

ณ. ตารางผลลัพ์เบื้องต้น (ตารางแรก)

$$\text{จำนวนตัวแปรทั้งหมด} = n = 5 \text{ ตัว ได้แก่ } \left\{ \begin{array}{l} X_1 = 0 \\ X_2 = 0 \\ S_1 \neq 0 \\ S_2 \neq 0 \\ S_3 \neq 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{ตัวแปรมูลฐาน (มีจำนวน} = n-m \text{ ตัว)} \\ \text{ตัวแปรมูลฐาน (มีจำนวน} = m \text{ ตัว)} \end{array}$$

- การใช้วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ต้องแสดงตารางการคำนวณ ดังนั้นในที่นี้จะแสดง ตารางการคำนวณของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ได้ดังรูปที่ 27

	C_j	(1)	
C_b	เบสิส	(2)	ผลลัพ์ (b _i)
(4)	(3)	(8)	(7)
	Z_j	(5)	(9)
	$C_j - Z_j$	(6)	

รูปที่ 27 แสดงตารางการคำนวณวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex)

โดยแต่ละแถวอนหรือแถวตั้งต่าง ๆ แสดงดังต่อไปนี้

- (1) แถวอน C_j คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่างๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- (2) แถวอนเบสิส แสดงตัวแปรต่างๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- (3) แถวตั้งเบสิส แสดงตัวแปรมูลฐาน
- (4) แถวตั้ง C_b คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- (5) แถวอน Z_j คือค่าเสียโอกาสหรือกำไรที่ลดลงถ้ามีการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย (กรณีปัญหา Max) หรือ คือค่าเสียโอกาส หรือต้นทุนที่เพิ่มขึ้นถ้ามีการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย (กรณีปัญหา Min)
- (6) แถวอน $(C_j - Z_j)$ แสดงถึงกำไรที่จะได้รับจากการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย (กรณีปัญหา Max) หรือแสดงถึงต้นทุนที่จะลดลงจากการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย (กรณีปัญหา Min)

(7) แถวตั้งผลลัพธ์ คือ ค่าทางขวามือของสมการเงื่อนไขบังคับ (ค่า b_j) ซึ่งจะแสดงค่าของตัวแปรมาตรฐาน

(8) แถวตั้งของตัวแปรต่าง ๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ แสดงถึงสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่อยู่ในสมการเงื่อนไขบังคับต่างๆ ตามลำดับ ซึ่งสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมาตรฐานจะเรียงกันอยู่ในรูปเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix)

(9) ช่อง ณ. ตำแหน่ง (9) ในตารางซึ่งคือผลลัพธ์ของค่า Z_j แสดงถึงค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ นั่นคือค่าของ Maximize Z หรือ Minimize Z แล้วแต่กรณีนั่นเอง

เมื่อเข้าใจถึงลักษณะและจำนวนของตัวแปรแต่ละประเภท พร้อมทั้งตารางการคำนวณของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) แล้ว ต่อไปเราจะนำตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานแล้วมาทำการสร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางที่ 1) ได้ดังนี้

ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1)

		250	290	0	0	0		
		X_1	X_2^*	S_1	S_2	S_3	ผลลัพธ์ (b_j)	อัตราส่วน
		20	30 *	1	0	0	3,300	$3,300/30 = 110^*$
		10	6	0	1	1	1,080	$1,080/6 = 180$
0		3	3	0	0	1	360	$360/3 = 120$
	Z_j	0	0	0	0	0	0	
	$(C_j - Z_j)$	250	290*	0	0	0		

- คำนวณค่า $(C_j - Z_j)$ ได้ดังนี้

· ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $X_1 = 250 - 0 = 250$

ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $X_2 = 290 - 0 = 290$

ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $S_1 = 0 - 0 = 0$

ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $S_2 = 0 - 0 = 0$

ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $S_3 = 0 - 0 = 0$

จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) ตัวแปรมูลฐานได้แก่ S_1, S_2, S_3 ส่วนตัวแปรอมูลฐานได้แก่ X_1, X_2 จะอ่านค่าคำตอบต่าง ๆ ได้ดังนี้

