บทที่ 2
กำหนดการเชิงเส้น

ในบทนี้ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น
- ลักษณะปัญหาที่ใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ
- ตัวอย่างปัญหาที่ใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ
- ขั้นตอนในการใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ
- การสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น
- ตัวอย่างการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาลักษณะต่าง ๆ
- สมมุติฐานของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น
- แบบฝึกหัด

บทที่ 2
กำหนดการเชิงเส้น

การตัดสินใจจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดของธุรกิจ ซึ่งได้แก่ คน เงินทุน วัสดุ วัตถุดิบ เครื่องจักร ไปใช้ให้เกิดประโยชน์เพื่อบรรลุเป้าหมายที่วางไว้นั้น เป็นหน้าที่สำคัญอย่างหนึ่งของผู้บริหารธุรกิจ เครื่องมือเชิงปริมาณที่สำคัญที่ช่วยผู้บริหารตัดสินใจในปัญหาดังกล่าว คือกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ซึ่งกำหนดการเชิงเส้นสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวางแผนและการตัดสินใจในหน้าที่หลักทางธุรกิจทุกด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านการผลิต การตลาด การเงินและการบัญชี หรือด้านการบริหารทรัพยากรมนุษย์

ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming หรือเรียกสั้นๆ ว่า "LP") คือ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นในองค์การเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดตามเป้าหมายที่ตั้งไว้และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่มีอยู่ในปัญหานั้นๆ โดยที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในเป้าหมายและในเงื่อนไขของปัญหาจะอยู่ในรูปเส้นตรง

ลักษณะปัญหาที่ใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ

ลักษณะปัญหาที่ใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ ส่วนใหญ่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด โดยมีจุดมุ่งหมายให้เกิดประโยชน์สูงสุดหรือเสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด นอกจากนั้นยังอาจใช้กับปัญหาอื่นๆ ได้อีก เช่น ปัญหาการกำหนดส่วนผสม ปัญหาการขนส่ง และปัญหาการกำหนดงาน เป็นต้น

ตัวอย่างปัญหาที่ใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ

ตัวอย่างที่ 1

บริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด มีเวลาเหลืออยู่ในแต่ละแผนกดังนี้

- แผนกประกอบ มีเวลาเหลือ 55 ชม. หรือ 3,300 นาที
- แผนกทดสอบ มีเวลาเหลือ 18 ชม. หรือ 1,080 นาที
- แผนกบรรจุ มีเวลาเหลือ 6 ชม. หรือ 360 นาที

ทางบริษัทกำลังตัดสินใจว่าจะใช้เวลาของแต่ละแผนกที่เหลืออยู่นี้ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานและแบบพิเศษอย่างละกี่หน่วย จึงจะทำให้ได้กำไรสูงสุด ทางบริษัทได้ทำการหาข้อมูลเพิ่มเติมได้ดังนี้

- กำไรของวิทยุแบบมาตรฐาน เป็น 250 บาท/เครื่อง
- กำไรของวิทยุแบบพิเศษ เป็น 290 บาท/เครื่อง

เวลาที่ใช้ในการผลิตวิทยุ 1 เครื่อง เป็นดังนี้

แผนก	แบบมาตรฐาน (นาที)	แบบพิเศษ (นาที)
ประกอบ	20	30
ทดสอบ	10	6
บรรจุ	3	3

จากตัวอย่างข้างต้นทำการลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบ

จากตัวอย่างข้างต้นต้องการตัดสินใจว่าควรจะผลิตวิทยุแบบมาตรฐานและแบบพิเศษอย่างละกี่เครื่อง จึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด ดังนั้นปัญหานี้จึงเป็นปัญหาที่ต้องตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตสินค้าหลายชนิด (Product Mix Problem) เนื่องจากตอนนี้เรายังไม่มีความรู้ในการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่จะทำการตัดสินใจปัญหาลักษณะนี้ ดังนั้นเราจึงใช้วิธีทำการลองผิดลองถูก โดยการกำหนดทางเลือกในการตัดสินใจขึ้นมาแล้วพิจารณาว่าทางเลือกที่กำหนดขึ้นมานี้ สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ และถ้าทางเลือกใดสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา เราก็จะคำนวณหาว่าทางเลือกนี้จะให้กำไรเท่าไหร่ แล้วทำการเปรียบเทียบกำไรของแต่ละทางเลือก และจะเลือกทางเลือกที่ให้กำไรสูงสุด โดยแสดงได้ดังนี้

ทางเลือกที่ 1 ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานอย่างเดียวต้องผลิต 108 เครื่อง หาได้จาก

- แผนกประกอบจะประกอบแบบมาตรฐาน ได้ $= \frac{3,300}{20} = 165$ เครื่อง
- แผนกทดสอบจะทดสอบแบบมาตรฐาน ได้ $= \frac{1,080}{10} = 108^{*}$ เครื่อง
- แผนกบรรจุจะบรรจุแบบมาตรฐาน ได้ $= \frac{360}{3} = 120$ เครื่อง

$\therefore$ กำไรของทางเลือกนี้ $= 108 \times 250 = 27,0000$ บาท

ทางเลือกที่ 2 ผลิตวิทยุแบบพิเศษอย่างเดียวจะผลิตได้ 110 เครื่อง ซึ่งหาได้จาก

- แผนกประกอบจะประกอบแบบพิเศษ ได้ $= \frac{3,300}{30} = 110^{*}$ เครื่อง
- แผนกทดสอบจะทดสอบแบบพิเศษ ได้ $= \frac{1,080}{6} = 180$ เครื่อง

