

จากผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 27 อธิบายได้ดังนี้คือ

ส่วนที่ 1 คือ ตัวแบบปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งการสร้างตัวแบบนี้ทำได้จากความรู้ที่เคยได้อธิบายไว้แล้วในตอนต้น (บทที่ 2)

ส่วนที่ 2 คือ ส่วนของคำตอบ ซึ่งจะได้อธิบายรายละเอียดในเรื่องนี้

ส่วนที่ 3 คือ ส่วนข้อมูลเพื่อการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะได้อธิบายในบทต่อไป

ส่วนของคำตอบเริ่มจากบรรทัดที่มีข้อความว่า LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2 เป็นการบอกว่าการหาคำตอบของปัญหานี้ซึ่งอาศัยการคำนวณเป็นรอบตามวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) โดยทำการคำนวณ 2 รอบ (หรือตารางซิมเพล็กซ์สำหรับปัญหานี้มีทั้งหมด 3 ตาราง)

ส่วนถัดไปคือ ค่าสูงสุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ซึ่งแสดงด้วยข้อความว่า OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 22,400.000 หมายความว่า ค่าสูงสุดของกำไรที่จะได้จากการผลิตพัคลมทั้ง 3 แบบคือวันละ 22,400 บาท ถัดจากนั้นเป็นค่าของตัวแปร X_1 , X_2 , และ X_3 ซึ่งผลลัพธ์แบ่งเป็น 3 สดมภ์คือ

VARIABLE คือ ชื่อของตัวแปร

VALUE คือ ค่าของตัวแปร

REDUCED COST คือ ต้นทุนเสียโอกาสหรือกำไรที่จะลดลงต่อหน่วย

ในตัวอย่างนี้จะได้ผลลัพธ์ คือ

$$X_1 = 320$$

$$X_2 = 80$$

$$X_3 = 0$$

นั่นคือ ผลิตพัคลมตั้งโต๊ะวันละ 320 เครื่อง

ผลิตพัคลมตั้งพื้นวันละ 80 เครื่อง

ไม่ผลิตพัคลมติดเพดาน

จะได้กำไรสูงสุด คือ $Z = (40 \times 320) + (120 \times 80) + (60 \times 0)$

$$= 12,800 + 9,600 + 0$$

$$= 22,400 \text{ บาท/วัน}$$

ตรงกับค่าที่อ่านได้จากผลลัพธ์ข้างต้น

ส่วนสคัมภ์ REDUCED COST หรือต้นทุนเสียโอกาสหรือกำไรที่จะลดลงต่อหน่วย ซึ่งตัวแปร X_1 มีค่าเป็น 10 มีความหมายว่า ค่าตอบที่ดีที่สุดจะไม่มีการผลิต X_1 หรือผลิตผิดเพี้ยน แต่ถ้าเราต้องการผลิตผลิตผิดเพี้ยน ทุกๆ 1 เครื่องของผลิตผิดเพี้ยนที่ผลิตจะทำให้กำไรลดลงจากค่าสูงสุด (22,400 บาท/วัน) 10 บาท ทั้งนี้เพราะถ้าจะผลิต X_1 เราจะต้องเสียเวลาและชิ้นส่วนมาเพื่อผลิต X_1 ทำให้ต้องลดการผลิต X_1 และ X_2 ลงจำนวนหนึ่ง ซึ่งกำไรที่ได้จากการผลิต X_1 นี้จะน้อยกว่ากำไรที่ลดลงอันเกิดเนื่องจากการลดการผลิต X_1 หรือ X_2

นอกจากนี้ REDUCED COST ยังหมายถึง กำไรต่อหน่วยหรือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจในฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะต้องได้รับการปรับปรุงก่อนที่ตัวแปรที่จะต้องตัดสินใจนั้นจะมีค่าเป็นบวกในคำตอบที่ดีที่สุด จากปัญหาการตัดสินใจตามตัวอย่างนี้ X_1 มีค่าเท่ากับศูนย์ และมี REDUCED COST เท่ากับ 10 บาท/หน่วย หมายความว่า ถ้ากำไรของ X_1 เพิ่มขึ้น 10 บาท/หน่วย (นั่นคือจากเดิม 60 บาท/หน่วย เพิ่มเป็น 70 บาท/หน่วย) X_1 จะเป็นตัวแปรที่มีค่าเป็นบวกในคำตอบที่ดีที่สุด (นั่นคือจะมีการผลิต X_1) โดยไม่มีผลทำให้กำไรรวมในการผลิตผลิตภัณฑ์ทั้ง 3 แบบเพิ่มขึ้น

สำหรับตัวแปร X_1 และ X_2 ค่าของ REDUCED COST เป็นศูนย์ทั้งคู่ ทั้งนี้เพราะ X_1 และ X_2 มีค่าหรือมีการผลิตอยู่แล้ว จึงไม่มีต้นทุนเสียโอกาส ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าสำหรับตัวแปรที่มีค่า จะไม่มีต้นทุนเสียโอกาส ส่วนตัวแปรที่ไม่มีค่าหรือ VALUE เป็นศูนย์จะมีต้นทุนเสียโอกาส