$X_1 = 0$, $X_2 = 0$ (X_1 และ X_2 เป็นตัวแปรอมูลฐาน)

$S_1 = 3,300$, $S_2 = 1,080$, $S_3 = 360$ ($S_1, S_2,$ และ S_3 เป็นตัวแปรมูลฐาน)

Maximize $Z = 0$

ข้อสังเกต สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐาน (ในที่นี้คือ S_1, S_2, S_3) จะเรียงกันอยู่ในรูปเมทริกซ์เอกลักษณ์

ริคซ์เอกลักษณ์
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 3 การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ในกรณีปัญหาเป็น MAX ทำได้ดังนี้

1. พิจารณา $(C_j - Z_j)$

- ถ้าเป็นลบหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมแล้วให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้

- ถ้ายังมีค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นบวกอยู่ให้ทำการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ ในขั้นตอนต่อไป

2. เลือกตัวแปรที่มีค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นบวกมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า

3. คำนวณอัตราส่วนระหว่างค่าผลลัพธ์ (b) กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขบังคับข้อที่ i (ถ้าสัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรในเบสิสที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำเป็นตัวแปรออก

4. เปลี่ยนเบสิสและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่โดยใช้หลัก Pivot Operation ซึ่งมีหลักการว่า ต้องทำตัวเลขที่จุดหลัก (pivot element) ให้เป็น 1 และทำตัวเลขอื่น ๆ ในแถวตั้งนั้นให้เป็น 0 เพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานเรียงประกอบกันในรูปแบบทริกซ์เอกลักษณ์

หนึ่งจุดหลัก (pivot element) คือ ตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งจุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้ากับแถวนอนที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก

ในการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นตามตัวอย่างที่ 8 ทำได้ดังนี้

จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) พบว่า ไม่ใช่ตารางที่ดีที่สุด จึงต้องทำการพัฒนาผลลัพธ์ เพราะว่ายังมี $(C_j - Z_j)$ บางตัวยังเป็นบวกอยู่ นั่นคือ 250 และ 290 ดังนั้นจึงพบว่าค่า $(C_j - Z_j)$ ที่มากที่สุดคือ 290 ซึ่งเป็นของตัวแปร X_2 ดังนั้นจึงเลือกตัวแปร X_2 เป็นตัวแปรเข้า

เมื่อได้ตัวแปรเข้าแล้ว ต่อไปเราจะต้องทำการเลือกตัวแปรออก ซึ่งทำได้โดยการหาอัตราส่วนตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้จะแสดงไว้ที่แถวตั้งขวามือสุดที่อยู่ด้านนอกของตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1 นี้ ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้เป็นดังนี้

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_1 = 3,300/30 = 110^*$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_2 = 1,080/6 = 180$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_3 = 360/3 = 120$$

จากตารางอัตราส่วนที่คำนวณได้ทั้ง 3 ตัว พบว่า 110 ต่ำสุด ซึ่ง 110 เป็นอัตราส่วนของตัวแปร S_1 ดังนั้นเราจึงเลือกตัวแปร S_1 เป็นตัวแปรออก

เมื่อเราเลือกตัวแปรเข้าได้แล้วคือ X_2 และเลือกตัวแปรออกได้แล้วคือ S_1 ขั้นตอนต่อไปเราจะทำการเปลี่ยนเบสิสและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่ โดยใช้หลัก Pivot Operation ซึ่งทำได้ดังนี้ จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) นี้มีจุดหลัก (pivot element) คือ 30 ซึ่งเป็นตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งจุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้า (X_2) กับแถวนอนที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก (S_1) ดังนั้นในตารางที่ 2 เราจะต้องทำ 30 ให้เป็น 1 และทำตัวเลขอื่น ๆ ในแถวตั้งนี้ (ได้แก่ 6 และ 3) ให้เป็น 0 จึงทำให้ได้ตารางที่ 2 มีลักษณะดังนี้

ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2

		C_j	250	290	0	0	0		
การคำนวณ	C_b	เบสิส	X_1^*	X_2	S_1	S_2	S_3	ผลลัพธ์ (b_j)	อัตราส่วน
	$R_{1u} = R_{1c}/30$	290	X_2	23	1	1130	0	0	110
$R_{2u} = R_{2c} - 6R_{1u}$	0	S_2	6	0	-115	1	0	420	$420/6 = 70$
$R_{3u} = R_{3c} - 3R_{1u}$	0	S_3^*	1*	0	-1110	0	1	30	$30/1 = 30^*$
		Z_j	580/3	290	2913	0	0	31,900	
		$(C_j - Z_j)$	170/3	0	-29/3	0	0		

การคำนวณค่าต่าง ๆ ของตารางที่ 2 แสดงได้ดังนี้

- การคำนวณของแต่ละแถวเป็นดังนี้

$$R_{1n} = R_{1d}/30$$

$$R_{2n} = R_{2d} - 6R_{1n}$$

$$R_{3n} = R_{3d} - 3R_{1n}$$

โดยมีรายละเอียดการคำนวณแต่ละแถว เป็นดังนี้

$$R_{1n} = R_{1d}/30$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 = 20/30 = 2/3$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 = 30/30 = 1$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 = 1/30$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 = 0/30 = 0$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 = 0/30 = 0$$

$$R_{1n} \text{ ของคอลัมน์ } b = 3,300/30 = 110$$

$$R_{2n} = R_{2d} - 6R_{1n}$$

$$\begin{aligned} R_{2n} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 &= 10 - 6(2/3) \\ &= 10 - 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{2n} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 &= 6 - (6)(1) \\ &= 6 - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{2n} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 &= 0 - 6(1/30) \\ &= 0 - 1/5 \\ &= -1/5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{2n} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 &= 1 - (6)(0) \\ &= 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{2u} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 &= 0 - (6)(0) \\
 &= 0 - 0 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{2u} \text{ ของคอลัมน์ } b_i &= 1,080 - (6)(110) \\
 &= 1,080 - 660 \\
 &= 420
 \end{aligned}$$

$R_{3u} = R_{3r} - 3R_{1u}$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 &= 3 - 3(2/3) \\
 &= 3 - 2 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 &= 3 - (3)(1) \\
 &= 3 - 3 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 &= (0) - 3(1/30) \\
 &= 0 - 1/10 \\
 &= -1/10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 &= (0) - (3)(0) \\
 &= 0 - 0 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 &= (1) - (3)(0) \\
 &= 1 - 0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } b_i &= 360 - 3(110) \\
 &= 360 - 330 \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

- คำนวณค่า Z_j ได้ดังนี้

$$Z_j \text{ ของ } X_1 = (2/3)(290) + (6)(0) + (1)(0) = 580/3$$

$$Z_j \text{ ของ } X_2 = (1)(290) + (0)(0) + (0)(0) = 290$$

$$Z_j \text{ ของ } S_1 = (1/30)(290) + (-1/5)(0) + (-1/10)(0) = 29/3$$

$$Z_j \text{ ของ } S_2 = (0)(290) + (1)(0) + (0)(0) = 0$$

$$Z_j \text{ ของ } S_3 = (0)(290) + 0(0) + (1)(0) = 0$$

$$Z_j \text{ ของแถวตั้งผลลัพธ์ซึ่งแสดงกำไรรวม} = (110)(290) + (420)(0) + (30)(0) = 31,900$$

- คำนวณค่า $(C_j - Z_j)$ ได้ดังนี้

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } X_1 = 250 - 580/3 = 180/3$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } X_2 = 290 - 290 = 0$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_1 = 0 - 29/3 = -29/3$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_2 = 0 - 0 = 0$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_3 = 0 - 0 = 0$$

จากตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2 จะเห็นได้ว่า ตัวแปรมูลฐานได้แก่ X_2, S_2, S_3 ส่วนตัวแปรอนุกรมฐานได้แก่ X_1, S_1

จากตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2 นี้จะอ่านค่าคำตอบต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$X_1 = 0, \quad X_2 = 110$$

$$S_1 = 0, \quad S_2 = 420, \quad S_3 = 30$$

$$Z = 31,900$$

จากคำตอบของตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2 พบว่าไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดจึงต้องทำการพัฒนาผลลัพธ์ เพราะว่ายังมีค่า $(C_j - Z_j)$ บางตัวเป็นบวกอยู่ นั่นคือ $180/3$ ซึ่งเป็นของตัวแปร X_1 ดังนั้นจึงเลือกตัวแปร X_1 เป็นตัวแปรเข้า