– แผนกบรรจุจะบรรจุแบบพิเศษ ได้ $= \frac{360}{3} = 120$ เครื่อง

$\therefore$ กำไรของทางเลือกนี้ $= 110 \times 290 = 31{,}9000$ บาท

ทางเลือกที่ 3 ผลิตแบบมาตรฐาน 40 เครื่อง และผลิตแบบพิเศษ 80 เครื่อง

ตรวจสอบเงื่อนไขบังคับของทางเลือกนี้

– แผนกประกอบใช้เวลาทั้งสิ้น

$= (40 \times 20) + (80 \times 30)$

$= 800 + 2{,}400 = 3{,}200 < 3{,}300$

แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเวลาแผนกประกอบ

– แผนกทดสอบใช้เวลาทั้งสิ้น

$= (40 \times 10) + (80 \times 6)$

$= 400 + 480 = 880 < 1{,}080$

แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเวลาแผนกทดสอบ

– แผนกบรรจุใช้เวลาทั้งสิ้น

$= (40 \times 3) + (80 \times 3)$

$= 120 + 240 = 360$

แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของเวลาแผนกบรรจุ

$\therefore$ กำไรของทางเลือกนี้ $= (40 \times 250) + (80 \times 290)$

$= 33{,}200$ บาท

จากที่ได้แสดงมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า เรากำหนดทางเลือกเพียง 3 ทางเลือกเท่านั้น ในความเป็นจริงแล้ว ทางเลือกสำหรับการตัดสินใจของตัวอย่างนี้มีมากมาย ดังนั้นเราจะเสียเวลาในการกำหนดทางเลือก โดยการตรวจสอบว่าทางเลือกที่ได้กำหนดขึ้นนี้อยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับครบทั้ง 3 ข้อหรือไม่ และเราจะต้องเสียเวลาในการคำนวณหากำไรของแต่ละทางเลือก ซึ่งจำนวนทางเลือกมีมากมาย ดังนั้นจึงมีการคิดตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ขึ้นมา เพื่อช่วยหาคำตอบของปัญหาในลักษณะดังกล่าว

ขั้นตอนในการใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ

การใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจ ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ 2 ขั้นตอน คือ

1. **การสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น**
2. **การแก้ปัญหาตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้ในขั้นตอนที่ 1**

การสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

ในการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจะต้องทำความเข้าใจกับโครงสร้างของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นเสียก่อน ซึ่งตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมีโครงสร้างประกอบด้วย 4 อย่าง ดังนี้คือ

1. ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (dicision variable)

ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ คือ สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์หรือคำตอบ มักนิยมกำหนดให้เป็นอักษร เช่น X_1 , X_2 เป็น

จากตัวอย่างที่ 1 ปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด สามารถกำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ดังนี้

ให้ X_1 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบมาตราฐาน (เครื่อง)

X_2 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบพิเศษ (เครื่อง)

2. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function)

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจะต้องมีลักษณะดังนี้

- มีวัตถุประสงค์เดียว
- อาจจะเป็นเป้าหมายการหาค่าสูงสุด (Maximize) หรือการหาค่าต่ำสุด (Minimize) อย่างใดอย่างหนึ่ง
- ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต้องเป็นเส้นตรง

รูปแบบทั่วไปของฟังก์นวัตถุประสงค์ แสดงได้ดังนี้

Maximize $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$

หรือ Minimize $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$

โดยให้

Z = ผลรวมของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

C_j = สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ j ซึ่งอาจหมายถึงกำไรต่อหน่วยหรือต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ

จากตัวอย่างที่ 1 ปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด สามารถสร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ดังนี้

ให้ Z = จำนวนของกำไรรวมจากการผลิตวิทยุทั้งสองแบบ (บาท)

Maximize $Z = 250X_1 + 290X_2$

3. เงื่อนไขบังคับ (constraint)

เงื่อนไขบังคับ คือ สมการหรืออสมการที่แสดงถึงขีดจำกัดด้านทรัพยากรความต้องการหรือเงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา โดยมีความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อเป็นเส้นตรง

รูปแบบทั่วไปของเงื่อนไขบังคับ แสดงได้ดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_m$$

โดยที่ a_{ij} คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวที่ j ในเงื่อนไขบังคับข้อที่ i ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่แสดงอัตราการใช้ทรัพยากร

b_i คือ ค่าทางขวามือของเงื่อนไขบังคับข้อที่ i ซึ่งเป็นค่าคงที่ ที่แสดงจำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ ความต้องการหรือเงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา

a_{ij} และ b_i จะต้องมีหน่วยเหมือนกัน เช่น เป็นนาทีเหมือนกัน กิโลกรัมเหมือนกัน

จากตัวอย่างที่ 1 ปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด สามารถสร้างเงื่อนไขบังคับของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ทั้งหมด 3 ข้อ ดังนี้

แผนกประกอบ $20X_1 + 30X_2 \leq 3,300$

แผนกทดสอบ $10X_1 + 6X_2 \leq 1,080$

แผนกบรรจุ $3X_1 + 3X_2 \leq 360$

หมายเหตุ ค่าคงที่ทางขวามือของเงื่อนไขบังคับ สำหรับแผนกประกอบเป็น 3,300 นาที ไม่ใช้ 55 ชั่วโมง สำหรับแผนกทดสอบเป็น 1,080 นาที ไม่ใช้ 18 ชั่วโมง สำหรับแผนกบรรจุเป็น 360 นาที ไม่ใช้ 6 ชั่วโมง ทั้งนี้เนื่องจากต้องการให้มีหน่วยเป็นนาทีเหมือนกับ หน่วยเป็นนาทีของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจในเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อดังกล่าว

4. ข้อจำกัด (restriction)

ข้อจำกัด แสดงถึงเงื่อนไขของผลลัพธ์ที่ได้ว่าของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (decision variable) ทุกตัวจะต้องมีค่าไม่ติดลบ คือ $X_j \geq 0$ $(j = 1, 2, \ldots\ldots, n)$

จากตัวอย่างที่ 1 ปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด สามารถกำหนดของจำกัดของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ดังนี้

$$X_1, X_2 \geq 0$$

จากที่กล่าวมาทั้งหมดเราสามารถสรุปโครงสร้างของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ดังนี้

ให้ $X_1 =$ จำนวนของ.................

