<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1</u>

ให้ $1X_1 + 2X_2 = 400$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 2X_2 = 400 \therefore X_2 = 400/2 = 200 \therefore$ ได้จุด (0,200)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore X_1 = 400 \therefore$ ได้จุด (400,0)

<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2</u>

ให้ $4X_1 + 3X_2 = 1,200$

61 $X_1 = 0 \therefore 3X_2 = 1,200 \therefore X_2 = 1,200/3 = 400 \therefore$ ได้จุด (0,400)

81 $X_2 = 0 \therefore 4X_1 = 1,200 \therefore X_1 = 1,200/4 = 300 \therefore$ ได้จุด (300,0)

<u>หาจุดบนแกนนอนและบนแกนตั้งของเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์</u> (กรณีหาผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์)

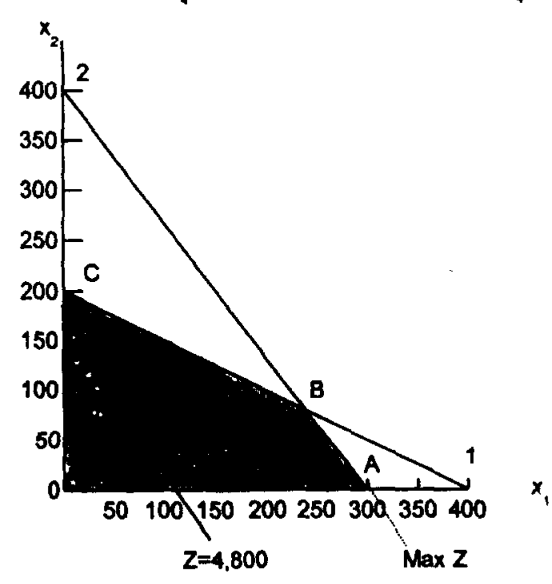
ให้ $Z = 4,800$

$40X_1 + 30X_2 = 4,800$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 30X_2 = 4,800 \therefore X_2 = 4,800/30 = 160 \therefore$ ได้จุด (0, 160)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore 40X_1 = 4,800 \therefore X_1 = 4,800/40 = 120 \therefore$ ได้จุด (120, 0)

ทำการเขียนกราฟและหาผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้ดังนี้



รูปที่ 20 กราฟแสดงปัญหากรณีที่คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ

พื้นที่ที่เป็นไปได้ของคำตอบ คือทุก ๆ จุดบนพื้นที่สี่เหลี่ยม OABC

จากกราฟจะเห็นได้ว่าเส้น Maximize Z ซ้อนอยู่บนเส้นตรง AB แสดงว่าปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้มีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ นั่นคือค่า (X_1,X_2) ของทุกๆ จุดบนเส้นตรง AB ในที่นี้จะหาค่า (X_1,X_2) ณ. จุด A และ B พร้อมทั้งหาค่า Maximize Z ได้ดังนี้

<u>หาค่า (X_1, X_2) ณ. จุด A</u>

ค่า (X_1, X_2) ณ. จุด A สามารถอ่านจากกราฟได้เลยคือ (300,0)

<u>หาค่า (X_1, X_2) ณ. จุด B</u>

จุด B เกิดจากการตัดกันของเส้นตรงแสดงเงื่อนไขพิเศษของทั้ง 2 ข้อ ดังนั้นจึงหาค่าของ (X_1, X_2) ณ. จุด B ได้จากการแก้สมการ 2 ชั้นของเส้นตรงแสดงเงื่อนไขบังคับของทั้ง 2 ข้อ ได้ดังนี้

$$1X_1 + 2X_2 = 400 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$4X_1 + 3X_2 = 1{,}200 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

4 x (1) $$4X_1 + 8X_2 = 1{,}600 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

(3) – (2) $$5X_2 = 400$$

$$X_2 = 400/5 = 80$$

แทน X_2 ใน (1) $$1X_1 + (2 \times 80) = 400$$

$$X_1 + 160 = 400$$

$$\therefore X_1 = 400 - 160 = 240$$

ค่า (X_1, X_2) ณ. จุด B คือ (240,80)

