

ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1)

	C_j	2,000	1,000	0	M	0	M		
C_b	เบสิส	Y_1^*	Y_2	S_1	A_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์(b_i)	อัตราส่วน
M	A_1^*	3*	1	-1	1	0	0	40	40/3*
M	A_2	2	2	0	0	-1	1	60	60/2 = 30
	Z_j	5M	3M	-M	M	-M	M	100M	
	$(C_j - Z_j)$	$(2,000 - 5M)^*$	$(1,000 - 3M)$	M	0	M	0		

ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2

	C_j	2,000	1,000	0	M	0	M		
C_b	เบสิส	Y_1	Y_2^*	S_1	A_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์(b_i)	อัตราส่วน
2,000	Y_1	1	1/3	-1/3	1/3	0	0	40/3	100/3(1/3) = 100/3
M	A_2^*	0	4/3*	2/3	-2/3	-1	1	100/3	100/3(4/3) = 25
	Z_j	2,000	$\left(\frac{2,000}{3} - \frac{4M}{3}\right)$	$\left(\frac{-2,000}{3} + \frac{2M}{3}\right)$	$\left(\frac{2,000}{3} - \frac{2M}{3}\right)$	-M	M	$\left(\frac{20,000}{3} - \frac{100M}{3}\right)$	
	$(C_j - Z_j)$	0	$\left(\frac{1,000}{3} - \frac{4M}{3}\right)^*$	$\left(\frac{2,000}{3} - \frac{2M}{3}\right)$	$\left(\frac{-2,000}{3} + \frac{5M}{3}\right)$	M	0		

ตารางผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 3)

	C_j	2,000	1,000	0	M	0	M		
C_b	เบสิส	Y_1	Y_2	S_1	A_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์(b_i)	
2,000	Y_1	1	0	-1/2	1/2	1/4	-1/4	5	
1,000	Y_2	0	1	1/2	-1/2	-3/4	3/4	25	
	Z_j	2,000	1,000	-500	500	-250	250	35,000	
	$(C_j - Z_j)$	0	0	500	(M - 500)	250	(M - 250)		

จากตารางผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดจะได้คำตอบ ดังนี้

$$Y_1 = 5, Y_2 = 25$$

$$\text{Minimize } Z_d = 35,000$$

จะเห็นได้ว่าคำตอบของปัญหาควบคู่ดังกล่าวที่ได้จากการคำนวณจะให้คำตอบเท่ากับที่อ่านค่าจากตารางผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด (ตารางซิมเพล็กซ์สุดท้าย) ของปัญหาเดิม

ประโยชน์ของปัญหาควบคู่

จากที่ได้อธิบายมาทั้งหมดในหัวข้อเรื่องปัญหาควบคู่ สามารถที่จะสรุปประโยชน์ของปัญหาควบคู่ ได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีจำนวนเงื่อนไขบังคับมากกว่าจำนวนตัวแปร มาก ๆ จะทำให้การคำนวณยุ่งยาก (การคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ด้านแถวบนเพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์) เมื่อเปลี่ยนเป็นปัญหาควบคู่จะทำให้จำนวนเงื่อนไขบังคับลดลง จึงทำให้การคำนวณง่ายขึ้น
2. ช่วยในการตัดสินใจ เนื่องจากปัญหาควบคู่สามารถอธิบายถึงลักษณะของปัญหาด้านเศรษฐศาสตร์ ดังที่ได้แสดงไว้ในตัวอย่างที่ 7 และตัวอย่างที่ 8 ของบทนี้
3. ช่วยในการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่าบางค่าในปัญหาเดิม (การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง) ซึ่งจะได้กล่าวถึงในส่วนหลังของบทนี้

การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง (Sensitivity Analysis)

การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง คือ การศึกษาหรือการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงไปของคำตอบที่ดีที่สุดจากปัญหากำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงไป ในลักษณะต่อไปนี้

1. การเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
2. การเปลี่ยนแปลงของเงื่อนไขบังคับทางด้านทรัพยากร
3. การเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ในเงื่อนไขบังคับ
4. การเปลี่ยนแปลงของจำนวนเงื่อนไขบังคับ
5. การเปลี่ยนแปลงของจำนวนตัวแปร

แต่เนื้อหาในหลักสูตรนี้จะศึกษาเฉพาะการเปลี่ยนแปลงในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 โดยการวิเคราะห์ผลจากคอมพิวเตอร์เท่านั้น

หรือนั่นก็คือ สามารถสรุปสั้นๆได้ว่าการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงเป็นการวิเคราะห์หลังจากได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้ว (Post Optimality Analysis)