$X_2 =$ จำนวนของ.................

$\vdots$

$X_n =$ จำนวนของ................

$Z =$ จำนวนของ................

Maximize $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots . + C_nX_n$

(or Maximize)

Subject to:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots . + a_{1n}x_n \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots . + a_{2n}x_n \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_{12} \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots . + a_{mn}x_m \leq \text{ หรือ } \geq \text{ หรือ } = b_m \end{array}$$

$$x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_n \geq 0$$

โดยให้

$x_j =$ ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

$Z =$ ผลรวมของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$C_j =$ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ j ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$a_{ij} =$ อัตราการใช้ทรัพยากรของตัวแปรที่ j ในเงื่อนไขบังคับข้อที่ i

$b_i =$ จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ ความต้องการหรือเงื่อนไขต่างๆ ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ I

จากตัวอย่างที่ 1 ปัญหาของบริษัท พัฒนาอุตสาหกรรม จำกัด ซึ่งได้อธิบายองค์ประกอบของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ทั้ง 4 อย่างมาแล้วข้างต้น ดังนั้นในที่นี้จึงสามารถเขียนตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นเข้าไว้ด้วยกันในที่ๆ เดียวกัน จะได้ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ดังนี้

ให้ X_1 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน (เครื่อง)

X_2 = จำนวนการผลิตวิทยุแบบพิเศษ (เครื่อง)

Z = กำไรรวมในการผลิตวิทยุทั้ง 2 แบบ (บาท)

Maximize $Z = 250X_1 + 290X_2$

Subject to:

$$20X_1 + 30X_2 \leq 3{,}300$$
$$10X_1 + 6X_2 \leq 1{,}080$$
$$3X_1 + 3X_2 \leq 360$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

ตัวอย่างการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาลักษณะต่างๆ

ในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างต่างๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงการสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจากปัญหาลักษณะต่างๆ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 2 ปัญหาการจัดสรร (allocation problem)

นาย A มีเงิน 1,500,000 บาท ต้องการนำเอาเงินจำนวนนี้ทั้งหมดไปลงทุน โดยชนิดของการลงทุนและผลตอบแทนเป็นดังนี้

ชนิดของการลงทุน	ผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ
ฝากธนาคารประเภทประจำ	7% ต่อปี
ซื้อตั๋วสัญญาใช้เงินกับบริษัทเงินทุน	9.5% ต่อปี
ซื้อหุ้นของบริษัทต่างๆ	13% ต่อปี
ซื้อทองมาเก็บไว้	4% ต่อปี

เพื่อเป็นการกระจายความเสี่ยงนาย A ตั้งใจว่า

- จะฝากธนาคารเป็นเงินไม่ต่ำกว่า 500,000 บาท
- ซื้อทองไม่ต่ำกว่า 100,000 บาท

- จำนวนเงินที่ฝากธนาคารและซื้อทองรวมกันไม่ควรเกิน 1,000,000 บาท
- ซื้อตั๋วสัญญาใช้เงินไม่เกิน 500,000 บาท
- ซื้อหุ้นไม่เกิน 300,000 บาท
- จำนวนเงินที่ซื้อตั๋วสัญญาใช้เงินและซื้อหุ้นรวมกันไม่ควรเกิน 700,000 บาท

จากข้อมูลข้างต้นให้ทำการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์เพื่อช่วยนาย A ทำการตัดสินใจว่าควรจะลงทุนในทางเลือกใดบ้างและลงทุนในแต่ละทางเลือกดังกล่าวมากน้อยเท่าไหร่ (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบที่ได้สร้างไว้)

วิธีทำ

ให้ X_1 = จำนวนเงินที่จะนำไปฝากธนาคารประเภทประจำ (บาท)

X_2 = จำนวนเงินที่จะนำไปซื้อตั๋วสัญญาใช้เงินกับบริษัทเงินทุน (บาท)

X_3 = จำนวนเงินที่นำออกไปซื้อหุ้นบริษัทต่างๆ (บาท)

X_1 = จำนวนเงินที่จะนำไปซื้อทอง (บาท)

Z = จำนวนผลตอบแทนจากการลงทุนที่จะได้รับทั้งหมด (บาท)

Maximize $Z = 0.07X_1 + 0.095X_2 + 0.13X_3 + 0.04X_4$

Subject to:

$$
\begin{aligned}
X_1 &\geq 500{,}000 \\
X_4 &\geq 100{,}000 \\
X_1 + X_4 &\leq 1{,}000{,}000 \\
X_2 &\leq 500{,}000 \\
X_3 &\leq 300{,}000 \\
X_2 + X_3 &\leq 700{,}000 \\
X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 1{,}500{,}000 \\
X_1, X_2, X_3, X_4 &\geq 0
\end{aligned}
$$

ตัวอย่างที่ 3 ปัญหาการกำหนดส่วนผสม (blending problem)