<u>**ดังนั้นสามารถหาค่า Maximize Z ได้ดังนี้**</u>

หาจากจุด A (0,300) $\therefore$ Maximize Z $= (40 \times 300) + (30 \times 0)$

$= 12{,}000 + 0$

$= 12{,}000$

หาจากจุด B (240,80) $\therefore$ Maximize Z $= (40 \times 240) + (30 \times 80)$

$= 9{,}600 + 2{,}400$

$= 12{,}000$

การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดตามตัวอย่างนี้โดยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ นักศึกษาอาจมีข้อสงสัยว่าเราจะรู้อย่างไรว่าเส้น Maximize Z จะซ้อนอยู่บนเส้นตรง AB ซึ่งอาจจะอธิบายได้ดังนี้คือ <u>ตามหลักวิชาเรขาคณิตเส้นตรงตั้งแต่ 2 เส้นขึ้นไปจะซ้อนกันก็ต่อเมื่อเส้นตรงเหล่านั้นมีความชัน (Slope) เท่ากัน</u> ดังนั้นในที่นี้เส้น Maximize Z ซ้อนอยู่บนเส้นตรง AB ก็เพราะว่าเส้นตรงทั้งสองมีความชัน (Slope) เท่ากัน ต่อไปนี้จะพิสูจน์ให้เห็นว่าเส้นตรงทั้งสองมีความชันเท่ากัน โดยการคำนวณหาความชันของแต่ละเส้นแล้วนำมาเปรียบเทียบกันดังนี้

<u>หาความชันของเส้น AB ได้ดังนี้</u>

$$4X_1 + 3X_2 = 1{,}200$$

$$3X_2 = -4X_1 + 1{,}200$$

$$X_2 = -4/3X_1 + 400$$

$\therefore$ ความชัน (Slope) ของเส้น AB = - 4/3

<u>หาความชันของเส้น Maximize Z ได้ดังนี้</u>

$$40X_1 + 30X_2 = 12{,}000$$

$$30X_2 = -40X_1 + 12{,}000$$

$$X_2 = -40/30X_1 + 400$$

$\therefore$ ความชัน (Slope) ของเส้น Maximize Z = - 4/3

ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าความชัน (Slope) ของเส้น AB และเส้น Maximize Z <u>เท่ากัน</u> ซึ่งมีค่าเท่ากับ - 4/3

ถ้าทำการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยทำการทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ สามารถทำได้ดังนี้คือ ระบุว่าจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ซึ่งได้แก่ จุด O, A, B และ C แล้วทำการหาค่า (X_1,X_2) ของแต่ละจุดยอดดังกล่าว พร้อมทั้งหาค่า Z ของแต่ละจุดยอด แล้วเปรียบเทียบค่า Z ของแต่ละจุดยอด แล้วเลือกค่า (X_1,X_2) ของจุดยอดที่ให้ค่า Maximize Z จึงสามารถแสดงตารางการทดสอบจุดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ได้ดังนี้

<u>ตารางที่ 3</u> การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอดกรณีคำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ

จุดยอด	ค่าตัวแปร (X_1, X_2)	$Z = 40X_1 + 30X_2$
O	(0,0)	Z = (40)(0) + (30)(0) = 0
A	(300,0)	Z = (40)(300) + (30)(0) = 12,000
B	(240,80)	Z = (40)(240) + (30)(80) = 12,000*
C	(0,200)	Z = (40)(0) + (30)(200) = 6,000

หมายเหตุ

- ค่า (X_1, X_2) ณ. จุด O, A, และ C สามารถอ่านได้จากกราฟ
- ค่า (X_1, X_2) ณ. จุด B หาได้จากการตัดกันของเส้นเงื่อนไขบังคับทั้ง 2 ข้อ ดังที่เคยได้แสดงไว้แล้วในกรณีการหาผลเฉลยเหมาะที่สุด ด้วยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

จากตารางที่ 4 พบว่า จุด A และจุด B เป็นจุดที่ให้ค่า Z สูงสุดเท่ากันไว้คือ 12,000 ดังนั้นจึงแสดงว่าค่า (X_1, X_2) ของทุก ๆ จุดบนเส้นตรง AB จะให้ค่า Maximize Z ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ในกรณีที่คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบช่วยในการตัดสินใจของผู้บริหารมีความยืดหยุ่นมากขึ้น เพราะไม่ว่าจะใช้ค่าของ X_1 และ X_2 ที่จุดใดก็จะให้ผลลัพธ์ที่เท่ากัน

2. <u>คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (unbounded solution)</u>

กรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตเกิดขึ้นเมื่อเราสามารถหาบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบได้ แต่เมื่อเขียนกราฟของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะพบว่า <u>เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีขีดจำกัด สามารถเพิ่มค่า Z เท่าใดก็ได้ โดยไม่ฝืนเงื่อนไขบังคับตามปัญหาที่ได้กำหนดไว้</u> คำตอบในกรณีนี้จะเกิดขึ้นเฉพาะในกรณีปัญหาหาค่าสูงสุดเท่านั้น คำตอบกรณีนี้เป็นคำตอบที่เป็นไปได้ในสภาพความเป็นจริง สาเหตุที่เกิดกรณีนี้ขึ้นอาจเป็นเพราะการสร้างตัวแบบไม่ถูกต้องหรือเกิดความผิดพลาดในการเขียนตัวแบบ ดังตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 5 จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ต่อไปนี้ด้วยวิธีกราฟ

Maximize Z $= 40X_1 + 30X_2$

Subject to :

$$2X_1 - X, \geq 100$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 300$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

วิธีทำ

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

ให้ $2X_1 - X, = 100$

ถ้า $X, = 0 \quad \therefore -X_2 = 100 \quad \therefore X, = -100$ ได้จุด (0,-100)

ถ้า $X_2 = 0 \quad \therefore 2X_1 = 100 \quad \therefore X_1 = 100/2 = -S0$. ได้จุด (50, 0)

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2

ให้ $2X_1 + 3X_2 = 300$

ถ้า $X_1 = 0 \quad \therefore 3X_2 = 300 \quad \therefore X, = 100$ ∵ ได้จุด (0,100)

ถ้า $X, = 0 \quad \therefore 2X_1 = 300 \quad \therefore X_1 = 300/2 = 150$ ∴ ได้จุด (0,150)

หาจุดบนแกนนอนและบนแกนตั้งของเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

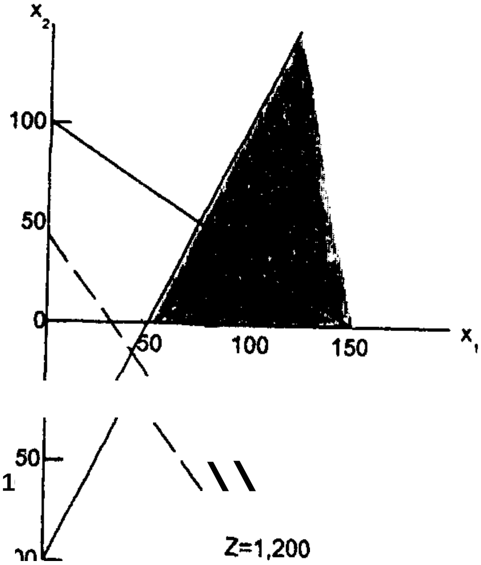
ให้ $Z = 1{,}200$

$\therefore 40X_1 + 30X_2 = 1{,}200$

ถ้า $X, = 0 \quad \therefore 30X_2 = 1{,}200 \quad \therefore X, = 1{,}200/30 = 40$ ∴ ได้จุด (0, 40)

ถ้า $X_2 = 0 \quad \therefore 40X_1 = 1{,}200 \quad \therefore X_1 = 1{,}200/40 = 30$ ∴ ได้จุด (30, 0)

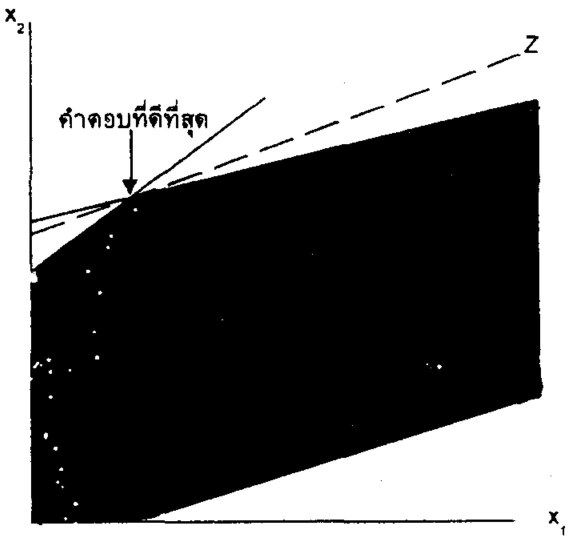
ทำการเขียนกราฟและหาผลเฉลยเหมาะที่สุด โดยการลากเส้นฟังก์เส้นวัตถุประสงค์ได้ดังนี้



