

บทที่ 4

การตัดสินใจในการจัดการการผลิต

ในบทนี้ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- กระบวนการตัดสินใจสำหรับการแก้ปัญหา
- การตัดสินใจระยะยาวเกี่ยวกับการผลิต
- การตัดสินใจระยะสั้นเกี่ยวกับการผลิต
- ตัวแบบเพื่อการตัดสินใจ
- ประเภทของปัญหาการตัดสินใจ
- การใช้ตัวแบบเพื่อการตัดสินใจในการจัดการการผลิต
- โปรแกรมเชิงเส้นตรง
- การวิเคราะห์จุดคุ้มทุน
- แผนงานการตัดสินใจ
- แบบฝึกหัด

การตัดสินใจในการจัดการการผลิต

การตัดสินใจ คือการเลือกทางเลือกเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งในทุกๆ หน้าที่ทางธุรกิจ จะต้องเกิดปัญหาที่จะต้องตัดสินใจ เช่นเดียวกับหน้าที่ทางการผลิต ดังนั้นในบทนี้เราจะได้ศึกษาถึงแนวทางหรือวิธีการในการที่จะแก้ปัญหาดังๆ ทางการผลิต โดยเน้นการนำตัวแบบ (Model) ที่สำคัญมาใช้ในการตัดสินใจในการผลิต

กระบวนการตัดสินใจสำหรับการแก้ปัญหา

การตัดสินใจ (Decision making) เพื่อแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ หลายขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดตัวแบบปัญหา หรือการค้นหาจุดของปัญหา และสาเหตุแห่งปัญหา เพื่อที่ผู้บริหารจะได้ตัดสินใจแก้ปัญหาได้ถูกต้องตรงจุด

2. การเก็บรวบรวมข้อมูลและสารสนเทศที่อธิบายถึงปัญหา ในการแก้ปัญหานั้นยังผู้บริหารมีข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับตัวปัญหามากเท่าใด ยิ่งทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหา และหาคำตอบได้ดีขึ้น

ทั้ง 2 ขั้นตอนข้างต้นจัดได้ว่าเป็นการชี้แนะ และรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับตัวปัญหา

3. การกำหนดทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้บริหารจะต้องใช้ข้อมูล และสารสนเทศที่มีอยู่ ประกอบกับประสบการณ์ และความสามารถ กำหนดวิธีการสำหรับการแก้ปัญหาไว้หลายๆ วิธี วิธีการปัญหาดังๆ ที่กำหนดขึ้นจะถูกนำไปวิเคราะห์ และประเมินเพื่อเลือกเอาทางเลือกที่ดีที่สุดต่อไป

4. กำหนดวัตถุประสงค์หรือเกณฑ์ในการตัดสินใจ เพื่อใช้เป็นหลักประเมินเปรียบเทียบทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหา วัตถุประสงค์หรือเกณฑ์ดังกล่าวต้องกำหนดให้ชัดเจน ซึ่งอาจจะกำหนดเป็นเชิงปริมาณหรือเชิงคุณภาพก็ได้

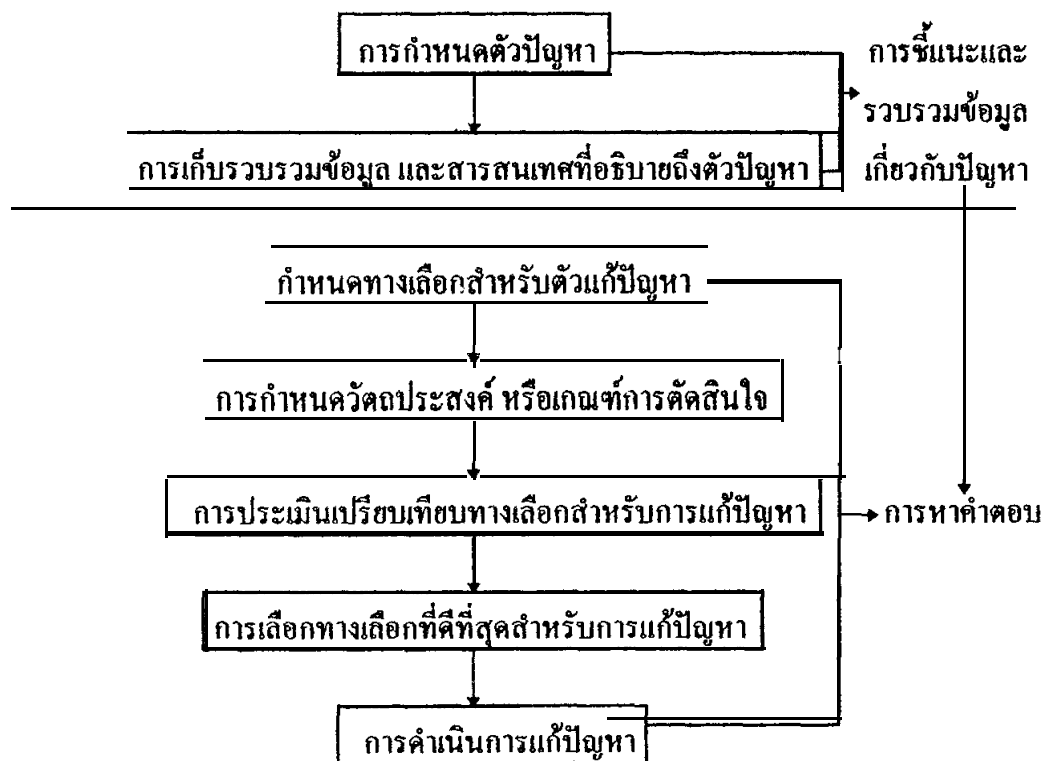
5. การประเมินเปรียบเทียบทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหา โดยการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของแต่ละทางเลือกด้วยวิธีเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ

6. การเลือกทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับการแก้ปัญหา หลังจากประเมินเปรียบเทียบทางเลือกต่างๆ แล้ว ก็จะเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด ที่สอดคล้องกับเกณฑ์ หรือวัตถุประสงค์ในการตัดสินใจที่กำหนดไว้ในข้อที่ 4

7. การดำเนินการตามทางเลือกที่เลือกไว้ ในขั้นนี้ผู้บริหารจะต้องวางแผน และจัดเตรียมทรัพยากรต่างๆ ให้พร้อม เช่นในด้านทุนทรัพย์ กำลังคน วัสดุคิบ เครื่องจักร ตลอดจนการจัดการ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกลงไป

8. การติดตามและประเมินผลการดำเนินการ เป็นขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการตัดสินใจ ในขั้นตอนนี้ผู้บริหารจะต้องติดตามสอดส่องการดำเนินการ ประเมินผลการดำเนินการและเปรียบเทียบกับสิ่งที่ได้คาดหมายไว้ ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นไปตามที่ดั่งเป้าหมายไว้ ก็จะค้นหาทางแก้ไขต่อไป

ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3 ถึงขั้นตอนที่ 8 เป็นการหาคำตอบสำหรับการตัดสินใจ จากการอธิบายข้างต้นสามารถสรุปเป็นรูปภาพได้ดังนี้



รูปที่ 1 กระบวนการตัดสินใจสำหรับการแก้ปัญหา

การตัดสินใจระยะยาวเกี่ยวกับการผลิต

ในการจัดการการผลิต ผู้บริหารจะต้องตัดสินใจในเรื่องต่างๆ ซึ่งอาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน เมื่อพิจารณาในแง่ระยะเวลา นั่นคือการตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตในระยะยาวซึ่งเมื่อดำเนินการไปแล้วก็ไม้อาจเปลี่ยนแปลงสภาพการณ์ต่างๆ ได้ง่ายนัก และการตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตระยะสั้น ซึ่งผู้บริหารอาจปรับเปลี่ยนแนวทางในการตัดสินใจได้ง่ายกว่า การตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตระยะยาวนั้นได้แก่ การตัดสินใจเกี่ยวกับการออกแบบระบบการผลิตนั่นเอง เรื่องที่ต้องตัดสินใจแบ่งได้เป็น 6 ประเด็นด้วยกัน คือ

1. การออกแบบผลิตภัณฑ์
2. การออกแบบกระบวนการผลิต
3. การวางแผนกำลังการผลิต
4. การวางแผน
5. การออกแบบระบบงาน
6. การวางแผนทำเลที่ตั้ง

สำหรับเนื้อหาของทั้ง 6 อย่างข้างต้น จะได้กล่าวถึงเป็นบทๆ ในกระบวนวิชานี้ตามลำดับต่อไป

การตัดสินใจระยะสั้นเกี่ยวกับการผลิต

การตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตระยะสั้นนั้น ได้แก่การตัดสินใจเกี่ยวกับการออกแบบระบบควบคุมและปฏิบัติการการผลิต ซึ่งแบ่งได้เป็น 9 เรื่องด้วยกัน คือ

1. การจัดการคุณภาพ (Quality Management)
2. การพยากรณ์ (Forecasting)
3. การจัดการของคงคลัง (Inventory Management)
4. การวางแผนการผลิตรวม (Aggregate Planning)
5. การวางแผนการผลิตแม่บท (Master Scheduling)
6. การวางแผนความต้องการวัสดุ (Material Requirement Planning)

7. การวางแผนการทำงาน (Scheduling)
8. ระบบการผลิตแบบทันเวลา (Just in time)
9. การจัดการโครงการ (Project Management)

สำหรับเนื้อหาแต่ละหัวข้อดังกล่าว จะได้กล่าวถึงเป็นบทๆ ในกระบวนวิชานี้ตามลำดับต่อไป

ตัวแบบเพื่อการตัดสินใจ

ในขั้นตอนของการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบทางเลือก ผู้บริหารจะต้องอาศัยตัวแบบ(Model) เพื่อช่วยในการวิเคราะห์ทางเลือก ตัวแบบคือสิ่งที่จำลองจากสภาพของความเป็นจริงหรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือตัวแทนของสิ่งที่เป็นจริง ตัวแบบไม่สามารถแทนสิ่งที่เป็นจริงได้ทั้งหมด ทั้งนี้เพราะตัวแบบเป็นเพียงตัวแทนที่ได้เปลี่ยนคุณลักษณะบางอย่างไปจากสิ่งที่เป็นจริงเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ถ้าเราต้องการศึกษาถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุในโรงงาน เราอาจศึกษาได้โดยเขียนแผนภูมิในกระดาษเพื่อแสดงตำแหน่งของเครื่องจักรในโรงงาน ซึ่งไม่จำเป็นต้องแสดงรายละเอียดความเป็นเครื่องจักรมีสีส้น หรือเครื่องหมายการค้าอะไร สิ่งสำคัญที่ต้องแสดงก็มีเพียงแต่ขนาด และตำแหน่งของเครื่องจักร เพราะนั่นคือปัจจัยที่สำคัญต่อการศึกษา กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ตัวแบบจะประกอบด้วยปัจจัยที่มีผลต่อการตัดสินใจเท่านั้น คุณลักษณะอื่นๆ ของสิ่งที่เป็นจริงแต่ไม่มีผลต่อการตัดสินใจจะไม่รวมอยู่ในตัวแบบ

ตัวแบบอาจจำแนกได้ 4 ประเภทดังนี้

- 1.) ตัวแบบคำอธิบาย (Verbal Model) ใช้วิธีการบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ ด้วยคำพูดอธิบาย เช่น การอธิบายกระบวนการผลิตเป็นคำพูด เป็นต้น
- 2.) ตัวแบบรูปภาพ หรือแผนภาพ (Schematic Model) คือตัวแบบที่มีลักษณะเป็นแผนภูมิกราฟหรือรูปภาพที่ใช้อธิบาย หรือแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในระบบหรือปัญหาที่ทำการศึกษา ตัวอย่างของตัวแบบประเภทนี้ ได้แก่ แผนผังองค์การ (Organization chart) แผนผังสำหรับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Computer flow chart) แผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในระบบต่างๆ และกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ

3.) ตัวแบบจำลองย่อส่วน ใช้แบบจำลองย่อส่วนที่มีลักษณะเหมือนจริง ซึ่งอาจจะเป็นลักษณะทางกายภาพ เช่น แบบจำลองของเครื่องจักรที่ใช้ในการทดลองวางแผนกระบวนการ หรืออาจเป็นลักษณะด้านอื่นๆ เช่น อุปกรณ์การผลิตสารเคมีจำลองเพื่อทดลองผลิตเป็นจำนวนน้อยๆ เป็นต้น

4.) ตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) คือตัวแบบที่มีลักษณะเป็นสมการหรือฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ โดยตัวแปรต่างๆ จะแทนองค์ประกอบ หรือปัจจัยของระบบที่ทำการศึกษา ตัวแบบคณิตศาสตร์มีระดับความยากง่ายแตกต่างกันไป ตั้งแต่ตัวแบบที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัว จนถึงตัวแบบที่มีตัวแปรนับจำนวนร้อย และตัวแบบที่มีสมการ หรือฟังก์ชันเพียงฟังก์ชันเดียว จนถึงตัวแบบที่มีฟังก์ชันนับจำนวนร้อยเช่นเดียวกัน