สมมติว่ากิจการแห่งหนึ่งต้องการผลิตอาหารสำเร็จรูปออกจำหน่าย อาหารสำเร็จรูปที่ผลิตจะต้องประกอบด้วยวิตามิน A อย่างน้อย 800 หน่วย และวิตามิน B อย่างน้อย 1,200 หน่วย การผลิตอาหารสำเร็จรูปจะต้องใช้ไข่หรือเนื้ออย่างใดอย่างหนึ่งหรืออาจจะให้ทั้งไข่และเนื้อ ก็ได้ ไข่ 1 หน่วย ให้วิตามิน A 2 หน่วย และให้วิตามิน B 2 หน่วย เนื้อ 1 หน่วย ให้วิตามิน A 1 หน่วย และให้วิตามิน B 3 หน่วย ต้นทุนไข่ 1 หน่วยเท่ากับ 30 บาท ต้นทุนเนื้อ 1 หน่วยเท่ากับ 70 บาท ต้องการ

ทราบส่วนผสมของไข่หรือเนื้อที่จะผลิตอาหารสำเร็จรูปให้ได้ต้นทุนต่ำสุด (หรือนั่นก็คือ ต้องการทราบว่าในการผลิตอาหารสำเร็จรูปให้ได้ต้นทุนต่ำสุดควรใช้ไข่หรือเนื้อกี่หน่วย)

วิธีทำ

ให้ X_1 = จำนวนหน่วยของไข่ที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (หน่วย)

X_2 = จำนวนหน่วยของเนื้อที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (หน่วย)

Z = ต้นทุนรวมที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป (บาท)

Minimize $Z = 30X_1 + 70X_2$

Subject to:

$$2X_1 + 1X_2 \geq 800$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 1,200$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ตัวอย่างที่ 4 ปัญหาการขนส่ง (transpontation problem)

บริษัทผู้ผลิตสินค้าแห่งหนึ่งมีโรงงานผลิต 2 แห่ง สินค้าที่ผลิตได้จากโรงงานทั้งสองแห่งจะถูกส่งไปเก็บที่คลังสินค้าของบริษัท ซึ่งมีอยู่ 3 แห่ง เพื่อรอจัดส่งให้ลูกค้าต่อไป ถ้าโรงงานแห่งแรกผลิตสินค้าได้วันละ 2,500 หน่วย โรงงานแห่งที่สองผลิตสินค้าได้วันละ 3,500 หน่วย ส่วนคลังสินค้าทั้ง 3 แห่งนั้น สามารถเก็บสินค้าได้เต็มที่แห่งละ 2,000 หน่วย 3,000 หน่วย และ 1,000 หน่วย ตามลำดับ ในการส่งสินค้าจากโรงงานทั้งสองแห่งไปยังคลังสินค้าต่างๆ จะเสียค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่างกัน ดังนี้

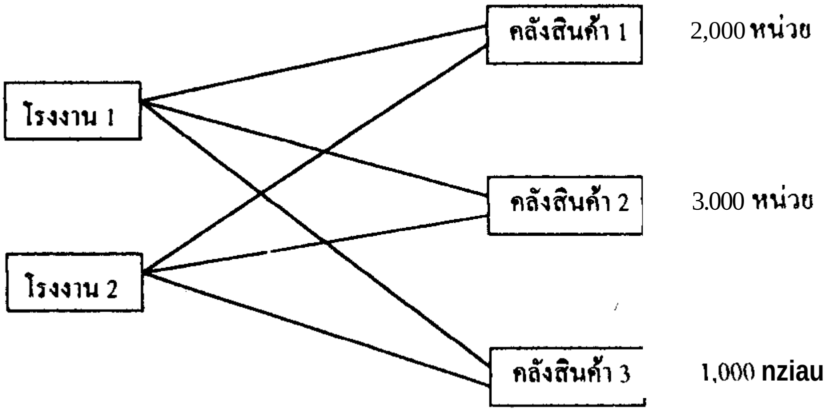
ตารางแสดงค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้า (บาท/หน่วย)

ถึง / จาก	คลังสินค้าที่ 1	คลังสินค้าที่ 2	คลังสินค้าที่ 3
โรงงานที่ 1	1.5	2	4
โรงงานที่ 2	2.5	0.5	3

บริษัทควรจัดส่งสินค้าจากโรงงานทั้งสองแห่ง ไปยังคลังสินค้าทั้งสามแห่งอย่างไร จึงจะเหมาะสมที่สุด โดยโรงงานแต่ละโรงจะต้องส่งสินค้าให้หมด และคลังสินค้าแต่ละแห่งจะต้องเก็บสินค้าให้ได้ตามความต้องการ ให้ทำการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ เพื่อตัดสินใจปัญหานี้โดยไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบที่ได้สร้างไว้

วิธีทำ

อนึ่งปัญหาตามตัวอย่างที่ 4 นี้ เป็นปัญหาเฉพาะด้านที่นำกำหนดการเชิงเส้นประยุกต์ใช้ในการตัดสินใจ เพื่อที่จะทำให้การสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นทำได้ง่ายขึ้น เราอาจจะสรุปลักษณะของปัญหานี้ ได้ดังนี้



สิ่งที่บริษัทต้องการทราบ คือ จำนวนสินค้าที่จะส่งจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าทั้ง 3 แห่ง และจำนวนสินค้าที่จะส่งจากโรงงานที่ 2 ไปยังคลังสินค้าทั้ง 3 แห่ง ซึ่งจำนวนการจัดสรรการขนส่งสินค้าจากโรงงานไปยังคลังสินค้าดังกล่าวนั้นจะต้องก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้ารวมต่ำสุด และโรงงานแต่ละโรงจะต้องส่งสินค้าให้ครบทั้งหมด และคลังสินค้าแต่ละแห่งจะต้องเก็บสินค้าให้เต็มที่ตามความต้องการ

