<u>จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร B</u>

$2X_1 + 2X_2 \leq 30$

ณ. จุด Maximize Z ได้ $X_1 = 9,\ X_2 = 6$

$\therefore\ 2(9) + 2(6) = 18 + 12 = 30$ ชั่วโมง

$\therefore$ เวลาของเครื่องจักร B จะไม่เหลือ $\because 30 - 30 = 0$

<u>จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร C</u>

$4X_1 + 2X_2 \leq 48$

ณ. จุด Maximize Z ได้ $X_1 = 9,\ X_2 = 6$

$\therefore\ 4(9) + 2(6) = 36 + 12 = 48$ ชั่วโมง

$\therefore$ เวลาของเครื่องจักร C จะไม่เหลือ $\because 48 - 48 = 0$

ตัวอย่างที่ 2

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้จากปัญหาของบริษัทผู้ผลิตอาหารสำเร็จรูปตามตัวอย่างที่ 3 ของบทที่ 2 จงทำการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจโดยใช้วิธีกราฟ

วิธีทำ

ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้แล้ว เป็นดังนี้

ให้ X_1 = จำนวนของไข่ที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (หน่วย)

X_2 = จำนวนของเนื้อที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (หน่วย)

Z = ต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (หน่วย)

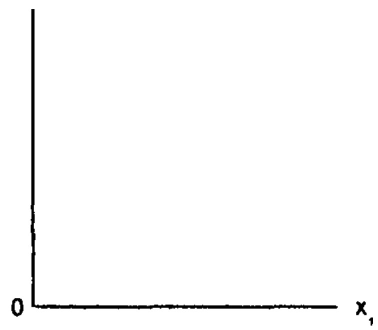
Minimize $Z = 30X_1 + 70X_2$

Subject to:

$$2X_1 + 1X_2 \geq 800$$
$$2X_1 + 3X_2 \geq 1{,}200$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

จะเห็นได้ว่าปัญหานี้เป็นปัญหาค่าต่ำสุด (Minimization) ซึ่งในการหาคำตอบ จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ก็มีขั้นตอนเช่นเดียวกันกับปัญหาหาค่าสูงสุดตามตัวอย่างที่ 1 จะต่างกันก็เฉพาะแต่ในขั้นของการหาผลเฉลยเหมาะที่สุด ในที่นี้จะแสดงและอธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้อย่างละเอียดดังนี้

1. <u>สร้างแกนนอน และแกนตั้งแทนตัวแปรแต่ละตัว</u>



รูปที่ 11 แกนนอนและแกนตั้ง แทนตัวแปรแต่ละตัว

2. <u>ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ</u>

การหาจุด 2 จุด สำหรับการลากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อทำได้ดังนี้

<u>่ นไขบังคับข้อที่ 1</u>

ให้ $2X_1 + 1X_2 = 800$

ถ้า $X_1 = 0 \quad \therefore X_2 = 800$ $\therefore$ ได้จุด (0,800)

ถ้า $X_2 = 0 \quad \therefore X_1 = 800/2 = 400$ $\therefore$ ได้จุด (400, 0)

<u>งื่อนไ บังคับข้อที่</u>

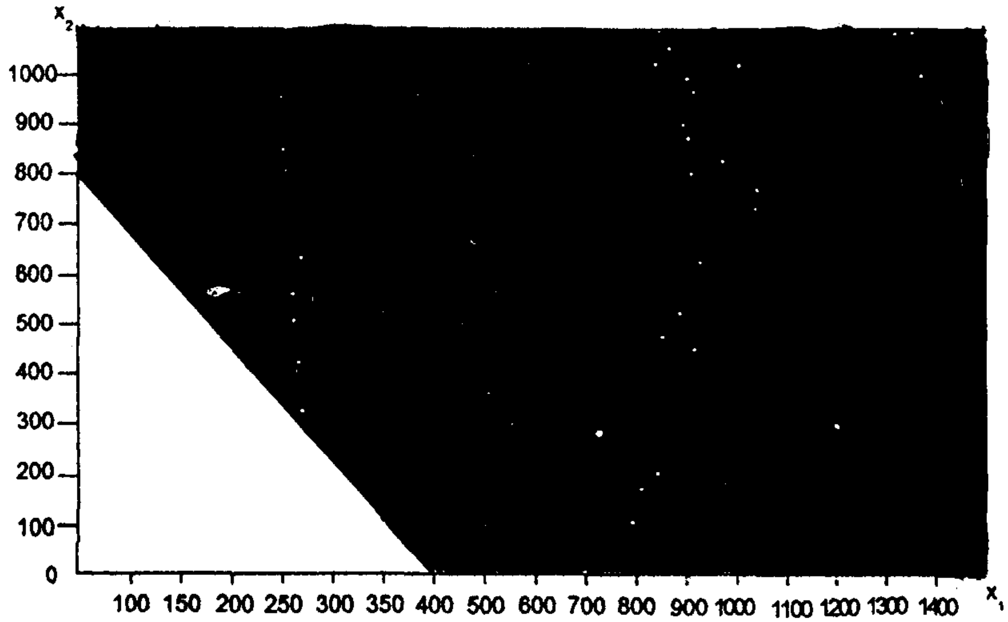
ให้ $2X_1 + 3X_2 = 1{,}200$

ถ้า $X_1 = 0 \quad \therefore X_2 = 1{,}200/3 = 400$ $\therefore$ ได้จุด (0, 400)