ส่วนถัดไปซึ่งประกอบด้วย 3 สคัมภ์คือ ROW SLACK OR SURPLUS และ DUAL PRICES ให้ผลลัพธ์คือ

ROW คือ หมายเลขประจำแถวของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ

SLACK OR SUPPLUS คือ จำนวนของทรัพยากรที่เหลือเพราะใช้ไม่หมด (SLACK) หรือจำนวนที่มีเกินจากข้อกำหนด (SURPLUS)

DUAL PRICES คือ มูลค่าที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพิ่มขึ้นหรือลดลง เมื่อค่าคงที่ด้านขวามือของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วย หรือนั่นก็คือมูลค่าของทรัพยากรที่ใช้หมดไป ซึ่ง DUAL PRICES เป็นมูลค่าในเชิงเศรษฐศาสตร์มิใช่ต้นทุนทางบัญชี

ถ้าค่า dual price มีค่าเป็นบวก (+) จะมีผลดีต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ กล่าวคือ ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น Max.Profit ก็จะทำให้กำไรสูงขึ้น ถ้าเป็น Min.Cost ก็จะทำให้ต้นทุนต่ำลง ในทางตรงกันข้ามถ้าค่า dual price มีค่าเป็นลบ (-) จะมีผลไม่ดีต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ กล่าวคือ ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น Max.Profit ก็จะทำให้กำไรลดลง ถ้าเป็น Min.Cost ก็จะทำให้ต้นทุนสูงขึ้น

จากตัวอย่างแถวที่ 2 ซึ่งเป็นข้อจำกัดด้านชิ้นส่วน ซึ่งมีอยู่ไม่เกินวันละ 960 ชิ้น แต่จากผลลัพธ์ที่ทำการผลิต $X_1 = 320$ และ $X_2 = 80$ จะทำให้ชิ้นส่วนเหลือวันละ 480 ชิ้น (ค่าจากสมการ SLACK OR SURPLUS) ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยแทนที่ X_1 , X_2 , และ X_3 ลงทางด้านซ้ายของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับแถวที่ 2 คือ

$$(0.5 \times 320) + (4 \times 80) + (3 \times 0) = 480$$

$$\text{ดังนั้นจะเหลือชิ้นส่วนวันละ} = 960 - 480$$

$$= 480 \text{ ชิ้น}$$

ส่วนแถวที่ 3) และ 4) แสดงว่าเวลาในแผนกประกอบ และเวลาในแผนกตรวจสอบ ถูกใช้หมดไป ทั้งนี้เพราะค่าของ SLACK OR SURPLUS มีค่าเป็นศูนย์ทั้งคู่

แถวที่ 5) แสดงว่าจำนวนการผลิต X_3 ยังต่ำกว่าเงื่อนไขบังคับทางการตลาดอยู่ 10 เครื่อง

สำหรับสมการ DUAL PRICES สังเกตว่า สมการนี้จะมีค่าเฉพาะแถวที่ SLACK OR SURPLUS มีค่าเป็นศูนย์ หรือทรัพยากรที่ใช้หมดแล้วนั่นเอง จากตัวอย่างนี้ ค่า DUAL PRICES ของแถวที่ 3 มีค่าเท่ากับ 40 หมายความว่า ถ้าเราเพิ่มค่าคงที่ด้านขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่สองคือ แรงงานในการประกอบจากเดิม 400 ชั่วโมง-คน เป็น 401 ชั่วโมง-คน จะทำให้กำไรเพิ่มขึ้น 40 บาท นั่นคือจะทำให้ Max Z (กำไรสูงสุด) เพิ่มขึ้นจาก 22,400 บาท เป็น 22,440 บาท และค่า DUAL PRICES ของแถวที่ 4) มีค่าเท่ากับ 40 บาท เช่นเดียวกัน ดังนั้นจึงแปลความหมายได้ว่า ถ้าเราเพิ่มค่าคงที่ด้านขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่สามคือ แรงงานในการตรวจสอบ จากเดิม 160 ชั่วโมง-คน เป็น 161 ชั่วโมง-คน จะทำให้กำไรเพิ่มขึ้น 40 บาทเช่นเดียวกัน นั่นคือจะทำให้ Max Z (กำไรสูงสุด) เพิ่มขึ้นจาก 22,400 บาท เป็น 22,440 บาท.

ความหมายของค่า DUAL PRICES สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ดังนี้ ค่า DUAL PRICES ของแถวที่ 3) มีค่าเท่ากับ 40 หมายความว่า ถ้าเราต้องการได้ทรัพยากรของแถวที่ 3 ซึ่งในที่นี้คือแรงงานในการประกอบเพิ่มขึ้นอีก 1 ชั่วโมง-คน เราควรจ่ายเงินไปไม่เกินกว่า 40 บาท เพราะถ้าจ่ายเกินกว่านี้จะทำให้กำไรสูงสุดมีค่าลดลงจากเดิม ทำนองเดียวกันกับทรัพยากรในแถว 4) คือแรงงานในการตรวจสอบถ้าจะจัดหามาเพื่อเพิ่มการผลิต เราควรจ่ายไม่เกิน 40 บาท 1 ชั่วโมง-คน