จากลักษณะปัญหาข้างต้น สามารถสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้

ให้ X_1 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าที่ 1

X_2 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าที่ 2

X_3 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าที่ 3

X_4 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 2 ไปยังคลังสินค้าที่ 1

X_5 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 2 ไปยังคลังสินค้าที่ 2

X_6 = จำนวนสินค้าส่งจากโรงงานที่ 2 ไปยังคลังสินค้าที่ 3

Minimize $Z = 1.5X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2.5X_4 + 0.5X_5 + 3X_6$

Subject to:

$X_1 + X_2 + X_3 = 2,500$

$X_4 + X_5 + X_6 = 3,500$

$X_1 + X_4 = 2,000$

$$X_2 + X_5 = 3,000$$

$$X_3 + X_6 = 1,000$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \angle 0$$

ตัวอย่างที่ 5 ปัญหาการกำหนดงาน (assignment problem)

บริษัทสอบบัญชีแห่งหนึ่งกำลังพิจารณาจัดผู้สอบบัญชี 3 คน เพื่อตรวจสอบบัญชีของลูกค้าใน เขตต่างๆ 3 เขต โดยให้ผู้ตรวจสอบบัญชีแต่ละคนตรวจสอบบัญชีคนละเขต ผู้ตรวจสอบบัญชีแต่ละคน มีค่าใช้จ่ายในการตรวจงานต่างกันในเขตดังตารางข้างล่าง เช่น ถ้าส่ง น.ส. A ไปตรวจสอบเขต 2 เสีย ค่าใช้จ่าย 3,000 บาท

ค่าใช้จ่ายในการตรวจงาน ('00 บาท)

ผู้สอบบัญชี \ เขต	1	2	3
น.ส. A	40	30	62
น.ส. B	34	32	66
น.ส. C	36	38	54

ทางบริษัทสอบบัญชีแห่งนี้ควรมอบหมายงานให้สอบบัญชีทั้ง 3 คน อย่างไรจึงเหมาะสมที่สุด หรือนั่นก็คือควรมอบหมายงานให้ผู้สอบบัญชีแต่ละคนตรวจงานในเขตใด จึงจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดในการตรวจงานของบริษัทต่ำสุด

วิธีทำ

อนึ่งปัญหาตามตัวอย่างที่ 5 นี้ เป็นปัญหาเฉพาะด้านที่นำกำหนดการเชิงเส้นมาประยุกต์ใช้ในการตัดสินใจสิ่งที่ต้องตระหนักไว้ในปัญหาการกำหนดงานก็คือ ตัวแปรในการกำหนดงานจะมีค่าเป็น 0 หรือ 1 เท่านั้น กล่าวคือ ถ้าผลลัพธ์ให้ค่าตัวแปรเป็น 1 แสดงว่ามีการมอบหมายงานนั้น แต่ถ้าผลลัพธ์ให้ค่าตัวแปรเป็น 0 แสดงว่าไม่มีการมอบหมายงานนั้น โดยมีเงื่อนไขว่าพนักงานแต่ละคนต้องทำงานเพียงงานเดียว เช่น น.ส. A จะตรวจสอบบัญชีทั้งเขต 1 และเขต 2 ด้วยไม่ได้ เป็นต้น และงานแต่ละงานจะต้องมอบหมายให้พนักงานคนเดียวเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ถ้าให้ น.ส. B ตรวจสอบบัญชีเขต 3 แล้วจะต้องไม่ส่ง น.ส. A หรือ น.ส. C มาตรวจสอบบัญชีเขตนี้อีกไม่ได้

ดังนั้นจากหลักเกณฑ์และเงื่อนไขต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น สามารถสร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ได้ดังนี้

ให้ X_{A1} = การมอบหมายให้นส. A ทำการสอบบัญชีเขตที่ 1

X_{A2} = การมอบหมายให้นส. A ทำการสอบบัญชีเขตที่ 2

X_{A3} = การมอบหมายให้นส. A ทำการสอบบัญชีเขตที่ 3

X_{B1} = การมอบหมายให้นส. B ทำการสอบบัญชีเขตที่ 1

X_{B2} = การมอบหมายให้นส. B ทำการสอบบัญชีเขตที่ 2

X_{B3} = การมอบหมายให้นส. B ทำการสอบบัญชีเขตที่ 3

X_{C1} = การมอบหมายให้นส. C ทำการสอบบัญชีเขตที่ 1

X_{C2} = การมอบหมายให้นส. C ทำการสอบบัญชีเขตที่ 2

X_{C3} = การมอบหมายให้นส. C ทำการสอบบัญชีเขตที่ 3

Z = ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดในการตรวจงานของบริษัท

$$\text{Minimize } Z = 40X_{A1} + 30X_{A2} + 62X_{A3} + 34X_{B1} + 32X_{B2} + 66X_{B3} + 36X_{C1} + 38X_{C2} + 54X_{C3}$$

Subject to:

$$\left.\begin{aligned} X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} &= 1 \\ X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} &= 1 \\ X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} &= 1 \end{aligned}\right\} \text{พนักงานสอบบัญชีที่มีอยู่}$$

$$\left.\begin{aligned} X_{A1} + X_{B1} + X_{C1} &= 1 \\ X_{A2} + X_{B2} + X_{C2} &= 1 \\ X_{A3} + X_{B3} + X_{C3} &= 1 \end{aligned}\right\} \text{ความต้องการของเขตต่างๆ}$$

$$X_{A1}, X_{A2}, \ldots, X_{C3} = 0 \text{ หรือ } 1$$

สมมุติฐานของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

การที่จะนำตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นไปใช้เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจควรที่จะต้องทราบถึงสมมุติฐานที่สำคัญบางประการของกำหนดการเชิงเส้นของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น