ประโยชน์ของการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง

การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง ทำให้สามารถวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงไปของคำตอบที่ดีที่สุดว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงตามลักษณะ 5 อย่างที่กล่าวมาแล้วในตอนต้น โดยไม่จำเป็นต้องเริ่มหาคำตอบใหม่

การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงโดยการวิเคราะห์ผลจากคอมพิวเตอร์

การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในที่นี้จะวิเคราะห์ผลโดยใช้โปรแกรม LINDO สามารถพิจารณาได้จากผลลัพธ์ในส่วนสุดท้าย ภายใต้ข้อความ RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED ดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 27 ของบทที่ 3 ซึ่งเป็นตัวแบบและผลลัพธ์ของตัวอย่างที่ 18 ในบทที่ 3 ดังกล่าวมาแล้วในเรื่องการหาคำตอบกำหนดการเชิงเส้นโดยคอมพิวเตอร์ และจะนำรูปดังกล่าวมาแสดงใหม่อีกครั้งในบทที่ 4 นี้ โดยอยู่ในรูปที่ 1 ดังนี้

```

look all
MAX      40 X1 + 120 X2 + 60 X3
SUBJECT TO
    2)   0.5 X1 + 4 X2 + 3 X3 <=  960
    3)   0.75 X1 + 2 X2 + X3 <=  400
    4)   0.25 X1 + X2 + 0.75 X3 <=  160
    5)   X3 <=  10
END
: go
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 22400.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	320.000000	.000000
X2	80.000000	.000000
X3	.000000	10.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	480.000000	.000000
3)	.000000	40.000000
4)	.000000	40.000000
5)	10.000000	.000000

NO. ITERATIONS= 2

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS?
? y

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	40.000000	5.000000	10.000000
X2	120.000000	40.000000	8.000000
X3	60.000000	10.000000	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	960.000000	INFINITY	480.000000
3	400.000000	80.000000	80.000000
4	160.000000	40.000000	26.666670
5	10.000000	INFINITY	10.000000

รูปที่ 1 ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ตามปัญหาของตัวอย่างที่ 18 ในบทที่ 3

ข้อมูลที่สามารถใช้เพื่อวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงจากผลลัพธ์ของโปรแกรม LINDO แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกภายใต้ข้อความ OBJ COEFFICIENT RANGES เป็นข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของกำไรหรือต้นทุน ส่วนที่สองอยู่ภายใต้ข้อความ Righthand Side Ranges เป็นข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของจำนวนทรัพยากร

ข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของกำไรหรือต้นทุน (OBJ COEFFICIENT RANGES) ประกอบด้วย 4 สดมภ์ (Column) คือ

VARIABLE คือ ชื่อตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

CURRENT COEF คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในปัจจุบันของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในตัวแบบ

ALLOWABLE INCREASE คือ ค่าที่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรสามารถเพิ่มได้อีกโดยไม่ทำให้คำตอบที่ดีที่สุดเปลี่ยนแปลงไป

ALLOWABLE DECREASE คือ ค่าที่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรสามารถลดลงได้อีกโดยไม่ทำให้คำตอบที่ดีที่สุดเปลี่ยนแปลงไป

ข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงของจำนวนทรัพยากรประกอบด้วย 4 สดมภ์ (Column) เช่นกัน คือ

ROW คือ เลขแถวของเงื่อนไขบังคับ

CURRENT RHS คือ ค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับในปัจจุบัน

ALLOWABLE INCREASE คือ ค่าที่ค่าคงที่ทางขวามือสามารถเพิ่มขึ้นได้โดยไม่ทำให้มูลค่าทรัพยากร (dual price) เปลี่ยนแปลงไป

ALLOWABLE DECREASE คือ ค่าที่ค่าคงที่ทางขวามือสามารถลดลงได้โดยไม่ทำให้มูลค่าทรัพยากร (dual price) เปลี่ยนแปลงไป

การวิเคราะห์ค่าและตีความค่าต่างๆ ข้างต้นของปัญหาตามตัวอย่างที่ 18 ในบทที่ 3 โดยวิเคราะห์จากผลลัพธ์ของโปรแกรม LINDO ซึ่งอยู่ในรูปที่ 27 ของบทที่ 3 และนำมาแสดงใหม่อีกครั้งในรูปที่ 1 ของบทที่ 4 นี้ จะแสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลต่างๆ 2 รูปแบบด้วยกัน คือ

- 1) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- 2) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ

1) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

การเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ คือ การเปลี่ยนแปลงของกำไรหรือต้นทุน การวิเคราะห์ความไวในกรณีนี้เป็นการวิเคราะห์เพื่อให้รู้ถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นของคำตอบที่ดีที่สุด

พิจารณาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นและผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ในรูปที่ 27 ของบทที่ 3 ซึ่งนำมาแสดงใหม่อีกครั้งในบทที่ 4 นี้ ในรูปที่ 1 จากตัวแบบข้างต้นเป็นการผลิตพัดลม 3 แบบ คือ

X_1 = จำนวนพัดลมตั้งโต๊ะที่จะผลิตต่อวัน

X_2 = จำนวนพัดลมตั้งพื้นที่จะผลิตต่อวัน

X_3 = จำนวนพัดลมติดเพดานที่จะผลิตต่อวัน

จากผลลัพธ์จะได้ว่า ถ้าต้องการกำไรสูงสุดต่อวันจะต้องวางแผนการผลิต คือ

- ผลิตพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) วันละ 320 เครื่อง
- ผลิตพัดลมตั้งพื้น (X_2) วันละ 80 เครื่อง
- ไม่ผลิตพัดลมติดเพดาน (X_3)
- กำไรสูงสุดที่ได้คือวันละ 22,400 บาท

จากรูปที่ 1 ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ส่วนที่วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือส่วนที่แสดง OBJ COEFFICIENT RANGES ดังนี้

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEFF	ALLOWABLE	
		INCREASE	DECREASE
X_1	40.000000	5.000000	10.000000
X_2	120.000000	40.000000	8.000000
X_3	60.000000	10.000000	INFINITY

ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม LINDO ข้างต้นนั้น จะแสดงช่วงหรือพิสัย (range) ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่างๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพื่อช่วยในการวิเคราะห์ว่า ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเหล่านั้นในฟังก์ชันวัตถุประสงค์เปลี่ยนแปลงไปในช่วงดังกล่าวแล้ว ส่วนผสมผลิตภัณฑ์ (product mix) จะคงเดิม ไม่ต้องหาคำตอบของตัวแบบใหม่ให้เสียเวลา ซึ่งในที่นี้นั้นคือยังคงผลิตพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) และพัดลมตั้งพื้น (X_2) เท่านั้น ในจำนวนวันละ 320 เครื่อง และ 80 เครื่อง ตามลำดับ ส่วนกำไรของกิจการจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขที่ว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงกำไรของพัดลมประเภทใด ถ้าเป็นการเปลี่ยนแปลงกำไรของพัดลมติดเพดาน (X_3) ซึ่งเป็นตัวแปรมูลฐานก็จะไม่กระทบกระเทือนต่อกำไรรวม แต่ถ้ากำไรของพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) หรือพัดลมตั้งพื้น (X_2) ซึ่งเป็นตัวแปรมูลฐานเปลี่ยนไปกำไรรวมจะเปลี่ยนไปด้วย ช่วงหรือพิสัยของกำไรของพัดลมทั้งสามชนิด ได้แก่

พัดลมชนิดที่ 1 (พัดลมตั้งโต๊ะ) กำไรต่อหน่วยสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 30 ถึง 45 บาท

พัดลมชนิดที่ 2 (พัดลมตั้งพื้น) กำไรต่อหน่วยสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 112 ถึง 160 บาท

พัดลมชนิดที่ 3 (พัดลมติดเพดาน) กำไรต่อหน่วยสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง α ถึง 70 บาท

เพื่อที่จะให้เกิดความเข้าใจที่อธิบายข้างต้นชัดเจนขึ้น ขออธิบายความหมายของผลลัพธ์ข้างต้น ได้ดังนี้

สำหรับพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) ซึ่งกำไรปัจจุบัน (CURRENT COEFF) มีค่าเท่ากับ 40 บาท/เครื่อง ถ้ากำไรเพิ่มไม่เกิน (ALLOWABLE INCREASE) อีก 5 บาท/เครื่อง หรือลดลงไม่เกิน (ALLOWABLE DECREASE) อีก 10 บาท/เครื่อง แผนการผลิตที่ทำให้ได้กำไรสูงสุดจะยังคงเดิมคือ ผลิตพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) 320 เครื่อง/วัน ผลิตพัดลมตั้งพื้น (X_2) 80 เครื่อง/วัน และไม่ผลิตพัดลมติดเพดาน (X_3) เลย ซึ่งหมายความว่าค่ากำไรของพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) อยู่ระหว่าง 30 (40 - 10) บาท/เครื่อง ถึง 45 (40 + 5) บาท/เครื่อง การผลิตที่จะให้กำไรสูงสุดจะยังคงเหมือนเดิม คือ $X_1 = 320$, $X_2 = 80$, และ $X_3 = 0$

ในทำนองเดียวกัน ถ้ากำไรของผลิตมตั้งพื้น (X_2) อยู่ระหว่าง 112 (120 - 8) บาท/เครื่อง ถึง 160 (120 + 40) บาท/เครื่อง การผลิตที่จะให้กำไรสูงสุดก็จะยังคงเหมือนเดิม

ส่วนค่าที่ยอมให้ลดลงได้ (ALLOWABLE DECREASE) ของกำไรสำหรับผลิตมติดเพดาน (X_3) มีค่าอนันต์ (infinity) หมายความว่าถ้ากำไรของ X_3 ลดลงก็จะลดลงได้โดยไม่มีขอบเขต โดยที่แผนการผลิตที่ให้กำไรสูงสุดจะไม่เปลี่ยนไปจากเดิม ทั้งนี้เพราะ ณ. กำไรต่อเครื่องของผลิตมติดเพดาน เท่ากับ 60 บาท ยังไม่เพียงพอที่จะทำให้ผลิตมติดเพดาน (X_3) ได้รับความผลิต ดังนั้นถ้ากำไรของผลิตมติดเพดานลดลงอีก ก็จะไม่เพียงพอที่จะทำให้ผลิตมติดเพดาน (X_3) ได้รับความผลิต ดังนั้นถ้ากำไรของผลิตมติดเพดานลดลงอีก ก็จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงแผนการผลิตแน่นอน แต่ถ้ากำไรของผลิตมติดเพดานเพิ่มสูงขึ้นจะเพิ่มสูงได้ไม่เกิน (ALLOWABLE INCREASE) 10 บาท ถ้าเกินกว่านั้นจะทำให้แผนการผลิตเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ ถ้ากำไรของผลิตมติดเพดาน (X_3) เพิ่มสูงกว่า 70 (60 + 10) บาท/เครื่อง ก็จะส่งผลให้มีการผลิตผลิตมติดเพดาน แต่จะผลิตจำนวนเท่าใดนั้นจะต้องหาคำตอบใหม่ต่อไป

ในที่นี้จะพิสูจน์ให้เห็นจริงว่า ถ้ากำไรของผลิตมตั้งพื้น (X_2) เพิ่มจากเดิมเป็น 150 บาท จากการวิเคราะห์ความไวพบว่า แผนการผลิตจะไม่เปลี่ยนแปลงคือ $X_1 = 320$, $X_2 = 80$ และ $X_3 = 0$ สิ่งที่จะเปลี่ยนแปลงคือ กำไรจะเพิ่มขึ้นเนื่องจากกำไรต่อเครื่องของ X_2 เพิ่มขึ้น ดังนั้นกำไรใหม่ที่จะได้คือ

$$\begin{aligned}\text{กำไร} &= (40 \times 320) + (150 \times 80) + (60 \times 0) \\ &= 12,800 + 12,000 + 0 \\ &= 24,800 \text{ บาท/วัน}\end{aligned}$$

ซึ่งถ้าเราเปลี่ยนแปลงกำไรของ X_2 ในตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น แล้วหาคำตอบด้วยโปรแกรม LINDO ใหม่ จะได้ผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 2 ซึ่งจะเห็นได้ว่า แผนการผลิตที่ให้กำไรสูงสุดยังเหมือนเดิมคือ $X_1 = 320$, $X_2 = 80$ และ $X_3 = 0$ โดยมีกำไรสูงสุด = 24,800