ในทางตรงข้าม ค่า DUAL PRICES แสดงถึงราคาต่ำสุดที่เราควรจะขายให้กับผู้อื่น เพื่อที่จะทำให้ได้กำไรเท่ากับค่าสูงสุดที่ได้รับ ตัวอย่างเช่น ถ้ามีผู้มาขอซื้อชั่วโมง-คนในการประกอบไป 1 ชั่วโมง-คน จะทำให้เราได้กำไรน้อยลงจากค่าสูงสุด ($\text{Max } Z = 22,400$ บาท) 40 บาท เพราะเราต้องลดการผลิต X_1 หรือ X_2 ลง เนื่องจากเวลาประกอบน้อยลง ดังนั้นถ้าจะให้กำไรเท่าเดิมคือ 22,400 บาท เราจะต้องขายแรงงานไปในราคา 40 บาท ต่อชั่วโมง-คน เพื่อมาชดเชยกับกำไรที่ลดลงไปนั่นเอง

รายละเอียดการวิเคราะห์เรื่อง REDUCED COST และ DUAL PRICES จะกล่าวถึงต่อไปในเรื่องการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง โดยจะวิเคราะห์จากส่วนที่ 3 ของผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO

2. กรณีการหาค่าต่ำสุด (Minimization)

ตัวอย่างที่ 19

ชายคนหนึ่งต้องการทราบว่าเขาควรจะได้รับประทานอาหารอะไร อย่างละเท่าใด ต่อวัน จึงจะทำให้ร่างกายได้สารอาหารที่สำคัญตามต้องการและเสียเงินค่าอาหารน้อยที่สุด อาหารที่เขาเลือกรับประทานได้มี 4 ชนิด คือ นมสด เนื้อปลา ขนมนมปั่น และผักโขม สารอาหารสำคัญที่ความต้องการของร่างกายประกอบด้วย วิตามิน A วิตามิน B วิตามิน C และธาตุเหล็ก วิตามินและธาตุเหล็กที่มีอยู่ในอาหารแต่ละชนิดต่อหน่วย และความต้องการต่ำสุดต่อวัน ตลอดจนราคาของอาหารชนิดต่างๆ แสดงอยู่ในตารางต่อไปนี้คือ

สารอาหาร	1 กล่องของนมสด	1 ก.ก. ของเนื้อปลา	1 แก้วของขนมนมปั่น	1 ก.ก. ของผักโขม	ปริมาณความต้องการต่ำสุด/วัน
วิตามิน A	160 หน่วย	235 หน่วย	0 หน่วย	34,000 หน่วย	2,500 หน่วย
วิตามิน B	6 มก.	0 มก.	0 มก.	75 มก.	37.5 มก.
วิตามิน C	23.5 หน่วย	0 หน่วย	0 หน่วย	500 หน่วย	200 หน่วย
ธาตุเหล็ก	1 มก.	7.5 มก.	6.5 มก.	7.5 มก.	6 มก.
ราคา (บาท)	2.5	25	5	7.5	

หมายเหตุ “มก.” คือตัวอย่างของ “มิลลิกรัม”

เนื่องจากผักโขมมีรสชาติไม่ดีนัก เขาจึงคิดว่าจะรับประทานได้ไม่เกินวันละ 0.1

กิโลกรัม

วิธีทำ

ในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบว่าชายคนนี้ควรจะได้รับประทานอะไร อย่างละเท่าใดต่อวัน จึงจะทำให้ร่างกายได้สารอาหารที่สำคัญตามต้องการและเสียเงินค่าอาหารน้อยที่สุดนั้น ก่อนอื่นเราจะต้องทำการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาขึ้นมาเสียก่อน ซึ่งสามารถสร้างได้ดังนี้

- ให้ X_1 = จำนวนนมสดที่จะดื่มต่อวัน (กล่อง)
 X_2 = จำนวนของเนื้อปลาที่จะรับประทานต่อวัน (ก.ก.)
 X_3 = จำนวนของขนมปังที่จะรับประทานต่อวัน (แถว)
 X_4 = จำนวนของผักโขมที่จะรับประทานต่อวัน (ก.ก.)
 Z = จำนวนเงินค่าอาหารต่อวัน (บาท)

$$\text{Minimize } Z = 2.5X_1 + 25X_2 + 5X_3 + 7.5X_4$$

Subject to:

$$160X_1 + 235X_2 + 34,000X_4 \geq 2,500$$

$$6X_1 + 75X_4 \geq 37.5$$

$$23.5X_1 + 500X_4 \geq 200$$

$$1X_1 + 7.5X_2 + 6.5X_3 + 7.5X_4 \geq 6$$

$$X_4 \leq 0.1$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

เมื่อได้ทำการสร้างตัวแบบเสร็จแล้ว ขั้นตอนต่อไปจึงทำการหาคำตอบจากตัวแบบที่สร้างไว้ ซึ่งในที่นี้จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป "LINDO" เพื่อหาคำตอบ ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ดังในรูปที่ 28

look all

```
MIN      2.5 X1 + 25 X2 + 5 X3 + 7.5 X4
SUBJECT TO
2) 160 X1 + 235 X2 + 34000 X4 >= 2500
3) 6 X1 + 75 X4 >= 37.5
4) 23.5 X1 + 500 X4 >= 200
5) X1 + 7.5 X2 + 6.5 X3 + 7.5 X4 >= 6
6) X4 <= 0.1
END
```

```
: go
LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3
```

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 16.707450

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	6.382979	.000000
X2	.000000	25.000000
X3	.000000	5.000000
X4	.100000	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	1921.277000	.000000
3)	8.297873	.000000
4)	.000000	-.106383
5)	1.132979	.000000
6)	.000000	45.691490

NO. ITERATIONS= 3

DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS?