เมื่อได้ตัวแปรเข้าแล้วต่อไปเราจะต้องทำการเลือกตัวแปรออก ซึ่งทำได้โดยการหาอัตราส่วน ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้จะแสดงไว้ที่แถวตั้งขวามือสุดที่อยู่ด้านนอกของตารางที่ 2 นี้ ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้เป็นดังนี้

$$\text{อัตราส่วนของแถว } X_2 = 110/(2/3) = 165$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_2 = 420/6 = 70$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_3 = 30/1 = 30^*$$

ดังนั้นเราจึงเลือก S_3 เป็นตัวแปรออก เพราะว่าอัตราส่วนของแถว S_3 มีค่าต่ำสุด

เมื่อเราเลือกตัวแปรเข้าได้แล้ว คือ X_1 และเลือกตัวแปรออกได้แล้ว คือ S_3 ขั้นตอนต่อไปเราจะทำการเปลี่ยนเบสิส และสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่โดยใช้หลัก Pivot Operation ซึ่งตารางที่ 2 นี้มีจุดหลัก (Pivot element) เป็น 1 ดังนั้นจึงต้องทำจุดหลักให้เป็น 1 ซึ่งในที่นี้เป็น 1 อยู่แล้ว และต้องทำตัวเลขอื่น ๆ ในแถวนี้ (ได้แก่ 6 และ $2/3$) ให้เป็น 0 จึงทำให้ได้ตารางที่ 3 มีลักษณะดังนี้

ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 3

	C_j	250	290	0	0	0		
การคำนวณ	C_b	เบสิส	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	ผลลัพธ์ (b_i)
$R_{1u} = R_{1n} - 2/3R_{3u}$	290	X_2	0	1	1/10	0	-2/3	90
$R_{2u} = R_{2n} - 6R_{3u}$	0	S_2	0	0	2/5	1	-6	240
$R_{3u} = R_{3n}$	250	X_1	1	0	-1/10	0	1	30
	Z_j		250	290	4	0	170/3	33,600
	$(C_j - Z_j)$		0	0	-4	0	-170/3	

การคำนวณค่าต่าง ๆ ของตารางที่ 2 แสดงได้ดังนี้

- การคำนวณของแต่ละแถว เป็นดังนี้

$$R_{1u} = R_{1n} - 2/3R_{3u}$$

$$R_{2u} = R_{2n} - 6R_{3u}$$

$$R_{3u} = R_{3n}$$

โดยมีรายละเอียดการคำนวณแต่ละแถวเป็นดังนี้

$R_{3u} = R_{3n}$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 = 1$$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 = 0$$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 = -1/10$$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 = 0$$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 = 1$$

$$R_{3u} \text{ ของคอลัมน์ } b_1 = 30$$

$$R_{1u} = R_{1r} - 2/3 R_{3u}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 &= 2/3 - 2/3(1) \\ &= 2/3 - 2/3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 &= 1 - 2/3(0) \\ &= 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 &= 1/30 - (2/3)(-1/10) \\ &= 1/30 + 1/15 \\ &= 1/10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 &= 0 - 2/3(0) \\ &= 0 - 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 &= 0 - 2/3(1) \\ &= -2/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{1u} \text{ ของคอลัมน์ } b_i &= 110 - 2/3(30) \\ &= 110 - 20 \\ &= 90 \end{aligned}$$

$$R_{2u} = R_{2r} - 6R_{3u}$$

$$\begin{aligned} R_{2u} \text{ ของคอลัมน์ } X_1 &= 6 - (6)(1) \\ &= 6 - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{2u} \text{ ของคอลัมน์ } X_2 &= 0 - (6)(0) \\ &= 0 - 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{21} \text{ ของคอลัมน์ } S_1 &= (-1/5) - 6(-1/10) \\
 &= -1/5 + 3/5 \\
 &= 2/5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{21} \text{ ของคอลัมน์ } S_2 &= 1 - (6)(0) \\
 &= 1 - 0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{21} \text{ ของคอลัมน์ } S_3 &= 0 - (6)(1) \\
 &= 0 - 6 \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{21} \text{ ของคอลัมน์ } b_i &= 420 - (6)(30) \\
 &= 420 - 180 \\
 &= 240
 \end{aligned}$$

