

## บทที่ 3

### การแก้ปัญหากำหนดการแข่งขัน

#### ในบทนี้ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- วิธีการในการแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขัน
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีกราฟ
- ขั้นตอนในการแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีกราฟ
- ตัวอย่างการแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีกราฟ
- ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ในการหาคำตอบดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีกราฟ
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- ขั้นตอนของวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขัน
- การแก้ปัญหาดัวด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ตามลักษณะของดัวแบบกำหนดการแข่งขันในกรณีต่าง ๆ
- การจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันกรณีที่ 1 (Max,  $\leq$  ทุกข้อ) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันกรณีที่ 2 (Min,  $\leq$  ทุกข้อ) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันกรณีที่ 3 (เงื่อนไขบังคับมีเครื่องหมายเป็น  $\geq$ ) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- การแก้ปัญหาดัวแบบกำหนดการแข่งขันกรณีที่ 4 (เงื่อนไขบังคับมีเครื่องหมายเป็น =) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ในการหาคำตอบดัวแบบกำหนดการแข่งขันด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- การหาคำตอบดัวแบบกำหนดการแข่งขันโดยวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์
- ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ในการหาคำตอบดัวแบบกำหนดการแข่งขันโดยวิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์
- แบบฝึกหัด

## บทที่ 3

### การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

จากบทที่ 2 ทำให้เราทราบแล้วว่า ขั้นตอนในการใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนใหญ่ๆ คือ การสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น และการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้ และในบทที่ 2 ก็ได้อธิบายถึงการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมาแล้ว ดังนั้นในบทที่ 3 นี้ ก็จะอธิบายถึงการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้ ซึ่งการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้จะเป็นขั้นตอนที่มีกระบวนการในการแก้ปัญหาที่ชัดเจนและแน่นอนตายตัว ดังนั้นขั้นตอนในการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นนี้จะง่ายกว่าขั้นตอนในการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

### วิธีการในการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

โดยทั่วไปแล้วการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ทำได้ 3 วิธี คือ

- 1) วิธีการฟ
- 2) วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex)
- 3) วิธีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ต่อไปนี้จะอธิบายแต่ละวิธีให้เข้าใจ

### การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการฟ

การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการฟมีลักษณะดังนี้

- จะใช้ได้เฉพาะตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ที่มีตัวแปรต้องตัดสินใจเพียง 2 ตัวเท่านั้น
- ไม่ควรมีเงื่อนไขบังคับมากข้อ
- เป็นวิธีพื้นฐานที่เหมาะสมกับการทำความเข้าใจในเรื่องการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

## ขั้นตอนในการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

ในการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ประกอบด้วยขั้นตอนตามลำดับดังนี้

- 1) สร้างแกนนอนและแกนตั้ง แทนตัวแปรแต่ละตัว
- 2) ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ
- 3) ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (feasible region)
- 4) หาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ซึ่งทำได้ 2 วิธี โดยเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งเท่านั้น คือ
  - ก) วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์
  - ข) วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

## ตัวอย่างการแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

### ตัวอย่างที่ 1

บริษัท อุตสาหกรรมไทย จำกัด ผลิตสินค้า 2 ชนิด คือสินค้า ก. และสินค้า ข. สินค้าทั้ง 2 ชนิด จะต้องผ่านขั้นตอนการผลิตในเครื่องจักรทั้ง 3 เครื่อง คือ เครื่องจักร A, B, และ C โดยในการผลิตสินค้า ก. หนึ่งหน่วย ต้องใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A, B, และ C คือ 2, 2 และ 4 ชั่วโมง ตามลำดับ สำหรับการผลิตสินค้า ข. 1 หน่วย ต้องใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A, B, และ C คือ 3, 2, และ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ

จำนวนชั่วโมงทำงานใน 1 เดือน ที่มีอยู่ของเครื่องจักร A, B, และ C เป็น 42, 30, 48 ชั่วโมง ตามลำดับ

เพื่อประหยัดต้นทุนที่ต่อหน่วย ในการผลิตสินค้า ก. ต้องผลิตอย่างต่ำเดือนละ 2 หน่วย และฝ่ายการตลาดของกิจการได้พยากรณ์ว่าความต้องการสินค้า ข. จะไม่เกิน 10 หน่วย ใน 1 เดือน