รูปที่ 21 กราฟแสดงปัญหากรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขต

จากรูปที่ 21 แสดงให้เห็นถึงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ที่ขยายกว้างออกไปได้อย่างไม่จำกัด ตามค่า X_1 และ X_2 ที่เพิ่มสูงขึ้นไม่จำกัดเส้นฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ซึ่งแสดงโดยใช้เส้นประ มีค่า Z ที่สมมติขึ้นเท่ากับ 1,200 และไม่ว่าจะสมมติค่า Z สูงเพียงใดก็จะได้เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ซึ่งยังคงอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังนั้นจึงไม่สามารถหาผลเฉลยหรือคำตอบเหมาะที่สุดได้

กำหนดการเชิงเส้นบางกรณีอาจพบว่าบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เป็นพื้นที่ที่ไม่มีขอบเขต (unbounded feasible region) แต่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ดังแสดงตามรูปที่ 22



รูปที่ 22 กราฟแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่มีขอบเขต (unbounded feasible area) แต่หาคำตอบได้

ดังนั้น เมื่อเขียนกราฟของเงื่อนไขบังคับแล้วพบว่า พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เป็นพื้นที่ไม่มีขอบเขต เรายังไม่อาจสรุปได้ว่า คำตอบของปัญหาเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขต ต้องเขียนกราฟของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เสียก่อน ถ้าเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เคลื่อนไปในทิศทางที่ไปสัมผัสกับจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ แสดงว่ากำหนดการเชิงเส้นนั้นมีคำตอบที่ดีที่สุด แต่ถ้าเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เคลื่อนไปในทิศทางที่ไม่มีขอบเขตค่า Z จะเพิ่มขึ้นอย่างไม่จำกัด แสดงว่าปัญหากำหนดการเชิงเส้นนั้นเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขต

3. <u>ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible solution)</u>

กำหนดการเชิงเส้นที่เกิดกรณีไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ เกิดขึ้นเนื่องจาก<u>เมื่อเขียนกราฟของเงื่อนไขบังคับทุกข้อแล้วไม่สามารถทำพื้นที่ร่วมของทุกอสมการหรือสมการ หรือนั่นก็คือไม่สามารถหาบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบได้</u> และเมื่อนำค่าตัวแปรไปแทนในเงื่อนไขบังคับจะพบว่าไม่มีค่าของตัวแปรใดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทุกข้อ ดังแสดงตามตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 6</u> จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีกราฟ

Minimize Z $= 20X_1 + 10X_2$

Subject to :

$1X_1 + 2X_2 \le 200$

$3X_1 + 6X,$ 21,800

$X_1, X_2 \ge 0$

<u>วิธีทำ</u>

<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1</u>

ให้ $1X_1 + 2X, = 200$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 2X, = 200 \quad \therefore X, = 200/2 = 100$ $\therefore$ ได้จุด (0, 100)

81 $X_2 = 0 \therefore X_1 = 200$ $\therefore$ ได้จุด (200, 0)

<u>จi **ndou**ไขบังคับข้อที่ 2</u>

ให้ $3X_1 + 6X, = 1,800$

61 $X_1 = 0 \therefore 6X, = 1,800 \therefore X_2 = 1,800/6 = 300$ $\therefore$ ได้จุด (0,300)

ถ้า $X, = 0 \therefore 3X_1 = 1,800 \therefore X_1 = 1,800/3 = 600$ $\therefore$ ได้จุด (600, 0)

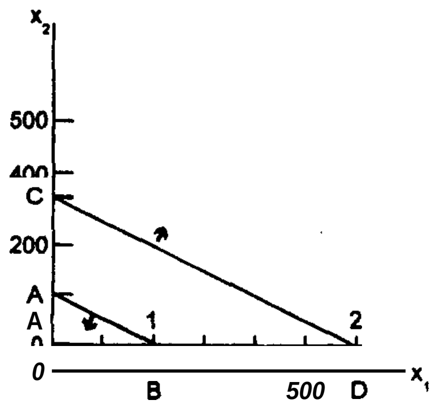
<u>หาจุดบนแกนนอนและบนแกนตั้งของเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์</u>

ให้ Z = 2,000

$\therefore 20X_1 + 10X_2 = 2,000$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 10X_2 = 2,000 \therefore X, = 2,000110 =$ 2(∪ $\therefore$ ได้จุด (0,200)