- คำนวณค่า Z_j ได้ดังนี้

$$Z_j \text{ ของ } X_1 = (0)(290) + (0)(0) + (1)(250) = 250$$

$$Z_j \text{ ของ } X_2 = (1)(290) + (0)(0) + (0)(250) = 290$$

$$Z_j \text{ ของ } S_1 = (1/10)(290) + (2/5)(0) + (-1/10)(250) = 4$$

$$Z_j \text{ ของ } S_2 = (0)(290) + (1)(0) + (0)(250) = 0$$

$$Z_j \text{ ของ } S_3 = (-2/3)(290) + (-6)(0) + (1)(250) = 170/3$$

$$Z_j \text{ ของแถวตั้งผลลัพธ์ซึ่งแสดงกำไรรวม} = (90)(290) + (240)(0) + (30)(250) = 33,600$$

- คำนวณค่า $(C_j - Z_j)$ ได้ดังนี้

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } X_1 = 250 - 250 = 0$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } X_2 = 290 - 290 = 0$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_1 = 0 - 4 = -4$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_2 = 0 - 0 = 0$$

$$(C_j - Z_j) \text{ ของ } S_3 = 0 - 170/3 = -170/3$$

จากตารางที่ 3 ตัวแปรมูลฐานได้แก่ X_1, X_2, S_2 ส่วนตัวแปรอมูลฐานได้แก่ S_1, S_3

จากตารางที่ 3 พบว่าจะเป็นการวางค่าตอบที่ดีที่สุดทั้งนี้เนื่องจากไม่มีค่า $(C_j - Z_j)$ ของตัวแปรใด ๆ เป็นบวก

ดังนั้นตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นตามตัวอย่างนี้ เมื่อทำการหาคำตอบแล้ว จะได้คำตอบที่ดีที่สุด ดังนี้

$$X_1 = 30, \quad X_2 = 90$$

$$S_1 = 0, \quad S_2 = 240, \quad S_3 = 0$$

$$\text{Maximize } Z = 33,600$$

นั่นคือบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ควรผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน 30 เครื่อง และควรผลิตวิทยุแบบพิเศษ 90 เครื่อง โดยจะให้กำไรสูงสุดเป็น 33,600 บาท ทั้งนี้การผลิตตามส่วนประสมผลิตภัณฑ์ (Product Mix) ดังกล่าว เวลาของแผนกประกอบจะไม่เหลือ ($S_1 = 0$) เวลาของแผนกทดสอบจะเหลือ 240 นาที ($S_2 = 240$) และเวลาของแผนกบรรจุจะไม่เหลือ ($S_3 = 0$) ซึ่งคำตอบที่ได้จะเหมือนกับการหาคำตอบด้วยวิธีการกราฟ

ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า ไม่ว่าจะใช้วิธีการหรือวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น คำตอบที่ได้จากวิธีทั้งสองจะต้องเหมือนกัน

การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น กรณีที่ 2 (Min, \leq ทุกข้อ) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ตัวอย่างที่ 9 จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Minimize } Z = X_1 - 3X_2 + X_3$$

Subject to :

$$2X_1 + 4X_2 \leq 7$$

$$4X_1 + 3X_2 + 8X_3 \leq 12$$

$$3X_1 - X_2 + 2X_3 \leq 10$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานใช้หลักการเดียวกันกับกรณีที่ 1 (Max, \leq ทุกข้อ) ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว

$$\text{Minimize } Z = X_1 - 3X_2 + X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Subject to :

$$2X_1 + 4X_2 + S_1 = 7$$

$$4X_1 + 3X_2 + 8X_3 + S_2 = 12$$

$$3X_1 - X_2 + 2X_3 + S_3 = 10$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

ขั้นตอนที่ 2 การตั้งผลลัพท์เบื้องต้น

จากหลักการที่ได้อธิบายมาแล้ว ในกรณีที่ 1 (Max, \leq ทุกข้อ) สามารถทำการสร้างตารางผลลัพท์เบื้องต้น (ตารางที่ 1) ได้ดังนี้