ถ้า $X_2 = 0 \quad \therefore X_1 = 1{,}200/2 = 600$ $\therefore$ ได้จุด (600, 0)

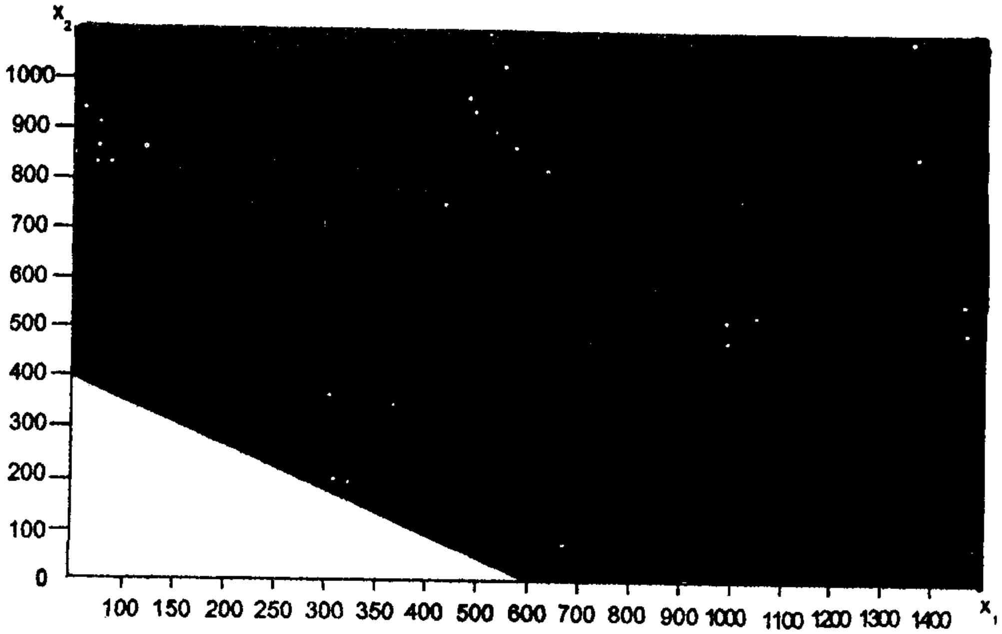
เมื่อเราสามารถหาจุดอย่างน้อย 2 จุด ที่อยู่บนเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแล้วต่อไปก็จะสามารถกำหนดสเกลว่าควรเป็นช่องละเท่าไหร่จึงจะเหมาะสม ในที่นี้สเกลควรเป็นช่องละ 100 ต่อมาก็ทำการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ พร้อมทั้งกำหนดบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งจะกำหนดให้พื้นที่ที่แรเงาเป็นบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งสามารถแสดงสมการเงื่อนไขบังคับพร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1</u>



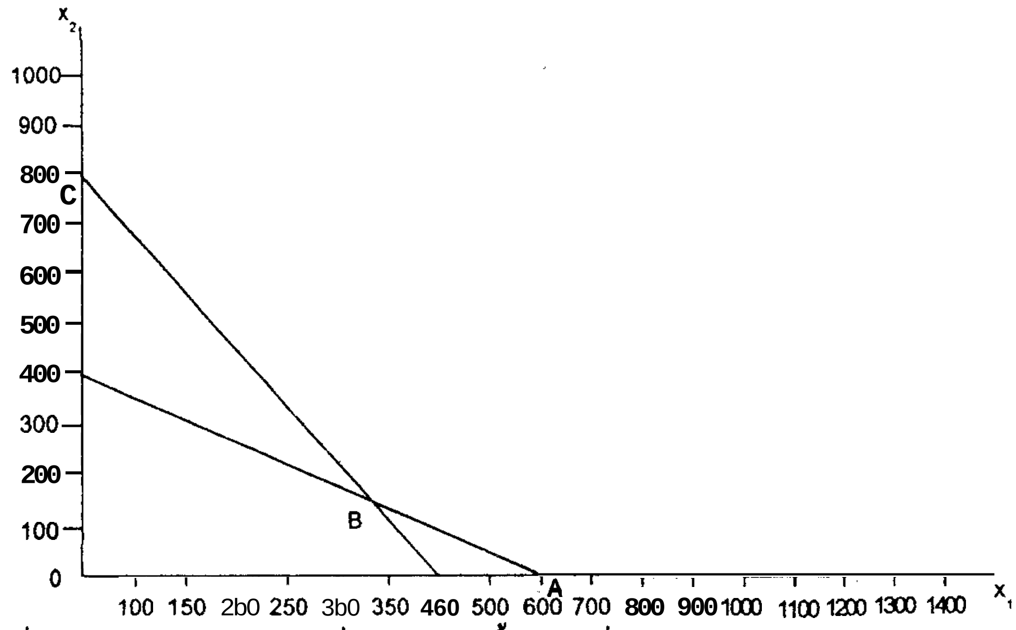
รูปที่ 12 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2