? y

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	2.500000	INFINITY	2.147500
X2	25.000000	INFINITY	25.000000
X3	5.000000	INFINJTY	5.000000
X4	7.500000	45.691490	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2500.000000	1921.277000	INFINITY
3	37.500000	8.297873	INFINITY
4	200.000000	INFINITY	26.625000
5	6.000000	1.132979	INFINITY
6	.100000	.082239	.062796

รูปที่ 28 ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ตามตัวอย่างที่ 19

จากผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 28 อธิบายได้ดังนี้ คือ

$X_1 = 6.383$ หมายถึง คึมนมวันละ 6.383 ถ้วย

$X_2 = 0$ หมายถึง ไม่ซื้อปลามารับประทานเลย

$X_3 = 0$ หมายถึง ไม่ซื้อขนมปังมารับประทานเลย

$X_4 = 0.1$ หมายถึง รับประทานผักโขมวันละ 0.1 กิโลกรัม

จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดคือวันละ 16.707 บาท

จากผลของ SLACK OR SURPLUS จะได้ว่าถ้ารับประทานอาหารตามส่วนผสมข้าง
ต้นจะ

แถว 2) แสดงว่าวิตามิน A จะได้เกินจากที่ต้องการต่ำสุดวันละ 1,921.277 หน่วย
หรือจะได้รับวันละ $2,500 + 1,921.277 = 4,421.277$ หน่วย

แถว 3) แสดงว่าจะได้วิตามิน B เกินกว่าที่ต้องการต่ำสุดวันละ 8.298 มิลลิกรัม
หรือจะได้รับวันละ $= 37.5 + 8.298 = 45.789$ มิลลิกรัม

แถว 4) มีค่า SLACK OR SURPLUS เป็นศูนย์ แสดงว่าจะได้วิตามิน C เท่ากับ
ความต้องการต่ำสุดต่อวันคือ 200 หน่วยพอดี

แถว 5) แสดงว่าจะได้ธาตุเหล็กเกินจากที่ต้องการต่ำสุดวันละ 1.133 หน่วย หรือจะ
ได้รับวันละ $= 6 + 1.133 = 7.133$ มิลลิกรัม

แถว 6) มีค่า SLACK OR SURPLUS เป็นศูนย์ แสดงว่าควรรับประทานผักโขมใน
ปริมาณเท่ากับค่าสูงสุดที่กำหนดให้ คือวันละ 0.1 กิโลกรัม

ค่า REDUCED COST ของตัวแปร X_2 คือจำนวนเนื้อปลาที่มีค่าเท่ากับ 25 แสดงว่า
ถ้าเรารับประทานปลาเพิ่มขึ้น 1 กิโลกรัม จะทำให้เราสามารถลดอาหารอย่างอื่น ๆ ลงได้ คือ X_1
หรือ X_4 แต่ค่าอาหารจะเพิ่มขึ้นวันละ 25 บาท

ค่า REDUCED COST ของตัวแปร X_3 คือจำนวนขนมปังที่มีค่าเท่ากับ 5 แสดงว่า
ถ้าเรารับประทานขนมปังเพิ่มขึ้น 1 แถว จะทำให้เราสามารถลดอาหารอย่างอื่น ๆ ลงได้ คือ X_1
หรือ X_4 แต่ค่าอาหารจะเพิ่มขึ้นวันละ 5 บาท

ค่า DUAL PRICES ของแถว 4) ซึ่งมีค่าเท่ากับ -0.106 มีความหมายว่าถ้าเราเพิ่มค่า
ความต้องการต่ำสุดของวิตามิน C ขึ้นอีก 1 หน่วย คือจาก 200 หน่วย เป็น 201 หน่วย จะต้อง
เสียค่าอาหารเพิ่มขึ้น 0.106 บาท

ส่วนค่า DUAL PRICES ของแถว 6) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 45.691 หมายความว่าถ้าเพิ่มป
ริมาณสูงสุดของผักโขมที่จะรับประทานขึ้นอีก 1 กิโลกรัม คือจาก 0.1 กิโลกรัม เป็น 1.1
กิโลกรัม จะทำให้เสียค่าอาหารลดลง 45.691 บาท