```

look all
MAX      40 X1 + 150 X2 + 60 X3
SUBJECT TO
  2)    0.5 X1 + 4 X2 + 3 X3 <=  960
  3)    0.75 X1 + 2 X2 + X3 <=  400
  4)    0.25 X1 + X2 + 0.75 X3 <= 160
  5)    X3 <= 10
END

```

```

: go
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 24800.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	320.000000	.000000
X2	80.000000	.000000
X3	.000000	47.500000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	480.000000	.000000
3)	.000000	10.000000
4)	.000000	130.000000
5)	10.000000	.000000

NO. ITERATIONS= 2

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS?
? y

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	40.000000	16.250000	2.500000
X2	150.000000	10.000000	38.000000
X3	60.000000	47.500000	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	960.000000	INFINITY	480.000000
3	400.000000	80.000000	80.000000
4	160.000000	40.000000	26.666670
5	10.000000	INFINITY	10.000000

รูปที่ 2 ผลลัพธ์ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในรูปที่ 1 เมื่อกำไรของ X_2 เพิ่มขึ้นเป็น 150 บาท

กรณีต่อไปจะพิสูจน์ให้เห็นว่าถ้ากำไรของพัดลมติดเพดาน (X_3) เพิ่มขึ้นเกินกว่า 70 บาท
เมื่อใด