1. ความสัมพันธ์เชิงเส้น (linearity)

สมมุติฐานข้อนี้หมายความว่าตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ จะต้องมีความสัมพันธ์ที่คงที่ ตัวแปรในตัวแบบจะต้องยกกำลังหนึ่งเท่านั้น สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์และในเงื่อนไขบังคับจะมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง เช่น ในการผลิตสินค้า ก. 1 หน่วย ต้องใช้แรงงาน 20 ชั่วโมงต่อหน่วย เมื่อเพิ่มการผลิตสินค้า ก. เป็น 100 หน่วย แรงงานที่ใช้ยังคงเท่ากับ 20 ชั่วโมง

ต่อหน่วยในทำนองเดียวกัน กำไรต่อหน่วยสินค้า ก. เท่ากับ 200 บาท เมื่อผลิตสินค้า ก. 100 หน่วย กำไรต่อหน่วยของสินค้า ก. ยังคงเท่ากับ 200 บาท

ในกรณีที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ไม่เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นดังกล่าว อาจใช้วิธีการคำนวณวิธีอื่น เช่น quadratic programming หรือ nonlinear programming

2. กำหนดค่าได้แน่นอน (deterministic)

ข้อมูลต่างๆ ภายในตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นสามารถทราบค่าได้แน่นอน กล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงที่ทุกตัวในตัวแบบตั้งสมมุติว่าเป็นค่าที่รู้ได้ล่วงหน้าและกำหนดได้อย่างแน่นอนไม่เปลี่ยนแปลง เช่น กำไรหรือต้นทุนต่อหน่วย อัตราการใช้ทรัพยากรในการผลิตสินค้าต่อหน่วยและปริมาณทรัพยากรแต่ละชนิดที่มีอยู่

ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงที่ไม่สามารถกำหนดได้อย่างแนนอน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากไม่มีข้อมูล ข้อมูลไม่เพียงพอหรือลักษณะของข้อมูลสามารถกำหนดได้แต่ต้องใช้ความน่าจะเป็น (probability) ปัญหาลักษณะนี้อาจใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์เทคนิคอื่น เช่น stochastic หรือ probabilistic model

3. บวกเข้าด้วยกันได้ (additivity)

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขบังคับของตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น เกิดจากการรวมกิจกรรมต่างๆ เข้าด้วยกัน เช่น ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ คือ Maximize $Z = 4X_1 + 6X_2$ หมายถึง การผลิตสินค้าชนิดแรกจำนวน X_1 หน่วย มีกำไรต่อหน่วย 4 บาท กำไรที่ได้จากการผลิตสินค้าชนิดแรกเท่ากับ $4X_1$ บาท ธุรกิจยังมีการผลิตสินค้าชนิดที่สองอีกด้วย โดยมีปริมาณการผลิตสินค้าชนิดที่สอง X_2 หน่วย มีกำไรต่อหน่วย 6 บาท กำไรที่ได้รับจากการผลิตสินค้าชนิดที่สองเท่ากับ $6X_2$ บาท กำไรทั้งหมดของธุรกิจเกิดจากผลรวมของกำไรจากการผลิตสินค้าทั้งสองชนิด คือ $4X_1 + 6X_2$

4. สามารถแบ่งแยกได้ (divisbility)

ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นมีสมมุติฐานว่าปัจจัยการผลิตและผลผลิตสามารถแบ่งแยกเป็นส่วนย่อยๆ ได้ ซึ่งหมายถึงคำตอบของปัญหากำหนดการเชิงเส้นอาจมีค่าเป็นเศษส่วนหรือทศนิยมได้ เช่น $X_1 = 12.5$ คำตอบที่ได้ไม่จำเป็นเลขจำนวนเต็ม เว้นแต่ปัญหาบางลักษณะที่คำตอบจะต้องเป็นเลขจำนวนเต็มเท่านั้น เช่น จำนวนการผลิตเครื่องจักร จำนวนคนงาน สำหรับกรณีเช่นนี้จะใช้วิธีกำหนดเลขจำนวนเต็ม (integer programming)

5. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เดียว (Single Objective)

ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นจะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพียงฟังก์ชันเดียวเท่านั้น ในกรณีที่ธุรกิจมีวัตถุประสงค์มากกว่าหนึ่งวัตถุประสงค์ สามารถแก้ปัญหาได้โดยการใช้กำหนดการเป้าหมาย (gol programming)

แบบฝึกหัด

ข้อ 1 กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) คืออะไร ขั้นตอนในการใช้กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจประกอบด้วยกี่ขั้นตอน อะไรบ้าง

