

บทที่ 5 ตัวแบบมาร์คอฟ

ในบทนี้ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- ความหมายของตัวแบบมาร์คอฟ
- ลักษณะและสมมติฐานของตัวแบบมาร์คอฟ
- การคำนวณหาความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ
- การเปลี่ยนแปลงความน่าจะเป็นของสถานะ
- สภาวะคงตัว หรือสภาวะดุลยภาพ หรือสภาวะระยะยาว
- การประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟกับปัญหาการตัดสินใจ
- แบบฝึกหัด

บทที่ 5 ตัวแบบมาร์คอฟ

อนาคตเป็นสิ่งที่ไม่แน่นอน ดังนั้นการที่เราทราบโอกาสในอนาคตที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เราต้องตัดสินใจ จึงถือได้ว่าเป็นประโยชน์ต่อการตัดสินใจของเรา ตัวแบบมาร์คอฟเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ตัวแบบหนึ่ง ที่ช่วยให้เราทราบถึงโอกาสในอนาคตที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งตัวแบบมาร์คอฟไม่ใช่ตัวแบบที่จะแสดงการตัดสินใจโดยตรง แต่จะเป็นการให้ข้อมูลสิ่งที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคตเพื่อใช้ช่วยในการตัดสินใจปัญหาในด้านต่าง ๆ อันได้แก่ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับหน้าที่ต่าง ๆ ทางธุรกิจ อันได้แก่ปัญหาทางด้านการผลิต ปัญหาทางด้านการตลาด ปัญหาทางการเงินและการบัญชี และปัญหาทางด้านการจัดการทรัพยากรมนุษย์

ความหมายของตัวแบบมาร์คอฟ (Markov Model)

ตัวแบบมาร์คอฟ (Markov Model) เป็นตัวแบบที่ใช้เพื่อพยากรณ์ ความน่าจะเป็น (Probability) ในการเกิดสถานะ (State) ใดสถานะหนึ่ง

เพื่อความเข้าใจขออธิบายโดยยกตัวอย่างอุตสาหกรรมเครื่องคัมน้ำอัดลม โดยสมมติว่า อุตสาหกรรมเครื่องคัมน้ำอัดลมมี 2 ยี่ห้อ คือ โค้ก และ เป๊ปซี่ สมมติปัจจุบันคือปี 2540 โดยความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อโค้กเป็น 0.55 (หรือส่วนแบ่งตลาดของโค้กเป็น 55%) และความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อเป๊ปซี่เป็น 0.45 (หรือส่วนแบ่งตลาดของเป๊ปซี่เป็น 45%) สมมติว่าทางบริษัทผลิตโค้กต้องการทราบว่าในอนาคตคือในปี 2541, 2542 และในระยะยาวความน่าจะเป็นว่าลูกค้าจะซื้อโค้ก (ส่วนแบ่งตลาดของโค้ก) จะเป็นเท่าไร บริษัทผู้ผลิตโค้กสามารถนำความรู้หรือตัวแบบมาร์คอฟที่จะได้ศึกษาในบทนี้ไปทำการพยากรณ์ได้ จากที่ได้กล่าวมาในย่อหน้านี้ สามารถสรุปให้เข้าใจง่าย ๆ ได้ดังนี้

| | 2540 | 2541 | 2542.....ระยะยาว(สถานะคงตัว,ดุลยภาพ) |
|------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------|
| ความน่าจะเป็นที่ลูกค้า | | | |
| จะซื้อโค้ก | 0.55(55%) | ? | ?.....? |
| ความน่าจะเป็นที่ลูกค้า | | | |
| จะซื้อเป๊ปซี่ | 0.45(45%) | ? | ?.....? |
| | <u>1.00(100%)</u> | <u>1.00(100%)</u> | <u>1.00(100%)</u> <u>1.00(100%)</u> |

ลักษณะและสมมติฐานของตัวแบบมาร์คอฟ

การใช้ตัวแบบมาร์คอฟเพื่อพยากรณ์ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ จะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบและสมมุติ ดังต่อไปนี้

1. จะต้องแจกแจงสถานะ (State)

ปัญหาในการตัดสินใจทุกปัญหาจะสามารถระบุสถานะ (State) ได้ ตัวอย่างเช่น อุตสาหกรรมเครื่องคัมน้ำอัดลมที่กล่าวมาในตอนต้น สามารถแจกแจงได้ว่ามี 2 สถานะ คือ 1) การเป็นลูกค้าของโค้ก 2) การเป็นลูกค้าของเป๊ปซี่

โดยการแจกแจงสถานะมีสมมติฐาน ดังนี้

1) บุคคลหรือสิ่งที่กำลังศึกษาจะต้องอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่ง เช่น จะต้องเป็นลูกค้าของโค้กกับเป๊ปซี่อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น จะเป็นลูกค้าของทั้งสองยี่ห้อในขณะเดียวกันไม่ได้

2) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับประเภทและจำนวนสถานะ เช่น ถ้าศึกษาโค้กกับเป๊ปซี่ ก็จะไม่มีการเปลี่ยนเป็นโค้กกับสไปร์ท หรือไม่มีการเพิ่มเป็น 3 สถานะ คือ 1) การเป็นลูกค้าของโค้ก 2) การเป็นลูกค้าของเป๊ปซี่ และ 3) การเป็นลูกค้าของสไปร์ท

2. ต้องมีความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ในปัจจุบัน ($n = 0$)

ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา โดยเราสามารถใช้เวลาที่จะเรียนในบทนี้เพื่อทำการพยากรณ์ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ n เวลาต่างๆ ได้ โดยให้เวลาในปัจจุบันเป็น $n = 0$ และเวลาถัดไปคือ $n = 1, 2, 3, \dots$ จากตัวอย่างของอุตสาหกรรมเครื่องคัมน้ำอัดลมที่กล่าวมาในตอนต้นจะเห็นว่าความน่าจะเป็นของการเป็นลูกค้าของเด็กในปัจจุบันคือ 0.55 และความน่าจะเป็นของการเป็นลูกค้าของเป๊ปซี่ในปัจจุบันคือ 0.45

ถ้าต้องการพยากรณ์ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ n สภาวะคงตัว (Steady State Probability) -ข้อมูลเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ $n = 0$ ไม่จำเป็นต้องนำมาใช้เพื่อการคำนวณในการพยากรณ์

3. ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability)

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ คือ ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ในอนาคตเกี่ยวกับการคงอยู่ ในสถานะเดิมหรือเปลี่ยนแปลงสถานะใหม่

สมมติฐานของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ คือจะต้องไม่เปลี่ยนแปลงตลอดการศึกษาปัญหาใดปัญหาหนึ่ง หรืออาจกล่าวได้ว่าจะใช้ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะชุดเดียวกันในการศึกษาปัญหาใดปัญหาหนึ่ง

อนึ่งในการศึกษาปัญหาใดปัญหาหนึ่ง จะต้องมีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะเสมอ

เพื่อให้เกิดความเข้าใจนอกตัวอย่างของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability) ของอุตสาหกรรมเครื่องคั้นน้ำอ้อกลม พร้อมทั้งอธิบายความหมายดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | ซื้อ ใค้ก | ซื้อ เป๊ปซี่ |
|--------------|-----------|--------------|
| ซื้อ ใค้ก | 0.8 | 0.2 |
| ซื้อ เป๊ปซี่ | 0.05 | 0.95 |

ความหมายของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะข้างต้น อธิบายได้ดังนี้

แถวที่ 1 จำนวนลูกค้าเดิมที่ซื้อ ใค้ก ในงวดนี้จะยังคงซื้อ ใค้ก ในงวดหน้าด้วยจำนวน 0.80 ของจำนวนลูกค้าเดิมของเขาเองในงวดนี้ และจะเปลี่ยนไปซื้อ เป๊ปซี่ ในงวดหน้าด้วยจำนวน 0.20 ของลูกค้าเดิมของเขาเองในงวดนี้

แถวที่ 2 จำนวนลูกค้าเดิมที่ซื้อ เป๊ปซี่ ในงวดนี้จะเปลี่ยนไปซื้อ ใค้ก ในงวดหน้าด้วยจำนวน 0.05 ของจำนวนลูกค้าเดิมของเป๊ปซี่ในงวดนี้ และจะยังคงซื้อ เป๊ปซี่ ในงวดหน้าด้วยจำนวน 0.95 ของจำนวนลูกค้าเดิมของเขาเองในงวดนี้

หมายเหตุ ความน่าจะเป็นในแนวนอนเมื่อรวมกันจะต้องได้ 1.00 (กล่าวคือ แถวซื้อ ใค้ก จะได้ $0.8 + 0.2 = 1.00$ และ แถวซื้อ เป๊ปซี่ จะได้ $0.05 + 0.95 = 1.00$)

คอลัมน์ที่ 1 ในงวดหน้าผู้ผลิต ใค้ก จะยังคงรักษาจำนวนลูกค้าเดิมของ ใค้ก เองในงวดนี้ไว้ได้ 0.80 ของจำนวนลูกค้าของเขาเองในงวดนี้ และในงวดหน้าจะแย่งชิงจำนวนลูกค้าเดิมของ เป๊ปซี่ ในงวดนี้ได้ 0.05 ของจำนวนลูกค้าของ เป๊ปซี่ ในงวดนี้

คอลัมน์ที่ 2 ในงวดหน้าบริษัทผู้ผลิต เป๊ปซี่ จะแย่งชิงจำนวนลูกค้าเดิมของ ใค้ก ในงวดนี้ได้ 0.20 ของจำนวนลูกค้าของ ใค้ก ในงวดนี้ และจะยังคงรักษาลูกค้าเดิมของ เป๊ปซี่ ในงวดนี้ได้ 0.95 ของจำนวนลูกค้าของเขาเองในงวดนี้

หมายเหตุ ความน่าจะเป็นในแนวตั้งเมื่อรวมกันไม่จำเป็นจะต้องได้ 1.00 (กล่าว คอลัมน์ซื้อ ใค้ก จะได้ $0.80 + 0.05 = 0.85$ ซึ่ง $\neq 1.00$ และ คอลัมน์ซื้อ เป๊ปซี่ จะได้ $0.20 + 0.95 = 1.15$ ซึ่ง $\neq 1.00$)

อนึ่งความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ แทนที่จะแสดงในรูปของตารางดังที่แสดงในคอนต้น เราอาจจะแสดงในรูปแมทริกซ์แทนก็ได้ โดยที่ความหมายของมันยังเหมือนเดิมไม่

เปลี่ยนแปลง ซึ่งความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะตามที่ได้ยกตัวอย่างอธิบายในตอนต้น เราสามารถนำมาเขียนใหม่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

| | | |
|---------|------|---------|
| | ไค้ก | เป็ปซี่ |
| ไค้ก | 0.8 | 0.2 |
| เป็ปซี่ | 0.05 | 0.95 |

การคำนวณหาความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

ในหัวข้อที่อธิบายก่อนหน้านี้ เราคงจะเข้าใจถึงความหมายของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะแล้ว หัวข้อนี้จะอธิบายถึงข้อมูลและวิธีการคำนวณหาความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ ตามตัวอย่างที่จะอธิบายต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

สมมุติว่ามีการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมผู้บริโภคของลูกค้าในอุตสาหกรรมน้ำยาซักผ้า ซึ่งมี 3 ยี่ห้อ ได้ดังนี้

| ยี่ห้อของ น้ำยาซักผ้า | จำนวนลูกค้า ที่ใช้เมื่อ 1 พ.ศ. | ในเดือนหน้า | | | ในเดือนหน้า | | |
|--------------------------|-----------------------------------|---------------------------|-------|-------|--------------------------|-------|-------|
| | | จำนวนลูกค้าที่ได้เพิ่มจาก | | | จำนวนลูกค้าที่สูญเสียให้ | | |
| | | ส | ข | ว | ส | ข | ว |
| สะอาด (ส) | 4,000 | 0 | 1,000 | 1,800 | 0 | 1,400 | 1,800 |
| ซัดดี (ข) | 10,000 | 1,400 | 0 | 1,200 | 1,000 | 0 | 2,400 |
| วาววาม (ว) | 6,000 | 1,800 | 2,400 | 0 | 1,800 | 1,200 | 0 |

จงหา

- 1) จำนวนลูกค้าของแต่ละยี่ห้อที่ใช้เมื่อ 1 มิ.ย.
- 2) สร้างตารางแสดงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ ถ้ากำหนดให้พฤติกรรมในการบริโภคของลูกค้าในอุตสาหกรรมน้ำยาซักผ้าจากเดือนต่อเดือนไม่มีการเปลี่ยนแปลง

วิธีทำ

1)

$$\begin{aligned} \text{จำนวนลูกค้าที่ใช้ห้อยสะอาด เมื่อ 1 มิ.ย.} &= 4,000 + 1,000 + 1,800 - 1,400 - 1,800 \\ &= 3,600 \text{ ราย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนลูกค้าที่ใช้ห้อยขายดี เมื่อ 1 มิ.ย.} &= 1,000 + 1,400 + 1,200 - 1,000 - 2,400 \\ &= 9,200 \text{ ราย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนลูกค้าที่ใช้ห้อยวาววม เมื่อ 1 มิ.ย.} &= 6,000 + 1,800 + 2,400 - 1,800 - 1,200 \\ &= 7,200 \text{ ราย} \end{aligned}$$

2)

ในการสร้างตารางความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ ในที่นี้จะต้องสร้างตารางจำนวนลูกค้าในการเปลี่ยนสถานะก่อน ซึ่งสร้างได้ดังนี้

| จาก \ เป็น | เป็น | | |
|-------------|--------|---------|----------|
| | ช้อ ส. | ช้อ ข. | ช้อ ว. |
| ช้อ ส. | 800* | 1,000 | 1,800 |
| ช้อ ข. | 1,000 | 6,600** | 2,800 |
| ช้อ ว. | 1,800 | 1,200 | 3,000*** |

-

=

เมื่อคำนวณจำนวนลูกค้าในการเปลี่ยนสถานะตามตารางข้างต้นได้แล้ว ต่อไปจึงทำการคำนวณหาความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะได้ดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | ชื่อ ส. | ชื่อ ข. | ชื่อ ว. |
|------------|--------------|--------------|--------------|
| ชื่อ ส. | 800/4,000 | 1,400/4,000 | 1,800/4,000 |
| ชื่อ ข. | 1,000/10,000 | 6,600/10,000 | 2,400/10,000 |
| ชื่อ ว. | 1,800/6,000 | 1,200/6,000 | 3,000/6,000 |