รูปที่ 13 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 นี้

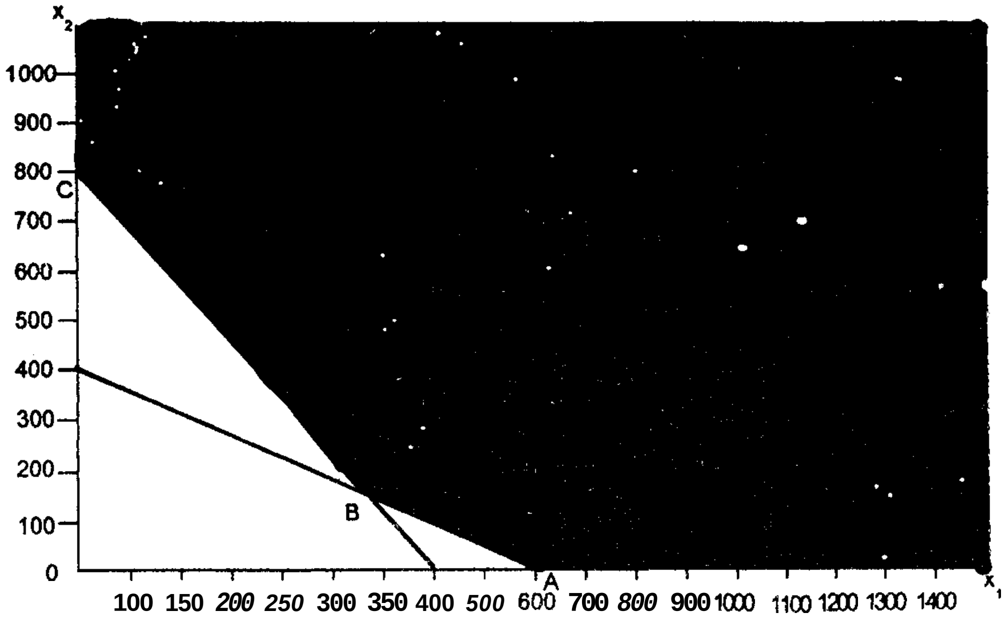
เมื่อลากเส้นตรงสมการเงื่อนไขบังคับ พร้อมทั้งระบุบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อแล้ว ต่อไปจะนำรูปทั้ง 2 รูปข้างต้นเข้ามาเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน โดยยังไม่แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ จะได้รูปดังนี้



รูปที่ 14 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 2 ข้อ เมื่อเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน

3. <u>ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Region)</u>

ในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือพื้นที่ที่แรเงา ซึ่งแสดงได้ตามรูปข้างล่างนี้



รูปที่ 15 บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

4. <u>หาผลเฉลยเหมาะที่สุด</u>

การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดนั้น สามารถทำได้ 2 วิธี ตามที่ได้ศึกษามาแล้วจากตัวอย่างที่ 1 คือ

ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ข. วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ก. <u>วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์</u>

ใช้ขั้นตอนตามที่ได้ศึกษามาจากตัวอย่างที่ 1 ทำการหาผลเฉลยเหมาะที่สุด เพื่อหาคำตอบสำหรับปัญหาตามตัวอย่างที่ 2 ได้ดังนี้