ตัวแบบคณิตศาสตร์นับเป็นตัวแบบที่มีความสำคัญในการใช้เพื่อการวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาทางแก้ปัญหาสำหรับผู้บริหาร ตัวอย่างเช่นการหาปริมาณการผลิตที่จะทำให้ได้กำไรมากที่สุด การดำเนินการหาสัดส่วนของวัตถุดิบที่จะใช้ในการผลิตเพื่อให้เกิดต้นทุนที่ต่ำที่สุด เป็นต้น

ประเภทของตัวแบบคณิตศาสตร์ ตัวแบบคณิตศาสตร์เพื่อการตัดสินใจยังแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือตัวแบบออปติไมเซชัน (Optimization Model) และตัวแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics Model)

ก. ตัวแบบออปติไมเซชัน เป็นตัวแบบที่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่แน่นอน และคำตอบที่ได้จากตัวแบบจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด (optimum Solution) ผู้บริหารสามารถใช้ตัวแบบ ออปติไมเซชันเพื่อหาคำตอบสำหรับการแก้ปัญหา คำตอบที่ได้จากออปติไมเซชันจะไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าใครจะเป็นคนแก้ปัญหาก็ตาม

ข. ตัวแบบฮิวริสติกส์ เป็นตัวแบบคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาใช้กฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหาโดยอาศัยวิจารณญาณของผู้แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ และคำตอบที่ได้ไม่จำเป็นต้องเป็นคำตอบที่ดีที่สุด แต่อาจเป็นคำตอบที่ใกล้เคียงกับคำตอบที่ดีที่สุด ผู้บริหารซึ่งใช้กฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอาจจะได้คำตอบของปัญหาที่แตกต่างกันไป ตัวแบบฮิวริสติกส์จะใช้เมื่อแก้ปัญหาด้วยตัวแบบออปติไมเซชัน มีความซับซ้อน ต้องใช้เวลามาก และผลลัพธ์ที่ได้จากตัวแบบออปติไมเซชันอาจไม่คุ้มกับแรงงาน และเวลาที่เสียไป ตัวแบบฮิวริสติกส์จะช่วยให้คำตอบเพื่อการแก้ปัญหาได้ดี ถ้าผู้บริหารสามารถเลือกกฎเกณฑ์ในการหาคำตอบที่ดีได้

ประเภทของปัญหาการตัดสินใจ

ปัญหาการตัดสินใจที่ผู้บริหารเผชิญ อาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือการตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน (Decision under certainty) การตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง (Decision under risk) และการตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน (Decision under uncertainty)

การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน คือ การตัดสินใจภายใต้สถานการณ์ที่ผลลัพธ์ของแต่ละทางเลือกมีความแน่นอนไม่เปลี่ยนแปลง หรืออีกนัยหนึ่งคือมีเหตุการณ์ (Event) ที่จะเกิดได้เพียงอย่างเดียว

การตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง คือการตัดสินใจภายใต้สถานการณ์ที่ผลลัพธ์ของแต่ละทางเลือกมีได้มากกว่า 1 แบบ หรืออีกนัยหนึ่งคือมีเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นได้มากกว่า 1 แบบ และแต่ละเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะทำให้ผลลัพธ์แตกต่างกัน แต่เหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นมีค่าความน่าจะเป็นที่รู้ค่า

การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน คือการตัดสินใจภายใต้สถานการณ์ที่ผลลัพธ์ของแต่ละทางเลือกมีได้มากกว่า 1 แบบ หรืออีกนัยหนึ่งคือ มีเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นได้มากกว่า 1 แบบ และแต่ละเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะทำให้ผลลัพธ์แตกต่างกัน แต่ไม่รู้ค่าของความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ต่างๆ จะเกิดขึ้น

ตัวอย่างการตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน

โรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งต้องการขยายสาขาร้านจัดจำหน่ายสินค้าออกให้เพิ่มขึ้นอีก 1 แห่ง โดยพิจารณาเลือกทำเลที่ตั้งสาขาไว้ใน 4 จังหวัด โดยจะเลือกเอาจังหวัดที่จะให้ผลกำไรจากการลงทุนในช่วง 10 ปีข้างหน้าสูงสุด จากการวิเคราะห์การลงทุนโดยละเอียด ปรากฏว่าแต่ละจังหวัดจะให้ผลกำไรใน 10 ปีข้างหน้าดังนี้

ตารางที่ 1 ผลกำไรของทางเลือกต่าง

จังหวัด	ผลกำไร (ล้านบาท)
1	0.70
2	0.95
3	0.60
4	0.84

ตัวเลขผลกำไรนี้มาจากการวิเคราะห์ที่ฝ่ายจัดการแน่ใจว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลง นั่นคือสถานการณ์ต่างๆ แน่แน่นอน เพื่อพิจารณาถึงเป้าหมายที่ต้องการกำไรสูงสุด จึงต้องตัดสินใจขยายสาขาไปในจังหวัดที่ 2 ซึ่งให้ผลกำไรสูงสุด (0.95 ล้านบาท)

ตัวอย่างการตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง

จากตัวอย่างก่อน หากฝ่ายจัดการวิเคราะห์ว่าผลกำไรที่คาดคะเนสำหรับการเปิดสาขาในจังหวัดต่างๆ นั้นไม่แน่นอน แต่ขึ้นอยู่กับอัตราการเพิ่มของประชากร ซึ่งจะมาซื้อผลิตภัณฑ์ไปใช้ ผลกำไรจะขึ้นกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เป็นไปได้ 3 ทางคือ อัตราการเพิ่มของประชากรต่ำ ปานกลาง และสูงตามลำดับ ซึ่งประเมินได้ตามตารางข้างล่าง

ตารางที่ 2 ผลกำไรของทางเลือกต่าง ๆ

จังหวัด	อัตราการเพิ่มของประชากร		
	ต่ำ (น้อยกว่า 5%)	ปานกลาง (ระหว่าง 5 - 10%)	สูง (มากกว่า 10%)
1	0.3	0.8	0.9
2	0.2	0.6	1.1
3	0.4	0.5	0.6
4	0.6	0.7	0.8
โอกาสความน่าจะเป็น	0.2	0.3	0.5

นอกจากนี้ยังประเมินค่าโอกาสความน่าจะเป็นของสถานการณ์ต่างๆ ทั้ง 3 สถานการณ์ได้เท่ากับ 0.2, 0.3 และ 0.5 ตามลำดับ

ในการหาแนวทางการตัดสินใจ สำหรับสถานการณ์เสี่ยงจะใช้วิธีการหาค่าผลกำไรคาดคะเน (Expected Profit) ซึ่งมีค่าเท่ากับผลรวมของกำไรในแต่ละสถานการณ์คูณด้วยโอกาสความน่าจะเป็น ดังรายละเอียดในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 ผลกำไรคาดคะเน

จังหวัด	ผลกำไร $\times$ โอกาสความน่าจะเป็น			ผลกำไรคาดคะเน
1	2	3	4	5 = 2 + 3 + 4
1	$0.3 \times 0.2 = 0.06$	$0.8 \times 0.3 = 0.24$	$0.9 \times 0.5 = 0.45$	0.75
2	$0.2 \times 0.2 = 0.04$	$0.6 \times 0.3 = 0.18$	$1.1 \times 0.5 = 0.55$	0.77
3	$0.4 \times 0.2 = 0.08$	$0.5 \times 0.3 = 0.15$	$0.6 \times 0.5 = 0.30$	0.53
4	$0.6 \times 0.2 = 0.12$	$0.7 \times 0.3 = 0.21$	$0.8 \times 0.5 = 0.40$	0.73

สำหรับจังหวัดที่ 1 มูลค่าผลกำไรคาดคะเนจะมีค่าเท่ากับผลกำไรคาดคะเนของสถานการณ์ต่างๆ ทั้ง 3 สถานการณ์รวมกัน ซึ่งมีค่าเท่ากับ $0.06 + 0.24 + 0.45 = 0.75$ ล้านบาท สำหรับจังหวัดอื่นๆ ก็ทำได้เช่นเดียวกัน

จะเห็นว่ามูลค่าผลกำไรคาดคะเนสูงสุดจะอยู่ที่การตั้งสาขาที่จังหวัดที่สอง ดังนั้นผู้บริหารจึงเลือกจังหวัดที่สองเป็นจังหวัดที่ควรจัดตั้งสาขาใหม่

ตัวอย่างการตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน

ในสถานการณ์ที่ไม่แน่นอนนั้น ผู้บริหารไม่อาจกำหนดโอกาสความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ หรือสถานการณ์ได้ ซึ่งจะแสดงผลกำไรในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ตามตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ผลกำไรของทางเลือกต่างๆ

ผลกำไร (ล้านบาท)

จังหวัด	อัตราการเพิ่มของประชากร		
	ต่ำ (น้อยกว่า 5%)	ปานกลาง (ระหว่าง 5-10%)	สูง (มากกว่า 10%)
1	0.3	0.8	0.9
2	0.2	0.6	1.1
3	0.4	0.5	0.6
4	0.6	0.7	0.8

หลักเกณฑ์การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน มีอยู่ด้วยกันหลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงเพียง 3 แบบคือ หลักเกณฑ์ maximax maximin และ minimax regret

หลักเกณฑ์ *maximax* ใช้วิธีการเลือกเอาผลตอบแทนสูงสุดสำหรับทางเลือกแต่ละทางมาพิจารณาทางเลือกที่ให้ผลตอบแทนสูงสุด ในตัวอย่างนี้ผลกำไรสูงสุดของจังหวัดต่างๆ ใน 3 สถานการณ์ จะมีค่าดังนี้

ตารางที่ 5 ผลกำไรสูงสุด

จังหวัด	กำไรสูงสุด (ล้านบาท)
1	0.9
2	1.1'
3	0.6
4	0.8

ทางเลือกที่ให้ผลตอบแทนสูงสุดคือ จังหวัดที่ 2 (1.1 ล้านบาท) ดังนั้นจึงควรจัดตั้งสาขาใหม่ที่จังหวัดที่ 2

หลักเกณฑ์ *maximin* ใช้วิธีการเลือกเอาผลตอบแทนที่ต่ำสุดของทางเลือกแต่ละทางมาพิจารณาเลือกเอาทางเลือกที่ให้ผลตอบแทนสูงสุด ในตัวอย่างนี้ผลกำไรต่ำสุดของแต่ละจังหวัด ใน 3 สถานการณ์ จะมีค่าดังนี้

ตารางที่ 6 ผลกำไรต่ำสุด

จังหวัด	กำไรสูงสุด (ล้านบาท)
1	0.3
2	0.2
3	0.4
4	0.6*

จังหวัดที่ 4 จะให้ผลกำไรที่ดีที่สุด (0.6 ล้านบาท) จึงเลือกจังหวัดที่ 4 เพื่อทำการขยายสาขา

หลักเกณฑ์ *minimax regret* ใช้วิธีการเลือกค่าเสียโอกาสที่ต่ำที่สุดจากค่าเสียโอกาสที่สูงที่สุดของแต่ละทางเลือก ดังนั้น ก่อนอื่นจึงต้องเปลี่ยนตารางผลกำไร เป็นตารางค่าเสียโอกาสเสียก่อน จากตัวอย่างข้างต้นสามารถสร้างตารางค่าเสียโอกาสได้ดังนี้

ตารางที่ 7 ค่าเสียโอกาสของทางเลือกต่าง ๆ

จังหวัด	อัตราการเพิ่มประชากร (ล้านบาท)			ค่าเสียโอกาส
	ต่ำ (น้อยกว่า 5%)	ปานกลาง (ระหว่าง 5-10%)	สูง (มากกว่า 10%)	สูงสุด
1	0.3 (0.6 - 0.3)	0 (0.8 - 0.8)	0.2 (1.1 - 0.9)	0.3*
2	0.4 (0.6 - 0.2)	0.2 (0.8 - 0.6)	0 (1.1 - 1.1)	0.4
3	0.2 (0.6 - 0.4)	0.3 (0.8 - 0.5)	0.5 (1.1 - 0.6)	0.5
4	0 (0.6 - 0.6)	0.1 (0.8 - 0.7)	0.3 (1.1 - 0.8)	0.3*

หมายเหตุ ค่าเสียโอกาสของแต่ละทางเลือกในแต่ละเหตุการณ์หาได้จากการนำกำไรของแต่ละทางเลือกในแต่ละเหตุการณ์ไปลบกำไรสูงสุดของทางเลือกในเหตุการณ์นั้นๆ

ในที่นี้ค่า *minimax regret* เป็น 0.3 ดังนั้น จึงเลือกขยายสาขาไปที่จังหวัดที่ 1 หรือ 4 ก็ได้

การใช้ตัวแบบเพื่อการตัดสินใจในการจัดการการผลิต

ตัวแบบที่นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายเพื่อการตัดสินใจในการจัดการการผลิต ได้แก่

1. โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming)
2. แผนงานการตัดสินใจ (Decision Tree)
3. การวิเคราะห์จุดคุ้มทุน (Break - Even Analysis)

นอกจากนั้น ในการตัดสินใจในการจัดการการผลิตยังมีการนำตัวแบบเฉพาะด้านเพื่อใช้ในกิจกรรมการผลิตใดโดยเฉพาะอีกมาก ซึ่งจะอธิบายเมื่อถึงบทเรียนเกี่ยวกับกิจกรรมการผลิตนั้นๆ เช่น ตัวแบบเกี่ยวกับการวางแผนโรงงาน ตัวแบบเกี่ยวกับการจัดการของคลัง เป็นต้น

ต่อไปนี้จะอธิบายตัวแบบที่นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในกิจกรรมการผลิต คือตัวแบบทั้ง 3 ข้างต้น ตามลำดับต่อไป

โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming)

ความหมายของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming)

เป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นแทนปัญหาที่เกิดขึ้นในองค์การเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดตามเป้าหมายที่ตั้งเอาไว้ และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่มีอยู่ในปัญหานั้นๆ โดยที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในเป้าหมาย และในเงื่อนไขของปัญหาอยู่ในรูปเส้นตรง

โปรแกรมเชิงเส้นตรงอาจจะเรียกเป็นภาษาไทยได้หลายคำ เช่น กำหนดการเชิงเส้น โปรแกรมเชิงเส้น ดังนั้นขอให้เข้าใจว่าคำต่างๆ เหล่านี้ก็คือโปรแกรมเชิงเส้นตรงนั่นเอง

ลักษณะปัญหาทางการจัดการการผลิตที่ใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรง

โปรแกรมเชิงเส้นตรงส่วนใหญ่จะนำไปใช้เกี่ยวกับปัญหาทางด้านการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เช่น วัตถุดิบ แรงงาน เงิน เครื่องจักร เวลา สถานที่ เป็นต้น โดยมีจุดหมายที่จะจัดสรรทรัพยากรเหล่านี้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดหรือให้เสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด ตัวแบบโปรแกรมเชิง

เส้นตรงสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาทางด้านธุรกิจได้ทุกลักษณะ ได้แก่ปัญหาด้านการผลิต การตลาด การเงิน การบัญชี และการบริหารงานบุคคล โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาทางด้านการผลิต ได้นำโปรแกรมเชิงเส้นตรงไปใช้กันอย่างแพร่หลาย

ตัวอย่างต่อไปนี้คือ ลักษณะของปัญหา ในเรื่องการจัดการการผลิต ซึ่งสามารถแก้ไขปัญหาค ด้วยการใช้วิธีการของโปรแกรมเชิงเส้นตรง การจัดตั้งปัญหา และสิ่งที่ต้องการทราบคำตอบ จะแตกต่างกันออกไป บางอันเป็นปัญหาทั่วไป บางอันเป็นปัญหามเฉพาะ ของการศึกษา แต่ทุกๆ อัน จะแสดงแนวโน้มของลักษณะทั่วไป ที่สามารถแก้ปัญหา และหาคำตอบที่ต้องการทราบได้โดยเทคนิคของโปรแกรมเชิงเส้นตรง

1. การจัดส่งสินค้าจากแหล่งผลิต (Original) ไปยังจุดหมายปลายทาง (Destination) ในลักษณะที่สามารถสนองความต้องการของแต่ละจุดหมายปลายทาง ได้ครบถ้วน และโดยที่เสียค่าใช้จ่ายในการขนส่งน้อยที่สุด

2. การจัดส่งสินค้าจากโรงงาน (Factories) ไปยังโกดังสินค้า (Warehouse) มีความคล้ายคลึงกับปัญหาที่ 1 แต่ต้องการประหยัดค่าใช้จ่ายในการผลิต และการจัดส่งให้เหลือน้อยที่สุด ในกรณีที่สินค้า ราคาขาย แตกต่างกันในแต่ละท้องถิ่น ก็ต้องการที่จะทำรายได้ให้สูงสุด โดยการจ่ายค่าขนส่งให้น้อยที่สุด

3. การศึกษาเลือกสถานที่จัดตั้งโรงงานหลายๆ แห่ง (Multiple Plant Location Studies) ในกรณีที่สมควรจะกระจายการจัดตั้งโรงงานออกไปหลายๆ แห่ง เพื่อประหยัดค่าใช้จ่าย ในการขนส่งสินค้า จากผู้ผลิต ไปยังลูกค้า ยกตัวอย่าง โรงงานผลิตน้ำอัดลม ถ้าจะตั้งโรงงานใหญ่เพียงแห่งเดียวในเมืองหลวง แล้วส่งผลิตภัณฑ์ไปจำหน่ายทั่วประเทศ จะทำให้ต้นทุนรวมของการผลิต, การจัดส่งสินค้ามีค่าสูงมาก ควรที่จะจัดตั้งโรงงานผลิตในแต่ละจังหวัดที่เป็นศูนย์กลางของภาค ซึ่งสถานที่ที่ตั้งแต่ละแห่งไม่จำเป็นที่จะต้องเป็นสถานที่ ที่ให้ต้นทุนการผลิตต่ำสุด แต่ควรจะเป็นสถานที่ๆ ให้ต้นทุนรวมของการผลิต, การจัดส่งสินค้าต่ำที่สุด

4. การจัดตารางการผลิตในแต่ละโรงงาน เมื่อมีโรงงานผลิตหลายๆ แห่ง (Location Dynamics of Multiple Plant) ปัญหานี้คล้ายคลึงกับปัญหาที่ 3 แต่สิ่งที่ต้องการกำหนด คือระดับหรือปริมาณการผลิตในแต่ละโรงงาน ซึ่งจะให้ผลผลิตรวมกันเท่ากับ ปริมาณความต้องการทั้งหมดจากลูกค้า การเพิ่มกำลังการผลิตในแต่ละโรงงาน โดยทั่วๆ ไป ทำได้โดยการทำงานล่วงเวลา (Overtime) และบางครั้งการปิดโรงงานบางแห่งจะช่วยให้ประหยัดค่าใช้จ่ายโดยเฉพาะค่า

โซหุ่ยต่างๆ แล้ว นำจำนวนสินค้าที่ต้องการงการผลิตไปเพิ่มให้กับระดับการผลิตในโรงงาน
แห่งอื่นๆ มีผลทำให้ต้นทุนการผลิตสินค้า ตามจำนวนความต้องการทั้งหมด มีค่าตัวเลขต่ำสุด
และน้อยกว่าการกระจายการผลิต ไปให้ทุกๆ โรงงานก็ได้ทั้งนี้ต้องพิจารณาปัญหาอื่นๆ ประกอบ
การปิดโรงงานด้วย เช่น การเลิกจ้างแรงงาน การสูญเสียลูกค้าเพราะคิดว่าบริษัทฯ จะเลิกกิจ
การ หรืออื่นๆ และทั้งนี้โรงงานที่พิจารณาปิดอาจจะมีใช้โรงงานที่มีต้นทุนการผลิตสูงก็ได้ ขึ้น
อยู่กับความสำคัญของ ค่าเปรียบเทียบของต้นทุนการผลิต, การขนส่ง เมื่อเทียบกับโรงงานอื่นๆ

5. การจัดส่งรถบรรทุกว่างไปปรับสินค้า (Redistribution of Empty Freight Cars) เป็น
การจัดเส้นทางของรถว่างจากแหล่งที่จอดอยู่ ให้ไปปรับสินค้าจากโรงงานผลิต หรือโกดังเก็บของ
ที่กำหนดโดยเสียค่าใช้จ่ายเป็นค่าขนส่งต่ำที่สุด

6. การจัดแจกวัตถุดิบที่มีอยู่จำกัดไปในการผลิตสินค้าหลายๆ ชนิด (Allocation of
limited Raw Material Used in a Varsity of Products) โดยให้ได้ปริมาณสินค้า ไปสนองความ
ต้องการมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ และทางผู้ผลิตได้รับกำไรสูงสุด เป็นผลตอบแทน

7. การจัดแจกสิ่งจำเป็นในการผลิตเมื่อการจัดสายงานกระทำได้หลายวิธี (Allocation of
Production Facilities When Alternate Routings are Available) ถ้าทราบจำนวนหน่วยของเวลาที่
ต้องใช้เครื่องจักรในการผลิตชิ้นงานแต่ละชิ้น ในแต่ละสายงาน ทราบจำนวนชั่วโมงแรงงาน ของ
เครื่องจักรทุกตัวที่มีอยู่ ทราบจำนวนความต้องการของชิ้นงาน ในผลิตภัณ์แต่ละชนิด และ
ทราบจำนวนของต้นทุน หรือกำไรต่อหน่วยของผลิตภัณ์ จะสามารถใช้กำหนดการเชิงเส้น
ในการคำนวณหาคำตอบ ซึ่งจัดแจกจำนวนชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักรในแต่ละผลิตภัณ์
โดยให้กำไรสูงสุดเป็นผลตอบแทน หรือทำให้ต้นทุนในการผลิตมีค่าต่ำสุด หรือบรรลุเป้าหมาย
อื่นๆ ตามที่กำหนด

8. ปัญหาของสัดส่วนการผสม (Blending Problems) ยกตัวอย่าง โรงงานผู้ผลิตสีทาบ้าน
ผลิตภัณ์ต่างๆ ที่ผลิตออกจำหน่าย ได้จากการผสมวัตถุ หรือสารเคมีหลายๆ อย่าง ในสัดส่วน
แตกต่างกัน เช่น น้ำมันทินเนอร์มีสีต่างๆ กันเป็นต้น วัตถุดิบเหล่านี้จัดหามาได้ในปริมาณต่างๆ
กัน และด้วยสัดส่วนของส่วนผสมที่แน่นอน ถ้าทราบราคาค่าต้นทุนต่อหน่วยของวัตถุดิบแต่ละ
อย่างก็สามารถ คำนวณหาสัดส่วนการผสมวัตถุดิบต่างๆ ซึ่งได้ผลิตภัณ์ที่มีต้นทุนต่อหน่วยใน
ราคาต่ำที่สุดได้ โดยการใช้กำหนดการเชิงเส้น ตัวอย่างของปัญหาอื่นๆ ในลักษณะคล้ายคลึง
กัน ก็ได้แก่ ปัญหาการผสมสัดส่วนอาหารสัตว์ การผสมปุ๋ย พืชชนิดต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งปุ๋ย

ผสมของธาตุตามที่ต้องการ การผสมผลิตภัณฑ์ต่างๆ ที่ได้จากหอกลับ ในโรงกลั่นน้ำมันเป็นต้น ทั้งหมดนี้ต้องการให้ต้นทุนการผลิตต่อหน่วยมีค่าต่ำที่สุด

9. การใช้ประโยชน์สูงสุดของวัสดุต่างๆ (Maximizing Material Utilization) ในการตัดหรือป้อนชิ้นส่วนของวัตถุ ออกจากชิ้นส่วนมาตรฐาน เช่นการตัดกระดาษเพื่อทำกล่องได้ของขนาดต่างๆ กัน จากกระดาษแผ่นใหญ่ การตัดหนึ่งสัปดาห์จากหนึ่งแผ่นใหญ่ เพื่อทำรองเท้า การป้อนแผ่นเหล็กจากแผ่นเหล็กแผ่นใหญ่ เพื่อทำผลิตภัณฑ์เครื่องครัว เหล่านี้เราต้องการให้มีเศษวัสดุเหลือน้อยที่สุด เป็นการลดต้นทุนให้ต่ำที่สุด วิธีการที่จะนำมาใช้ในการจัดอันดับ เรียงเรียง หรือพลิกแพลง วิธีการตัด หาได้จากการใช้วิธีการกำหนดการเชิงเส้น

10. การพัฒนาเพื่อการจัดโปรแกรมการผลิต เมื่อปริมาณความต้องการของสินค้า ขึ้นกับฤดูกาล (Development of a program for production when demand is seasonal) ในกรณีนี้เราพยายามที่จะจัดแจกกำลังการผลิตที่มีอยู่ในการผลิตสินค้าที่มีอยู่ในแต่ละชนิด ให้ถูกต้องตามกาลเวลา เพื่อที่จะได้มีสินค้าสนองความต้องการได้ครบถ้วน เมื่อมีความต้องการโดยให้มีค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น (Incremental cost) ของต้นทุนการผลิต และค่าเก็บรักษาในคลังวัสดุ (Inventory) มีค่าต่ำที่สุด ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น (Incremental cost) ของต้นทุนการผลิตอาจจะได้แก่ค่าพรีเมียมต่อเวลา ค่าใช้จ่ายจ้างต่อ (Subcontracting cost)