บริษัทฯ ต้องการทราบว่าควรจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดตามกำลังการผลิตของเครื่องจักรที่มีอยู่ที่หน่วย จึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด ถ้ากำไรต่อหน่วยของสินค้า ก. และสินค้า ข. เป็น 12 บาท และ 8 บาท ตามลำดับ

## วิธีทำ

ตัวอย่างนี้เป็นปัญหาที่ต้องตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตสินค้าหลายชนิด (product mix problem) และเป็นปัญหาค่าสูงสุด (Maximization)

ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่แสดงปัญหาของ บริษัทอุตสาหกรรมไทย จำกัด เขียนได้ดังนี้

ให้  $X_1$  = จำนวนการผลิตสินค้า ก.

$X_2$  = จำนวนการผลิตสินค้า ข.

$Z$  = กำไรรวมทั้งหมดจากการผลิตสินค้าทั้ง 2 ชนิด

$$\text{Maximize } Z = 12X_1 + 8X_2$$

Subject to:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 42$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 30$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 48$$

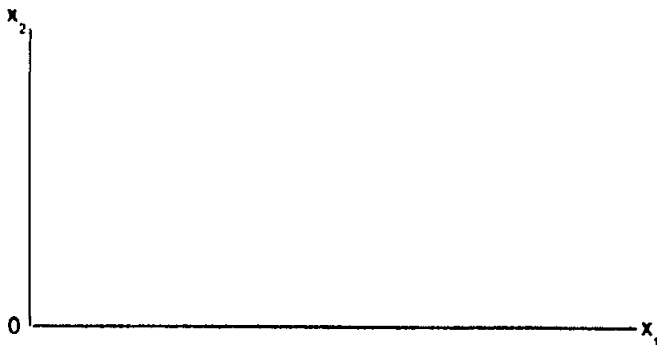
$$X_1 \geq 2$$

$$X_2 \leq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้เขียนไว้ข้างต้น สามารถนำมาหาคำตอบด้วยวิธีกราฟ ตามขั้นตอนซึ่งจะแสดงและจะอธิบายอย่างละเอียด ดังต่อไปนี้

### 1. สร้างเส้นแกนนอนและแกนตั้งแทนตัวแปรแต่ละตัว



สำหรับการกำหนดสเกลของแกนนอนและแกนตั้งที่ได้สร้างไว้แล้วนั้น ควรกำหนดหลังจากที่ทราบว่า มีจุดตัดแกนนอน และจุดตัดแกนตั้งสำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ที่ค่าอะไรบ้างเสียก่อน นั่นคือควรทราบว่าสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อนั้น มีจุดบนแกนนอน หรือจุดบนแกนตั้งที่ค่าอะไรบ้างทั้งนี้เพื่อประโยชน์ในการเขียนกราฟ

## 2. ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ

ในการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับนี้ จะต้องหาจุดอย่างน้อย 2 จุด สำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อเสียก่อน ซึ่งแสดงการหาจุด 2 จุด สำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

### จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

$$\text{ให้ } 2X_1 + 3X_2 = 42$$

$$\text{ถ้า } X_1 = 0 \quad \therefore X_2 = 42/3 = 14 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,14)$$

$$\text{ถ้า } X_2 = 0 \quad \therefore X_1 = 42/2 = 21 \quad \therefore \text{ได้จุด } (21,0)$$

### จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2

$$\text{ให้ } 2X_1 + 2X_2 = 30$$

$$\text{ถ้า } X_1 = 0 \quad \therefore X_2 = 30/2 = 15 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,15)$$

$$\text{ถ้า } X_2 = 0 \quad \therefore X_1 = 30/2 = 15 \quad \therefore \text{ได้จุด } (15,0)$$

### จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3

$$\text{ให้ } 4X_1 + 2X_2 = 48$$

$$\text{ถ้า } X_1 = 0 \quad \therefore X_2 = 48/2 = 24 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,24)$$

$$\text{ถ้า } X_2 = 0 \quad \therefore X_1 = 48/4 = 12 \quad \therefore \text{ได้จุด } (12,0)$$

### จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4

$$\text{ให้ } X_1 = 2$$

$$\therefore \text{จะได้ } X_1 = 2 \text{ สำหรับทุกๆ ค่าของ } X_2$$

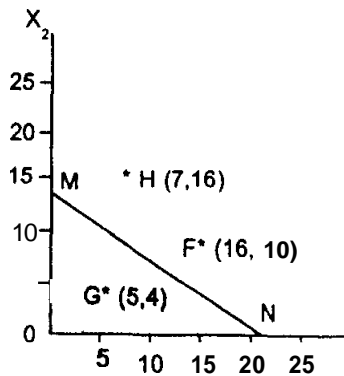
### จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5

$$\text{ให้ } X_2 = 10$$

$$\therefore \text{จะได้ } X_2 = 10 \text{ สำหรับทุกๆ ค่าของ } X_1$$

เมื่อเราสามารถหาจุดอย่างน้อย 2 จุดที่อยู่บนเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแล้ว ต่อไปเราก็สามารถกำหนดสเกลว่าควรเป็นช่องละเท่าไรจึงจะเหมาะสม ในที่นี้สเกลควรเป็นช่องละ 1 ต่อมาเราก็ทำการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อจากจุดต่างๆที่หาค่ามาได้พร้อมทั้งกำหนดบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ในที่นี้จะกำหนดให้พื้นที่ที่แรเงาเป็นบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งสามารถแสดงเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับพร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1



รูปที่ 2 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 นี้

จากทุกจุดบนเส้นตรง MN ให้ค่า  $2X_1 + 3X_2$  เท่ากับ 42 แต่ที่จริงแล้ว เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 มีเครื่องหมาย  $\leq$  ดังนั้นพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 นี้ จะมีใช้เพียงบนเส้นตรง MN เท่านั้น การจะหาว่าพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 นั้นอยู่ด้านซ้าย หรือด้านขวาของเส้นตรง MN ทำได้โดยการทดสอบ เช่น กำหนดจุด F อยู่บนเส้นตรง MN มีค่า  $X_1 = 6$ , ค่า  $X_2 = 10$  จุด G อยู่ด้านซ้ายมือของเส้นตรง MN มีค่า  $X_1 = 5$ , ค่า  $X_2 = 4$  และจุด H อยู่ด้านขวามือของเส้นตรง MN มีค่า  $X_1 = 7$ , ค่า  $X_2 = 16$

แทนค่า  $X_1$  และ  $X_2$  ของแต่ละจุดลงในสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ;  $2X_1 + 3X_2 \leq 42$  ได้ผล  
ดังนี้

จุด F ( $X_1 = 6, X_2 = 10$ ) ;  $2(6) + 3(10) = 42$  สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ

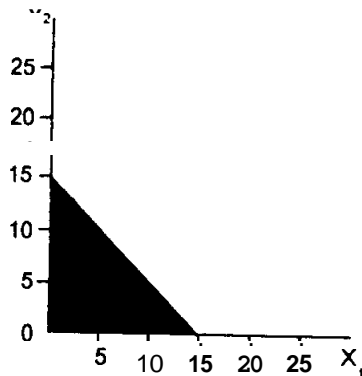
จุด G ( $X_1 = 5, X_2 = 4$ ) ;  $2(5) + 3(4) = 22$  สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ

จุด H ( $X_1 = 7, X_2 = 16$ ) ;  $2(7) + 3(16) = 62$  ขัดแย้งกับเงื่อนไขบังคับ

แสดงว่าทุกจุดบนเส้นตรง MN และจุดใดๆ ที่อยู่ด้านซ้ายมือของเส้นตรง MN หรือนั้นก็คือ  
พื้นที่ที่แรเงารูปสามเหลี่ยม OMN เป็นพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

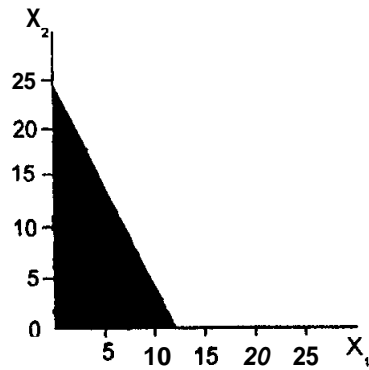
เราสามารถลากเส้นตรง สมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และแสดงพื้นที่ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข  
บังคับนั้น ได้ด้วยวิธีเดียวกันกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ซึ่งจะพิจารณาเป็นลำดับๆ ไปได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2