1) ให้ $Z = 42{,}000$

$\therefore 42{,}000 = 30X_1 + 70X_2$

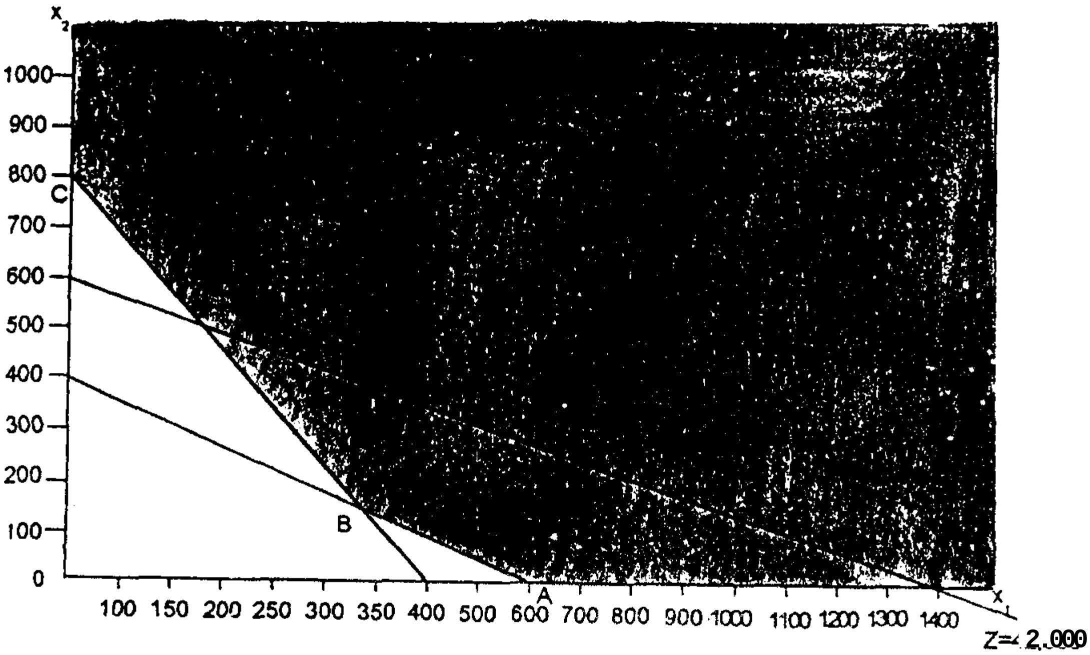
นั่นคือ $30X_1 + 70X_2 = 42{,}000$

2) จาก $30X_1 + 70X_2 = 42,000$

61 $X_1 = 0$ $\therefore X_2 = 42,000/70 = 600$ ... ได้จุด (0,600)

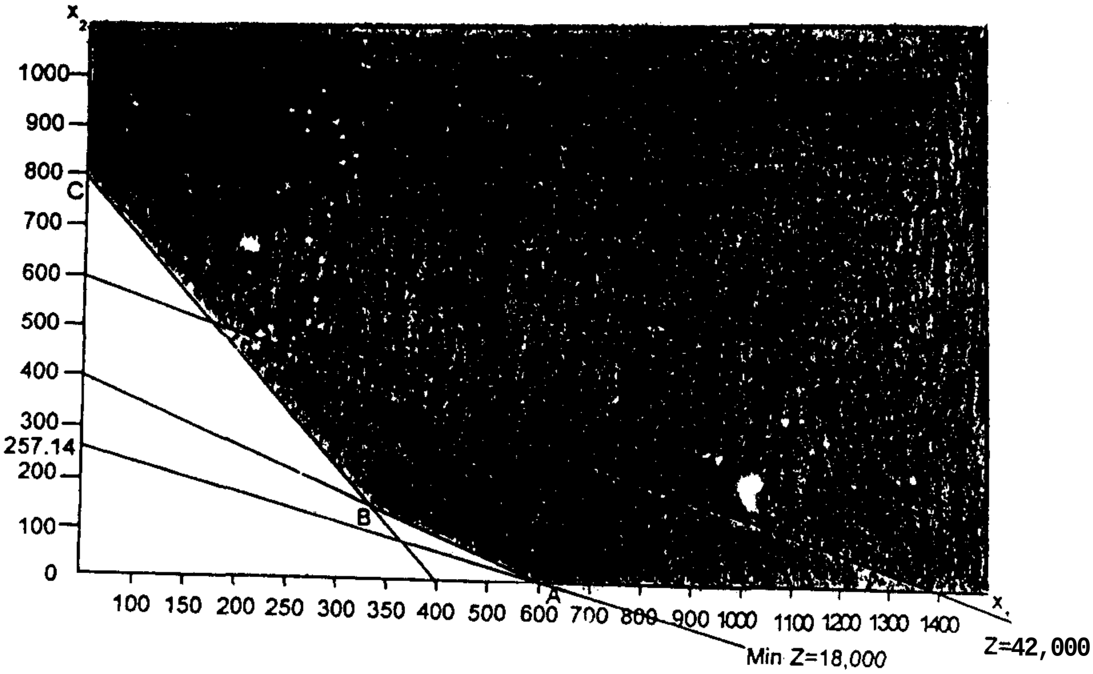
ถ้า $X_2 = 0$ $\therefore X_1 = 42,000/30 = 1,400$ $\therefore$ ได้จุด (1,400 , 0)

ดังนั้น เราสามารถนำจุด 2 จุด ดังกล่าวมาลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ไว้ในกราฟที่ได้ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบไว้แล้วได้ดังนี้



รูปที่ 16 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปเท่ากับ 42,000 บาท

