคะเนเพื่อหาค่าตอบ

อนึ่งในตัวอย่างที่ 10 ที่อธิบายมาแล้ว การลดขนาดของการแบ่งขันเริ่มพิจารณาจากตารางผลได้ของ ก. โดยตัดกลยุทธ์ของ ก. ก่อน ให้นักศึกษาของทำการลดขนาดของการแบ่งขันพิจารณาจากตารางผลได้ของ ก. โดยเริ่มตัดกลยุทธ์ของ ข. ก่อนบ้าง แล้วทำการหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจ ซึ่งจะให้ค่าตอบเช่นเดียวกับการลดขนาดของการแบ่งขันที่เริ่มพิจารณาตัดกลยุทธ์ของ ก. ก่อน และในตัวอย่างที่ 10 ที่อธิบายมาแล้ว เราทำการคำนวณเพื่อหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจจากตารางผลได้ของ ก. ดังนั้นให้นักศึกษาลองทำการคำนวณเพื่อหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจจากตารางผลได้ของ ข. ดูบ้าง ซึ่งจะให้ค่าตอบเช่นเดียวกับการคำนวณเพื่อหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจจากตารางผลได้ของ ก.

สรุปกระบวนการคำนวณของทฤษฎีการแบ่งขั้นเพื่อหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจ

การใช้ทฤษฎีการแบ่งขั้นเพื่อหาค่าตอบสำหรับการตัดสินใจที่เกี่ยวกับการเลือกใช้กลยุทธ์ หรือกลวิธีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับผู้แบ่งขั้นแต่ละฝ่ายในกรณีที่เป็นการแบ่งขั้น ซึ่งมีสู่แบ่งขั้นสองฝ่าย และผลได้ผลเดียวกันรวมกันเป็นศูนย์ จะมีกระบวนการการคำนวณโดยสรุปดังนี้



รูปที่ 3 ผังแสดงกระบวนการคำนวณของทฤษฎีการแบ่งขั้น

อนึ่ง ผังกระบวนการคำนวณ การคำนวณของทฤษฎีการแข่งขันตามรูปที่ 3 ข้างต้น ในขั้นที่สามว่าการแข่งขันมีขนาด ($m \times 2$) หรือ ($2 \times n$) หรือไม่ ถ้าตอบว่าใช่ เราอาจจะพิจารณาถ้าก่อนว่าลักษณะให้เหลือ 2×2 ได้หรือไม่ ถ้าลักษณะให้เหลือ 2×2 ได้ ก็ให้ใช้วิธีหาค่าคาดคะเน แต่ถ้าลดให้เหลือ 2×2 ไม่ได้ ในการหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจ เราอาจจะใช้วิธีการเขียนกราฟ หรือใช้กำหนดการเชิงเส้น สำหรับบางกรณีของการแข่งขันมีขนาด ($m \times 2$) หรือ ($2 \times n$) อาจจะไม่พယายมทำการลดขนาดลงอีกได้ ซึ่งเราอาจจะหาคำตอบโดยวิธีการเขียนกราฟ หรือใช้กำหนดการเชิงเส้นทันทีเลย

แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จากตารางผลตอบแทนของ A ในการแข่งขันระหว่าง A และ B ผลรวมเป็นศูนย์ ดังนี้

		กลยุทธ์ของ B			
กลยุทธ์ของ A		1	2	3	4
1		36	50	-8	30
2		48	64	58	36
3		-20	-16	34	24

- ก) A และ B ใช้กลยุทธ์แท่นหรือกลยุทธ์ผสม
- ข) หาแผนการใช้กลยุทธ์ที่ดีที่สุดของทั้งสองฝ่าย
- ค) คำนวณหาค่าของการแข่งขัน พร้อมทั้งอธิบายความหมาย

ข้อ 2. จงแก้ปัญหาของแผนการใช้กลยุทธ์ที่ดีที่สุด และค่าของการแข่งขัน พร้อมทั้งแปลความหมาย
ในการแข่งขันสองฝ่าย ผลรวมเป็นศูนย์ ต่อไปนี้

ก)

ตารางผลตอบแทนของ B

		กลยุทธ์ของ B		
กลยุทธ์ของ A		1	2	3
1		446	220	358
2		288	242	270
3		312	304	422
4		260	216	252

ข)

ตารางผลตอบแทนของ X

กลยุทธ์ของ X	กลยุทธ์ของ Y		
	1	2	3
1	10	8	20
2	6	4	2
3	12	14	16

ข้อ 3. บริษัทผู้นี้ จำกัด และ บริษัทฝ่าย จำกัด ทำการแบ่งขัน โดยมีผลรวมเป็นศูนย์ ตารางผลตอบแทน (หน่วยเป็นล้านบาท) ของบริษัทฝ่าย จำกัด

กลยุทธ์ของผู้นี้	กลยุทธ์ของฝ่าย	
	1	2
1	10	40
2	50	15

จงหาว่า

- ก) บริษัทผู้นี้ จำกัด ควรใช้กลยุทธ์ใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ข) บริษัทฝ่าย จำกัด ควรใช้กลยุทธ์ใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ค) ค่าของ การแบ่งขัน เป็นเท่าไหร่ พร้อมทั้งแปลความหมายด้วย

ข้อ 4. จากข้อ 3. ถ้าตารางผลตอบแทน (หน่วยเป็นล้านบาท) ของบริษัทฝ่าย จำกัด เปลี่ยนดังนี้

		กลยุทธ์ของฝ่าย	
กลยุทธ์ของฝ่าย		1	2
I	1	6	4
	2	2	6

จงหาคำตอบของข้อ ก., ข., และ ค. ในข้อ 3.