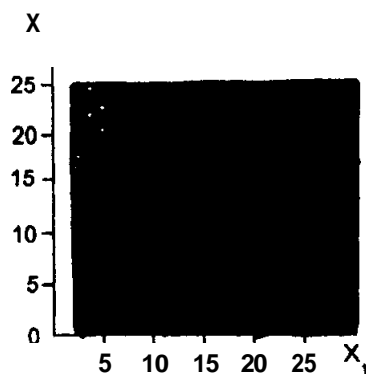
รูปที่ 3 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไข  
บังคับข้อที่ 2 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3



รูปที่ 4 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3 นี้

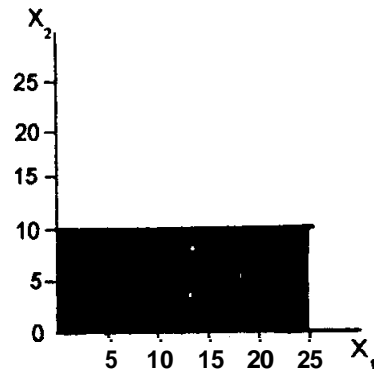
จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4



รูปที่ 5 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 นี้

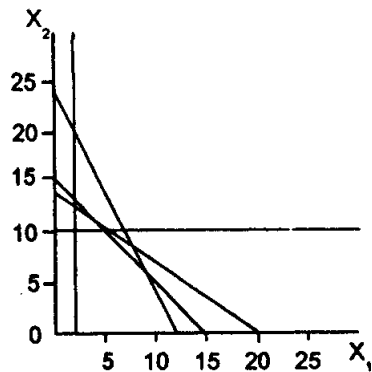


จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5



รูปที่ 6 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5 นี้

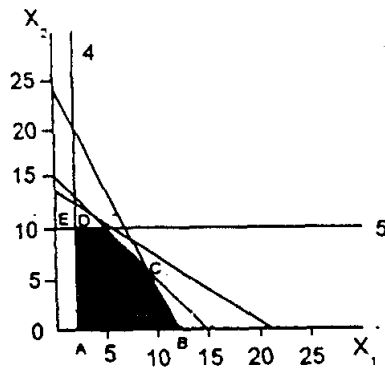
เมื่อลากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 5 ข้อดังกล่าวไว้ในกราฟรูปเดียวกัน โดยยังไม่แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ จะได้รูปดังนี้



รูปที่ 7 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 5 ข้อ เมื่อเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน

### 3. ระบบบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Region)

บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ หมายถึง พื้นที่ที่แสดงถึงจุดต่างๆ ซึ่งสามารถมีโอกาสเป็นคำตอบได้ นั่นคือจุดเหล่านั้นจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทุกข้อ เพราะฉะนั้นในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือพื้นที่ในรูปห้าเหลี่ยม ABCDE ดังที่ได้เรเงาไว้ในรูปที่ 8



รูปที่ 8 บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

### 4. หาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดคือจุดใดจุดหนึ่ง หรือหลายจุดก็ได้ ที่อยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ และสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทุกข้อ พร้อมทั้งสามารถบรรลุดตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหา ซึ่งการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ข. วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ต่อไปนี้จะแสดงการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ในแต่ละวิธีดังกล่าว

ก. การหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์  
มีขั้นตอนดังนี้

1) สมมติค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งเป็นค่า  $Z$  ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (ควรสมมติค่าที่สัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองตัวในฟังก์ชันวัตถุประสงค์หารได้ลงตัว)

2) ลากเส้นตรงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยหลักการเดียวกันกับการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ นั่นคือ จะต้องหาจุดอย่างน้อย 2 จุด ที่ผ่านเส้นตรงแสดงฟังก์ชันวัตถุประสงค์นั่นเอง

3) แบ่งพิจารณาได้ 2 กรณี คือ

3.1) ถ้าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด (Maximize) ให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปห่างจากจุดกำเนิด (origin) ให้มากที่สุดโดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

3.2) ถ้าเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimize) ให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมเข้าไปใกล้จุดกำเนิด (origin) ให้มากที่สุดโดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

4) ระบุจุดที่ให้คำตอบที่ดีที่สุด

5) หาค่าคำตอบที่ดีที่สุดของจุดในข้อ 4) ซึ่งอาจจะใช้การแก้สมการ 2 ชั้นเข้าช่วย ถ้าไม่สามารถอ่านค่าโดยตรงจากกราฟได้

ในที่นี้ จะแสดงการใช้วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เพื่อหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดตามลำดับขั้นดังนี้