3) จะเห็นได้ว่าในกรณีนี้ เป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้นจึงให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมให้เข้าไปใกล้จุดกำเนิดมากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถแสดงการเลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ขนานกับเส้นเดิมเข้ามาใกล้จุดกำเนิดให้มากที่สุด ได้ดังนี้



รูปที่ 17 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ให้ค่าต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปต่ำสุด

4) จากรูปข้างต้นจะได้ว่าจุด A ให้ค่า Minimize Z

5) ทำการหาค่า (X_1, X_2) ณ จุด A

จากรูปจะเห็นได้ชัดเจนว่าจุด A เป็นจุดเริ่มต้น ณ. แกนนอนของเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 ดังนั้นจึงสามารถอ่านค่า (X_1, X_2) ได้ทันทีโดยไม่ต้องทำการแก้สมการใด ๆ ซึ่งจุด A มีค่า (X_1, X_2) เป็น (600, 0)

นั่นคือ Minimize Z อยู่ที่ $X_1 = 600,\ X_2 = 0$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ Minimize Z} &= 30X_1 + 70X_2 \\ &= (30 \times 600) + (70 \times 0) \\ &= 18{,}000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

∴ ในการผลิตอาหารสำเร็จรูปควรใช้ไข่ 600 หน่วย โดยไม่ต้องใช้เนื้อ และจะทำให้เสียต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปต่ำสุดเป็น 18,000 บาท

ข. หาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

ปัญหาตัวอย่างนี้เป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้น จุดยอดของคำตอบมักจะได้แก่จุดยอดที่อยู่ใกล้จุดกำเนิด (origin) ใช้ขั้นตอนตามที่ได้ศึกษามาจากตัวอย่างที่ 1 ทำการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยการทดสอบจุดยอด เพื่อหาคำตอบสำหรับปัญหาตามตัวอย่างที่ 2 ดังที่จะได้อธิบายในย่อหน้าต่อ ๆ ไป

ในตัวอย่างนี้ บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบมีจุดยอด 3 จุด คือ A, B, และ C ดังนั้นก่อนอื่นเราจะต้องหาค่า (X_1, X_2) ณ จุดทั้ง 3 ดังกล่าว แล้วนำไปแทนค่าในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เพื่อที่จะหาค่า Z แล้วเปรียบเทียบว่า ค่า Z ณ จุดยอดใดที่ให้ค่าต่ำสุด ก็จะได้ว่าจุดยอดนั้นเป็นคำตอบ ซึ่งการหาค่า (X_1, X_2) และ Z แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 2 การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

จุดยอด	ค่า (X_1, X_2)	$Z = 30X_1 + 70X_2$
A	(600, 0)	Z = (30)(600) + (70)(0) = 18,000*
B	(300, 200)	Z = (30)(200) + (70)(800) = 23,000
C	(0, 800)	Z = (30)(0) + (70)(800) = 56,000

หมายเหตุ

- ค่า (X_1, X_2) ณ จุด A และ C สามารถอ่านจากกราฟได้เลย
- ค่า (X_1, X_2) ณ จุด B เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และ 2 ตัดกัน

หาค่า (X_1, X_2) ณ จุด B โดยการแก้สมการ 2 ชั้น ได้ดังนี้

$2X_1 + 1X_2 = 800$ .... (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1)

$2X_1 + 3X_2 = 1,200$ .... (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2)

(2) – (1) $\quad 2X = 400$

$X_2 = 400/2 = 200$

แทนค่า X_2 ใน (1) $2X_2 + 200 = 800$

$2X_1 = 600$

$X_1 = 600/2 = 300$

จากตารางที่ 2 ข้างต้น จะเห็นได้ว่า Minimize Z เกิดที่จุด A โดยมี $X_1 = 600$, $X_2 = 0$ และ Minimize Z = 18,000

นั่นก็คือ ในการผลิตอาหารสำเร็จรูปควรใช้ไข่ 600 หน่วย โดยไม่ต้องใช้เนื้อ และจะทำให้ต้นทุนต่ำที่สุดเป็น 18,000 บาท ซึ่งจะเห็นได้ว่าคำตอบที่ได้ จะเหมือนกันกับคำตอบจากการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

จากตัวอย่างนี้ ถ้ามีคำถามต่อว่า ณ สัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดของไข่และเนื้อที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป อยากทราบว่าอาหารสำเร็จรูป 1 หน่วยที่ได้จากการผลิตจะมีวิตามิน A และวิตามิน B อย่างละกี่หน่วย

สำหรับคำถามนี้เราสามารถหาคำตอบได้โดยการนำจำนวนไข่ (X_1 = 600) และจำนวนเนื้อ (X_2 = 0) ซึ่งเป็นจำนวนสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุด เข้าไปแทนค่าในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับจำนวนวิตามิน A ที่ต้องการ