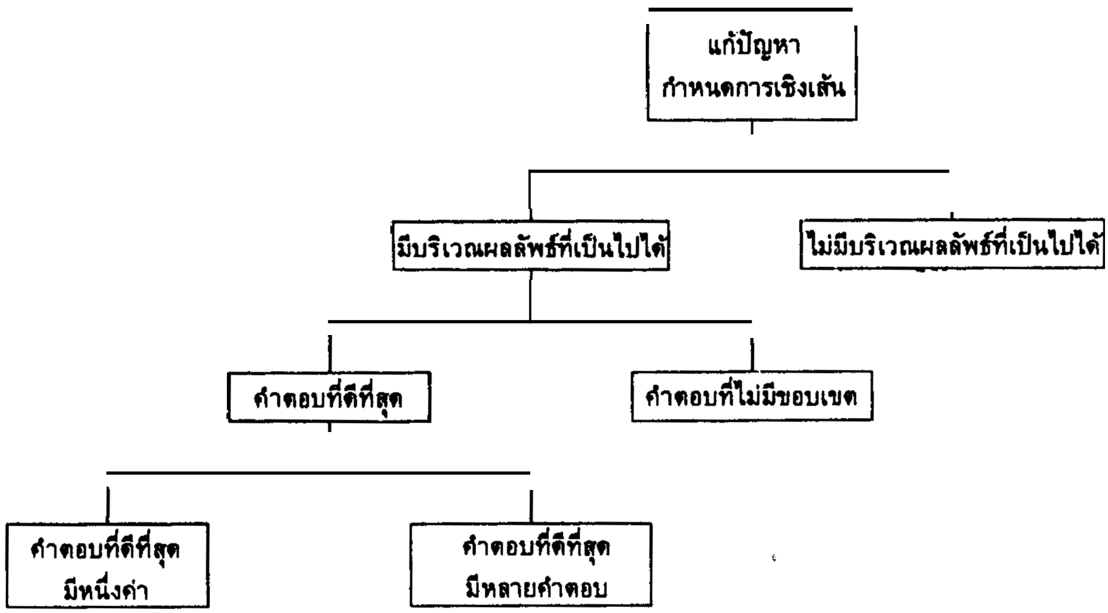
ถ้า $X_2 = 0 \therefore 20X_1 = 2,000 \therefore X_1 = 2,000120 = 100$ $\therefore$ ได้จุด (100, 0)



รูปที่ 23 กราฟแสดงปัญหาที่ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้

จากกราฟรูปที่ 23 จะเห็นได้ว่าไม่มีพื้นที่ร่วมของเงื่อนไขบังคับทั้ง 2 ข้อ เพราะว่าพื้นที่ที่เป็นไปได้ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 คือทุก ๆ จุดบนสามเหลี่ยม OAB ส่วนพื้นที่ที่เป็นไปได้ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 คือ ทุก ๆ จุดบนเส้น C, D และทุก ๆ จุดที่อยู่เหนือเส้น C, D ดังนั้นกำหนดการเชิงเส้นกรณีนี้จึงไม่สามารถหาคำตอบได้ (infeasible region) เพราะว่าไม่มีบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบ การหาคำตอบของกำหนดการเชิงเส้นในกรณีนี้เราไม่จำเป็นต้องลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ก็ได้ การเกิดปัญหากรณีนี้อาจเนื่องจากการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ไม่ถูกต้องหรืออาจเนื่องจากการพิมพ์ข้อมูลผิดพลาด

ดังนั้น โดยสรุปเราสามารถเขียนรูป แสดงคำตอบของปัญหากำหนดการเชิงเส้นทุกกรณีที่อาจจะเกิดขึ้นได้ ดังแสดงตามรูปที่ 24 ดังนี้



รูปที่ 24 แสดงคำตอบของปัญหากำหนดการเชิงเส้นทุกกรณี

<u>เงื่อนไขบังคับรีดันแดนท์ (redundant constraint)</u>

หมายถึงเงื่อนไขบังคับที่ไม่มีผลกระทบต่อพื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เราสามารถนำเอาเงื่อนไขบังคับลักษณะเช่นนี้ออกไปจากตัวแบบโดยไม่มีผลทำให้พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เปลี่ยนแปลง และไม่มีผลกระทบต่อคำตอบที่ดีที่สุด หรืออีกนัยหนึ่งถ้าเราไม่มีเงื่อนไขบังคับรีดันแดนท์ พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ยังคงเหมือนเดิม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ ด้วยวิธีกราฟ