ในการหาคำตอบของตัวแบบที่ได้สร้างไว้ นอกจากจะใช้โปรแกรม LINDO แล้ว ยังสามารถใช้โปรแกรมอื่นๆ ได้อีกด้วย ซึ่งจะหาคำตอบและความหมายที่เหมือนกันทุกโปรแกรม แต่ลักษณะของผลลัพธ์ที่แสดงออกมาอาจจะแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย ในที่นี้จะแสดงผลลัพธ์การหาคำตอบของตัวแบบตามตัวอย่างที่ 18 และตัวอย่างที่ 19 เคยใช้โปรแกรม AB:QM ได้ดังรูปที่ 29 และรูปที่ 30 ตามลำดับ

Program: Linear Programming

Problem Title : f29.ex18

***** Input Data *****

Max. Z = 40x1 + 120x2 + 60x3

Subject to

C1 0.5x1 + 4x2 + 3x3 <= 960
 C2 0.75x1 + 2x2 + 1x3 <= 400
 C3 0.25x1 + 1x2 + 0.75x3 <= 160
 C4 1x3 <= 10

ส่วนที่ 1 ตัวแบบ

***** Program Output *****

Final Optimal Solution At Simplex Tableau : 2

Z = 22400.000 ← ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

Variable	Value	Reduced Cost
x 1	320.000	0.000
x 2	80.000	0.000
x 3	0.000	10.000

Constraint	Slack/Surplus	Shadow Price
C 1	480.000	0.000
C 2	0.000	40.000
C 3	0.000	40.000
C 4	10.000	0.000

ตัวแปร

ส่วนที่ 2
ค่าตอบของ
ปัญหา

เงื่อนไขบังคับ

Objective Coefficient Ranges

Variables	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
x 1	30.000	40.000	45.000	5.000	10.000
x 2	112.000	120.000	160.000	40.000	8.000
x 3	No limit	60.000	70.000	10.000	No limit

Right Hand Side Ranges

Constraints	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
C 1	480.000	960.000	No limit	No limit	480.000
C 2	320.000	400.000	480.000	80.000	80.000
C 3	133.333	160.000	200.000	40.000	26.667
C 4	0.000	10.000	No limit	No limit	10.000

ส่วนที่ 3
ข้อมูลเพื่อการ
วิเคราะห์ความไว
ต่อการเปลี่ยนแปลง

***** End of Output *****

รูปที่ 29 ผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM ตามตัวอย่างที่ 18

Program: Linear Programming

Problem Title : f30.ex19

***** Input Data *****

Min. Z = 2.5x1 + 25x2 + 5x3 + 7.5x4

Subject to

C1 160x1 + 235x2 + 34000x4 >= 2500

C2 6x1 + 75x4 >= 37.5

C3 23.5x1 + 500x4 >= 200

C4 1x1 + 7.5x2 + 6.5x3 + 7.5x4 >= 6

C5 1x4 <= 0.1

***** Program Output *****

Final Optimal Solution At Simplex Tableau : 5

Z = 16.707

Variable	Value	Reduced Cost
x 1	6.383	0.000
x 2	0.000	25.000
x 3	0.000	5.000
x 4	0.100	0.000

Constraint	Slack/Surplus	Shadow Price
C 1	1921.277	0.000
C 2	8.298	0.000
C 3	0.000	-0.106
C 4	1.133	0.000
C 5	0.000	45.691

Objective Coefficient Ranges

Variables	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
x 1	0.353	2.500	No limit	No limit	2.147
x 2	0.000	25.000	No limit	No limit	25.000
x 3	0.000	5.000	No limit	No limit	5.000
x 4	No limit	7.500	53.191	45.691	No limit

Right Hand Side Ranges

Constraints	Lower Limit	Current Values	Upper Limit	Allowable Increase	Allowable Decrease
C 1	No limit	2500.000	4421.277	1921.277	No limit
C 2	No limit	37.500	45.798	8.298	No limit
C 3	173.375	200.000	No limit	No limit	26.625
C 4	No limit	6.000	7.133	1.133	No limit
C 5	0.037	0.100	0.182	0.082	0.063

***** End of Output *****

รูปที่ 30 ผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM ตามตัวอย่างที่ 19

เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO ทั้งจากตัวอย่างที่ 18 และตัวอย่างที่ 19 กับผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM ทั้งจากตัวอย่างที่ 18 และตัวอย่างที่ 19 จะเห็นว่าให้ คำตอบและความหมายที่เหมือนกันในแต่ละตัวอย่าง แต่จะมีการแสดงผลลัพธ์ที่แตกต่างกันในบางประเด็น กล่าวคือในส่วนที่ 1 ซึ่งแสดงตัวแบบ จะเห็นได้ว่าเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อของตัวแบบในผลลัพธ์ของโปรแกรม LINDO จะแสดงโดยการนำด้วยเลขแถวของตัวแบบ เช่นเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ตามตัวอย่าง คือ $0.5X_1 + 4X_2 + 3X_3 \leq 960$ จะเป็นแถวที่ 2 ของตัวแบบ จึงมี "2" นำหน้าเงื่อนไขข้อบังคับนี้ (สำหรับแถวที่ 1 คือฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $\text{Max } Z = 40X_1 + 120X_2 + 60X_3$) แต่เงื่อนไขบังคับแต่ละข้อของตัวแบบในผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM จะแสดงโดยการนำด้วยลำดับที่ของเงื่อนไขบังคับของตัวแบบ เช่น เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ตามตัวอย่างคือ $0.5X_1 + 4X_2 + 3X_3 \leq 960$ เป็นเงื่อนไขบังคับลำดับที่ 1 จึงมี "C1" นำหน้าเงื่อนไขบังคับข้อนี้สำหรับในส่วนที่ 2 ซึ่งแสดงคำตอบของปัญหา มีข้อแตกต่างดังนี้คือ ในผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM จะใช้คำว่า "Shadow Price" แทนคำว่า "DUAL PRICE" ซึ่งแสดงในผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO แต่อย่างไรก็ตาม คำทั้งสองมีความหมายเหมือนกัน ในส่วนที่ 2 นี้มีอีกประเด็นหนึ่งที่ 2 โปรแกรมนี้แสดงผลต่างกัน กล่าวคือ ผลลัพธ์จากโปรแกรม LINDO แสดงค่าของ SLACK OR SURPLUS และค่าของ DUAL PRICES ตามสมุด "ROW" แต่ผลลัพธ์ของโปรแกรม AB:QM แสดงค่าของ Slack/Surplus และค่าของ Shadow Price ตามสมุด "Constraint" สำหรับส่วนที่ 3 ซึ่งคือข้อมูลเพื่อการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง ผลลัพธ์จากโปรแกรมทั้ง 2 ก็มีลักษณะแตกต่างกันบางประเด็นซึ่งจะได้อธิบายในบทต่อไป

ลักษณะผลลัพธ์แบบต่างๆ ในการหาคำตอบตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

การอธิบายผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะอธิบายโดยใช้โจทย์ตามตัวอย่างในส่วนการหาคำตอบโดยวิธีกราฟ

1 คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ (Alternative Solution)

ตัวอย่างที่ 20 จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบโดยวิธีใช้โปรแกรม AB:QM

วิธีทำ

หลังจากป้อนข้อมูลตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณให้แล้ว จะได้รายงานผลลัพธ์ดังรูปที่ 31

```

Program: Linear Programming
Problem Title : Alternative solution
***** Input Data *****
Max. Z = 40x1 + 30x2
Subject to
C1  1x1 + 2x2 <= 400
C2  4x1 + 3x2 <= 1200
***** Program Output *****
Final Optimal Solution At Simplex Tableau : I
Z = 12000.000
-----
Variable      Value      Reduced Cost
-----
x 1           300.000      0.000
x 2           0.000      0.000
-----
Constraint Slack/Surplus Shadow Price
-----
C 1           100.000      0.000
C 2            0.000      10.000
-----
Objective Coefficient Ranges
-----
Variables      Lower      Current      Upper      Allowable      Allowable
                Limit      Values      Limit      Increase      Decrease
-----
x 1            40.000      40.000      No limit   No limit      0.000
x 2           No limit      30.000      30.000     0.000      No limit
-----
Right Hand Side Ranges
-----
Constraints      Lower      Current      Upper      Allowable      Allowable
                Limit      Values      Limit      Increase      Decrease
-----
C 1            300.000      400.000      No limit   No limit      100.000
C 2             0.000      1200.000     1600.000   400.000     1200.000
-----
***** End of Output *****

```

สังเกตตัวแปร X_2
มีค่าเท่ากับ 0
และ Reduced Cost
มีค่าเท่ากับ 0 ด้วย

รูปที่ 31 แสดงรายงานผลลัพธ์จากคอมพิวเตอร์โปรแกรม AB:QM กรณีที่ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมีค่าตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ

การอ่านรายงานผลลัพธ์จากคอมพิวเตอร์ สรุป ได้ดังนี้ คือ

1) จำนวนรอบในการหาคำตอบด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) เท่ากับหนึ่งรอบ หรือมีตารางการคำนวณทั้งหมด 2 ตาราง

2) ฟังก์ชันวัตถุประสงค์สูงสุดหรือกำไรสูงสุดเท่ากับ 12,000

3) คำตอบที่ดีที่สุดคือ $X_1 = 300$, $X_2 = 0$ ตัวแปรส่วนขาด (slack variable) ทั้งสองตัวมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ $S_1 = 0$ และ $S_2 = 0$

4) คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ สังเกตจากตัวแปร X_2 มีค่าเท่ากับศูนย์ และค่าที่ปรากฏในแถวตั้ง "Reduce Cost" มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย หมายความว่า ถ้ามีการผลิต X_2 หรือ X_2 มีค่าบวก จะไม่มีผลกระทบต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์สูงสุดหรือกำไรสูงสุดจะไม่เปลี่ยนแปลง คำตอบที่ดีที่สุดเท่านั้นที่เปลี่ยนแปลง

โดยทั่วไปถ้าแถวบนใดมีค่าเท่ากับศูนย์ตลอดแถวบนนั้น แสดงว่าเกิดคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ นั่นคือถ้าตัวแปรที่ต้องตัดสินใจมีค่าเท่ากับศูนย์ และ Reduce Cost เท่ากับศูนย์ด้วย แสดงว่าเกิดคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ? หรือถ้าตัวแปร Slack/Surplus และค่า Shadow Price เท่ากับศูนย์ด้วยแสดงว่ามีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ

2 คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (Unbounded Solution)

ตัวอย่างที่ 21 จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 5 จงหาคำตอบโดยใช้วิธีโปรแกรม AB:QM

วิธีทำ

หลังจากป้อนข้อมูลตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นแล้ว จะได้รายงานผลลัพธ์ดังรูปที่ 32

Program: Linear Programming

Problem Title : unbound solution

***** Input Data *****

Max. $Z = 40x_1 + 30x_2$

Subject to

C1 $2x_1 - 1x_2 \geq 100$

C2 $2x_1 + 3x_2 \geq 300$

***** Program Output *****

Unbounded Solution

***** End of Output *****

รูปที่ 32 แสดงรายงานผลลัพธ์จากคอมพิวเตอร์โปรแกรม AB:QM กรณีที่ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมีคำตอบเกิดกรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขต

จากรูปที่ 32 พบว่ากรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตรายงานผลลัพธ์จากโปรแกรม AB:QM จะบอกอย่างชัดเจนในส่วนของ Program Output ว่าคำตอบเป็น “Unbounded Solution”

3 ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible solution)

ตัวอย่างที่ 22 จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 6 จงหาคำตอบโดยวิธีใช้โปรแกรม AB:QM

วิธีทำ

หลังจากป้อนข้อมูลตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นแล้ว จะได้รายงานผลลัพธ์ดังรูปที่ 33

Program: Linear Programming

Problem Title : infeasible solution

***** Input Data *****

Max. $Z = 20x_1 + 10x_2$

Subject to

C1 $1x_1 + 2x_2 \leq 200$

C2 $3x_1 + 6x_2 \geq 1800$

***** Program Output *****

infeasible Solution

because Artificial variables remain in the final tableau

***** End of Output *****

รูปที่ 33 แสดงรายงานผลลัพธ์จากคอมพิวเตอร์โปรแกรม AB:QM กรณีที่ตัวแบบกำหนด
การเชิงเส้นไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้

จากรายงานผลลัพธ์โดยโปรแกรม AB:QM กรณีนี้ไม่สามารถหาคำตอบได้ เพราะ
ว่ารายงานผลลัพธ์บอกในส่วน Program Output ว่า “Infeasible Solution” และนอกจากนั้นยังบอก
ว่าเป็น Infeasible Solution เพราะว่า ถ้าหาคำตอบด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) จะพบว่าตัวแปรเทียม
(Artificial Variables ซึ่งใช้สัญลักษณ์ “A”) จะยังคงอยู่ในแถวตั้งเบสิส หรือนั่นก็คือ “A” ยังเป็นตัว
แปรมูลฐาน (basic variable) อยู่

แบบฝึกหัด

ข้อ 1. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ด้วยวิธีการกราฟ

$$\text{Minimize } Z = 0.5X_1 + 2X_2$$

Subject to :

$$7X_1 + X_2 \geq 14$$

$$2X_1 - 3X_2 \leq 12$$

$$X_1 + 4X_2 \geq 14$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ข้อ 2. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขบังคับดังต่อไปนี้โดยวิธีการกราฟ

$$-X + 2Y \leq 16$$

$$X + Y \leq 24$$

$$X + Y \leq 42$$

$$-4X + 10Y \geq 20$$

2.1) ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ Maximize $Z = 2X + 2Y$

2.2) ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ Minimize $Z = 3X - Y + 60$

2.3) ถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ Maximize $Z = X + Y - 2$

ข้อ 3. จากปัญหาคำหนดการเชิงเส้นข้างล่างนี้ ให้ทำสิ่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

3.1) จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานของซิมเพล็กซ์

3.2) เขียนตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางที่ 1) ของซิมเพล็กซ์ พร้อมทั้งระบุด้วยว่าตัวแปรใดจะเป็นตัวแปรเข้าไปในเบสิส และตัวแปรใดจะเป็นตัวแปรออกจากเบสิส สำหรับการสร้างตารางที่ 2 ของซิมเพล็กซ์

$$\text{Minimize } Z = 3X_1 - 5X_2 + 4X_3$$

Subject to :

$$4X_1 - 2X_2 + X_3 = 20$$

$$3X_1 + 4X_3 \geq 12$$

$$2X_2 - 2X_3 \leq -7$$

$$-X_1 + X_2 = -5$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 4. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Maximize } Z = 4X_1 + 3X_2 + 6X_3$$

Subject to :

$$3X_1 + X_2 + 36X_3 \leq 15$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 20$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 5. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีกราฟ และวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Maximize } Z = 2X_1 + 3X_2$$

Subject to :

$$X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$X_1 + X_2 = 6$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ข้อ 6. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีกราฟ และวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Minimize } Z = 6X_1 + 4X_2 + 2X_3$$

Subject to :

$$6X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 12$$

$$6X_1 + 4X_2 = 24$$

$$2X_1 - 2X_2 \leq 4$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 7. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Minimize } Z = 5X_1 - 2X_2 + X_3$$