$2X_1 + X_2 \geq 800$

ณ. จุด Minimize Z ได้ $X_1 = 600, X_2 = 0$

$\therefore (2)(600) + 0 = 1,200$ หน่วย

ดังนั้นสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดเพื่อผลิตอาหารสำเร็จรูปจะให้วิตามิน A จำนวน 1,200 หน่วย ซึ่งสูงกว่าข้อบังคับขั้นต่ำเป็น 400 หน่วย (เกิดจาก 1,200 – 800 = 400)

จากเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับจำนวนวิตามิน B ที่ต้องการ

$2X_1 + 3X_2 \geq 1,200$

ณ. จุด Minimize Z ได้ $X_1 = 600, X_2 = 0$

$\therefore (2)(600) + (3)(0) = 1,200$ หน่วย

ดังนั้นสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดเพื่อผลิตอาหารสำเร็จรูปจะให้วิตามิน B จำนวน 1,200 หน่วย ซึ่งเท่ากับข้อบังคับขั้นต่ำของจำนวนวิตามิน B ที่ต้องการให้มีพอดี

ตัวอย่างที่ 3

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้จากปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ตามตัวอย่างที่ 3 ของบทที่ 2 จงทำการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจโดยใช้วิธีกราฟ

วิธีทำ

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นของปัญหาบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ซึ่งได้เขียนไว้เป็นดังนี้

ให้ X_1 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน (เครื่อง)

X_2 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบพิเศษ (เครื่อง)

Maximize $Z = 250X_1 + 290X_2$

Subject to:

$$
\begin{aligned}
20X_1 + 30X_2 &\leq 3{,}300 \\
10X_1 + 6X_2 &\leq 1{,}080 \\
3X_1 + 3X_2 &\leq 360 \\
X_1, X_2 &\leq 0
\end{aligned}
$$

สำหรับการหาคำตอบของตัวอย่างนี้จะไม่ขอเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบด้วยวิธีกราฟอีกแล้ว เพราะว่าได้อธิบายหลักการหาคำตอบด้วยวิธีกราฟอย่างละเอียดมาแล้วทั้งในปัญหาการหาค่าสูงสุด (Maximization) และปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization) จาก 2 ตัวอย่างแรกมาแล้ว ดังนั้นการหาคำตอบของตัวอย่างนี้จึงทำได้ดังนี้

<u>เงื่อนไข บังคับข้อที่</u>

ให้ $20X_1 + 30X_2 = 3{,}300$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 30X_2 = 3{,}300 \therefore X_2 = 3{,}300130 = 110$ ∴ ได้จุด (0, 110)

ถ้า $X, = 0 \therefore 20X_1 = 3{,}300 \therefore X_1 = 3{,}300/20 = 165$ ∴ ได้จุด (165, 0)

<u>เงื่อนไข บังคับข้อที่ 2</u>

ให้ $10X_1 + 6X_2 = 1{,}080$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 6X_2 = 1.080 \therefore X_2 = 1{,}080/6 = 110$ ∴ ได้จุด (0, 180)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore 10X_1 = 1{,}080 \therefore X, = 1{,}080/10 = 108$ ∴ ได้จุด (108, 0)

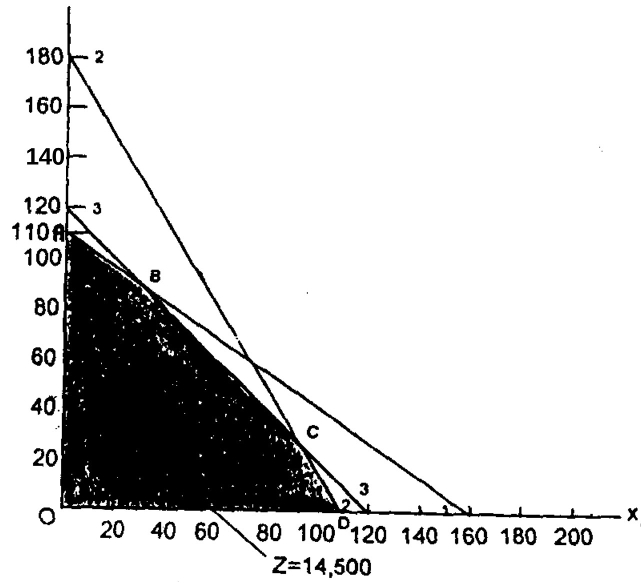
<u>จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3</u>

ให้ $3X_1 + 3X_2 = 360$

ถ้า $X_1 = 0 \quad \therefore 3X_2 = 360 \quad \therefore X_2 = 360/3 = 120 \quad$ ∴ ได้จุด (0, 120)