ตารางผลลัพท์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1)

	C_j	1	-3	1	0	0	0		
C_b	เบสิส	X_1	X_2^*	X_3	S_1	S_2	S_3	ผลลัพท์ (b_i)	อัตราส่วน
0	S_1^*	2	4*	0	1	0	0	7	7/4*
0	S_2	4	3	8	0	1	0	12	12/3 = 4
0	S_3	3	-1	2	0	0	1	10	-
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	
	$(C_j - Z_j)$	1	-3*	1	0	0	0		

ฉ. ตารางผลลัพท์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) จะมีการคำนวณอยู่ 2 จุด คือ แถวนอน Z_j และแถวนอน $(C_j - Z_j)$ ซึ่งการคำนวณทำได้เช่นเดียวกันกับที่เคยได้อธิบายและแสดงไว้แล้วในกรณีที่ 1 ในตัวอย่างที่ 8 ดังนั้นในตัวอย่างนี้ การคำนวณค่าของ Z_j และ $(C_j - Z_j)$ จะไม่คำนวณให้ดูทั้งในตารางผลลัพท์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) และตารางอื่น ๆ แต่จะแสดงค่าของผลลัพท์ที่คำนวณได้แล้วใช้ในตารางซิมเพล็กซ์เลย

จากตารางผลลัพท์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) ตัวแปรมูลฐานได้แก่ S_1, S_2, S_3 ส่วนตัวแปรอสมมูลฐาน ได้แก่ X_1, X_2, X_3 จะอ่านค่าคำตอบต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0 \quad (X_1, X_2, \text{ และ } X_3 \text{ เป็นตัวแปรอนุกรมฐาน})$$

$$S_1 = 7, S_2 = 12, S_3 = 10 \quad (S_1, S_2, \text{ และ } S_3 \text{ เป็นตัวแปรอนุกรมฐาน})$$

$$\text{Minimize } Z = 0$$

ขั้นตอนที่ 3 การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์

ขั้นตอนของการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ในกรณีปัญหาเป็น Min ทำได้ดังนี้

1. พิจารณาค่า $(C_j - Z_j)$

- ถ้าเป็นบวกหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมแล้ว ให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้

- ถ้ายังมีบางตัวเป็นลบอยู่ แสดงว่าผลลัพธ์ชุดนั้นยังสามารถพัฒนาให้ดีขึ้นได้ ให้ทำในขั้นต่อไป

2. เลือกตัวแปรที่มีค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นลบมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า

3. จำนวนอัตราส่วนระหว่างค่าผลลัพธ์ (b_i) กับ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขบังคับข้อที่ i (ถ้าสัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรในเบสิสที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำที่สุดเป็นตัวแปรออก

4. เปลี่ยนเบสิสและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่โดยใช้หลัก Pivot Operation ดังที่ได้อธิบายไว้แล้ว ในกรณีที่ปัญหาเป็น Max

หมายเหตุ ทั้งปัญหา Max และปัญหา Min ในการเลือกตัวแปรเข้าหรือตัวแปรออก ในกรณีที่เกิดตัวเลขเท่ากัน ให้เลือกตัวแปรใดก็ได้

จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1) พบว่า ไม่ใช่ตารางที่ดีที่สุด จึงต้องทำการพัฒนาผลลัพธ์ เพราะว่ายังมีค่า $(C_j - Z_j)$ บางตัวเป็นลบอยู่ นั่นคือ -3 ดังนั้นเนื่องจากค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นลบมีค่าเดียว คือ -3 ซึ่งเป็นของตัวแปร X_2 ดังนั้นจึงเลือกตัวแปร X_2 เป็นตัวแปรเข้า

เมื่อได้ตัวแปรเข้าแล้ว ต่อไปเราจะต้องทำการเลือกตัวแปรออก ซึ่งทำได้โดยการหาอัตราส่วนตามวิธีที่ได้กล่าวมาในตอนต้น ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้ จะแสดงไว้ที่แถวตั้งขวามือสุดที่อยู่ด้านนอกของตารางซิมเพล็กซ์ที่ 1 นี้ ซึ่งอัตราส่วนที่คำนวณได้เป็นดังนี้