ข้อ 2 โครงสร้างของกำหนดการเชิงเส้นประกอบด้วยกี่อย่าง อะไรบ้าง จงอธิบาย

ข้อ 3 ในการผลิตสินค้า 2 ชนิด ชนิดที่หนึ่งได้กำไร 4 บาทต่อชิ้น ในขณะที่ชนิดที่สองสามารถทำกำไร 10 บาทต่อชิ้น สินค้าชนิดที่หนึ่งแต่ละชิ้นต้องใช้เวลาผลิต 6 ชั่วโมงและใช้วัตถุดิบ 10 ส่วน ส่วนชนิดที่สองแต่ละชิ้นใช้เวลาผลิต 8 ชั่วโมง และวัตถุดิบ 14 ส่วน ข้อกำหนดเวลาทำงานมีอย่างมากที่สุด 400 ชั่วโมง และมีวัตถุดิบเหลืออยู่เพียง 600 ส่วน โดยสินค้าชนิดที่หนึ่งมีความต้องการของตลาดไม่น้อยกว่า 40 ชิ้น จงสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะตัดสินใจว่าควรจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดกี่ชิ้น จึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 4 บริษัทผลิตเข็มขัดหนังทำการผลิตเข็มขัดสองชนิดคือ ชนิดคุณภาพสูงและชนิดคุณภาพต่ำ ชนิดคุณภาพสูงจะขายได้กำไร 8 บาท ต่อเส้น แต่ต้องใช้เวลาในการทำเป็นสองเท่าของเข็มขัดชนิดคุณภาพต่ำ ซึ่งได้กำไรเพียงเส้นละ 6 บาท ถ้าบริษัททำการผลิตเข็มขัดชนิดคุณภาพต่ำอย่างเดียว ผลิตได้วันหนึ่งๆ เพียง 2,000 เส้น ถ้าจะทำทั้ง 2 ชนิด บริษัทจะมีหนังทำเข็มขัดได้เพียงวันละ 1,600 เส้นเท่านั้น นอกจากนี้หัวเข็มขัดชนิดคุณภาพดีทำได้วันละ 800 อัน และสำหรับชนิดคุณภาพต่ำทำได้เพียงวันละ 1,400 อัน บริษัทจะต้องผลิตเข็มขัดทั้งสองชนิดอย่างละเท่าใด จึงจะได้กำไรสูงสุด ให้สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์แทนปัญหานี้ (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 5 บริษัท เลิศการค้า จำกัด ทำการผลิตผลิตภัณฑ์สามชนิด ผลกำไรต่อหน่วยจากผลิตภัณฑ์แต่ละชนิด ปรากฏดังนี้ ชนิดที่ 1 เป็น 9 บาทต่อหน่วย ชนิดที่ 2 เป็น 6 บาทต่อหน่วย ชนิดที่ 3 เป็น 12 บาทต่อหน่วย ผลิตภัณฑ์แต่ละชนิดทำจากวัตถุดิบสามชนิด จำนวนวัตถุดิบที่ต้องใช้ในการผลิต ปรากฏดังนี้

	วัตถุดิบ ชนิดที่ 1	วัตถุดิบ ชนิดที่ 2	วัตถุดิบ ชนิดที่ 3
ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 1 ต้องใช้	4 ปอนด์ / หน่วย	8 ปอนด์ / หน่วย	5 ปอนด์ / หน่วย
ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 2 ต้องใช้	3 ปอนด์ / หน่วย	6 ปอนด์ / หน่วย	6 ปอนด์ / หน่วย
ผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 3 ต้องใช้	6 ปอนด์ / หน่วย	12 ปอนด์ / หน่วย	6 ปอนด์ / หน่วย
จำนวนวัตถุดิบที่มีอยู่ทั้งสิ้น	480 ปอนด์	480 ปอนด์	600 ปอนด์

จงสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะตัดสินใจว่าควรจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดกี่หน่วย จึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 6 ในการผลิตน้ำมัน 3 เกรด คือ A, B และ C โดยน้ำมันแต่ละเกรดดังกล่าวจะผลิตจากส่วนผสมชนิดใดชนิดหนึ่งจากส่วนผสม 4 ชนิด โดยมีข้อมูลพอสรุปได้ดังนี้

ส่วนผสมชนิดที่	จำนวนที่จัดหาได้ (บาเรล/วัน)	ราคา (คอลลาร์/บาเรล)
1	3,000	3
2	2,000	6
3	4,000	4
4	1,000	5

น้ำมันเกรด	ราคาขาย (คอลลาร์/บาเรล)
A	5.50
B	4.50
C	3.50

น้ำมันเกรด A	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 1	ไม่เกิน	30%
น้ำมันเกรด A	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 2	ไม่น้อยกว่า	40%
น้ำมันเกรด A	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 3	ไม่เกิน	50%
น้ำมันเกรด B	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 1	ไม่เกิน	50%
น้ำมันเกรด B	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 2	ไม่น้อยกว่า	10%
น้ำมันเกรด C	ประกอบด้วยส่วนผสมชนิดที่ 1	ไม่เกิน	70%

จงสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะตัดสินใจว่า ในการผลิตน้ำมันทั้งสามเกรด จะผลิตอย่างไรจึงจะมีกำไรสูงสุด (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 7 โรงงานอาหารทะเลแช่แข็ง อร่อยซีฟู้ด ได้รับคำสั่งซื้อกุ้งแช่แข็งบรรจุกล่องจากประเทศฝรั่งเศส งวดประจำเดือนมีนาคม เป็นจำนวนทั้งสิ้น 200 ตัน แต่เนื่องจากเป็นระยะที่กุ้งขาดตลาด โรงงานสามารถจัดหากุ้งมาบรรจุได้เพียง 30 ตัน จึงตกลงกับลูกค้าให้ใช้หอยเชลล์และปลาหมึกเป็นส่วนผสมแทน โดยกำหนดให้มีคุณค่าทางอาหารตรงตามความต้องการของลูกค้า ซึ่งมีข้อกำหนดดังต่อไปนี้