จะเห็นได้ว่าค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะดังตารางข้างต้นอยู่ในรูปเศษส่วน ทั้งนี้ เนื่องจาก ต้องการแสดงให้เห็นว่าค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะแต่ละตัวคำนวณมาได้อย่างไร ดังนั้นเพื่อให้ดูกระชับ ในตารางต่อไปจึงทำการหาผลลัพธ์ของเศษส่วนแต่ละตัวในตารางข้างต้น จึงทำให้ได้ตารางค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ ดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | ชื่อ ส. | ชื่อ ข. | ชื่อ ว. |
|------------|---------|---------|---------|
| ชื่อ ส. | 0.20 | 0.35 | 0.45 |
| ชื่อ ข. | 0.10 | 0.66 | 0.24 |
| ชื่อ ว. | 0.30 | 0.20 | 0.50 |

การเปลี่ยนแปลงความน่าจะเป็นของสถานะ

ความน่าจะเป็นของสถานะจะเปลี่ยนแปลงไปจากงวดหนึ่งไปยังอีกงวดหนึ่ง ต่อไปนี้จะแสดงตัวอย่างวิธีการคำนวณหาความน่าจะเป็นของสถานะในงวดต่าง ๆ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2

อุตสาหกรรมสุ่งล่างงานมี 3 ยี่ห้อ คือ แว, วับ, โส ยอดขายในปัจจุบันของแต่ละยี่ห้อเป็นดังนี้

| | ยอดขาย (บาท) |
|-----|---------------|
| แวน | 15,000 |
| วับ | 20,000 |
| ไอ | <u>15,000</u> |
| | <u>50,000</u> |

เมทริกซ์ของการเปลี่ยนสถานะ ของอุตสาหกรรมสบู่อ่างงาน เป็นดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| | | เป็น | | |
|-----|---------|---------|---------|--------|
| | | ซื้อแวน | ซื้อวับ | ซื้อไอ |
| จาก | ซื้อแวน | 0.80 | 0.10 | 0.10 |
| | ซื้อวับ | 0.05 | 0.90 | 0.05 |
| | ซื้อไอ | 0.10 | 0.05 | 0.85 |

จงหาว่า ส่วนแบ่งตลาดของสบู่อ่างงานทั้ง 3 ยี่ห้อ จะเป็นเท่าไร ในปีหน้าและปีถัดจากปีหน้า

วิธีทำ

จากตัวอย่างปัญหา เราสามารถระบุองค์ประกอบในการใช้ตัวแบบมาร์คอฟ ได้ดังนี้

1. สถานะของปัญหามี 3 อย่าง คือ

- 1) ซื้อแวน
- 2) ซื้อวับ
- 3) ซื้อไอ

2. ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ ณ. ปัจจุบัน (ณ. $n = 0$) คือ

$$P(\text{ซื้อแวน}) = 15,000/50,000 = 0.30$$

$$P(\text{ซื้อวับ}) = 20,000/50,000 = 0.40$$

$$P(\text{ซื้อไอ}) = 15,000/50,000 = \underline{0.30}$$

$$\underline{1.00}$$

3. ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability) เป็นดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | ซื้อแวน | ซื้อวิบ | ซื้อไอ |
|------------|---------|---------|--------|
| ซื้อแวน | 0.80 | 0.10 | 0.10 |
| ซื้อวิบ | 0.05 | 0.90 | 0.05 |
| ซื้อไอ | 0.10 | 0.05 | 0.85 |

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. $n = 1$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 P(\text{ซื้อแวน}) &= (0.30)(0.80) + (0.40)(0.05) + (0.30)(0.10) \\
 &= 0.24 + 0.02 + 0.03 \\
 &= 0.29
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ซื้อวิบ}) &= (0.30)(0.10) + (0.40)(0.90) + (0.30)(0.05) \\
 &= 0.030 + 0.360 + 0.015 \\
 &= 0.405
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ซื้อไอ}) &= (0.30)(0.10) + (0.40)(0.05) + (0.30)(0.85) \\
 &= 0.030 + 0.020 + 0.255 \\
 &= 0.305
 \end{aligned}$$

สรุป ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ในปีหน้า ($n = 1$) คือ

$$P(\text{ซื้อแวน}) = 0.290$$

$$P(\text{ซื้อวิบ}) = 0.405$$

$$P(\text{ซื้อไอ}) = \underline{0.305}$$

$$\underline{1.000}$$

∴ ส่วนแบ่งตลาดในปีหน้า คือ

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของแวน} = 29\%$$

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของวิบ} = 40.5\%$$

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของไอ} = \underline{30.5\%}$$

$$\bullet \underline{100.0\%}$$

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. $n = 2$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P(\text{ซื้อแวน}) &= (0.29)(0.80) + (0.405)(0.05) + (0.305)(0.10) \\ &= 0.2320 + 0.0202 + 0.0305 \\ &= 0.2827 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{ซื้อวับ}) &= (0.29)(0.10) + (0.405)(0.90) + (0.305)(0.05) \\ &= 0.0290 + 0.3645 + 0.0153 \\ &= 0.4088 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{ซื้อไฮ}) &= (0.29)(0.10) + (0.405)(0.05) + (0.305)(0.85) \\ &= 0.0290 + 0.0203 + 0.2593 \\ &= 0.3085 \end{aligned}$$

สรุป ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ในปีถัดจากปีหน้า ($n = 2$) คือ

$$P(\text{ซื้อแวน}) = 0.2827$$

$$P(\text{ซื้อวับ}) = 0.4088$$

$$P(\text{ซื้อไฮ}) = 0.3085$$

$$\underline{1.0000}$$

∴ ส่วนแบ่งตลาดในปีหน้า คือ

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของแวน} = 28.27\%$$

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของวับ} = 40.88\%$$

$$\text{ส่วนแบ่งการตลาดของไฮ} = \underline{30.85\%}$$

$$\underline{100.00\%}$$

จากตัวอย่างที่ 2 สรุปความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. แต่ละงวด เวลาได้ดังนี้

ณ. สภาวะคงตัว

หรือ ณ. ระยะยาว

| | n = 0 | n = 1 | n = 2.....หรือ ณ. คุณภาพ | | |
|------------|-------------|--------------|--------------------------|-------------|-------------|
| P(ซื้อแวน) | 0.30 | 0.29 | 0.2827..... | P_1 | P_1 |
| P(ซื้อวับ) | 0.40 | 0.405 | 0.4088..... | P_2 | P_2 |
| P(ซื้อโส) | 0.30 | 0.305 | 0.3085..... | P_3 | P_3 |
| P(ซื้อแวน) | 0.30 | 0.29 | 0.2827..... | P_1 | P_1 |
| | <u>1.00</u> | <u>1.000</u> | <u>1.000</u> | <u>1.00</u> | <u>1.00</u> |

โดยให้ P_1 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อแวน ณ. สภาวะคงตัว