11. ปัญหาการผลิตสินค้าหลายๆ ชนิด (Product mix problem) เป็นปัญหาทั่วไป ที่ควรให้ความสนใจ ในเมื่อต้องใช้สิ่งจำเป็นในการประกอบการผลิต (Facilities) ที่มีอยู่ในการผลิตสินค้าหลายๆ ชนิด ซึ่งแต่ละชนิดมีต้นทุนการผลิต การขาย และความต้องการในตลาดแตกต่างกันไป ทำอย่างไรจึงจะสามารถจัดแจกทรัพยากรเพื่อให้เกิดการผลิตที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

12. การวางแผนระยะยาว (Long - range planning) ปัญหาของการวางแผนเกี่ยวกับกำลังการผลิต โดยทั่วไป จะพิจารณาแยกประเภทออกเป็นการจัดหาในลักษณะการเป็นเจ้าของ (Ownership) การเช่า (Lease) หรือการทำสัญญาช่วงต่อระยะสั้น (Short - term) รูปแบบของการกำหนดการเชิงเส้นจะช่วยทำให้ทราบคำตอบของปัญหาเหล่านี้ได้เป็นการล่วงหน้า

- ก. อิทธิพลของค่าปริมาณความต้องการที่คำนวณได้ที่มีต่องานวางแผนเกี่ยวกับกำลังการผลิต
- ข. อิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงที่จะมีผลต่อลักษณะการเป็นเจ้าของ
- ค. อิทธิพลที่จะมีผลต่อค่าใช้จ่ายในการเพิ่มกำลังการผลิตโดยการเช่า

ง. ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง ที่จะมีผลต่อการตัดสินใจ และจำนวนเงินลงทุน ถ้ามี
ความผิดพลาดในค่าพยากรณ์

ตัวอย่างปัญหาที่ต้องตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตสินค้าหลายชนิด (Product mix problem)
ที่สามารถนำโปรแกรมเชิงเส้นตรงมาใช้แก้ปัญหา

บริษัท อุตสาหกรรมไทย จำกัด ผลิตสินค้า 2 ชนิด คือสินค้า ก. และสินค้า ข. สินค้าทั้ง 2
ชนิด จะต้องผ่านขั้นตอนการผลิตในเครื่องจักรทั้ง 3 เครื่อง คือเครื่องจักร A, B, และ C โดยในการ
ผลิตสินค้า ก. หนึ่งหน่วย ต้องใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A, B, และ C คือ 2, 2 และ 4 ชั่วโมง
ตามลำดับ สำหรับการผลิตสินค้า ข. 1 หน่วย ต้องใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A, B และ C คือ
3, 2 และ 2 ชั่วโมง ตามลำดับ

จำนวนชั่วโมงทำงานใน 1 เดือนที่มีอยู่ของเครื่องจักร A, B, และ C เป็น 42, 30, 48
ชั่วโมง ตามลำดับ

เพื่อประหยัดต้นทุนคงที่ต่อหน่วย ในการผลิตสินค้า ก. ต้องผลิตอย่างน้อย 2 หน่วย
และฝ่ายตลาดของกิจการได้พยากรณ์ว่าความต้องการสินค้า ข. จะไม่เกิน 10 หน่วยใน 1 เดือน

บริษัทฯ อยากทราบว่าควรจะมีผลิตสินค้าแต่ละชนิดตามกำลังการผลิตของเครื่องจักรที่มี
อยู่กี่หน่วย จึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด ถ้ากำไรต่อหน่วยของสินค้า ก. และสินค้า ข. เป็น 12 บาท
และ 8 บาท ตามลำดับ

จากปัญหข้างต้นเป็นปัญหาที่ต้องตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตสินค้าหลายชนิด หรือปัญหา
เกี่ยวกับ ส่วนประสมในการผลิตผลิตภัณฑ์ (Product Mix Problem) ว่าควรจะมีผลิตสินค้าแต่ละ
ชนิดกี่หน่วยจึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด ภายใต้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ซึ่งในที่นี้คือการทำ
งานของเครื่องจักร ทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหานี้มีมากมาย ซึ่งถ้าเรายังไม่ได้ศึกษาตัว
แบบ(Model) ใดๆ เพื่อช่วยในการตัดสินใจก็อาจทำให้เราเสียเวลาในการที่จะหาคำตอบที่ดีที่สุด
นั่นคือเราจะต้องลอง สมมติสวนประสมผลิตภัณฑ์ชุดต่างๆ ขึ้นมา แล้วลองทดสอบดูว่าส่วน
ประสมเหล่านี้อยู่ภายใต้เงื่อนไขข้อบังคับต่างๆ ของปัญหา เราจะต้องคำนวณหากำไร แล้วนำ
กำไรส่วนประสมชุดต่างๆ มาเปรียบเทียบกัน แล้วจึงเลือกทางเลือกส่วนประสมผลิตภัณฑ์ที่ให้
กำไรสูงสุด เช่น

ทางเลือกที่ 1 ผลิตรัณฑ์ ก. อย่างเดียว 12 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 12) + (3 \times 0) = 24$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1
- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 12) + (2 \times 0) = 24$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 12) + (2 \times 0) = 48$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ผลิตรัณฑ์ ก. เกิน 2 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4
- ผลิตรัณฑ์ ข. แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 5 นั่นคือผลผลิตไม่เกิน 10 หน่วย
- กำไรสำหรับทางเลือกนี้ $= (12 \times 12) + (8 \times 0) = 144$ บาท

ทางเลือกที่ 2 ผลิตรัณฑ์ ข. อย่างเดียว 14 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 0) + (3 \times 14) = 42$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1
- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 0) + (2 \times 14) = 28$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 0) + (2 \times 14) = 28$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ไม่ได้ผลิตรัณฑ์ ก. แสดงว่าไม่ได้ผลิตอย่างต่ำ 2 หน่วย แสดงว่าไม่ได้้อยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4
- ผลิตรัณฑ์ ข. เกิน 10 หน่วย แสดงว่าไม่ได้้อยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5
- นั่นคือแสดงว่าทางเลือกนี้ไม่ใช่ทางเลือกที่เป็นไปได้

ทางเลือกที่ 3 ผลิตรัณฑ์ ข. อย่างเดียว 10 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 0) + (3 \times 10) = 30$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 0) + (2 \times 10) = 20$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 0) + (2 \times 10) = 20$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ผลผลิตสินค้า ก. เกิน 2 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4
- ผลผลิตสินค้า ข. ไม่เกิน 10 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5
- กำไรสำหรับทางเลือกนี้ $= (12 \times 0) + (8 \times 10) = 80$ บาท

ทางเลือกที่ 4 ผลผลิตภัณฑ์ทั้ง 2 ชนิดๆ ละ 5 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 5) + (3 \times 5) = 25$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1
- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 5) + (2 \times 5) = 10$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 5) + (2 \times 5) = 30$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ผลผลิตสินค้า ก. เกิน 5 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4
- ผลผลิตสินค้า ข. ผลผลิตไม่เกิน 10 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 5
- กำไรสำหรับทางเลือกนี้ $= (12 \times 5) + (8 \times 5) = 100$ บาท

ทางเลือกที่ 5 ผลผลิตภัณฑ์ ก. 5 หน่วย สินค้า ข. 9 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 5) + (3 \times 9) = 37$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1
- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 5) + (2 \times 9) = 28$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 5) + (2 \times 9) = 38$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ผลผลิตสินค้า ก. เกิน 2 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4

- ผลิตสินค้า ข. ไม่เกิน 10 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 5
- ถ้าไรสำหรับทางเลือกนี้ $= (12 \times 5) + (8 \times 9) = 132$ บาท

ทางเลือกที่ 6 ผลิตภัณฑ์ ก. 10 หน่วย สินค้า ข. 2 หน่วย

- เครื่องจักร A ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 10) + (3 \times 2) = 26$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1
- เครื่องจักร B ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (2 \times 10) + (2 \times 2) = 24$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 2
- เครื่องจักร C ใช้เวลาทั้งสิ้น $= (4 \times 10) + (2 \times 2) = 44$ ชั่วโมง แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 3
- ผลิตสินค้า ก. เกิน 2 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4
- ผลิตสินค้า ข. ไม่เกิน 10 หน่วย แสดงว่าอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับข้อที่ 5
- ถ้าไรสำหรับทางเลือกนี้ $= (12 \times 10) + (8 \times 2) = 136$ บาท

จะเห็นได้ว่าทางเลือกที่เป็นไปได้มีมากมาย กิจการจะต้องตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ให้กำไรสูงสุด แต่อย่างไรก็ตามการที่ระบุทางเลือกที่เป็นไปได้ แล้วนำมาลองผิดลองถูกดังที่ได้อธิบายข้างต้น จะเป็นการเสียเวลามาก และยากที่เราจะระบุได้ว่าทางเลือกใดเป็นทางเลือกที่ดีที่สุด ดังนั้นจึงได้มีผู้คิดค้นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาลักษณะนี้ขึ้น เรียกว่า โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming)

ขั้นตอนในการนำโปรแกรมเชิงเส้นตรงมาใช้ในการตัดสินใจ

แบ่งได้ 2 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง
2. การแก้ปัญหาตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง

การสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง

การนำเอาปัญหาที่เกิดขึ้นในธุรกิจมาเขียนให้อยู่ในรูปแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยใช้สัญลักษณ์ เครื่องหมาย และตัวแปรต่างๆ ได้อย่างถูกต้องครบถ้วนตามความเป็นจริงนั้น นับเป็นสิ่งที่สำคัญและควรให้ความระมัดระวังอย่างยิ่ง เพราะผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง จะนำไปใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้นในธุรกิจได้อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับ การสร้างโปรแกรมเชิงเส้นตรงขึ้นแทนปัญหาได้ถูกต้องเป็นประการสำคัญ และในความเป็นจริงแล้ว ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่มักจะเกิดปัญหาและความยุ่งยากมากกว่าขั้นตอนที่สอง คือ การนำโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่สร้างแล้วไปคำนวณหาผลลัพธ์ เพราะในการคำนวณนั้นเป็นศาสตร์ที่มีวิธีการ ขั้นตอน และการคำนวณที่แน่นอน นอกจากนั้น ในปัจจุบันยังมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณทำให้การแก้ปัญหาที่มีความสะดวก รวดเร็ว ละถูกต้องแม่นยำมากขึ้น ในขณะที่การสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง ถือเป็นศิลปะอย่างหนึ่งซึ่งต้องอาศัยการพิจารณาปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนและจำเป็นต้องมีการฝึกฝน

ในการสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงจะต้องศึกษาส่วนประกอบโครงสร้างต่างๆ ของตัวแบบ และสร้างตัวแบบแทนปัญหาที่เกิดขึ้นจริง โดยให้มีโครงสร้างของปัญหาครบถ้วน ในการสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงจะต้องประกอบด้วยโครงสร้างต่อไปนี้

1. ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variable)

ได้แก่สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์มักนิยามกำหนดให้เป็นตัวอักษร เช่น $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots$

X_n หรือ A, B, C หรือ MBA, DCS, NIT, ... เป็นต้น

จากตัวอย่างบริษัทอุตสาหกรรมไทย จำกัด มีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ 2 ตัว โดยกำหนดให้ X_1 เป็นจำนวนการผลิตสินค้า ก. และ X_2 เป็นจำนวนการผลิตสินค้า ข.

2. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

วัตถุประสงค์ของกำหนดการเชิงเส้นจะมีวัตถุประสงค์เดียว ซึ่งอยู่ในรูปเป้าหมายการหาค่าสูงสุด (Maximize) หรือต่ำสุด (Minimize) เช่นการทำการให้สูงที่สุด ยอดขายให้สูงที่สุด ต้นทุนต่ำที่สุด เป็นต้น ในกรณีที่มีวัตถุประสงค์เกินหนึ่งวัตถุประสงค์ ต้องเลือกวัตถุประสงค์ที่สำคัญที่สุดเขียนเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยมีความสัมพันธ์ตัวแปรเป็นเชิงเส้นตรง ส่วนวัตถุประสงค์อื่นจะคิดแปลงเป็นเงื่อนไขบังคับ

รูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$\text{Maximize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

หรือ $\text{Minimize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$

โดยให้

$$Z = \text{ผลรวมของฟังก์ชันวัตถุประสงค์}$$

$$c_j = \text{สัมประสิทธิ์ตัวแปรที่ } j \text{ ซึ่งอาจหมายถึงกำไรต่อหน่วยหรือต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ}$$

ในกรณีบริษัทอุตสาหกรรมไทย จำกัด มีเป้าหมายของกิจการคือต้องการกำไรสูงสุดจากการใช้เวลาทำงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่องเพื่อผลิตสินค้า ก. และ ข. โดยในการผลิตสินค้า ก. 1 หน่วยได้กำไร 12 บาท ดังนั้น ถ้าผลิตสินค้า ก. จำนวน x_1 หน่วย จะได้กำไร $12x_1$ บาท ในทำนองเดียวกัน ในการผลิตสินค้า ข. 1 หน่วย ได้กำไร 8 บาท ถ้าผลิตสินค้า ข. จำนวน x_2 หน่วย จะได้กำไร $8x_2$ บาท ดังนั้นกำไรรวมคือ $(12x_1 + 8x_2)$ บาท และเขียนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = 12x_1 + 8x_2$$

3. เงื่อนไขบังคับ (Constraints)

เงื่อนไขบังคับคือสมการ หรือสมการที่แสดงถึงขีดจำกัดด้านทรัพยากร ความต้องการ หรือเงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา โดยมีความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในเงื่อนไขบังคับเป็นเส้นตรง จำนวนเงื่อนไขบังคับจะขึ้นอยู่กับสภาพของปัญหาว่ายุ่งยาก และซับซ้อนเพียงใด

รูปแบบทั่วไปของเงื่อนไขบังคับ

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq \text{หรือ } \geq \text{หรือ } = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq \text{หรือ } \geq \text{หรือ } = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq \text{หรือ } \geq \text{หรือ } = b_m$$

โดยที่

$$a_{ij} = \text{สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ } j \text{ ในเงื่อนไขบังคับข้อที่ } i \text{ ซึ่งจะเป็นค่าคงที่ที่แสดงอัตราการใช้ทรัพยากร}$$

$$b_i = \text{ค่าทางขวามือของเงื่อนไขบังคับที่ } i \text{ ซึ่งจะเป็นค่าคงที่ที่แสดงจำนวนทรัพยากรที่มีอยู่}$$

ข้อสังเกต

1. ค่า a_i และค่า b_i จะต้องีหน่วยเหมือนกัน เช่น นาฬิกา, ชั่วโมง, กิโลกรัม, หน่วย, โหล, ฟุต, หลา, นิ้ว ฯลฯ
2. เครื่องหมายของเงื่อนไขบังคับสามารถแสดงในรูป $\leq$ หรือ $\geq$ หรือ $=$ โดยเลือกใช้ได้เหมาะสมกับเงื่อนไขบังคับนั้นๆ

ในกรณีบริษัทอุตสาหกรรมไทย จำกัด เงื่อนไขบังคับในการผลิตสินค้าทั้ง 2 ชนิด คือ จำนวนชั่วโมงทำงานของเครื่องจักร A, B, C เงื่อนไขบังคับทางด้านจำนวนการผลิตสินค้า ก. และสินค้า ข. ดังนั้นจึงมีเงื่อนไขบังคับรวมทั้งหมด 5 ข้อ เงื่อนไขบังคับทางด้านจำนวนชั่วโมงทำงานของเครื่องจักรแต่ละประเภท สามารถยกตัวอย่างของเครื่องจักร A ได้ดังนี้ สินค้า ก. 1 หน่วย ใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A 2 ชั่วโมง ดังนั้นถ้าผลิตสินค้า ก. x_1 หน่วย จะใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A $2x_1$ ชั่วโมง ส่วนการผลิตสินค้า ข. 1 หน่วย ใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A 3 ชั่วโมง ถ้าผลิตสินค้า ข. x_2 หน่วย จะใช้เวลาในการเดินเครื่องจักร A $3x_2$ ชั่วโมง รวมเวลาที่เครื่องจักร A ใช้ในการผลิตสินค้าทั้งสองชนิดเป็นจำนวน $(2x_1 + 3x_2)$ ชั่วโมง ซึ่งจะต้องไม่เกินจำนวนชั่วโมงทำงานที่มีอยู่ของเครื่องจักร A คือ 42 ชั่วโมง หรือเขียนเป็นเงื่อนไขบังคับของโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้ดังนี้

$$\text{เครื่องจักร A} \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 42$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถเขียนเงื่อนไขบังคับในด้านการใช้ชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร B และเครื่องจักร C ได้ดังนี้

$$\text{เครื่องจักร B} \quad 2x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$\text{เครื่องจักร C} \quad 4x_1 + 2x_2 \leq 48$$

สำหรับเงื่อนไขบังคับทางด้านจำนวนการผลิตสินค้า ก. คือ จะต้องผลิตอย่างน้อยวันละ 2 หน่วย สามารถแสดงเงื่อนไขบังคับได้ดังนี้

$$\text{สินค้า ก.} \quad x_1 \geq 2$$

นอกจากนั้นแล้วยังมีเงื่อนไขบังคับทางด้านจำนวนการผลิตสินค้า ข. คือ ผลิตไม่เกินวันละ 10 หน่วย เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของตลาด ดังนั้นเงื่อนไขบังคับสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\text{สินค้า ข.} \quad x_2 \leq 10$$

4. ข้อจำกัด (Restriction)

แสดงถึงเงื่อนไขของผลลัพธ์ที่ได้ว่าค่าตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variables)

ทุกตัวจะต้องมีค่าไม่ติดลบ

$$\text{หรือ } x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, \dots, n)$$

ดังนั้นจากที่กล่าวในหัวข้อการสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงข้างต้นทั้งหมดสามารถสรุปถึงโครงสร้างของตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง ได้ดังนี้

$$\text{ให้ } x_1 = \dots\dots\dots$$

$$x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_n = \dots\dots\dots$$

$$Z = \dots\dots\dots$$

$$\text{Maximize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

(or Minimize)

$$\text{Subject To : } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq, \geq, = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq, \geq, = b_2$$

: :

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq, \geq, = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

โดยให้

x_j = ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

c_j = ต้นทุนประสิทธิผลของตัวแปรตัวที่ j ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

a_{ij} = อัตราการใช้ทรัพยากรของตัวแปรที่ j ในเงื่อนไขบังคับที่ i

b_i = จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ i

โปรแกรมเชิงเส้นตรงที่แสดงปัญหาของบริษัทอุตสาหกรรมไทย จำกัด เขียนได้ดังนี้

ให้ x_1 = จำนวนการผลิตสินค้า ก.

x_2 = จำนวนการผลิตสินค้า ข.

Z = กำไรรวมทั้งหมดจากการผลิตสินค้าทั้ง 2 ชนิด

$$\text{Maximize } Z = 12x_1 + 8x_2$$

$$\text{Subject To : } 2x_1 + 3x_2 \leq 42$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 48$$

$$x_1 \geq 2$$

$$x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

การแก้ปัญหามูลค่าโปรแกรมเชิงเส้นตรง

โปรแกรมเชิงเส้นตรงที่สร้างไว้แล้วในขั้นตอนแรกนั้นสามารถนำมาแก้ปัญหาโดยการหาค่าตัวแปรต่างๆ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไปทำได้ 3 วิธีด้วยกันคือ

1. วิธีกราฟ
2. วิธีซิมเพล็กซ์
3. วิธีใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในที่นี้จะอธิบายอย่างละเอียดเฉพาะวิธีกราฟเท่านั้น เนื่องจากเป็นวิธีที่สามารถใช้เป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจการแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นๆ ได้เป็นอย่างดี และเป็นวิธีแก้ปัญหาที่ใช้กับโปรแกรมเชิงเส้นตรงขนาดเล็ก จึงสามารถชี้ให้เห็นถึงลักษณะ และบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ตลอดจนหลักเกณฑ์ในการหาคำตอบได้ชัดเจน สำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ และวิธีใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ สามารถศึกษารายละเอียดได้จากกระบวนการวิเคราะห์เชิงประมาณเพื่อการตัดสินใจ

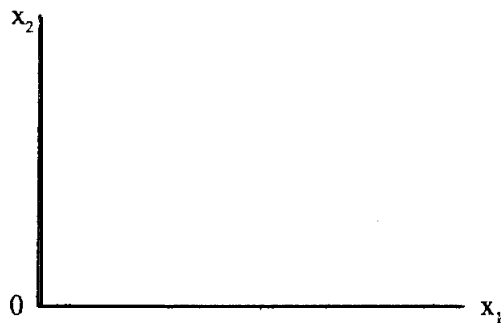
การแก้ปัญหาด้วยแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยวิธีกราฟ

การแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟจะใช้ได้กับโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัว และมีเงื่อนไขบังคับไม่มากนัก สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนคร่าวๆ ได้ดังนี้

1. สร้างแกนนอน และแกนตั้ง แทนตัวแปรแต่ละตัว
2. ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ
3. ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Region)
4. หาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งสามารถทำได้ 2 วิธี คือ
 - ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์
 - ข. วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

จากตัวอย่าง บริษัท อุตสาหกรรมไทย จำกัด สามารถแสดงการแก้ปัญหาด้วยแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยวิธีกราฟ ตามขั้นตอนดังกล่าวข้างต้นได้ดังนี้

1. สร้างเส้นแกนนอน และแกนตั้งแทนตัวแปรแต่ละตัว



รูปที่ 2 แกนนอน และแกนตั้งแทนตัวแปรแต่ละตัว

สำหรับการกำหนดสเกลของแกนนอนและแกนตั้งที่ได้สร้างไว้แล้วนั้น ควรกำหนดหลังจากที่ทราบว่าจุดตัดแกนนอน และจุดตัดแกนตั้งสำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ที่ค่าอะไรบ้างเสียก่อน นั่นคือควรทราบว่าสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อนั้น มีจุดบนแกนนอน หรือจุดบนแกนตั้งที่ค่าอะไรบ้างทั้งนี้เพื่อประโยชน์ในการเขียนกราฟ

2. ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ

ในการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับนี้ จะต้องหาจุดอย่างน้อย 2 จุด สำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อเสียก่อน ซึ่งแสดงการหาจุด 2 จุด สำหรับสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

$$\text{ให้ } 2x_1 + 3x_2 = 42$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \quad \therefore x_2 = 42/3 = 14 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,14)$$

$$\text{ให้ } x_2 = 0 \quad \therefore x_1 = 42/2 = 21 \quad \therefore \text{ได้จุด } (21,0)$$

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2

$$\text{ให้ } 2x_1 + 2x_2 = 30$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \quad \therefore x_2 = 30/2 = 15 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,15)$$

$$\text{ให้ } x_2 = 0 \quad \therefore x_1 = 30/2 = 15 \quad \therefore \text{ได้จุด } (15,0)$$

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3

$$\text{ให้ } 4x_1 + 2x_2 = 48$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \quad \therefore x_2 = 48/2 = 24 \quad \therefore \text{ได้จุด } (0,24)$$

$$\text{ให้ } x_2 = 0 \quad \therefore x_1 = 48/4 = 12 \quad \therefore \text{ได้จุด } (12,0)$$

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4

$$\text{ให้ } x_1 = 2$$

$$\therefore \text{จะได้ } x_1 = 2 \text{ สำหรับทุกๆ ค่าของ } x_2$$

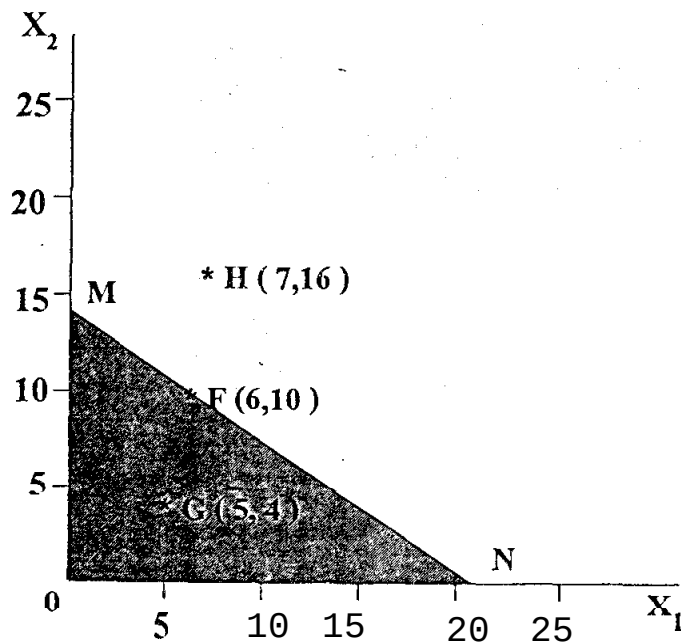
จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5

$$\text{ให้ } x_2 = 10$$

$$\therefore \text{จะได้ } x_2 = 10 \text{ สำหรับทุกๆ ค่าของ } x_1$$

เมื่อเราสามารถหาจุดอย่างน้อย 2 จุดที่อยู่บนเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแล้ว ค่อยไปเราก็สามารถกำหนดสมการว่าควรเป็นช่องละเท่าไรจึงจะเหมาะสม ในที่นี้สเกลควรเป็นช่องละ 1 ต่อมาเราก็ทำการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อจากจุดต่าง ๆ ที่หาค่าได้มา พร้อมทั้งกำหนดบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ในที่นี้จะกำหนดให้พื้นที่ที่แรเงาเป็นบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งสามารถแสดงเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1