1) ใน 1 กล่อง ต้องมีโปรตีนไม่ต่ำกว่า 20%
2) มีแคลเซียม อย่างน้อย 32% แต่ไม่เกิน 50%
3) อาหารทะเลแต่ละกล่อง จะต้องมีวิตามินอย่างน้อย 4%
4) ถ้าใน 1 กล่อง มีปลาหมึก 30% ต้องมีกุ้งอย่างน้อย 20%
5) กำหนดให้ 1 กล่อง มีน้ำหนัก 1 กิโลกรัม

สำหรับราคาและสารอาหารในกุ้ง ปลาหมึก และหอยเชลล์ มีดังนี้

	ปริมาณสารอาหาร (%)			ราคา	
	โปรตีน	แคลเซียม	วิตามิน	บาท/กิโลกรัม	บาท/กรัม
กุ้ง	22	29	5	160	0.16
ปลาหมึก	17	34	3	70	0.07
หอยเชลล์	31	55	4	200	0.20

ทำอย่างไรทางโรงงานอาหารทะเล อร่อยซีฟู้ด จึงจะมีต้นทุนในการผสมอาหารทะเลแช่เข็งต่ำที่สุด โดยมีปริมาณสารอาหารและเงื่อนไขต่างๆ ครบตามข้อกำหนด จงสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว โดยไม่ต้องหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้

ข้อ 8 บริษัทผลิตยาสระผมแห่งหนึ่งต้องการวางแผนโฆษณาสำหรับเดือนหน้า โดยมีงบประมาณ 200,000 บาท ฝ่ายการตลาดได้ตัดสินใจเลือกสื่อโฆษณา ได้แก่ นิตยสาร ทีวี และวิทยุ โดยมีรายละเอียดดังนี้

สื่อโฆษณา	ค่าใช้จ่ายในการโฆษณา 1 ครั้ง (บาท)	จำนวนลูกค้าที่คาดว่าจะได้รับชม/ฟัง/อ่าน ต่อการโฆษณา 1 ครั้ง (คน)
ทีวี	18,000	700,000
วิทยุ	3,500	8,000
นิตยสาร	10,000	95,000

สำหรับนิตยสารเป็นนิตยสารรายสัปดาห์ และทางฝ่ายการตลาดพิจารณาแล้วว่า ไม่ควรโฆษณาเกินกว่า 1 หน้า ในนิตยสารฉบับเดียวกัน ส่วนสถานีวิทยุเหลือเวลาให้โฆษณา 15 ครั้ง (ครั้งละ 1 นาที) แต่ทางบริษัทคิดว่าควรจะโฆษณาทางวิทยุไม่เกินวันละ 1 ครั้ง และทางสถานีโทรทัศน์เหลือเวลาสำหรับโฆษณาในเดือนหน้าอีก 10 ครั้ง (ครั้งละ 30 วินาที)

ทางบริษัทต้องการตัดสินใจว่าควรจะลงฆษณาทางสื่อโฆษณา 3 อย่างดังกล่าว อย่างละกี่ครั้ง จงทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการตัดสินใจนี้ (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 9 บริษัทผู้ผลิตสินค้าชนิดหนึ่งมีโรงงานที่ผลิตสินค้าอยู่สองโรงงานตั้งอยู่ในสถานที่ห่างกัน และมีคลังเก็บสินค้าอยู่สองแห่งเช่นเดียวกัน ปัญหาเป็นเรื่องการขนส่ง ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางแสดงค่าขนส่ง ปริมาณความต้องการ และกำลังการผลิต ดังตารางต่อไปนี้

คลังสินค้า / โรงงาน	A	E	กำลังการผลิต/เดือน
1	4 บาท/ตัน	6 บาท/ตัน	80 ตัน
2	5 บาท/ตัน	8 บาท/ตัน	110 ตัน
ความต้องการสินค้า/เดือน	70 ตัน	65 ตัน	

ปัญหาคือจะจัดส่งสินค้าที่ผลิตได้จากโรงงานทั้งสองไปยังคลังสินค้าสองแห่งอย่างไรจึงจะเสียค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด จงทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยแก้ปัญหานี้ (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)

ข้อ 10 บริษัทแห่งหนึ่งทำการผลิตสินค้า 3 ชนิด คือ ชนิดที่ 1 ชนิดที่ 2 และชนิดที่ 3 โดยที่สินค้าทั้งสามชนิดนี้ ใช้วัตถุดิบ 2 อย่าง คือ A และ B โดยมี A อยู่ 4,000 หน่วย และมี B อยู่ 6,000 หน่วย ความต้องการวัตถุดิบของสินค้าแต่ละชนิดแสดงอยู่ในตารางต่อไปนี้

	จำนวนของวัตถุดิบที่ต้องใช้ในการผลิตสินค้า 1 หน่วย		
วัตถุดิบ	ชนิดที่ 1	ชนิดที่ 2	ชนิดที่ 3
A	2	3	5
B	4	2	7

จากผลการสำรวจด้านการตลาดพบว่าความต้องการสูงสุดของสินค้าชนิดที่ 1 ชนิดที่ 2 และชนิดที่ 3 มีจำนวน 200 หน่วย, 200 หน่วย, และ 150 หน่วย ตามลำดับ อย่างไรก็ตามนโยบายของบริษัทกำหนดว่าสัดส่วนของการผลิตสินค้าชนิดที่ 1:2:3 จะต้องเป็น 3:2:5 สมมุติให้กำไรต่อหน่วยที่ได้จากการขายสินค้าชนิดที่ 1, 2, และ 3 มีค่าเป็น 600 บาท, 400 บาท, และ 1,000 บาท ตามลำดับ

จงสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาว่าควรทำการผลิตสินค้าชนิดที่ 1, 2 และ 3 อย่างละเท่าไหร่ จึงจะทำให้ได้กำไรสูงสุด (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างไว้)