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_1 = 7/4^*$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_2 = 12/3 = 4$$

$$\text{อัตราส่วนของแถว } S_3 = -$$

จากอัตราส่วนที่คำนวณได้พบว่า 7/4 มีค่าต่ำสุด ซึ่ง 7/4 เป็นอัตราส่วนของตัวแปร S_1 ดังนั้นเราจึงเลือกตัวแปร S_1 เป็นตัวแปรออก

เมื่อเราเลือกตัวแปรเข้าและตัวแปรออกได้แล้ว คือ X_2 และ S_1 ตามลำดับ ดังนั้นเราจึงพบว่าจุดหลัก (pivot element) คือ 4 ต่อไปเราจึงทำการเปลี่ยนเบสิสและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่ โดยใช้หลัก pivot operation จึงทำให้ได้ตารางที่ 2 มีลักษณะดังนี้

ตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2

		C_j	1	-3	1	0	0	0		
การคำนวณ	C_b	เบสิส	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	ผลลัพธ์ (b_i)	
	$R_{1u} = R_{1u}/4$	-3	X_2	1/2	1	0	1/4	0	0	7/4
$R_{2u} = R_{2u} - 3R_{1u}$	0	S_2	5/2	0	8	-3/4	1	0	27/4	
$R_{3u} = R_{3u} + R_{1u}$	0	S_3	7/2	0	2	1/4	0	1	47/4	
		Z_j	-3/2	-3	0	-3/4	0	0	-21/4	
		$(C_j - Z_j)$	5/2	0	1	3/4	0	0		

สำหรับการคำนวณค่าต่าง ๆ ในตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2 นี้ก็ใช้หลักการเดิมดังที่ได้แสดงให้ดูอย่างละเอียดในตัวอย่างที่ 8 (กรณี Max, \leq ทุกข้อ)

จากตารางซิมเพล็กซ์ที่ 2 พบว่า จะเป็นตารางคำตอบที่ดีที่สุด ทั้งนี้เนื่องจากไม่มีค่า $(C_j - Z_j)$ ของตัวแปรใด ๆ เป็นลบ

ดังนั้นคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาคำถามกำหนดการเชิงเส้น ตามตัวอย่างนี้ คือ

$$X_1 = 0, X_2 = 7/4, X_3 = 0$$

$$S_1 = 0, S_2 = 27/4, S_3 = 47/4$$

$$\text{Minimize } Z = -21/4$$

การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นกรณีที่ 3 (เงื่อนไขบังคับมีเครื่องหมายเป็น \geq) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

สองกรณีแรกที่อธิบายในตอนต้น มุ่งเน้นให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในกรณีปัญหา Max และกรณีปัญหา Min ว่าต่างกันอย่างไร สำหรับในกรณีนี้จะมุ่งเน้นให้เห็นถึงกรณีที่เงื่อนไขบังคับมีเครื่องหมาย \geq ว่าจะมีวิธีการจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานอย่างไร สำหรับการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นและการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ก็จะใช้หลักการเช่นเดียวกับกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2

ตัวอย่างที่ 10 จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$\text{Maximize } Z = 3X_1 + 3X_2 + 2X_3$$

Subject to :

$$4X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 6$$

$$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \geq 8$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

หลักการจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน กรณีเงื่อนไขบังคับมีเครื่องหมาย \geq ทำได้โดยใช้วิธี BIG M ดังนี้

- เติม Surplus Variable ในเงื่อนไขบังคับข้อนั้น โดยการลบ (-) แล้วเปลี่ยนเงื่อนไขบังคับข้อนั้นให้มีเครื่องหมายเป็น =

- เติม OS ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์โดยการบวก (+)

- บวก (+) ตัวแปรเทียม (Artificial Variable) ในเงื่อนไขบังคับข้อนั้น โดยใช้สัญลักษณ์

“A”

- พิจารณาว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น Max หรือ Min

- ถ้าเป็น Max ให้เติม $-MA$ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

- ถ้าเป็น Min ให้เติม $+MA$ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

หมายเหตุ M คือเลขบวกที่มีค่ามากๆ ($M \rightarrow \infty$)