Subject to :

$$-7X_1 - 3X_2 \leq -14$$

$$2X_1 \leq 12$$

$$3X_2 + X_3 = 0$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 8. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม AB:QM

$$\text{Maximize } Z = 18X_1 + 10X_2 + 12X_3$$

Subject to :

$$4X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 800$$

$$7X_1 + 9X_2 + 2X_3 \leq 1,600$$

$$8X_1 + 7X_2 + 12X_3 \leq 2,000$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 9. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม LINDO

$$\text{Minimize } Z = X_1 + X_2 - 2X_3$$

Subject to :

$$X_1 - X_2 + X_3 \leq 4$$

$$X_1 - X_2 - 2X_3 = 2$$

$$2X_1 + X_2 - 3X_3 \geq 6$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ข้อ 10. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม AB:QM

$$\text{Minimize } Z = 12X_1 - 20X_2 + 14X_3$$

Subject to :

$$5X_1 - 3X_2 + 3X_3 \geq 160$$

$$3X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 240$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- ข้อ 11. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 3
- ข้อ 12. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 4
- ข้อ 13. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 5
- ข้อ 14. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 7 โดยใช้โปรแกรม AB:QM
- ข้อ 15. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 8
- ข้อ 16. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 9 โดยใช้โปรแกรม LINDO
- ข้อ 17. จงแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้นในแบบฝึกหัดบทที่ 2 ข้อ 10 โดยใช้โปรแกรม AB:QM
- ข้อ 18. สำนักพิมพ์แพร่ปัญญา ผลิตหนังสือออกมา 2 ประเภท ประเภท A มีหน้าปกธรรมดา พิมพ์ด้วยตัวอักษรขาวดำเครื่องจักรใช้เวลาในการผลิตประเภท A นี้ 3 วินาที ให้กำไรขั้นต้น 10 บาทต่อเล่มประเภท B เป็นหน้าปกสอดสีสวยงาม ทำให้เครื่องจักรต้องใช้เวลาในการผลิต 6 นาทีต่อเล่ม ให้กำไรในขั้นต้น 30 บาทต่อเล่ม
- คาดว่าในสัปดาห์หนึ่งมีความต้องการหนังสือประเภท A ไม่เกิน 300 เล่ม ประเภท B ไม่เกิน 100 เล่ม เจ้าของสำนักพิมพ์แย้งว่าเครื่องจักรจะทำงานได้ 40 ชั่วโมงต่อสัปดาห์
- จงหาว่า สำนักพิมพ์แห่งนี้ควรจะผลิตหนังสือแต่ละประเภทอย่างละกี่เล่ม และจะได้กำไรสูงสุดเท่าไร
- ข้อ 19. โรงงานผลิตเครื่องสูบลม ผลิตเครื่องสูบลมออกจำหน่าย 3 แบบ ด้วยกันดังนี้แบบธรรมดาแบบพิเศษ และแบบประหยัด ซึ่งผลตอบแทนต่อหน่วยเท่ากับ 10 , 25 และ 40 บาท ตามลำดับ
- ในการผลิตเครื่องสูบลมจะใช้เหล็กซึ่งสามารถจัดหามาได้ไม่เกิน 8 ตันต่อสัปดาห์ เวลาทำงานของเครื่องจักร 2,000 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และเวลาทำงานของแผนกประกอบ 6,400 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

ในการผลิตแบบธรรมดา 1 เครื่อง ต้องใช้เหล็ก 600 กรัม ใช้เวลาทำงานของเครื่องจักร 15 นาที และใช้เวลาทำงานของแผนกประกอบ 24 นาที

ในการผลิตแบบพิเศษ 16 เครื่อง ต้องใช้เหล็ก 3 กิโลกรัม ใช้เวลาทำงานของเครื่องจักร 30 นาที และใช้เวลาทำงานของแผนกประกอบ 2 ชั่วโมง 48 นาที

ในการผลิตแบบประหยัด 1 เครื่อง ต้องใช้เหล็ก 2 กิโลกรัม ใช้เวลาทำงานของแผนกประกอบ 1 ชั่วโมง 36 นาที

จงหาว่าในแต่ละสัปดาห์โรงงานแห่งนี้ควรจะผลิตเครื่องอุปถัมสามแบบกี่เครื่อง

ข้อ 20. โรงงานไอศกรีมแห่งหนึ่งผลิตไอศกรีม 4 แบบ A, B, C และ D ต้องการทราบปริมาณการผลิตไอศกรีมแต่ละแบบดังกล่าว การผลิตไอศกรีมจะต้องใช้ส่วนผสมและรายละเอียดต่างๆ แสดงตามตารางข้างล่าง

ส่วนผสม	อัตราการใช้ส่วนผสมเพื่อผลิตไอศกรีมหนึ่งหน่วย				ปริมาณที่มีต่อวัน
	แบบ A	แบบ B	แบบ C	แบบ D	
นม	2	3	4	2	110
ไข่	1	2	3	1	80
น้ำตาล	1	1	2	2	50
กำไรต่อหน่วย	2	2	5	3	

จงหาว่าโรงงานแห่งนี้ควรผลิตไอศกรีมแต่ละแบบกี่หน่วย