P_2 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อวับ ณ. สภาวะคงตัว

P_3 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อโส ณ. สภาวะคงตัว

จากการสรุปข้างต้นจะเห็นว่า P(ซื้อแวน) จะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อวงเวลาเพิ่มขึ้นจนถึงสภาวะคงตัว จะได้ค่าความน่าจะเป็นค่าหนึ่ง (ในที่นี้สมมติว่าคือ P_1) และวงลดจากนี้ไป P(ซื้อแวน) จะเท่าเดิมทุกวงตลอดไป สำหรับ P(ซื้อวับ) และ P(ซื้อโส) จะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อวงเวลาเพิ่มขึ้นจนถึงสภาวะคงตัวจะได้ค่าความน่าจะเป็นค่าหนึ่ง (ในที่นี้สมมติว่าคือ P_2 และ P_3 ตามลำดับ) และวงลดจากนี้ไป P(ซื้อวับ) และ P(ซื้อโส) จะเท่าเดิมทุกวง การที่ P(ซื้อแวน) ลดลงเรื่อย ๆ ตามวงเวลานานขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความจงรักภักดีของลูกค้าที่ซื้อแวนจะมีน้อยกว่าลูกค้าที่ซื้อวับและซื้อโส (กล่าวคือ ความจงรักภักดีในการซื้อแวนคิดเป็นความน่าจะเป็น 0.80 ส่วนความจงรักภักดีในการซื้อวับคิดเป็นความน่าจะเป็น 0.90 และความจงรักภักดีในการซื้อโสคิดเป็นความน่าจะเป็น 0.8) ซึ่งค่าต่าง ๆ เหล่านี้อ่านได้จากความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ) ในขณะที่ความสามารถในการแข่งขันของลูกค้าของทั้ง 3 ยี่ห้อจะเท่ากัน (นั่นคือคิดเป็น 0.15 ซึ่งหากำได้จากความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะเช่นเดียวกัน)

สำหรับค่า P_1 , P_2 และ P_3 นั้น ซึ่งเราเรียกว่าความน่าจะเป็น ณ. สภาวะคงตัว หรือความน่าจะเป็นในสภาวะระยะยาว หรือความน่าจะเป็น ณ. สภาวะคุณภาพ เราสามารถคำนวณหาได้โดยใช้ความรู้ที่จะได้ศึกษาในหัวข้อต่อไป

สภาวะคงตัว หรือสภาวะดุลยภาพ หรือสภาวะระยะยาว

สภาวะคงตัว หรือสภาวะดุลยภาพ หรือสภาวะระยะยาว คือ สภาวะที่ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง และเราจะเรียกความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. สภาวะคงตัวนี้ว่า ความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว (Steady State Probability)

ในการประยุกต์ใช้แบบมาร์คอฟกับปัญหาการตัดสินใจ โดยทั่วไปนั้นค่าความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัวเป็นค่าที่เราสามารถใช้เป็นข้อมูลเพื่อการตัดสินใจ เพื่อการวางแผนได้เป็นอย่างดีสำหรับในหัวข้อนี้ จะแสดงตัวอย่างวิธีการคำนวณหาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว

ตัวอย่างที่ 3

จากตัวอย่างที่ 2 ให้คำนวณหาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว (Steady State Probability)

วิธีทำ

ให้ P_1 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อแวน ณ. สภาวะคงตัว

ให้ P_2 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อวับ ณ. สภาวะคงตัว

ให้ P_3 คือ ความน่าจะเป็นในการซื้อไฮ ณ. สภาวะคงตัว

ณ. สภาวะคงตัว จะได้

$$P_1 = 0.80P_1 + 0.05P_2 + 0.10P_3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$P_2 = 0.10P_1 + 0.90P_2 + 0.05P_3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$P_3 = 0.10P_1 + 0.05P_2 + 0.85P_3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (1)} \quad 0.20 P_1 - 0.05P_2 - 0.10P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{จาก (2)} \quad -0.10 P_1 + 0.10P_2 - 0.05P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{จาก (3)} \quad -0.10 P_1 - 0.05P_2 + 0.85P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$(6)-(7) \quad 0.15P_2 - 0.20P_3 = 0$$

$$0.15P_2 - 0.20P_3 = 0$$

$$0.15P_2 = 0.20P_3$$

$$P_2 = \frac{0.20}{0.15} P_3$$

$$\therefore P_2 = \frac{4}{3} P_3$$

$$(5) \times 2 \quad 0.40 P_1 - 0.10P_2 - 0.20P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$(6)+(8) \quad 0.30P_1 - 0.25P_3 = 0$$

$$0.30P_1 = 0.25P_3$$

$$P_1 = \frac{0.25}{0.30} P_3$$

$$\therefore P_1 = \frac{5}{6} P_3$$

เอา P_1 และ P_2 แทนใน (4)

$$\frac{5}{6} P_3 + \frac{4}{3} P_3 + P = 1$$

$$\frac{19}{6} P_3 = 1$$

$$P_3 = \frac{1}{19/6} = \frac{6}{19}$$

$$\therefore P_1 = \frac{5}{6} \times \frac{6}{19} = \frac{5}{19}$$

$$\therefore P_2 = \frac{4}{3} \times \frac{6}{19} = \frac{8}{19}$$

\therefore ความน่าจะเป็นในสถานะคงตัว (Steady State Probability) เป็นดังนี้

$$P(\text{แหว}) = \frac{5}{19} = 0.265$$

$$P(\text{วับ}) = \frac{8}{19} = 0.420$$

$$P(\text{ใส}) = \frac{6}{19} = 0.315$$

อนึ่ง การแก้สมการข้างต้นสามารถทำได้หลายแบบ แล้วแต่ความถนัดของแต่ละคน โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นที่ได้ศึกษามาในระดับมัธยม

จากตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3 ข้างต้น สามารถสรุปความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. แต่ละงวดเวลา ได้ดังนี้

| | ณ. สถานะคงตัว | | | หรือ ณ. ระยะยาว | | หรือ ณ. คุณภาพ | |
|------------|---------------|--------------|---------------------|--------------------|--------------------|----------------|--------------|
| | n = 0 | n = 1 | n = 2 | | | | |
| P(ซื้อแหว) | 0.30 | 0.290 | 0.2827 | 0.265 | 0.265 | 0.265 | 0.265 |
| P(ซื้อวับ) | 0.40 | 0.405 | 0.4088 | 0.420 | 0.420 | 0.420 | 0.420 |
| P(ซื้อใส) | 0.30 | 0.305 | 0.3085 | 0.315 | 0.315 | 0.315 | 0.315 |
| | <u>1.00</u> | <u>1.000</u> | <u>1.0000</u> | <u>1.000</u> | <u>1.000</u> | <u>1.000</u> | <u>1.000</u> |

ตัวอย่างที่ 4

ประชากรของเมือง A ขณะนี้มี 3.2 ล้านคน และเพิ่มขึ้นปีละ 10% ประมาณ 60% อยู่ในตัวเมือง ส่วนที่เหลืออยู่ชานเมือง จากการสำรวจพบว่า ประมาณ 30% ของผู้ที่อยู่ในตัวเมืองย้ายออกมาอยู่ชานเมืองทุกปี และ 15% ของผู้ที่อยู่ชานเมืองย้ายเข้ามาอยู่ในตัวเมืองทุกปี ส่วนที่เหลือไม่โยกย้าย