ข้อ 5. สมมติว่าตราเมว กับตราน้ำ ทำการแข่งขันกัน โดยตารางผลตอบแทนของตราเมว เป็นดังนี้

ตารางผลตอบแทนของตราเมว

		กลยุทธ์ของตราน้ำ		
กลยุทธ์ของตราเมว		1	2	3
1	1	40	-40	70
	2	-20	50	60

จงหาว่า

- ก) ตราเมวควรใช้กลยุทธ์ใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ข) ตราน้ำควรใช้กลยุทธ์ใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ค) ค่าของ การแข่งขัน เป็นเท่าไหร่ พร้อมทั้ง เปิดความหมายค่าบ

ข้อ 6. ถ้าผู้สมัครรับเลือกตั้งเป็นสมาชิกสภาผู้แทนราษฎรของจังหวัดเด็ก ๆ แห่งหนึ่ง มี 2 คน คือ นาย ก. และนาย ข. โดยจังหวัดนี้มีสมาชิกสภาผู้แทนราษฎรได้เพียง 1 คนเท่านั้น ถ้าผู้สมัครทั้ง 2 คน มีแผนการพิในการหาเสียงคนละ 3 แผนการ โดยผลตอบแทนจากการหาเสียงของ นาย ก. ในลักษณะจำนวนคะแนนเสียงที่จะได้รับเพิ่มขึ้น หรือคะแนนเสียงที่จะเสียให้แก่ผู้แข่งขัน เป็นดังนี้

ตารางผลตอบแทนของนาย ก.

		แผนการของ นาย ข.		
แผนการของ นาย ก.		1	2	3
1		14	-2	6
2		2	0	4
3		-10	6	2

จังหวัด

- ก) นาย ก. ควรใช้แผนการใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ก) นาย ข. ควรใช้แผนการใดบ้าง และใช้ในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ค) ถ้าของค่าเบี่ยงเบนเป็นเท่าไหร่ พร้อมทั้งแปลความหมายด้วย

ข้อ 7. บริษัทพัฒนา จำกัด และ บริษัทเจริญ จำกัด เป็นผู้แข่งขันกัน โดยตารางผลตอบแทนของ บริษัทพัฒนา จำกัด จากการแข่งขันกับ บริษัทเจริญ จำกัด เป็นดังนี้

(%)

		กลยุทธ์ของ เจริญ		
กลยุทธ์ของ พัฒนา		1	2	3
1		7	5	-3
2		-2	9	6
3		4	1	8

งหาว

- ก) แผนการที่คือที่สุดของการใช้กลยุทธ์ของบริษัทพัฒนา จำกัด เป็นอย่างไร
- ข) แผนการที่คือที่สุดของการใช้กลยุทธ์ของบริษัทเจริญ จำกัด เป็นอย่างไร
- ค) จากการแข่งขันกันหลาย ๆ ครั้ง โดยผลลัพธ์แล้ว บริษัทใด จะเป็นฝ่ายได้ หรือ ฝ่ายเสีย และจะได้ หรือจะเสียเท่าไหร่

ข้อ 8. ถ้าผู้สมัครคน คือ นาย A กับ นาย B ตกลงเดินเงิน ต่อไปนี้ คือ ผู้เล่นแต่ละคน จะยกป้าย เก็บออกจากพร้อมกัน ซึ่งอาจเป็นเลข 5 6 หรือ 7 ถ้าผู้คนของเลขที่ทั้งสองฝ่ายยกออกจาก รวมกันแล้วเป็นเลขคู่ นาย B ต้องจ่ายเงินให้ นาย A เท่ากับจำนวนผู้คนนั้น แต่ถ้าผู้คน เป็นเลขคี่ นาย A จะต้องจ่ายเงินให้ นาย B เท่ากับจำนวนผู้คนนั้นเช่นกัน

งหาว

- ก) นาย A จะยกป้ายเลขได้ออกมา และถ้าทำการแข่งขันกันหลาย ๆ ครั้ง นาย A ควรยกป้ายเลขดังกล่าวออกมานะในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ข) นาย B ควรยกป้ายเลขได้ออกมา และถ้าทำการแข่งขันกันหลาย ๆ ครั้ง นาย B ควรยกป้ายเลขดังกล่าวออกมานะในอัตราส่วนเท่าไหร่
- ค) ถ้าทำการแข่งขันกันหลาย ๆ ครั้ง โดยผลลัพธ์แล้ว ใครจะเป็นฝ่ายได้ หรือฝ่ายเสีย และจะได้หรือเสียเท่าไหร่

ข้อ 9. นายเขียว และนายขาว ได้พนันกัน โดยใช้ไฟทั้งชุด ซึ่งมี 52 ใบ และตกลงกันว่า ถ้าเหยิน ไฟเข็มมา 1 ใน ได้สีแดง นายเขียว จะเป็นผู้ชนะ ถ้าได้สีดำ นายขาว จะเป็นผู้ชนะ ผู้ชนะ จะได้เงิน 1,500 บาท ผู้แพ้จะต้องเสียเงิน 1,500 บาท ให้แสดงตารางผลตอบแทนจากการ แข่งขันที่เกิดขึ้น