X_3 จะได้รับการผลิตโดยถ้ากำหนดให้กำไรของพัดลมติดเพดานเพิ่มเป็นเครื่องละ 72 บาท
แล้วหาคำตอบด้วย LINDO ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งจะเห็นได้ว่า แผนการผลิตจะเปลี่ยน
แปลงไปจากเดิม ซึ่งแผนการผลิตใหม่ คือ

ผลิตพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) วันละ 360 เครื่อง

ผลิตพัดลมตั้งพื้น (X_2) วันละ 55 เครื่อง

ผลิตพัดลมติดเพดาน (X_3) วันละ 20 เครื่อง

จะได้กำไรสูงสุดวันละ 22,450 บาท

```
look all
MAX      40 X1 + 120 X2 + 72 X3
SUBJECT TO
2)      0.5 X1 + 4 X2 + 3 X3 <= 960
3)      0.75 X1 + 2 X2 + X3 <= 400
4)      0.25 X1 + X2 + 0.75 X3 <= 160
5)      X3 <= 10
END
```

```
: go
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      3
```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 22420.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	340.000000	.000000
X2	87.500000	.000000
X3	10.000000	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	490.000000	.000000
3)	.000000	40.000000
4)	.000000	40.000000
5)	.000000	2.000000

NO. ITERATIONS= 3

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS?
? yt

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED::

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	40.000000	5.000000	1.000000
X2	120.000000	1.800000	13.333330
X3	72.000000	INFINITY	2.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	960.000000	INFINITY	490.000000
3	400.000000	67.500000	85.000000
4	160.000000	42.500000	22.500000
5	10.000000	54.000000	10.000000

รูปที่ 3 ผลลัพธ์ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในรูปที่ 1 เมื่อกำไรของ X_3 เพิ่มเป็น 72 บาท

สำหรับกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุดดังเช่นในตัวอย่างที่ 19 ของบทที่ 3 การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของต้นทุน ทำได้ในลักษณะเดียวกัน

อนึ่งการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์อาจจะวิเคราะห์จากผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM ก็ได้ โดยลักษณะของผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM แตกต่างจากผลลัพธ์ของโปรแกรม LINDO ในส่วนที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ความไวในกรณีนี้อยู่บางประเด็น โดยให้เปรียบเทียบผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM ในรูปที่ 29 ของบทที่ 3 และผลลัพธ์ของโปรแกรม LINDO ในรูปที่ 27 ของบทที่ 3 หรือในรูปที่ 1 ของบทที่ 4 พบว่า ในส่วนของ "Objective Coefficient Ranges" ในโปรแกรม AB:QM มีสดมภ์ (column) "Lower Limit" และ "Upper Limit" แต่ในส่วนของ "OBJ COEFFICIENT RANGES" ในโปรแกรม LINDO ไม่มีสดมภ์ (column) "Lower Limit" และ "Upper Limit" ดังนั้นเราจะเห็นว่าผลลัพธ์ในโปรแกรม AB:QM อ่านค่าได้ง่ายกว่า ทั้งนี้เพราะว่าผลลัพธ์ในโปรแกรม AB:QM จะทำให้เราสามารถอ่านค่าช่วงของการเปลี่ยนแปลงได้ทันที แต่ผลลัพธ์ในโปรแกรม LINDO เราจะต้องคำนวณเพิ่มเติมเพื่อหาช่วงของการเปลี่ยนแปลง

2) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ

ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO นอกจากจะให้ช่วงการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์แล้ว ยังแสดงช่วงการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับต่างๆ ด้วย การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ คือ การเปลี่ยนแปลงของจำนวนทรัพยากร ในกรณีนี้เป็นการวิเคราะห์เพื่อให้รู้ถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นของมูลค่าทรัพยากร (DUAL PRICES)

พิจารณาดูแบบกำหนดการเชิงเส้นและผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ในรูปที่ 27 ของบทที่ 3 หรือในรูปที่ 1 ของบทที่ 4 ซึ่งได้คำตอบที่ดีที่สุดคือ

ผลิตพัดลมตั้งโต๊ะ (X_1) วันละ 320 เครื่อง

ผลิตพัดลมตั้งพื้น (X_2) วันละ 80 เครื่อง

ไม่ผลิตพัดลมคิดเพดาน (X_3) หรือผลิตวันละ 0 เครื่องนั่นเอง

กำไรสูงสุดที่ได้รับคือ วันละ 22,400 บาท

นอกจากนี้จากค่าของ DUAL PRICES เราทราบว่ามูลค่าทรัพยากรการผลิตต่างๆ มีค่าดังนี้ คือ