รูปที่ 3 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

จากทุกจุดบนเส้นตรง MN ให้ค่า $2x_1 + 3x_2$ เท่ากับ 42 แต่ที่จริงแล้ว เงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 มีเครื่องหมาย $\leq$ ดังนั้นพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขข้อบังคับข้อที่ 1 นี้ จะมีใช้เพียงบนเส้นตรง MN เท่านั้น การจะหาว่าพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 นั้นอยู่ด้านซ้าย หรือ ด้านขวาของเส้นตรง MN ทำได้โดยการทดสอบ เช่นกำหนดจุด F อยู่บนเส้นตรง MN มีค่า $x_1 = 6$ ค่า $x_2 = 10$ จุด G อยู่

ด้านซ้ายมือของเส้นตรง MN มีค่า $x_1 = 5$ ค่า $x_2 = 4$ และจุด H อยู่ด้านขวามือของเส้นตรง MN มีค่า $x_1 = 7$ ค่า $x_2 = 16$

แทนค่า x_1 และ x_2 ของแต่ละจุด ลงในสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ; $2x_1 + 3x_2 \leq 42$ ได้ผลดังนี้

จุด F ($x_1 = 6, x_2 = 10$) ; $2(6) + 3(10) = 42$ สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ

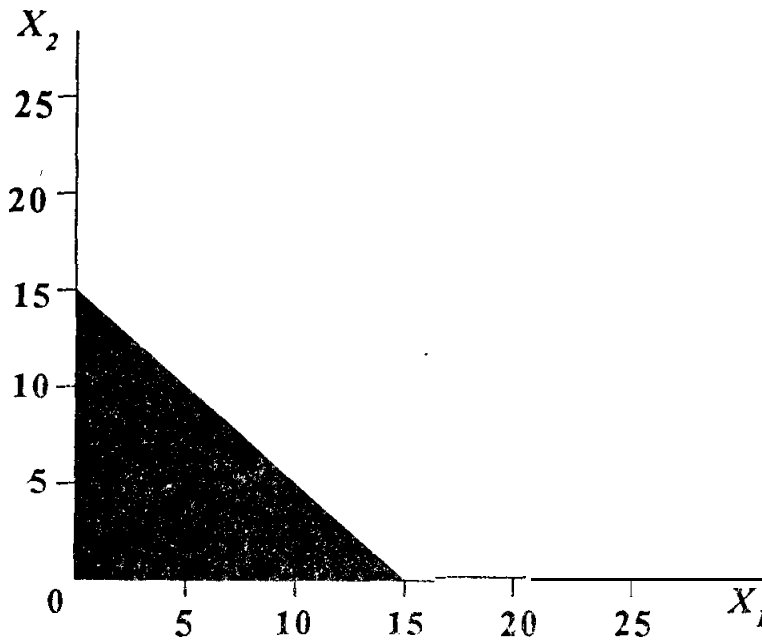
จุด G ($x_1 = 5, x_2 = 4$) ; $2(5) + 3(4) = 22$ สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ

จุด H ($x_1 = 7, x_2 = 16$) ; $2(7) + 3(16) = 62$ ขัดแย้งกับเงื่อนไขบังคับ

แสดงว่าทุกจุดบนเส้นตรง MN และจุดใดๆ ที่อยู่ด้านซ้ายมือของเส้นตรง MN หรือนั้นคือพื้นที่ที่แรเงารูปสามเหลี่ยม OMN เป็นพื้นที่ที่แสดงเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

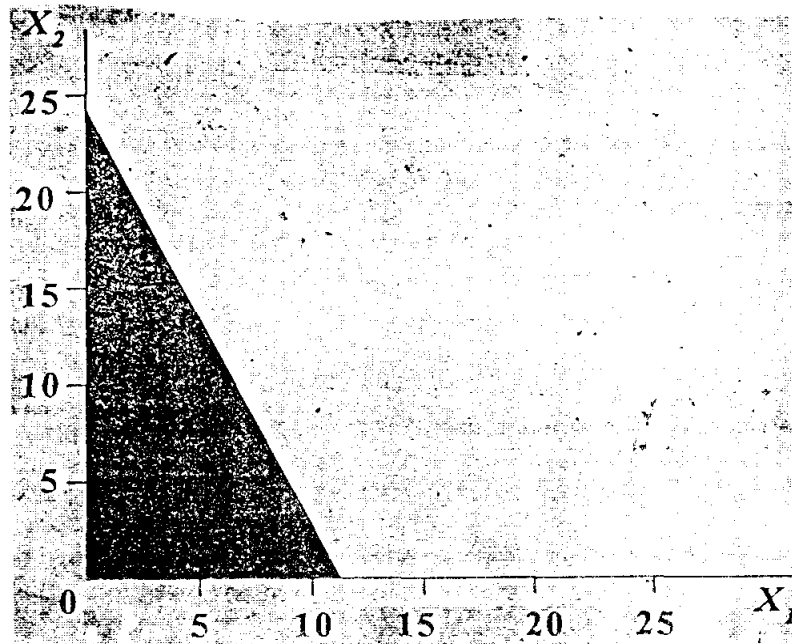
เราสามารถลากเส้นตรง สมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และแสดงพื้นที่ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับนั้น ได้ด้วยวิธีการเดียวกันกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 ซึ่งจะพิจารณาเป็นลำดับๆ ไปได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2



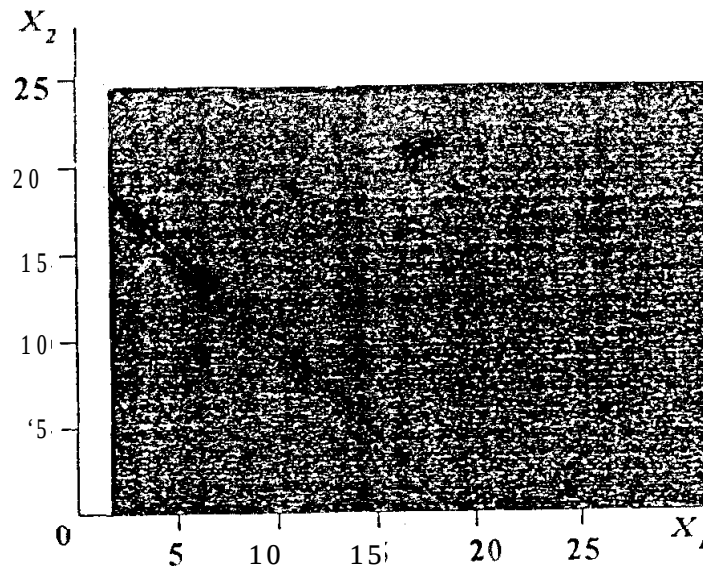
รูปที่ 4 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3



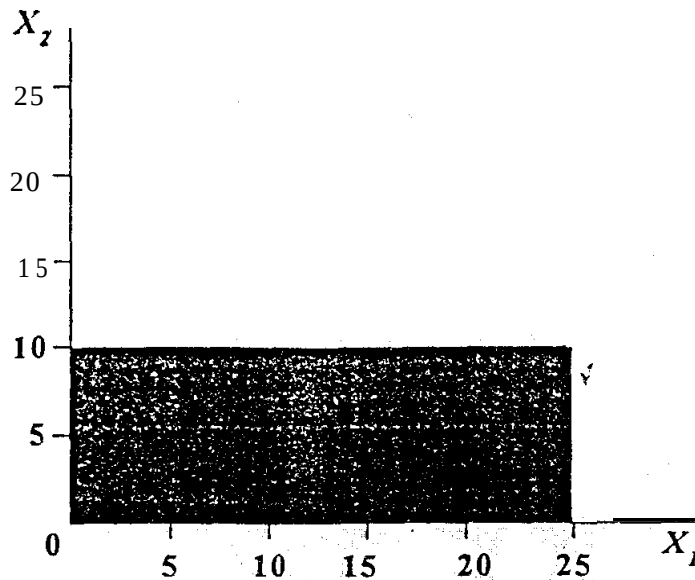
รูปที่ 5 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4



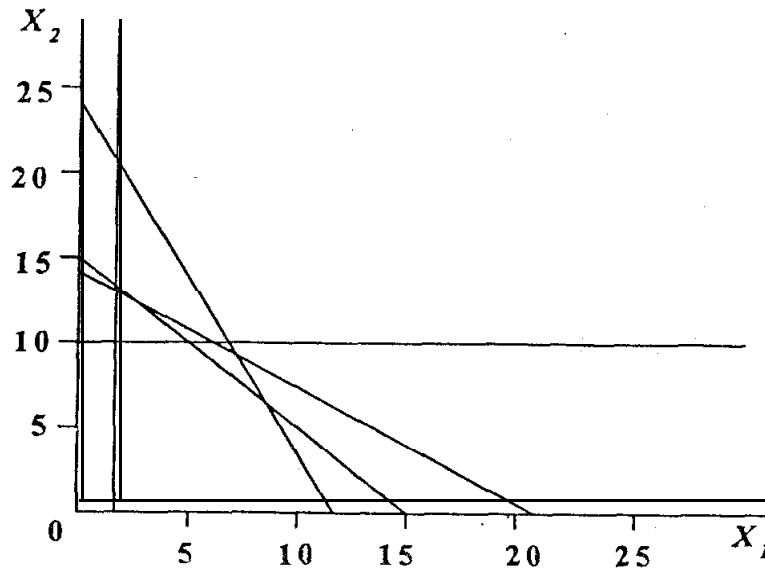
รูปที่ 6 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5



รูปที่ 7 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5 นี้

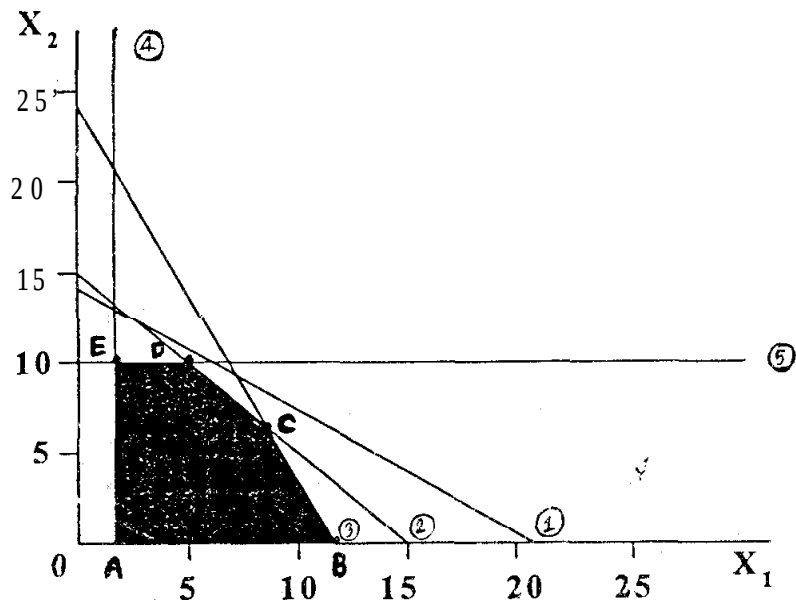
เมื่อลากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 5 ข้อดังกล่าวในกราฟรูปเดียวกันโดยยังไม่แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ จะได้รูปดังนี้



รูปที่ 8 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 5 ข้อ เมื่อเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน

3. ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Region)

บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ หมายถึง พื้นที่ที่แสดงถึงจุดต่างๆ ซึ่งสามารถมีโอกาเป็นคำตอบได้ นั่นคือจุดเหล่านี้จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับทุกข้อ เพราะฉะนั้นในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือพื้นที่ในรูปห้าเหลี่ยม ABCDE ดังที่ได้แรเงาไว้ในรูปที่ 9



รูปที่ 9 บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

4. หาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดคือจุดใดจุดหนึ่ง หรือหลายจุดก็ได้ ที่อยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ หรือนั่นคือ สอดคล้องกับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทุกข้อนั่นเอง และสามารถบรรลุวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหา ซึ่งการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด สามารถทำได้ 2 วิธีคือ

ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ข. วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ต่อไปนี้จะแสดงการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ในแต่ละวิธีดังกล่าว

ก. การหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

มีขั้นตอนดังนี้

1. สมมติค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งเป็นค่า Z ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (ควรสมมติค่าที่สัมพันธ์กับประสิทธิภาพของตัวแปรทั้งสองตัวในฟังก์ชันวัตถุประสงค์หารได้ลงตัว)
2. ลากเส้นตรงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (ใช้หลักการเดียวกับการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ นั่นคือ จะต้องหาจุดอย่างน้อย 2 จุด ที่ผ่านเส้นตรงแสดงฟังก์ชันวัตถุประสงค์นั่นเอง)
3. แบ่งพิจารณาได้ 2 กรณี คือ
 - 3.1 ถ้าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด (Maximize) ให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปห่างจากจุดกำเนิดให้มากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้
 - 3.2 ถ้าเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimize) ให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมเข้าไปใกล้จุดกำเนิดให้มากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้
4. ระบุจุดที่ให้คำตอบที่ดีที่สุด
5. หาค่าคำตอบที่ดีที่สุดตามจุดในข้อ 4 ซึ่งอาจจะใช้การแก้สมการ 2 ชั้นเข้าช่วย ถ้า