1) ให้  $Z = 96$

$$\therefore 96 = 12X_1 + 8X_2$$

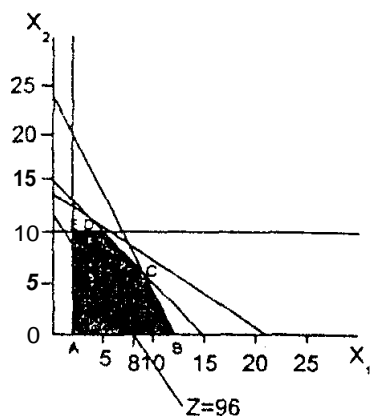
นั่นคือ  $12X_1 + 8X_2 = 96$

2) จาก  $12X_1 + 8X_2 = 96$

ถ้า  $X_1 = 0$   $\therefore X_2 = 96/8 = 12$   $\therefore$  ได้จุด (0,12)

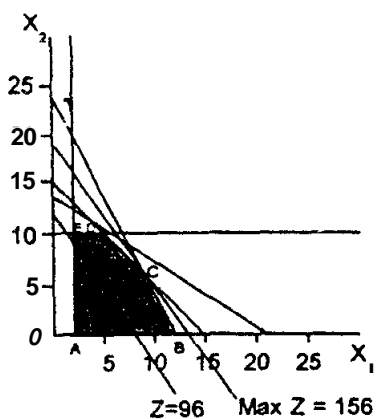
ถ้า  $X_2 = 0$   $\therefore X_1 = 96/12 = 8$   $\therefore$  ได้จุด (8,0)

ดังนั้นเราสามารถนำจุด 2 จุดดังกล่าวมาลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ลงในกราฟที่ได้ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบไว้แล้วได้ดังนี้



รูปที่ 9 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีค่ารวมเท่ากับ 96 บาท

3) จะเห็นได้ว่าในกรณีนี้เข้าข่ายข้อ 3.1 เพราะว่าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด (Maximization) ดังนั้นจึงให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปให้ห่างจากจุดกำเนิด (origin) ให้มากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถแสดงการเลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปให้มากที่สุด ได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 10 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ให้ค่ากำไรสูงสุด หรือให้ค่า Maximize Z

4) จากรูปข้างต้นจะได้ว่าจุด C จะให้ค่า Maximize Z

5) ทำการหาค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุด C

จะเห็นได้ว่าจากรูปข้างต้น จุด C เกิดจากการตัดกันของเส้นตรงแสดงขอบเขตของเงื่อนไขบังคับ ข้อที่ 2 กับข้อที่ 3 จึงนำสมการเงื่อนไขบังคับดังกล่าวมาแก้สมการได้ดังนี้

$$2X_1 + 2X_2 = 30 \quad \dots\dots\dots(1) \text{ (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2)}$$

$$4X_1 + 2X_2 = 48 \quad \dots\dots\dots(2) \text{ (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3)}$$

$$(2) - (1) \quad 2X_1 = 18$$

$$\therefore X_1 = 9$$

$$\text{แทนค่า } X_1 \text{ ใน (1)} \quad (2 \times 9) + 2X_2 = 30$$

$$2X_2 = 30 - 18 = 12$$

$$X_2 = 12/2 = 6$$

$$\therefore \text{จุด C คือ } (9, 6)$$

สรุป

Maximize Z อยู่ที่  $X_1 = 9, X_2 = 6$

โดย Maximize Z =  $(12 \times 9) + (8 \times 6)$

$$= 156 \text{ บาท}$$

$\therefore$  ใน 1 เดือน โรงงานควรผลิตสินค้า ก. 9 หน่วย สินค้า ข. 6 หน่วย โดยได้กำไรสูงสุด 156 บาท

ข. การหาเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

แนวความคิดในการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีนี้คือ คำตอบของปัญหามักจะอยู่ที่จุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบ โดย

- ถ้าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด (Maximization) จุดยอดของคำตอบมักจะได้แก่จุดยอดที่ห่างจากจุดกำเนิด (origin)

- ถ้าเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimization) จุดยอดของคำตอบมักจะได้แก่จุดยอดที่อยู่ใกล้จุดกำเนิด (origin)

โดยขั้นตอนในการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด มีดังนี้

1) หาว่า จุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบ (feasible region) มีทั้งหมดกี่จุด และอยู่ที่จุดใดบ้าง