- มูลค่า (DUAL PRICE) ของชิ้นส่วน (ที่ก่อให้เกิดผลกำไรในการผลิตต่อจากจุดที่ดีที่สุด) คือ 0 บาท
- มูลค่า (DUAL PRICE) ของแรงงานเพื่อประกอบพัดลม (ที่ก่อให้เกิดผลกำไรในการผลิตต่อจากจุดที่ดีที่สุด) คือ 40 บาท/ชั่วโมง-คน
- มูลค่า (DUAL PRICE) ของแรงงานเพื่อตรวจสอบพัดลม (ที่ก่อให้เกิดผลกำไรในการผลิตต่อจากจุดที่ดีที่สุด) คือ 40 บาท/ชั่วโมง-คน
- มูลค่า (DUAL PRICE) ของพัดลมติดเพดาน (ที่ก่อให้เกิดผลกำไรในการผลิตต่อจากจุดที่ดีที่สุด) คือ 0 บาท

จากรูปที่ 27 ของบทที่ 3 หรือรูปที่ 1 ของบทที่ 4 ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ส่วนที่วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ คือ ส่วนที่แสดง RIGHTHAND SIDE RANGES ดังนี้

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	960.000000	INFINITY	480.000000
3	400.000000	80.000000	80.000000
4	160.000000	40.000000	26.666666
5	10.000000	INFINITY	10.000000

จากส่วนที่แสดง RIGHTHAND SIDE RANGES ข้างต้นสามารถสรุปช่วงการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ ได้ดังนี้

- จำนวนชิ้นส่วน สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 480 ถึง ∞ ชิ้น
- จำนวนแรงงานเพื่อประกอบ สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 320 ชั่วโมง-คน ถึง 480 ชั่วโมง-คน
- จำนวนแรงงานเพื่อตรวจสอบ สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 133.333333 ชั่วโมง-คน ถึง 200 ชั่วโมง-คน

- เงื่อนไขทางด้านการตลาดของจำนวนพัสดุคิดพิเศษ (X_3) สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วง 0 ตัว ถึง α ตัว

การที่ทรัพยากรที่ใช้ในการผลิต หรือเงื่อนไขต่างๆของปัญหาเปลี่ยนแปลงไปย่อมเป็นผลให้ปริมาณการผลิตสินค้าต่างๆ เปลี่ยนแปลงไปด้วยแน่นอน ยกเว้นทรัพยากรหรือเงื่อนไขต่างๆ นั้นยังมีเหลืออยู่ กล่าวคือ ชิ้นส่วนมีเหลืออยู่ 480 ชิ้น ดังนั้นถ้ามีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของชิ้นส่วนอยู่ในช่วงข้างต้น (480 ถึง α ชิ้น) จะไม่กระทบกระเทือนผลลัพธ์ที่คำนวณไว้เลย ($X_1 = 320$, $X_2 = 80$ และ X_3) และเงื่อนไขทางด้านการตลาดของจำนวนพัสดุคิดพิเศษ (X_3) เหลืออยู่ 10 ตัว ดังนั้นถ้ามีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของเงื่อนไขทางด้านการตลาดอยู่ในช่วงข้างต้น (0 ถึง α ตัว) จะไม่กระทบกระเทือนผลลัพธ์ที่คำนวณไว้เลย ($X_1 = 320$, $X_2 = 80$ และ $X_3 = 0$) แต่ถ้าเป็นจำนวนแรงงานเพื่อประกอบ หรือจำนวนแรงงานเพื่อตรวจสอบเปลี่ยนแปลงไปนอกจากจะทำให้ปริมาณการผลิตสินค้าต่างๆ เปลี่ยนแปลงไปแล้ว (หรือ X_1 , X_2 , X_3 เปลี่ยนแปลงไปจากค่าตอบที่ได้คำนวณไว้ในตอนต้นซึ่งคือ $X_1 = 320$, $X_2 = 80$, และ $X_3 = 0$) ถ้าไรรวมจะเปลี่ยนแปลงไปด้วยโดยเปลี่ยนไปด้วยค่า Dual Price เช่น ถ้าจำนวนแรงงานเพื่อประกอบเพิ่มขึ้นเป็น 404 ชั่วโมง-คน ถ้าไรจะเพิ่มขึ้นจากเดิม $(4)(40) = 160$ บาท ทำให้ถ้าไรเพิ่มขึ้นเป็น $= 22,400 + 160 = 22,560$ บาท หรือถ้ามีแรงงานเพื่อตรวจสอบเพียง 150 ชั่วโมง-คน ถ้าไรจะลดลงจากเดิม $= (10)(40) = 400$ บาท ทำให้ถ้าไรลดลงเป็น $22,400 - 400 = 22,000$ บาท ทั้งนี้การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของจำนวนแรงงานเพื่อประกอบ และจำนวนแรงงานเพื่อตรวจสอบจะต้องอยู่ในช่วงที่แสดงไว้ข้างต้น ส่วนกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือไม่อยู่ในช่วงที่กำหนดจะไม่สามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงถ้าไรได้ด้วยค่า Dual Price จำเป็นต้องทำการคำนวณหาผลลัพธ์ใหม่