อยากทราบว่าอีก 2 ปีข้างหน้า ประชากรของเมือง A จะอยู่ชานเมืองมากหรือน้อยกว่าอยู่ในตัวเมือง และจะมากหรือน้อยกว่าเป็นจำนวนกี่คน และอยากทราบว่าในที่สุดแล้ว ประชากรเมือง A จะอยู่ในชานเมืองและอยู่ในตัวเมืองอย่างละร้อยละเท่าใดของประชากรทั้งหมด

วิธีทำ

จากโจทย์ปัญหา สามารถระบอบุญค้ประกอบของตัวแบบมาร์คอฟ ได้ดังนี้

1. มี 2 สถานะ คือ

- ประชากรอยู่ในตัวเมือง
- ประชากรอยู่ในชานเมือง

2. ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ในปัจจุบัน (ณ. $n = 0$)

$$P(\text{ตัวเมือง}) = 0.60$$

$$P(\text{ชานเมือง}) = 0.40$$

$$\underline{1.00}$$

3. ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability) แสดงได้ดังนี้

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | เป็น | |
|-------------|----------|----------|
| | ตัวเมือง | ชานเมือง |
| ตัวเมือง | 0.70 | 0.30 |
| ชานเมือง | 0.15 | 0.85 |

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. $n = 1$

$$P(\text{ตัวเมือง}) = (0.60)(0.70) + (0.40)(0.15)$$

$$= 0.42 + 0.06$$

$$= 0.48$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ชานเมือง}) &= (0.60)(0.30) + (0.40)(0.85) \\
 &= 0.18 + 0.34 \\
 &= 0.52
 \end{aligned}$$

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. $n = 2$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ตัวเมือง}) &= (0.48)(0.70) + (0.52)(0.15) \\
 &= 0.336 + 0.078 \\
 &= 0.414
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{ชานเมือง}) &= (0.48)(0.30) + (0.52)(0.85) \\
 &= 0.144 + 0.442 \\
 &= 0.586
 \end{aligned}$$

$$\text{จำนวนประชากร (ณ. } n = 0) = 3.2 \text{ ล้านคน}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนประชากร (ณ. } n = 1) &= 3.2 + (0.10)(3.2) \\
 &= 3.2 + 0.32 = 3.52 \text{ ล้านคน}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนประชากร (ณ. } n = 2) &= 3.52 + (0.10)(3.52) \\
 &= 3.52 + 0.352 = 3.872 \text{ ล้านคน}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนประชากรอยู่ในตัวเมือง (ณ. } n = 2) & \\
 &= (0.414)(3.872) = 1.603008 \text{ ล้านคน}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนประชากรอยู่ในชานเมือง (ณ. } n = 1) & \\
 &= (0.586)(3.872) = 2.2688992 \text{ ล้านคน}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{สิ้นปีที่ 2 ประชากรจะอยู่ชานเมืองมากกว่าอยู่ในตัวเมือง} & \\
 &= 2.2688992 - 1.603008 \\
 &= 0.6658912 \text{ ล้านคน}
 \end{aligned}$$

หาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว (Steady State Probability)

ให้ P_1 = ความน่าจะเป็นที่ประชากรอยู่ในตัวเมือง ณ. สภาวะคงตัว

P_2 = ความน่าจะเป็นที่ประชากรอยู่ชานเมือง ณ. สภาวะคงตัว

ณ. สภาวะคงตัว จะได้

$$P_1 = (0.73)P_1 + (0.15)P_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$P_2 = (0.30)P_1 + (0.85)P_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$P_1 + P_2 = 1 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{จาก (1)} \quad 0.30P_1 - 0.15P_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (2)} \quad -0.30P_1 + 0.15P_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{จาก (3)} \quad 0.30P_1 = 0.15P_2$$

$$\therefore P_1 = \frac{0.15}{0.30}P_2 = \frac{1}{2}P_2$$

$$\text{เอา } P_1 \text{ แทนใน (3)} \quad \frac{1}{2}P_2 + P_2 = 1$$

$$\frac{3}{2}P_2 = 1$$

$$\therefore P_2 = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{เอา } P_1 \text{ แทนใน (3)} \quad P_1 + \frac{2}{3} = 1$$

$$\therefore P_1 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ ในที่สุดแล้วประชากรเมือง A อยู่ในตัวเมือง} = \frac{1}{3} \times 100 = 33.33\%$$

$$\therefore \text{ ในที่สุดแล้วประชากรเมือง A อยู่ในชานเมือง} = \frac{2}{3} \times 100 = 66.67\%$$

การประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟกับปัญหาการตัดสินใจ

ตัวอย่างที่ 2, ตัวอย่างที่ 3, ตัวอย่างที่ 4 ที่ได้อธิบายมาข้างต้น แสดงให้เห็นถึงการพยากรณ์ความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะในงวดเวลาต่างๆ แต่ตัวอย่างที่จะแสดงต่อไปนี้จะให้เห็นถึงการนำความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะที่พยากรณ์ได้ไปใช้ในการตัดสินใจ

ตัวอย่างที่ 5

บริษัทจักรยานยนต์ทั่วโลก (TT) เป็นบริษัทผู้ผลิตรถจักรยานยนต์ โดยมีคู่แข่ง คือ บริษัทจักรยานยนต์สยาม-ญี่ปุ่น (SJ) และบริษัทจักรยานยนต์สยาม-อเมริกัน (SA) จากการวิเคราะห์ทางการตลาด พบว่า บริษัทจักรยานยนต์ทั้งสาม มีส่วนแบ่งทางการตลาดในปัจจุบันเป็นดังนี้ คือ

$$\text{จักรยานยนต์ทั่วโลก (TT)} = 25\%$$

$$\text{จักรยานยนต์สยาม-ญี่ปุ่น (SJ)} = 40\%$$

$$\text{จักรยานยนต์สยาม-อเมริกัน (SA)} = 35\%$$

เพื่อเพิ่มส่วนแบ่งการตลาดของบริษัทจักรยานยนต์ทั่วโลก ฝ่ายการตลาดได้ทำการวิจัยและพบว่า ถ้าบริษัทลงทุนโฆษณาเพิ่มขึ้นอีก 3,000,000 บาท ในปีนี้ จะสามารถทำให้ ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability) ในการตัดสินใจใช้จักรยานยนต์ของลูกค้ำมีค่าต่างๆ ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ

| จาก \ เป็น | TT | ST | SA |
|------------|------|------|------|
| TT | 0.80 | 0.15 | 0.05 |
| ST | 0.15 | 0.80 | 0.05 |
| SA | 0.05 | 0.05 | 0.90 |

จงหาว่า

ก) ถ้าบริษัทจักรยานยนต์ทั่วไทยลงทุนโฆษณาเพิ่มอีก 3,000,000 บาทในปีนี้ ปีหน้าส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ทั้ง 3 บริษัทจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

ข) ถ้าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ มีค่าไม่เปลี่ยนแปลงดังแสดงข้างต้น ในปีถัดไปจากปีหน้าส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ของทั้ง 3 บริษัทจะเป็นอย่างไร

ค) ในระยะยาวส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ของทั้ง 3 บริษัทเป็นเท่าใด