ถ้า $X_2 = 0 \quad \therefore 3X_1 = 360 \quad \therefore X_1 = 360/3 = 120 \quad$ ∴ ได้จุด (120, 0)

ทำการเขียนกราฟ และระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (feasible region) ได้ดังนี้



รูปที่ 18 แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

จากรูปที่ 18 พบว่าบริเวณพื้นที่ที่เป็นไปได้ของคำตอบ (feasible region) คือ ทุก ๆ จุดบนห้าเหลี่ยมของ OABCD

ทำการหาผลเฉลยเหมาะที่สุด โดยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ได้ดังนี้

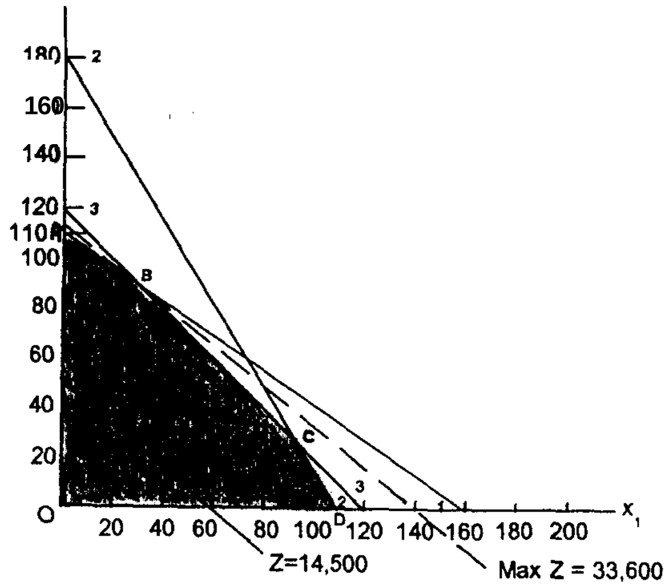
ให้ $Z = 14{,}500$

$\therefore \quad 14{,}500 = 250X_1 + 290X_2$

นั่นคือ $250X_1 + 290X_2 = 14{,}500$

ถ้า $X_1 = 0 \therefore 290X_2 = 14{,}500 \therefore X_2 = 14{,}500/290 = 50$ ∴ ได้จุด (0, 50)

ถ้า $X_2 = 0 \therefore 250X_1 = 14{,}500 \therefore X_1 = 14{,}500/250 = 58$ ∴ ได้จุด (58, 0)



รูปที่ 19 การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยการลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

Max Z เกิดขึ้นที่จุด B จะต้องหาว่า (X_1, X_2) ที่จุด B เป็นเท่าไหร่

จุด B เกิดจากการตัดกันของเส้นขอบเขตเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และข้อที่ 3 ดังนั้นจึงทำการแก้สมการ 2 ชั้น เพื่อหาคำตอบดังนี้

$20X_1 + 30X_2 = 3,300$ .... (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 1)

$3X_1 + 3X_2 = 360$ .... (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 3)

10 x (2) $30X_1 + 30X_2 = 3,600$ .... (3)

(3) – (1) $10X_1 = 300$

$\therefore X_1 = 300/10 = 30$

แทน X_1 ใน (2) $(3 \times 30) + (3)(X_2) = 360$

$90 + 3X_2 = 360$

$3X_2 = 270$

$X_2 = 90$

$\therefore$ ควรผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน = 30 เครื่อง

$\therefore$ ควรผลิตวิทยุแบบพิเศษ = 90 เครื่อง

โดยให้กำไรสูงสุด = (250 x 30) + (290 x 90)

= 33,600 บาท

หรืออาจจะทำการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยการทดสอบจุดยอด ได้ดังนี้

ตารางที่ 3 การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

จุดยอด	ค่าตัวแปร (X_1,X_2)	$Z = 250X_1 + 290X_2$
O	(0,0)	Z = 0
A	(0,110)	Z = (250)(0) + (290)(110) = 31,900
B*	(30,90)	Z = (250)(30) + (290)(90) = 33,600*
C*	(90,30)	Z = (250)(90) + (290)(30) = 31,200
D	(108,0)	Z = (250)(108) + (290)(0) = 27,000

หมายเหตุ

- ค่า (X_1,X_2) ณ. จุด O, A, และ D สามารถอ่านจากกราฟได้เลย
- ค่า (X_1,X_2) ณ. จุด B เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และข้อที่ 3 ตัดกัน
- ค่า (X_1,X_2) ณ. จุด C เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และข้อที่ 3 ตัดกัน

*** หาค่า (X_1,X_2) ณ. จุด B**

ทำได้เช่นเดียวกับที่เคยกล่าวมาแล้วในหัวข้อการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ดังนี้

$20X_1 + 30X_2 = 3,300$ .... (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 1)

$3X_1 + 3X_2 = 360$ .... (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 3)