อนึ่งการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ อาจวิเคราะห์จากผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM ได้เช่นเดียวกัน โดยความแตกต่างของผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM กับโปรแกรม LINDO ก็เหมือนกับความแตกต่างในกรณีการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ กล่าวคือในส่วนของ "Right Hand Side Ranges" ในโปรแกรม AB:QM มีสดมภ์ (column) "Lower Limit" และ "Upper Limit" แต่ในส่วนของ "RIGHTHAND SIDE RANGES" ในโปรแกรม LINDO

ไม่มีสคัมภ์ (column) ดังกล่าว ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้จากรูปที่ 29 ของบทที่ 3 ซึ่งเป็นผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM กับรูปที่ 27 ของบทที่ 3 หรือรูปที่ 1 ของบทที่ 4 ซึ่งเป็นผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ดังนั้นเราจะเห็นว่าผลลัพธ์ในโปรแกรม AB:QM อ่านค่าได้ง่ายกว่า ทั้งนี้เพราะว่าผลลัพธ์ในโปรแกรม AB:QM จะทำให้เราสามารถอ่านค่าช่วงของการเปลี่ยนแปลงได้ทันที แต่ผลลัพธ์ในโปรแกรม LINDO เราจะต้องคำนวณเพิ่มเติมเพื่อหาช่วงของการเปลี่ยนแปลง

ต่อไปนี้จะแสดงตัวอย่างในกรณีของการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ ซึ่งจะแสดงผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM เพื่อที่จะให้เห็นความหลากหลายของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป โดยปัญหาที่ใช้ศึกษาก็คือ ปัญหาตามตัวอย่างที่ 18 ในบทที่ 3 ซึ่งการหาคำตอบด้วยโปรแกรม AB:QM จะได้ตามรูปที่ 29 ของบทที่ 3 และเพื่อความสะดวกในการอ่าน จึงขอนำมาแสดงอีกครั้งในบทที่ 4 นี้ โดยแสดงไว้ในรูปที่ 4 ดังนี้

Program: Linear Programming

Problem Title : f29.ex19

***** Input Data *****

Max. Z = 40x1 + 120x2 + 60x3

Subject to

C1 0.5x1 + 4x2 + 3x3 <= 960

C2 0.75x1 + 2x2 + 1x3 <= 400

C3 0.25x1 + 1x2 + 0.75x3 <= 160

C4 1x3 <= 10

***** Program Output *****

Final Optimal Solution At Simplex Tableau : 2

Z = 22400.000

Variable	Value	Reduced Cost
x 1	320.000	0.000
x 2	80.000	0.000
x 3	0.000	10.000

Constraint	Slack/Surplus	Shadow Price
C 1	480.000	0.000
C 2	0.000	40.000
C 3	0.000	40.000
C 4	10.000	0.000

Objective Coefficient' Ranges

Variables	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
x 1	30.000	40.000	45.000	5.000	10.000
x 2	112.000	120.000	160.000	40.000	8.000
x 3	No limit	60.000	70.000	10.000	No limit

Right Hand Side Ranges

Constraints	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
C 1	480.000	960.000	No limit	No limit	480.000
C 2	320.000	400.000	480.000	80.000	80.000
C 3	133.333	160.000	200.000	40.000	26.667
C 4	0.000	10.000	No limit	No limit	10.000

***** End of Output *****

รูปที่ 4 ผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM ตามปัญหาของตัวอย่างที่ 18 ในบทที่ 3

ในที่นี้การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ จะแบ่งศึกษาออกเป็น 4 กรณี คือ

- กรณีที่ 1 การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ค่าคงที่ทางขวามือยังเหลืออยู่ (นั่นคือ ค่า Slack/Surplus ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งในที่นี้คือเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 หรือข้อที่ 4) และการเปลี่ยนแปลงนี้ยังอยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะแสดงในรูปที่ 5