ง) ถ้าสมมติให้ทุกๆ 1% ที่เพิ่มขึ้นของส่วนแบ่งการตลาดสำหรับบริษัทจักรยานยนต์ทั่วไทยมีมูลค่าเป็น 1,500,000 บาท จงหาว่าบริษัทควรลงทุนในการโฆษณานี้หรือไม่ ถ้าบริษัทต้องการคืนทุนภายใน 1 ปี

วิธีทำ

ก)

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability)

$$\begin{aligned} P(TT) &= (0.25)(0.80) + (0.40)(0.15) + (0.35)(0.05) \\ &= 0.2775 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(SJ) &= (0.25)(0.15) + (0.40)(0.80) + (0.35)(0.05) \\ &= 0.3750 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(SA) &= (0.25)(0.05) + (0.40)(0.05) + (0.35)(0.90) \\ &= 0.3475 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งทางการตลาดในปีหน้าของทั่วไทย (TT)} = 27.75\%$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งทางการตลาดในปีหน้าของสยาม-ญี่ปุ่น (SJ)} = 37.50\%$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งทางการตลาดในปีหน้าของสยาม-อเมริกัน (SA)} = 34.75\%$$

ข)

หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ (State Probability) ณ. $n = 2$

$$\begin{aligned}
 P(TT) &= (0.2775)(0.80) + (0.3750)(0.15) + (0.3475)(0.05) \\
 &= 0.2956
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(SJ) &= (0.2775)(0.15) + (0.3750)(0.80) + (0.3475)(0.05) \\
 &= 0.3590
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(SA) &= (0.2775)(0.05) + (0.3750)(0.05) + (0.3475)(0.90) \\
 &= 0.3454
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งการตลาดในปีหน้าของทั่วไทย (TT)} = 29.56 \%$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งการตลาดในปีหน้าของสยาม-ญี่ปุ่น (SJ)} = 35.90 \%$$

$$\therefore \text{ส่วนแบ่งการตลาดในปีหน้าของสยาม-อเมริกัน (SA)} = 35.54 \%$$

ค)

หาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว (Steady State Probability)

ให้ P_1 = ความน่าจะเป็นของสถานะ (TT) ณ. สภาวะคงตัว

ให้ P_2 = ความน่าจะเป็นของสถานะ (SJ) ณ. สภาวะคงตัว

ให้ P_3 = ความน่าจะเป็นของสถานะ (SA) ณ. สภาวะคงตัว

ณ. สภาวะคงตัวจะได้

$$P_1 = 0.80P_1 + 0.15P_2 + 0.05P_3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$P_2 = 0.15P_1 + 0.80P_2 + 0.05P_3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$P_3 = 0.05P_1 + 0.05P_2 + 0.90P_3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ต่อมาทำการแก้สมการ 4 ชั้น 3 ตัวแปร จะได้คำตอบดังนี้ (ในตัวอย่างนี้ไม่ขอแสดงการแก้สมการให้ดู แต่ให้นักศึกษาลองฝึกหัดแก้สมการด้วยตัวเอง ถ้าผลลัพธ์จากการแก้สมการของตัวเองไม่ตรงกับคำตอบข้างล่างนี้ ให้นักศึกษาหาจุดผิดให้ได้ แล้วทำการแก้สมการใหม่เพื่อหาคำตอบให้ถูกต้อง)

$$P_1 = \frac{1}{3}$$

$$P_2 = \frac{1}{3}$$

$$P_3 = \frac{1}{3}$$

ง)

$$\begin{aligned} \text{สิ้นปีที่ 1 ส่วนแบ่งการตลาดเพิ่มขึ้น} &= 27.75\% - 25\% \\ &= 2.75\% \\ \therefore \text{สิ้นปีที่ 1 มีมูลค่าเพิ่มเป็น} &= 2.75 \times 1,500,000 \\ &= 4,125,000 \text{ บาท} \\ \therefore \text{จะได้กำไรเพิ่มขึ้น} &= 4,125,000 - 3,000,000 \\ &= 1,125,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้นบริษัทจักรยานยนต์ทั่วไทยควรลงทุนในการโฆษณา

ตัวอย่างที่ 6

บริษัทผู้ผลิตนมผงยี่ห้อ A กำลังตัดสินใจว่าจะเพิ่มการโฆษณาหรือไม่ เพราะเกรงว่าจะไม่คุ้มกับการลงทุน จากการสำรวจตลาดในขณะนี้บริษัททราบความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (Transition Probability) ของผู้ผลิตนมผงยี่ห้อ A กับผู้ผลิตรายอื่นๆ ในช่วงระยะเวลา 1 ปี ปรากฏดังตารางข้างล่าง

| จาก \ ไปสู่ | ไปสู่ | | |
|-------------|-------|------|------|
| | A | B | C |
| A | 0.50 | 0.20 | 0.30 |
| B | 0.30 | 0.60 | 0.10 |
| C | 0.10 | 0.20 | 0.70 |

และถ้าบริษัทนมผงยี่ห้อ A เพิ่มการโฆษณา จะทำให้พฤติกรรมผู้บริโภคเปลี่ยนแปลงไป ดังนี้

| จาก \ ไปสู่ | ไปสู่ | | |
|-------------|-------|------|------|
| | A | B | C |
| A | 0.50 | 0.20 | 0.30 |
| B | 0.35 | 0.60 | 0.05 |
| C | 0.20 | 0.10 | 0.70 |

ถ้าค่าใช้จ่ายในการโฆษณาเท่ากับ 8 ล้านบาทต่อปี ปริมาณความต้องการนมผงในแต่ละปีของตลาดทั้งหมดเท่ากับ 50 ล้านหน่วยต่อปี และกำไรต่อหน่วยของนมผงเท่ากับ 2 บาท อยากทราบว่าผู้ผลิตนมผงยี่ห้อ A ควรตัดสินใจลงทุนโฆษณาหรือไม่

วิธีทำ

พิจารณากรณีที่ไม่ทำการโฆษณา

หาความน่าจะเป็นในสถานะคงตัว

ให้ P_1 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ A ณ. สถานะคงตัว

P_2 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ B ณ. สถานะคงตัว

P_3 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ C ณ. สถานะคงตัว

ณ. สถานะคงตัว จะได้

$$P_1 = 0.50P_1 + 0.30P_2 + 0.10P_3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$P_2 = 0.20P_1 + 0.60P_2 + 0.20P_3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$P_3 = 0.30P_1 + 0.10P_2 + 0.70P_3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (1)} \quad 0.50 P_1 - 0.30P_2 - 0.10P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{จาก (2)} \quad -0.20 P_1 + 0.40P_2 - 0.20P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{จาก (3)} \quad -0.30 P_1 - 0.10P_2 + 0.30P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$2 \times (5) \quad 1.00 P_1 - 0.60P_2 - 0.20P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$(6)-(8) \quad -1.20P_1 + 1.00P_2 = 0$$

$$P_2 = 1.20P_1$$

$$3 \times (7) \quad -0.90 P_1 - 0.30P_2 + 0.90P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$(5)-(9) \quad 1.40P_1 - 1P_3 = 0$$

$$-1P_3 = -1.40P_1$$

$$P_3 = 1.40P_1$$

เอา P_2 และ P_3 แทนใน (4) $P_1 + 1.20P_1 + 1.40P_1 = 1$

$$3.60P_1 = 1.$$

$$P_1 = \frac{1}{3.60}$$

$$\therefore P_2 = 1.20 \times \frac{1}{3.60}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\therefore P_2 = 1.40 \times \frac{1}{3.60}$$