ได้ $X_1 = 30, \quad X_2 = 90$

$\therefore$ (X_1,X_2) ณ จุด B คือ (30, 90)

*** หาค่า (X_1,X_2) ณ. จุด *C***

จุด C เกิดจากการตัดกันของเส้นเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และ 3 ดังนั้น จึงทำการแก้สมการ 2 ชั้น ดังนี้

$10X_1 + 6X_2 = 1,080$ .... (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 2)

$3X_1 + 3X_2 = 360$ .... (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 3)

2 x (2) $6X_1 + 6X_2 = 720$ .... (3)

(1) – (3) $4X_1 = 360$

$X_1 = 360/4 = 90$

แทน X_1 ใน (2) $(3 \times 90) + (3X_2) = 360$

$$3X_2 = 360 - 270$$

$$3X_2 = 90$$

$$X_2 = 90/3 = 30$$

(X_1, X_2) ณ. จุด C คือ (90,30)

เมื่อเราพิจารณาจากตารางที่ 3 พบว่า ค่า Z สูงที่สุดคือ 33,600 ซึ่งเกิด ณ. จุด B ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ว่า ปัญหานี้มีคำตอบคือ $X_1 = 30$, $X_2 = 90$ โดยมี Maximize Z = 33,600 นั่นคือ บริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ควรใช้เวลาที่เหลืออยู่ ผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน 30 เครื่อง ผลิตวิทยุแบบพิเศษ 90 เครื่อง โดยให้กำไรสูงสุด 33,600 บาท

เมื่อเราได้คำตอบที่ดีที่สุดดังกล่าวข้างต้นแล้ว ถ้ามีคำถามต่อไปว่า ณ. ส่วนประสมการผลิตที่ดีที่สุด อยากทราบว่าเวลาการทำงานของแต่ละแผนกเหลืออยู่หรือไม่ ถ้าเหลือ จะเหลืออยู่เท่าไหร่

<u>จากเงื่อนไขบังคับเวลาการทำงานของแผนกประกอบ</u>

$20X_1 + 30X_2 \quad 3,300$

ณ. จุด Maximize Z ได้ $X_1 = 30$, $X_2 = 90$

$\therefore (20 \times 30) + (30 \times 90) = 600 + 2,700 = 3,300$ นาที

$\therefore$ เวลาของแผนกประกอบจะไม่เหลือ $\because 3,300 - 3,300 = 0$

<u>จากเงื่อนไขบังคับเวลาการทำงานของแผนกทดสอบ</u>

$10X_1 + 6X_2 \quad 1,080$

ณ. จุด Maximize Z ได้ $X_1 = 30$, $X_2 = 90$

$\therefore (10 \times 30) + (6 \times 90) = 300 + 540 = 840$ นาที

$\therefore$ เวลาของแผนกทดสอบจะเหลือ = $1,080 - 840 = 240$ นาที

<u>จากเงื่อนไขบังคับเวลาการทำงานของแผนกบรรจุ</u>

$3X_1 + 3X_2 \quad 360$

ณ. จุด Maximize Z ได้ $X_1 = 30$, $X_2 = 90$

$\therefore (3 \times 30) + (3 \times 90) = 90 + 270 = 360$ นาที

$\therefore$ เวลาของแผนกบรรจุจะไม่เหลือ $\because 360 - 360 = 0$

ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ในการหาคำตอบตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

คำตอบที่ดีที่สุดของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นตามที่ได้อธิบายมาแล้ว เป็นคำตอบที่ดีที่สุดเพียงคำตอบเดียว จะไม่มีคำตอบกรณีอื่นใดที่จะทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดแล้วแต่กรณี แต่ในบางครั้งการหาคำตอบตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นอาจจะให้ลักษณะผลลัพธ์แบบพิเศษอื่น ๆ ได้แก่

1. คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ (alternative solutions)
2. คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (unbounded solution)
3. ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible solution)

นอกจากนี้ ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นอาจมีเงื่อนไขพิเศษรีดันแดนท์ (redundant constraint) ซึ่งจะได้อธิบายในตอนท้ายของหัวข้อนี้

1. <u>คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ (alternative solutions)</u>

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ หมายถึง กรณีที่คำตอบมีหลายชุด นั่นก็คือมีค่าของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจหลายทางเลือก ที่มีผลทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเท่ากัน

ตัวอย่างต่อไปนี้จะเป็นตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่มีคำตอบที่ดีหลายคำตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ด้วยวิธีกราฟ

$$\text{Maximize } Z = 40X_1 + 30X_2$$

Subject to:

$$1X_1 + 2X_2 \leq 400$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 1{,}200$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

<u>วิธีทำ</u>

จากตัวแบบสามารถนำไปเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยปฏิบัติตามขั้นตอนที่ได้ศึกษามาแล้ว ดังนี้