- กรณีที่ 2 การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ค่าคงที่ทางขวามือยังเหลืออยู่ (นั่นคือ ค่า Slack/Surplus ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งในที่นี้คือเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 หรือข้อที่ 4) และการเปลี่ยนแปลงนี้ไม่อยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะแสดงในรูปที่ 6

- กรณีที่ 3 การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ค่าคงที่ทางขวามือไม่เหลือ (นั่นคือ ค่า Slack/Surplus เป็นศูนย์ ซึ่งในที่นี้คือเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 หรือข้อที่ 3) และการเปลี่ยนแปลงนี้ยังอยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะแสดงในรูปที่ 7 และรูปที่ 8

- กรณีที่ 4 การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ค่าคงที่ทางขวามือไม่เหลือ (นั่นคือ ค่า Slack/Surplus เป็นศูนย์ ซึ่งในที่นี้คือเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 หรือข้อที่ 3) และการเปลี่ยนแปลงนี้ไม่อยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะแสดงในรูปที่ 9 และรูปที่ 10

กรณีที่ 1 อธิบายตามรูปที่ 5

Program: Linear Programming

Problem Title : fs.sensitivity

***** Input Data *****

Max. $Z = 40x_1 + 120x_2 + 60x_3$

Subject to

C1 $0.5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 1000$
 C2 $0.75x_1 + 2x_2 + 1x_3 \leq 400$
 C3 $0.25x_1 + 1x_2 + 0.75x_3 \leq 160$
 C4 $1x_3 \leq 10$

***** Program Output *****

Final Optimal Solution At Simplex Tableau : 2

$Z = 22400.000$

Variable	Value	Reduced Cost
x 1	320.000	0.000
x 2	80.000	0.000
x 3	0.000	10.000
Constraint	Slack/Surplu.	Shadow Price
C 1	520.000	0.000
C 2	0.000	40.000
C 3	0.000	40.000
C 4	10.000	0.000

Objective Coefficient Ranges

Variables	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
x 1	30.000	40.000	45.000	5.000	10.000
x 2	112.000	120.000	160.000	40.000	8.000
x 3	No limit	60.000	70.000	10.000	No limit

Right Hand Side Ranges

Constraints	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
C 1	480.000	1000.000	No limit	No limit	520.000
C 2	320.000	400.000	480.000	80.000	80.000
C 3	133.333	160.000	200.000	40.000	26.667
C 4	0.000	10.000	No limit	No limit	10.000

***** End of Output *****

รูปที่ 5 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเมื่อค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 เปลี่ยนแปลง และยังคงอยู่ในช่วงที่กำหนด

จากการเปลี่ยนแปลงตามรูปที่ 5 นี้ จะเห็นได้ว่าคำตอบที่ดีที่สุดจะไม่เปลี่ยนแปลง กล่าวคือ จะได้ $X_1 = 320$, $X_2 = 80$, และ $X_3 = 0$ โดย Maximize $Z = 22,400$

การเปลี่ยนแปลงในกรณีนี้ 1 ตามรูปที่ 5 นี้ สามารถหาค่า X_1 , X_2 , X_3 และ Maximize Z ได้จากรูปที่ 4 โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องคำนวณตามรูปที่ 5 ใหม่

กรณีที่ 2 อธิบายตามรูปที่ 6

```

Program: Linear Programming
Problem Title : f6.sensitivity
***** Input Data *****
Max. Z = 40x1 + 120x2 + 60x3
Subject to
C1 0.5x1 + 4x2 + 3x3 <= 400
C2 0.75x1 + 2x2 + 1x3 <= 400
C3 0.25x1 + 1x2 + 0.75x3 <= 160
C4 1x3 <= 10

```

***** Program Output *****

Final Optimal Solution At Simplex Tableau : 2

Z = 22000.000

Variable	Value	Reduced Cost
x 1	400.000	0.000
x 2	50.000	0.000
x 3	0.000	5.000

Constraint	Slack/Surplus	Shadow Price
C 1	0.000	5.000
C 2	0.000	50.000
C 3	10.000	0.000
C 4	10.000	0.000

Objective Coefficient Ranges

Variables	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
x 1	15.000	40.000	45.000	5.000	25.000
x 2	114.286	120.000	320.000	200.000	5.714
x 3	No limit	60.000	65.000	5.000	No limit

Right Hand Side Ranges

Constraints	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
C 1	266.667	400.000	480.000	80.000	133.333
C 2	200.000	400.000	440.000	40.000	200.000
C 3	150.000	160.000	No limit	No limit	10.000
C 4	0.000	10.000	No limit	No limit	10.000

***** End of Output *****

รูปที่ 6 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเมื่อค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 เปลี่ยนแปลง และไม่อยู่ในช่วงที่กำหนด