$$= \frac{7}{18}$$

หากกำไรของ A กรณีที่ไม่ทำการโฆษณา

$$\text{ยอดขายของ A} = \frac{1}{3.60} \times 50,000,000 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore \text{กำไรทั้งสิ้น} = \frac{1}{3.60} \times 50,000,000 \times 2$$

$$= 27,777,777.7 \text{ บาท}$$

พิจารณากรณีที่ทำกรโฆษณา

หาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัว

ให้ P_1 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ A ณ. สภาวะคงตัว

P_2 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ B ณ. สภาวะคงตัว

P_3 = ความน่าจะเป็นในการซื้อ C ณ. สภาวะคงตัว

ณ. สภาวะคงตัว จะได้

$$P_1 = 0.50P_1 + 0.35P_2 + 0.20P_3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$P_2 = 0.20P_1 + 0.60P_2 + 0.10P_3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$P_3 = 0.30P_1 + 0.05P_2 + 0.70P_3 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (1)} \quad 0.50 P_1 - 0.35P_2 - 0.20P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{จาก (2)} \quad -0.20 P_1 + 0.40P_2 - 0.10P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{จาก (3)} \quad -0.30 P_1 - 0.05P_2 + 0.30P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$2 \times (6) \quad -0.40 P_1 + 0.80P_2 - 0.20P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$(5)-(8) \quad 0.90P_1 - 1.15P_2 = 0$$

$$-1.15 P_2 = -0.90P_1$$

$$P_2 = \frac{-0.90}{-1.15} P_1$$

$$\therefore P_2 = \frac{18}{23} P_1$$

$$8 \times (7) \quad -2.4P_1 - 0.40P_2 + 2.4P_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$(6)+(9) \quad -2.6P_1 + 2.3P_3 = 0$$

$$2.3P_3 = 2.6P_1$$

$$P_3 = \frac{2.6}{2.3} P_1 = \frac{26}{23} P_1$$

แทนค่า P_2 และ P_3 ใน (4)

$$P_1 + \frac{18}{23}P_1 + \frac{26}{23}P_1 = 1$$

$$\frac{67}{23}P_1 = 1$$

$$\therefore P_1 = \frac{1}{\frac{67}{23}} = \frac{23}{67}$$

$$\therefore P_2 = \frac{18}{23} \times \frac{23}{67}$$

$$= \frac{18}{67}$$

$$\therefore P_3 = \frac{26}{23} \times \frac{23}{67}$$

$$= \frac{26}{67}$$

$$\therefore \text{ความน่าจะเป็นในการซื้อ A ในสภาวะคงตัว} = \frac{23}{67}$$

$$\text{หรือส่วนแบ่งตลาด ณ สภาวะคงตัว} = \frac{23}{67} \times 100 = \frac{2300}{67} \%$$

หากำไรของ A กรณีที่ทำการโฆษณา

$$\text{ยอดขายของ A} = \frac{23}{67} \times 50,000,000 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore \text{กำไรทั้งสิ้น} = \left(\frac{23}{67} \times 50,000,000 \times 2\right) - 8,000,000$$

$$= 34,328,358 - 8,000,000$$

$$= 26,328,358 \text{ บาท}$$

เนื่องจากกรณีที่ทำการโฆษณาจะให้กำรน้อยกว่ากรณีที่ไมทำการโฆษณา

(26,328,358 บาท < 27,777,777.77 บาท) \therefore บริษัท A ไมควรลงทุนทำการโฆษณา

แบบฝึกหัด

ข้อ 1 ถ้าความน่าจะเป็นปัจจุบันในการเกิดสถานะ ก, ข, และ ค เป็น 0.35, 0.25, และ 0.40 ตามลำดับ ค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ มีดังนี้

| จากสถานะ | เป็นสถานะ | | |
|----------|-----------|------|------|
| | ก | ข | ค |
| ก | 0.50 | 0.25 | 0.25 |
| ข | 0.10 | 0.80 | 0.10 |
| ค | 0.20 | 0.20 | 0.60 |

- ก. ให้หาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ ก, ข, และ ค ในช่วงเวลาที่ 1 และ 2
- ข. คำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดสถานะ ก, ข, และ ค ในสภาวะคงตัว ถ้าค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะไม่เปลี่ยนแปลง

ข้อ 2 ในแต่ละเดือนโกดักเสียส่วนแบ่งการตลาดจากการจำหน่ายฟิล์มถ่ายรูปจำนวน 10% ให้แก่ฟูจิและเสียส่วนแบ่งการตลาดอีก 5% ให้กับอิกฟา แต่ฟูจิจะเสียส่วนแบ่งการตลาด 10% ให้โกดัก และอีก 10% ให้อิกฟา ในขณะที่เดียวกันอิกฟาจะเสียส่วนแบ่งการตลาด 20% ให้โกดัก และ 5% ให้ฟูจิ ถ้าในปัจจุบันสินค้าทั้ง 3 ยี่ห้อมีส่วนแบ่งการตลาดเท่าๆ กัน

- ก. สร้างเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ
- ข. ส่วนแบ่งการตลาดในเดือนหน้าจะเป็นเท่าไร
- ค. คำนวณหาความน่าจะเป็นในสภาวะคงตัวของแต่ละสถานะ ถ้าเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะไม่เปลี่ยนแปลง

ข้อ 3

| | | | |
|---|-----|-----|-----|
| | A | B | C |
| A | 0.2 | 0.6 | 0.2 |
| B | 0.1 | 0.5 | 0.4 |
| C | 0.2 | 0.3 | 0.5 |

เมทริกซ์ข้างต้นนี้ เป็นเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะของสามบริษัท คือ A, B และ C ที่แข่งขันกัน ถ้ากลยุทธ์ทางการตลาดของบริษัททั้งสามไม่เปลี่ยนแปลง จงหาส่วนแบ่งตลาด ณ. ภาวะคงตัว

- ข้อ 4 ถ้าวันนี้ นาย ก. มาทำงานสาย วันรุ่งขึ้น โอกาสที่เขาจะมาทำงานตรงเวลาเท่ากับ 80 เปอร์เซ็นต์ แต่ถ้าวันนี้เขามาตรงเวลา โอกาสที่เขาจะมาสายในวันรุ่งขึ้นเท่ากับ 20 เปอร์เซ็นต์
- ก. จงสร้างตารางแสดงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ
- ข. ถ้าวันนี้ นาย ก. มาตรงเวลา อยากทราบว่าอีก 2 วันข้างหน้า โอกาสที่เขาจะมาตรงเวลาเท่ากับเท่าไร
- ค. ถ้าวันนี้ นาย ก. มาสาย อยากทราบว่าอีก 3 วันข้างหน้า โอกาสที่เขาจะมาสายเท่ากับเท่าไร
- ง. ถ้าในวันนี้โอกาสที่เขามาตรงเวลาเท่ากับ 40 เปอร์เซ็นต์ อยากทราบว่าอีก 2 วันข้างหน้า โอกาสที่เขาจะมาตรงเวลาเท่ากับเท่าไร
- จ. ในระยะยาวโอกาสที่เขาจะมาตรงเวลาเท่ากับเท่าไร
- ข้อ 5 กองทุนรวมแห่งหนึ่งมีหุ้นของธนาคารอยู่ในกองทุน 200,000 หุ้น จากการเก็บรวบรวมข้อมูลในอดีต พบว่าระดับราคาของหุ้นเปลี่ยนแปลง ดังนี้

| ไปสู\จาก | ไปสู | | |
|------------|------|------------|------|
| | -10% | ไม่เปลี่ยน | +10% |
| -10% | 0.5 | 0.3 | 0.2 |
| ไม่เปลี่ยน | 0.3 | 0.4 | 0.3 |
| +10% | 0.1 | 0.3 | 0.6 |