ไม่สามารถอ่านค่าโดยตรงจากกราฟได้

ในที่นี้ จะแสดงการใช้วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เพื่อหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดตามลำดับขั้นดังนี้

1. ให้ $Z = 96$

$$\therefore 96 = 12x_1 + 8x_2$$

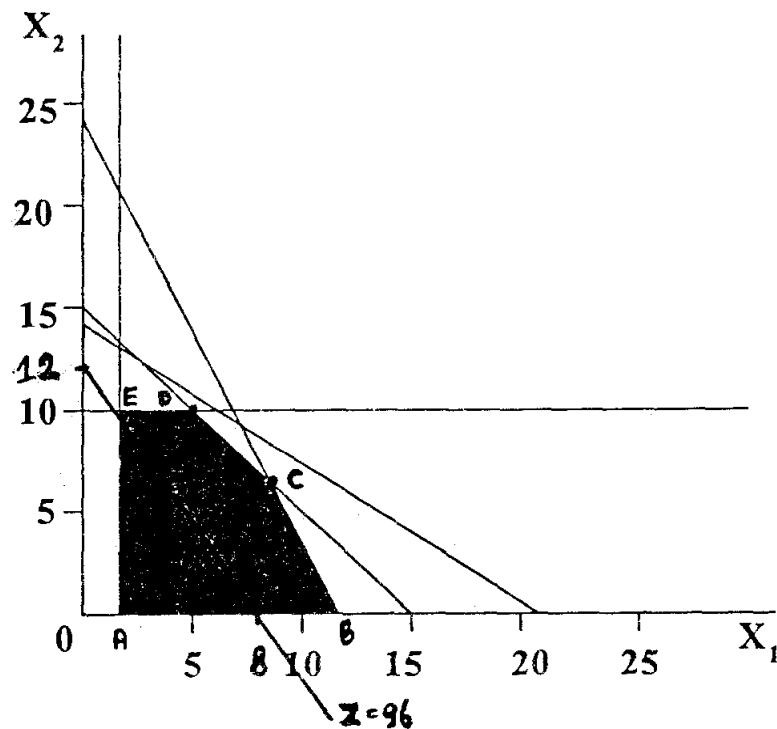
$$12x_1 + 8x_2 = 96$$

2. จาก $12x_1 + 8x_2 = 96$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \therefore x_2 = 96/8 = 12 \therefore \text{ได้จุด } (0, 12)$$

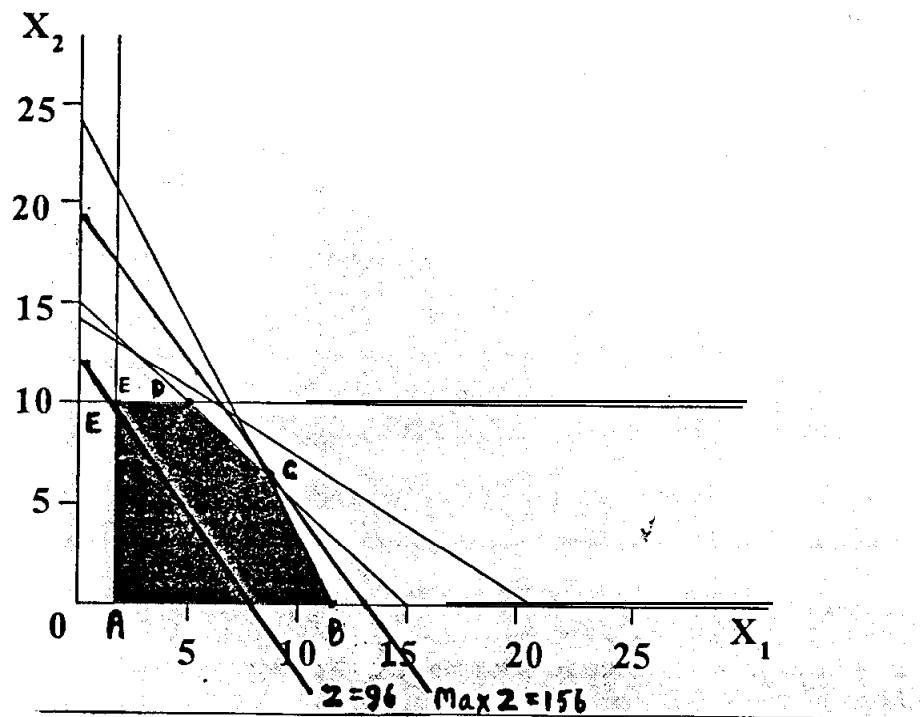
$$\text{ให้ } x_2 = 0 \therefore x_1 = 96/12 = 8 \therefore \text{ได้จุด } (8, 0)$$

ดังนั้นเราสามารถนำจุด 2 จุดดังกล่าวมาลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ลงในกราฟที่ได้
 ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบไว้แล้วได้ดังนี้



รูปที่ 10 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีค่าไรรวมเท่ากับ 96 บาท

3. จะเห็นได้ว่าในกรณีนี้เข้าข้อ 3.1 เพราะว่าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด (Maximization) ดังนั้นจึงให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปให้ห่าง จากจุดกำเนิดให้มากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถแสดงการเลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมออกไปให้ห่างจากจุดกำเนิดให้มากที่สุดได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 11 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ให้ค่ากำไรสูงสุด หรือให้ค่า Maximize Z

4. จากรูปข้างต้นจะได้ว่าจุด C จะให้ค่า Maximize Z

5. ทำการหาค่า (x_1, x_2) ณ จุด C จะเห็นได้จากรูปข้างต้นว่าจุด C เกิดจากการตัดกันของเส้นตรงแสดงขอบเขตเงื่อนไขบังคับ ข้อที่ 2 กับข้อที่ 3 จึงนำสมการของ 2 เงื่อนไขบังคับดังกล่าวมาแก้ไขดังนี้

$$2x_1 + 2x_2 = 30 \quad \text{————— (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2)}$$

$$4x_1 + 2x_2 = 48 \quad \text{————— (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 3)}$$

$$(2) - (1) \quad 2x_1 = 18$$

$$\therefore x_1 = 9$$

$$\text{แทน } x_1 \text{ ใน (1) } (2 \times 9) + 2x_2 = 30$$

$$2x_2 = 30 - 18 = 12$$

$$x_2 = 12/2 = 6$$

$$\therefore \text{จุด C คือ } (9, 6)$$

สรุป

Maximize Z อยู่ที่ $x_1 = 9, x_2 = 6$

โดย Maximize Z = $(12 \times 9) + (8 \times 6)$
= 156 บาท

∴ ใน 1 เดือน โรงงานควรผลิตสินค้า ก. 9 หน่วย สินค้า ข. 6 หน่วย โดยได้กำไรสูงสุด 156 บาท

ข. การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

คำตอบของปัญหา มักจะอยู่ที่จุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบ โดย

- ถ้าเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด จุดยอดของคำตอบมักจะให้แก่จุดยอด ที่ห่างจากจุด Origin

- ถ้าเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด จุดยอดของคำตอบมักจะให้แก่จุดยอด ที่อยู่ใกล้จุด Origin

โดยขั้นตอนในการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด มีดังนี้

1) หาว่า จุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบ (feasible region) มีทั้งหมดกี่จุด และอยู่ที่จุดใดบ้าง

2) หาค่า (K_1, K_2) ของแต่ละจุดยอด

3) หาค่า Z ของแต่ละจุดยอด

4) พิจารณาว่าจุดยอดใดให้ค่า Max Z หรือ Min Z แล้วแต่กรณี จากตัวอย่างนี้จะพบว่าจุดยอดมีทั้งหมด 5 จุด ดังนั้นเราจะต้องหาค่า (x_1, x_2) ณ จุดยอดทั้ง 5 แล้วนำค่า (x_1, x_2) ของแต่ละจุดยอดมาทำการหาค่า Z ซึ่งจะได้ค่า (x_1, x_2) และค่า Z ของแต่ละจุดยอดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 การหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

จุดยอด	ค่า (x_1, x_2)	$Z = 12x_1 + 8x_2$
A	(2, 0)	$Z = (12)(2) + (8)(0) = 24$
B	(12, 0)	$Z = (12)(12) + (8)(0) = 144$
C	(9, 6)	$Z = (12)(9) + (8)(6) = 156$
D	(5, 10)	$z = (12)(5) + (8)(10) = 140$
E	(2, 10)	$Z = (12)(2) + (8)(10) = 104$

หมายเหตุ

- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด A และ B สามารถอ่านจากกราฟได้เลย
- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด C เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และ 3 ตัดกัน
- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด D เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 และ 5 ตัดกัน
- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด E เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4 และ 5 ตัดกัน

หรือสามารถอ่านจากกราฟได้ทันที

(x_1, x_2) ณ จุด C หาได้เช่นเดียวกับที่เคยกล่าวไว้แล้วในหัวข้อการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันจุดประสงค์

หา (x_1, x_2) ณ จุด D ได้โดยการแก้สมการ 2 ชั้น ดังนี้

$$2x_1 + 2x_2 = 30 \quad \text{===== (1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 2)}$$

$$x_2 = 10 \quad \text{===== (2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อ 5)}$$

$$2x_1 + 20 = 30$$

$$2x_1 = 10$$

$$x_1 = 5$$

$$\therefore \text{ ณ จุด D } x_1 = 5, x_2 = 10$$

(x_1, x_2) ณ จุด E สามารถอ่านได้จากกราฟ ได้ดังนี้ $x_1 = 2$ (จากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 4) และ $x_2 = 10$ (จากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 5)

เมื่อเราพิจารณาจากตารางที่ 8 พบว่าค่า Z สูงที่สุดคือ 156 ซึ่งเกิด ณ จุดยอด C ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ว่า ปัญหานี้มีคำตอบคือ $x_1 = 9, x_2 = 6$ โดยมี Maximize $Z = 156$ นั่นคือใน 1 เดือน โรงงานควรผลิตสินค้า ก. 9 หน่วย สินค้า ข. 6 หน่วย โดยได้กำไรสูงสุด 156 บาท

เมื่อเราได้คำตอบที่ดีที่สุดดังกล่าวข้างต้นแล้ว ถ้ามีคำถามต่อไปว่า ณ ส่วนประสมการผลิตที่ดีที่สุด อยากทราบว่าชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง เหลืออยู่หรือไม่ ถ้าเหลือเหลืออยู่เท่าไร

จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร A

$$2x_1 + 3x_2 \leq 42$$

ณ จุด Max Z ได้ $x_1 = 9, x_2 = 6$

$$\therefore 2(9) + 3(6) = 18 + 18 = 36 \text{ ชั่วโมง}$$

$$\therefore \text{เวลาของเครื่องจักร A เหลือ} = 42 - 36 = 6 \text{ ชั่วโมง}$$

จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร B

$$2x_1 + 2x_2 \leq 30$$

ณ จุด Max Z ได้ $x_1 = 9, x_2 = 6$

$$\therefore 2(9) + 2(6) = 18 + 12 = 30 \text{ ชั่วโมง}$$

$$\therefore \text{เวลาของเครื่องจักร B จะไม่เหลือ} \therefore 30 - 30 = 0$$

จากเงื่อนไขบังคับชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร C

$$4x_1 + 2x_2 \leq 48$$

ณ จุด Max Z ได้ $x_1 = 9, x_2 = 6$

$$\therefore 4(9) + 2(6) = 36 + 12 = 48 \text{ ชั่วโมง}$$

$$\therefore \text{เวลาของเครื่องจักร C จะไม่เหลือ} \therefore 48 - 48 = 0$$

ตัวอย่างปัญหาที่ต้องตัดสินใจเกี่ยวกับสัดส่วนการผสม (Blending Problems)

สมมติว่ากิจการแห่งหนึ่งต้องการผลิตอาหารสำเร็จรูปออกจำหน่าย อาหารสำเร็จรูปที่ผลิตจะต้องประกอบด้วย วิตามิน A อย่างน้อย 800 หน่วย และวิตามิน B อย่างน้อย 1,200 หน่วย การผลิตอาหารสำเร็จรูปจะใช้ ไข่ หรือ เนื้อ ไข่ 1 หน่วยให้วิตามิน A 2 หน่วย และวิตามิน B 2 หน่วย เนื้อ 1 หน่วยให้วิตามิน A 1 หน่วย และวิตามิน B 3 หน่วย ต้นทุนไข่ 1 หน่วยเท่ากับ 30 บาท ต้นทุนเนื้อ 1 หน่วยเท่ากับ 70 บาท ต้องการทราบส่วนผสมของไข่และเนื้อที่จะผลิตอาหารสำเร็จรูปให้ได้ต้นทุนต่ำที่สุด

ให้ x_1 = จำนวนของไข่ที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป

x_2 = จำนวนของเนื้อที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป

Z = ต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูป

$$\text{Minimize } Z = 30x_1 + 70x_2$$

Subject to :