Miximize $Z = 3X_1 + 9X_2$

Subject to :

$$X_1 + 4X_2 \leq 8$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

<u>วิธีทำ</u>

<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1</u>

ให้ $X_1 + 4X_2 = 8$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 4X_2 = 8 \quad \therefore X_2 = 8/4 \therefore$ ได้จุด (0, 2)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore X_1 = 8 \quad \therefore$ ได้จุด (8, 0)

<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2</u>

ให้ $X_1 + 2X_2 = 4$

61 $X_1 = 3 \therefore 2X_2 = 4 \quad \therefore X_2 = 4/2 = 2 \therefore$ ได้จุด (0, 2)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore X_1 = 4 \quad \therefore$ ได้จุด (4,0)

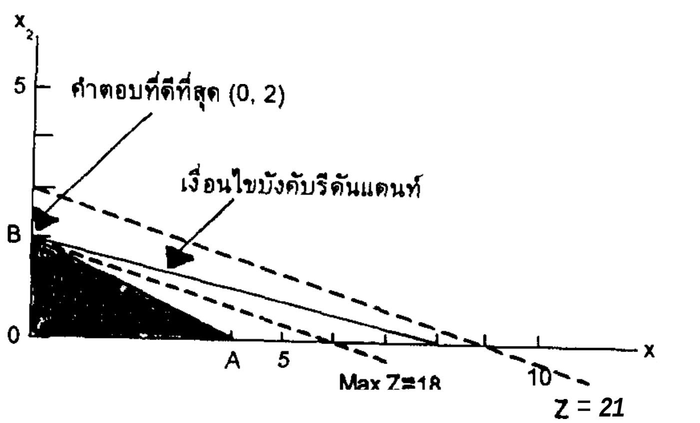
<u>หาจุดบนแกนนอนและบนแกนตั้งของเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์</u>

ให้ Z = 27

$\therefore 3X_1 + 9X_2 = 27$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 9X_2 = 21 \quad \therefore X_2 = 2719 = 3 \therefore$ ได้จุด (0, 3)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore 3X_1 = 27 \quad \therefore X_2 = 27/3 = 9 \therefore$ ได้จุด (9, 0)



รูปที่ 25 กราฟแสดงเงื่อนไขบังคับ : $X_1 + 4X_2 \leq 8$ เป็นรีดันแดนท์

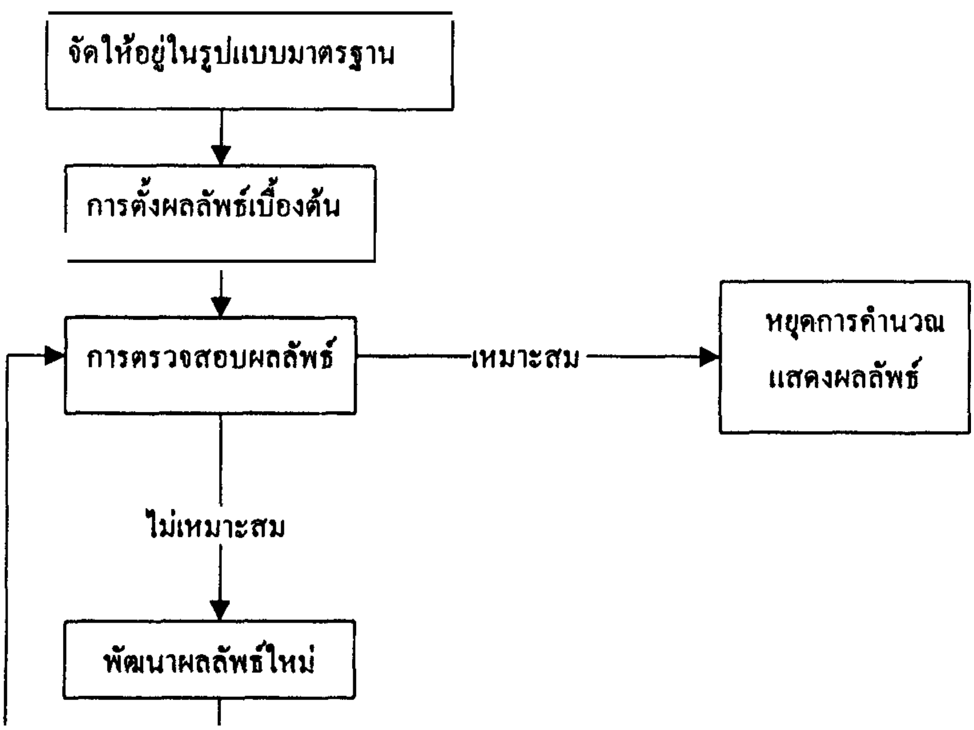
จากกราฟรูปที่ 25 จะเห็นว่าการมีเงื่อนไขบังคับ $X_1 + 4X_2 \le 8$ เข้าไปในตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้ ไม่มีผลต่อการหาบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้คือทุก ๆ จุดบนพื้นที่สามเหลี่ยม OAB และคำตอบที่มีที่สุดอยู่ที่จุด B คือ (0, 2)

การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex)

เนื่องจากการหาคำตอบด้วยวิธีกราฟมีข้อจำกัดว่า ตัวแปรต้องตัดสินใจ (decision variable) ต้องมีไม่เกิน 2 ตัว และเงื่อนไขบังคับมีไม่มากข้อ ดังนั้นถ้าไม่เข้าข่ายดังกล่าวจะใช้วิธีกราฟไม่ได้ ต้องใช้วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) หรือวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์แทน

ขั้นตอนของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ในการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

การใช้วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) เพื่อแก้ไขปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ประกอบด้วยขั้นตอนดังแสดงได้ตามรูปที่ 26



รูปที่ 26 ขั้นตอนการใช้วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) เพื่อแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ตามลักษณะของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นในกรณีต่างๆ

เราสามารถแบ่งลักษณะของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น เพื่อการศึกษาการใช้วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) แก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ 4 ลักษณะดังนี้

1) ปัญหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น Max, เงื่อนไขบังคับ $\leq$ ทุกข้อ
2) ปัญหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น Min, เงื่อนไขบังคับ $\leq$ ทุกข้อ
3) ปัญหาเงื่อนไขบังคับ $\geq$; ฟังก์ชันวัตถุประสงค์อาจจะเป็น Max หรือ Min
4) ปัญหาเงื่อนไขบังคับ =; ฟังก์ชันวัตถุประสงค์อาจจะเป็น Max หรือ Min

การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

รูปแบบมาตรฐานของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น มีลักษณะดังนี้

1) ฟังก์ชันวัตถุประสงค์อาจจะเป็น Max หรือ Min อย่างใดอย่างหนึ่ง

2) เงื่อนไขบังคับทุกข้อต้องมีเครื่องหมาย =

– ถ้าเงื่อนไขบังคับเดิมมีเครื่องหมาย $\leq$ ให้บวก (+) ตัวแปรส่วนขาด (slack variable) เข้าไปในเงื่อนไขบังคับนั้นแล้วเปลี่ยนเงื่อนไขบังคับเป็นเครื่องหมาย =

– ถ้าเงื่อนไขบังคับเดิมมีเครื่องหมาย $\geq$ ให้ลบ (-) ตัวแปรส่วนเกิน (surplus variable) เข้าไปในเงื่อนไขบังคับนั้น และทำการบวก (+) ตัวแปรเทียม (artificial variable) เข้าไปด้วยแล้วทำการเปลี่ยนเงื่อนไขบังคับเป็นเครื่องหมาย =

– ถ้าเงื่อนไขบังคับเดิมมีเครื่องหมาย = อยู่แล้ว ให้บวก (+) ตัวแปรเทียม (artificial variable) เข้าไปในเงื่อนไขบังคับนั้น

3) ค่าทางขวามือของเงื่อนไขบังคับทุกข้อไม่ติดลบ

4) ตัวแปรทุกตัวไม่ติดลบ

การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นกรณีที่ 1 (Max , ≤ทุกข้อ) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ตัวอย่างที่ 8

มาจากโจทย์ปัญหาของตัวอย่างที่ 3 ในบทที่ 2 ซึ่งเป็นปัญหาของบริษัทพัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ซึ่งมีตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นดังนี้

$$\text{Maximize } Z = 250X_1 + 290X_2$$

Subject to :

$$\begin{aligned} 20X_1 + 30X_2 &\leq 3{,}300 \\ 10X_1 + 6X_2 &\leq 1{,}080 \\ 3X_1 + 3X_2 &\leq 360 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นดังกล่าวด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex)