- จากการสำรวจพบว่า เมื่อวันที่ 15 สิงหาคม ราคาหุ้นลดลง 10% ถ้ากองทุนมีนโยบายต้องขายหุ้นภายใน 4 วันข้างหน้า อยากทราบว่าทางกองทุนควรจะขายหุ้นวันใด จึงจะได้ผลดีที่สุด
- ข้อ 6 สมมุติว่าอุตสาหกรรมผงซักฟอกในตลาดของประเทศหนึ่ง มียอดขายคงที่ปีละ 300 ล้านบาท บริษัทผู้ผลิตทำกำไรก่อนหักภาษี 15% ของยอดขาย พฤติกรรมการซื้อของผู้ใช้อาจแสดงออกมาในรูปความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง สำหรับงวดระยะเวลา 1 ปี ดังนี้

| | | | |
|-----------|------|-----------|-----------|
| | เป็น | | |
| จาก | | ชื้อหือ A | ชื้อหือ B |
| ชื้อหือ A | | 0.7 | 0.3 |
| ชื้อหือ B | | 0.2 | 0.8 |

ในวันที่ 31 ธันวาคม 2539 บริษัทผู้ผลิตผงซักฟอกชื้อหือ A มีส่วนครองตลาด 40% และบริษัทผู้ผลิตผงซักฟอกชื้อหือ B มีส่วนครองตลาดที่เหลือ 60%

ต้องการทราบว่ ถ้าเป็นไปตามข้อสมมุติทุกอย่างดังกล่าวข้างต้น กำไรก่อนหักภาษีปี 2541 ที่แต่ละบริษัททำได้จะสูงหรือต่ำกว่าปี 2540 เป็นจำนวนเท่าไร

ข้อ 7 สมมุติว่าในธุรกิจหนังสือพิมพ์รายวัน มีหนังสือพิมพ์รายวันอยู่ 3 ชื้อหือ คือ ไทยรัฐ เคลินิวส์ และ มติชน จากการสำรวจพฤติกรรมการชื้อของผู้อ่าน 2,000 ราย ตั้งแต่เดือนมิถุนายน ไปยังเดือนกรกฎาคม พบว่มีการเปลี่ยนแปลงการชื้อหนังสือพิมพ์รายวันจากฉบับหนึ่งไปสู่อีกฉบับหนึ่ง ดังนี้

| มิถุนายน | กรกฎาคม | | | รวมชื้อเดือนมิถุนายน |
|---------------------|---------|-----------|-------|----------------------|
| | ไทยรัฐ | เคลินิวส์ | มติชน | |
| ไทยรัฐ | 900 | 70 | 30 | 1,000 |
| เคลินิวส์ | 100 | 640 | 60 | 800 |
| มติชน | 40 | 40 | 120 | 200 |
| รวมชื้อเดือนกรกฎาคม | 1,040 | 750 | 210 | 2,000 |

ให้เขียนตารางแสดงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ และคำนวณหาส่วนแบ่งตลาดของหนังสือพิมพ์แต่ละชื้อหือในเดือนมิถุนายน, กรกฎาคม, สิงหาคม, กันยายน, และตุลาคม

ข้อ 8 อุตสาหกรรมผลิตเบหมีสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง มี 3 บริษัท คือ บริษัท A, บริษัท B, และ บริษัท C ในวันที่ 1 กรกฎาคม A มีส่วนแบ่งตลาด 40% ที่เหลือเป็นส่วนแบ่งตลาดของ B และ C อย่างละเท่ากัน บริษัทวิจัยตลาดได้ค้นพบว่า A สงวนไว้ซึ่ง 85% ของลูกค้าของตน ในขณะที่ลูกค้าของเขา B สงวนไว้ซึ่ง 90% ของลูกค้าของเขา ในขณะที่ลูกค้าของเขา A 5% และให้ C 5% ของลูกค้าเดิมของเขา และ

C สงวนไว้ซึ่ง 85% ของลูกค้าของตน และสูญเสียลูกค้าให้ A 5% และให้ B 10% ของลูกค้าเดิมของเขา ส่วนแบ่งตลาดในวันที่ 1 กันยายน และส่วนแบ่งตลาด ณ. ตุลาคม ของบริษัทผลิตภัณฑ์ที่มีกิ่งสำเร็จรูปแต่ละบริษัทจะเป็นเท่าไร

ข้อ 9 ในวันที่สิ้นปีของปีที่แล้วบริษัท A มีส่วนแบ่งตลาด 20% คู่แข่งขันของบริษัท A คือ บริษัท B และบริษัท C ต่างก็มีส่วนแบ่งตลาด 40% ในระหว่างปีที่แล้วการขายของทั้งอุตสาหกรรมมีจำนวน 200 ล้านบาท A ได้รับกำไรสุทธิ 5% ของการขาย คาดว่าตัวเลขทั้งสองยังคงเหมือนเดิมในปีนี้ ตัวแทนโฆษณาของ A ได้เสนอว่า ถ้า A จ่ายเงินเพิ่ม 200,000 บาท สำหรับการโฆษณาในปีนี้จะทำให้ A สงวนไว้ซึ่ง 85% ของลูกค้าเดิมของตน ในขณะที่เดียวกันจะแย่งลูกค้าเดิมของ B มาได้ 8% และแย่งลูกค้าเดิมของ C มาได้ 7% คาดว่า B จะ สงวนไว้ซึ่ง 85% ของลูกค้าเดิมของตน ในขณะที่เดียวกันจะแย่งลูกค้าเดิมของ A มาได้ 10% และแย่งลูกค้าเดิมของ C มาได้ 3% สำหรับ C ได้รับการคาดว่าจะ สงวนไว้ซึ่ง 90% ของลูกค้าเดิมของตน ในขณะที่เดียวกันจะแย่งลูกค้าเดิมของ A มาได้ 5% และแย่งลูกค้าเดิมของ B มาได้ 7%

ต้องการทราบว่า บริษัท A ควรจะจ่ายเงินเพิ่มเติมเพื่อการโฆษณาหรือไม่ ถ้าบริษัทต้องการคืนทุนภายใน 1 ปี

อนึ่งถ้าไม่มีการจ่ายเงินเพิ่มเติม 200,000 บาท สำหรับการโฆษณาในปีนี้ ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจะเป็นดังนี้

| จาก \ เป็น | A | B | C |
|------------|------|------|------|
| A | 0.80 | 0.10 | 0.10 |
| B | 0.05 | 0.85 | 0.10 |
| C | 0.05 | 0.05 | 0.90 |