2) หาค่า  $(X_1, X_2)$  ของแต่ละจุดยอด

3) หาค่า  $Z$  ของแต่ละจุดยอด

4) พิจารณาว่าจุดยอดใดให้ค่า Maximize  $Z$  หรือ Minimize  $Z$  แล้วแต่กรณี จากตัวอย่างนี้จะพบว่าจุดยอดมีทั้งหมด 5 จุด ดังนั้นเราจะต้องหาค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุดยอดทั้ง 5 แล้วนำค่า  $(X_1, X_2)$  ของแต่ละจุดยอดมาทำการหาค่า  $Z$  ซึ่งจะได้ค่า  $(X_1, X_2)$  และค่า  $Z$  ของแต่ละจุดยอดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 การหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

จุดยอด	ค่า $(X_1, X_2)$	$Z = 12X_1 + 8X_2$
A	(2, 0)	$Z = (12)(2) + (8)(0) = 24$
B	(12, 0)	$Z = (12)(12) + (8)(0) = 144$
C	(9, 6)	$Z = (12)(9) + (8)(6) = 156^*$
D	(5, 10)	$Z = (12)(5) + (8)(10) = 140$
E	(2, 10)	$Z = (12)(2) + (8)(10) = 104$

#### หมายเหตุ

- ค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุด A และ B สามารถอ่านจากกราฟได้เลย
- ค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุด C เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และ 3 ตัดกัน
- ค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุด D เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และ 5 ตัดกัน
- ค่า  $(X_1, X_2)$  ณ จุด E เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 และ 5 ตัดกัน หรือสามารถอ่านจากกราฟได้ทันที

$(X_1, X_2)$  ณ จุด C หาได้เช่นเดียวกับที่เคยกล่าวไว้แล้วในหัวข้อการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันจุดประสงค์

หา  $(X_1, X_2)$  ณ จุด D ได้โดยการแก้สมการ 2 ชั้น ดังนี้

$$2X_1 + 2X_2 = 30 \quad \dots\dots\dots(1) \text{ (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2)}$$

$$X_2 = 10 \quad \dots\dots\dots(2) \text{ (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5)}$$

$$2X_1 + 20 = 30$$

$$2X_1 = 10$$

$$X_1 = 5$$

$$\therefore \text{01 จุด D } X_1 = 5, X_2 = 10$$

$(X_1, X_2)$  ณ จุด E สามารถอ่านได้จากกราฟ ได้ดังนี้  $X_1 = 2$  (จากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4) และ  $X_2 = 10$  (จากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5)

เมื่อเราพิจารณาจากตารางที่ 8 พบว่าค่า  $Z$  สูงที่สุด คือ 156 ซึ่งเกิด ณ จุดยอด C ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ว่า ปัญหานี้มีคำตอบคือ  $X_1 = 9, X_2 = 6$  โดยมีค่า Maximize  $Z = 156$  นั่นคือใน 1 เดือน โรงงานควรผลิตสินค้า ก. 9 หน่วย สินค้า ข. 6 หน่วย โดยได้กำไรสูงสุด 156 บาท

ดังนั้นจึงเห็นได้ว่า ไม่ว่าเราจะใช้วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ หรือใช้วิธีทดสอบจุดยอดเพื่อทำการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด เราก็จะได้คำตอบที่เหมือนกัน ดังนั้นเราจึงเลือกใช้เพียงวิธีใดวิธีหนึ่งก็พอ ไม่ต้องใช้ทั้งสองวิธี โดยจะใช้วิธีใดนั้นขึ้นอยู่กับความถนัดของแต่ละคน เมื่อเราได้คำตอบที่ดีที่สุดดังกล่าวข้างต้นแล้ว ถ้ามีคำถามต่อไปว่า ณ ส่วนประสมการผลิตที่ดีที่สุด อยากทราบว่าชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง เหลืออยู่หรือไม่ ถ้าเหลือเหลืออยู่เท่าไร

จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร A

$$2X_1 + 3X_2 \leq 42$$

ณ. จุด Maximize  $Z$  ได้  $X_1 = 9, X_2 = 6$

$$\therefore 2(9) + 3(6) = 18 + 18 = 36 \text{ ชั่วโมง}$$

$$\therefore \text{เวลาของเครื่องจักร A เหลือ} = 42 - 36 = 6 \text{ ชั่วโมง}$$