วิธีทำ

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

หลักการจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานกรณี Max, ≤ ทุกข้อ ทำได้ดังนี้

- ให้เติมตัวแปรส่วนขาด (slack variable) โดยการบวกในเงื่อนไขบังคับแล้วเปลี่ยนเงื่อนไขบังคับเป็นเครื่องหมาย =
- นำ + 0S ไปใส่ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- ให้ slack variable ที่เติมเข้าไปมีค่า ≥ 0

ดังนั้นจากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นของปัญหานี้ จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน ได้ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = 250X_1 + 290X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Subject to :

$$\begin{aligned} 20X_1 + 30X_2 + S_1 &= 3{,}300 \\ 10X_1 + 6X_2 + S_2 &= 1{,}080 \\ 3X_1 + 3X_2 + S_3 &= 360 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \\ S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

__ขั้นตอนที่ 2__ การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น

เมื่อจัดตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นไม่ว่าตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจะมีลักษณะใดก็ตาม (จาก 4 ลักษณะดังที่กล่าวมาแล้ว) จะต้องทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

- ตัวแปรมี 2 ประเภท

1) ตัวแปรมูลฐาน (basic variable) คือ ตัวแปรที่มีค่าไม่เป็น 0

2) ตัวแปรอมูลฐาน (nonbasic variable) คือ ตัวแปรที่มีค่าเป็น 0

- ในตารางผลลัพธ์เบื้องต้น (ตารางแรกของการใช้วิธีซิมเพล็กซ์) มีหลักดังนี้

1) จำนวนตัวแปรมูลฐานให้มีเท่ากับจำนวนเงื่อนไขบังคับ (m) และสำหรับตารางอื่นๆ ก็เช่นเดียวกัน

2) จำนวนตัวแปรอมูลฐานให้มีเท่ากับจำนวนแปรทั้งหมด (n) ลบ (-) ด้วยจำนวนเงื่อนไขบังคับทั้งหมด (m) นั่นคือ เท่ากับ $(n-m)$ ตัวสำหรับตารางอื่นๆ ก็เช่นเดียวกัน

3) ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจหรือตัวแปรที่จะต้องหาค่าจะต้องเป็นตัวแปรอมูลฐานในตารางแรก

4) ตัวแปรเทียม (A) ในตารางแรกจะต้องเป็นตัวแปรมูลฐานและตารางสุดท้ายจะต้องเป็นตัวแปรอมูลฐาน

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นตามตัวอย่างที่ 8 หลังจากจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานแล้ว จะได้

n = จำนวนตัวแปรทั้งหมด = 5 ตัว อันได้แก่ X_1, X_2, S_1, S_2, S_3

m = จำนวนเงื่อนไขบังคับ = 3 ข้อ

นั่นคือ จำนวนตัวแปรมูลฐานมี = m ตัว ซึ่งคือ = 3 ตัว

จำนวนตัวแปรอมูลฐานมี = $n-m$ ตัว = 5-3 = 2 ตัว

ตอนนี้เราได้ทราบแล้วว่าจำนวนตัวแปรมูลฐานมี 3 ตัว และจำนวนตัวแปรอมูลฐานมี 2 ตัว ดังนั้นเราจึงพิจารณาต่อไปว่า ในบรรดาตัวแปรทั้งหมด 5 ตัวนั้น $(X_1, X_2, S_1, S_2, S_3)$ ในตารางผลลัพธ์เบื้องต้นหรือตารางแรกนั้น ตัวแปรใดบ้างที่เป็นตัวแปรมูลฐาน และตัวแปรใดบ้างที่เป็นตัวแปรอมูลฐาน ซึ่งจากที่ได้อธิบายไว้ในตอนต้นนั้น ทำให้สามารถสรุปได้ว่า ณ. ตารางผลลัพธ์เบื้องต้นหรือตารางแรกนั้น จำนวนตัวแปรมูลฐาน มี 2 ตัว ได้แก่ ตัวแปรที่จะต้องหาค่า อันได้แก่ X_1 และ X_2 ส่วนตัวแปรอมูลฐานได้แก่ตัวแปรที่เหลือซึ่งมี 3 ตัว คือ S_1, S_2, และ S_3 ซึ่งสามารถกล่าวสรุปซ้ำง่าย ๆ ได้ดังนี้