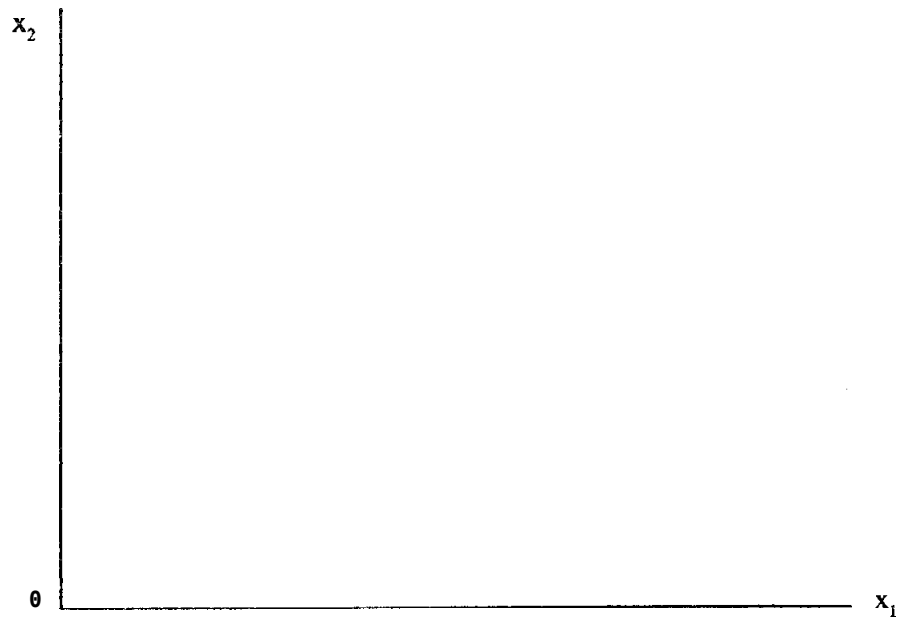
$$2x_1 + 1x_2 \geq 800$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 1,200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

จะเห็นได้ว่าปัญหานี้เป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimization) ซึ่งในการหาคำตอบ จากตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น ก็มีขั้นตอนเช่นเดียวกันกับปัญหาหาค่าสูงสุดตามตัวอย่างที่ 1 จะต่างกันก็เฉพาะแต่ในขั้นตอนของการหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ในที่นี้จะแสดงขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นที่ได้สร้างไว้แล้วดังนี้

1. สร้างแกนนอน และแกนตั้งแทนตัวแปรแต่ละตัว



รูปที่ 12 แกนนอนและแกนตั้ง แทนตัวแปรแต่ละตัว

2. ลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับ

การหาจุด 2 จุด สำหรับการลากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อทำได้ดังนี้
จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1

$$\text{ให้ } 2x_1 + 1x_2 = 800$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \therefore x_2 = 800 \therefore \text{จะได้ } (0, 800)$$

$$\text{ให้ } x_2 = 0 \therefore x_1 = 800/2 = 400 \therefore \text{จะได้ } (400, 0)$$

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2

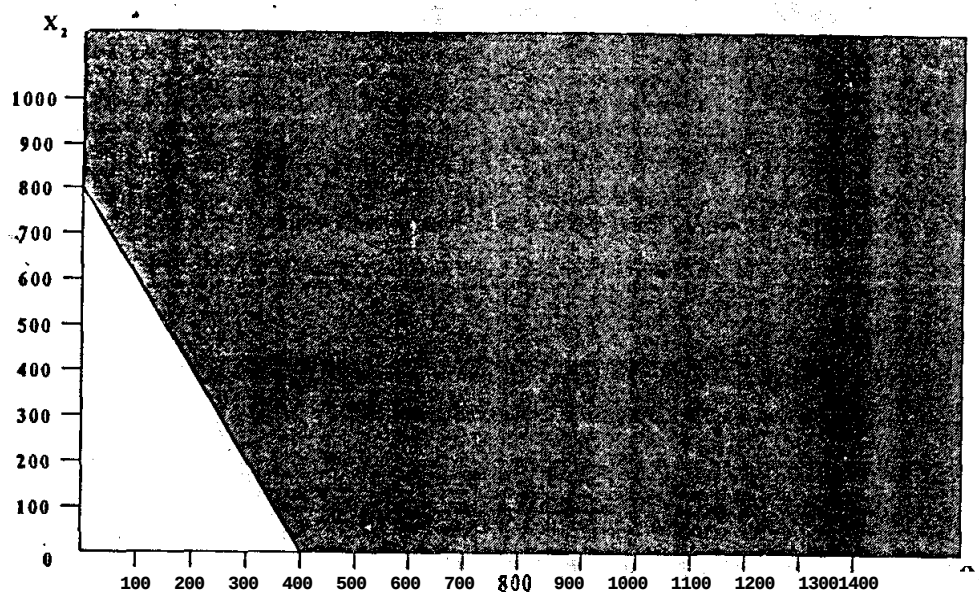
$$\text{ให้ } 2x_1 + 3x_2 = 1,200$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \therefore x_2 = 1,200/3 = 400 \therefore \text{จะได้ } (0, 400)$$

$$\text{ให้ } x_2 = 0 \therefore x_1 = 1,200/2 = 600 \therefore \text{จะได้ } (600, 0)$$

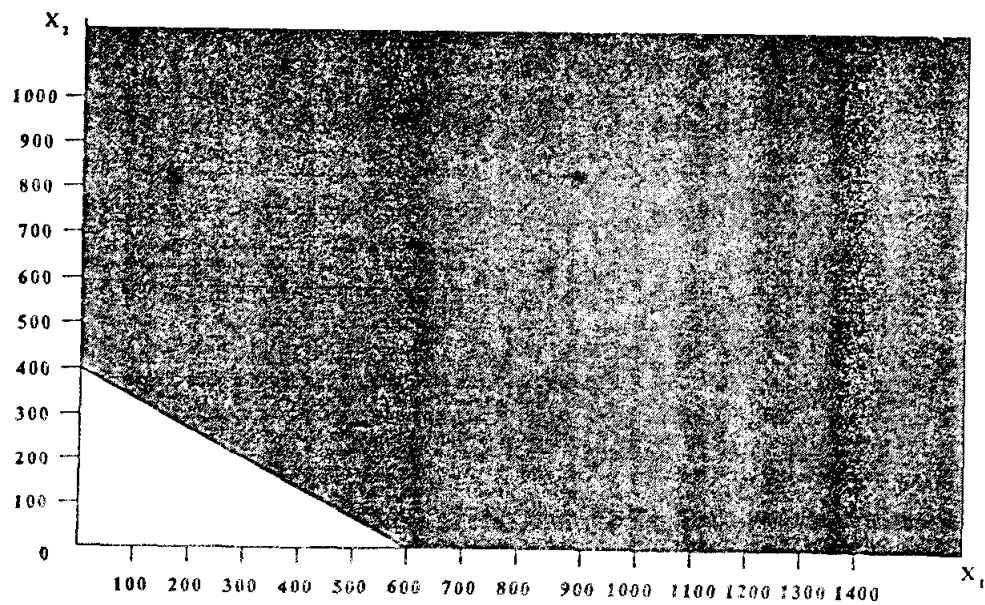
เมื่อเราสามารถหาจุดอย่างน้อย 2 จุด ที่อยู่บนเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแล้วต่อไปก็จะสามารถกำหนดสเกลว่าควรเป็นช่องละเท่าไรจึงจะเหมาะสม ในที่นี้สเกลควรเป็นช่องละ 100 ต่อมาทำการลากเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ พร้อมทั้งกำหนดบริเวณที่เข้าข่ายเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งจะกำหนดให้พื้นที่ที่แรเงาเป็นบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อ ซึ่งสามารถแสดงสมการเงื่อนไขบังคับพร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแต่ละข้อได้ดังนี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1



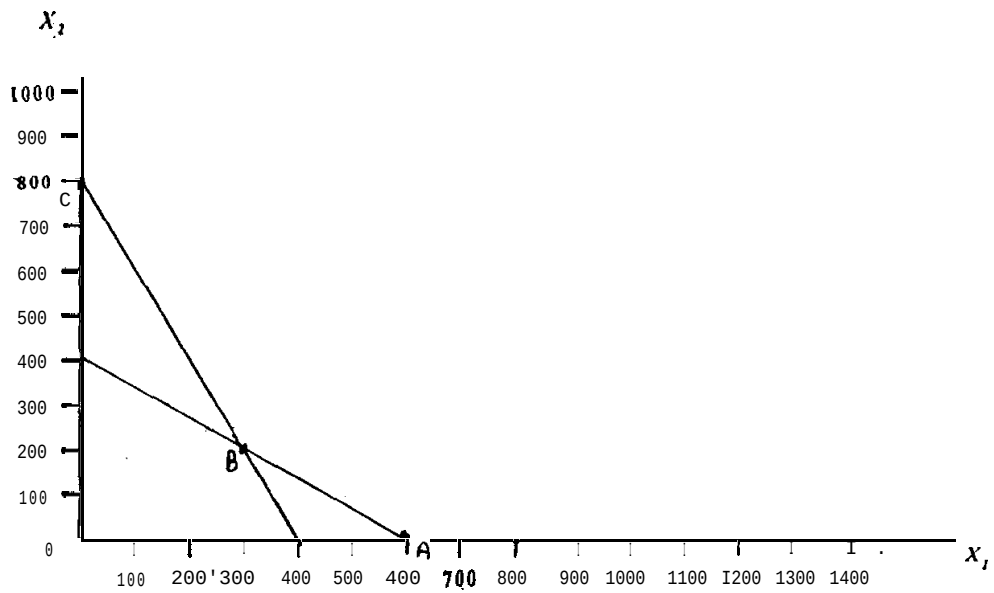
รูปที่ 13 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อบังคับข้อที่ 1 นี้

จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2



รูปที่ 14 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 พร้อมทั้งบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไข
ข้อบังคับข้อที่ 2 นี้

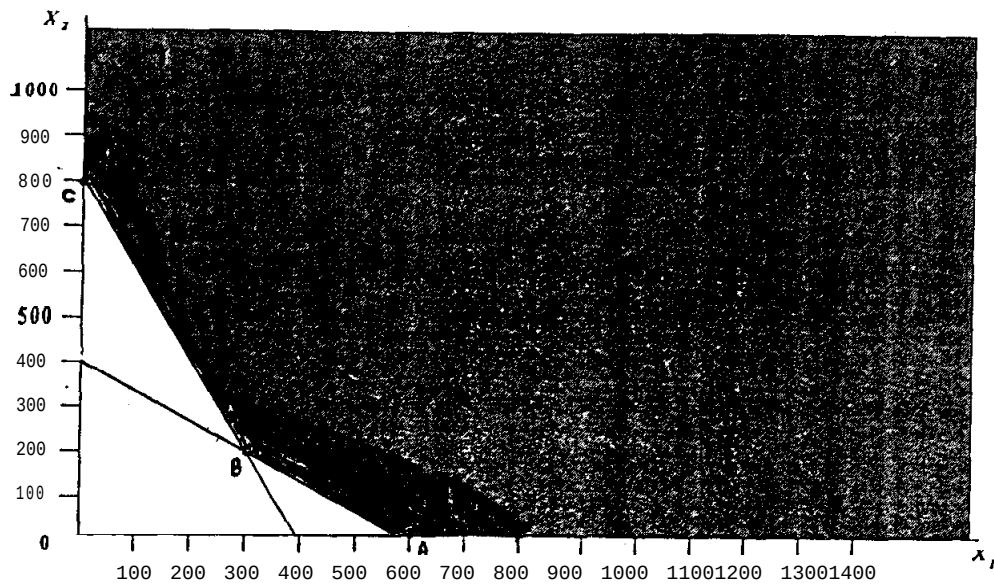
เมื่อลากเส้นตรงสมการเงื่อนไขบังคับ พร้อมทั้งระบุบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ
แต่ละข้อแล้ว ต่อไปจะนำรูปทั้ง 2 รูปข้างต้น เข้ามาเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน โดยยังไม่
แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ จะได้ว่ารูปดังนี้



รูปที่ 15 เส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับทั้ง 2 ข้อ เมื่อเขียนไว้ในกราฟรูปเดียวกัน

3. ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Region)

ในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือพื้นที่ที่แรเงา ซึ่งแสดงได้ตามรูปข้างล่างนี้



รูปที่ 16 บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

4. หาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

การหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดนั้น สามารถทำได้ 2 วิธี ตามที่ได้ศึกษามาแล้วจากตัวอย่าง

ที่ 1 คือ

ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ข. วิธีทดสอบจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ก. วิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ใช้ขั้นตอนตามที่ได้ศึกษามาจากตัวอย่างที่ 1 ทำการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด เพื่อหา

คำตอบสำหรับปัญหาตามตัวอย่างที่ 2 ได้ดังนี้

$$1. \text{ ให้ } Z = 42,000$$

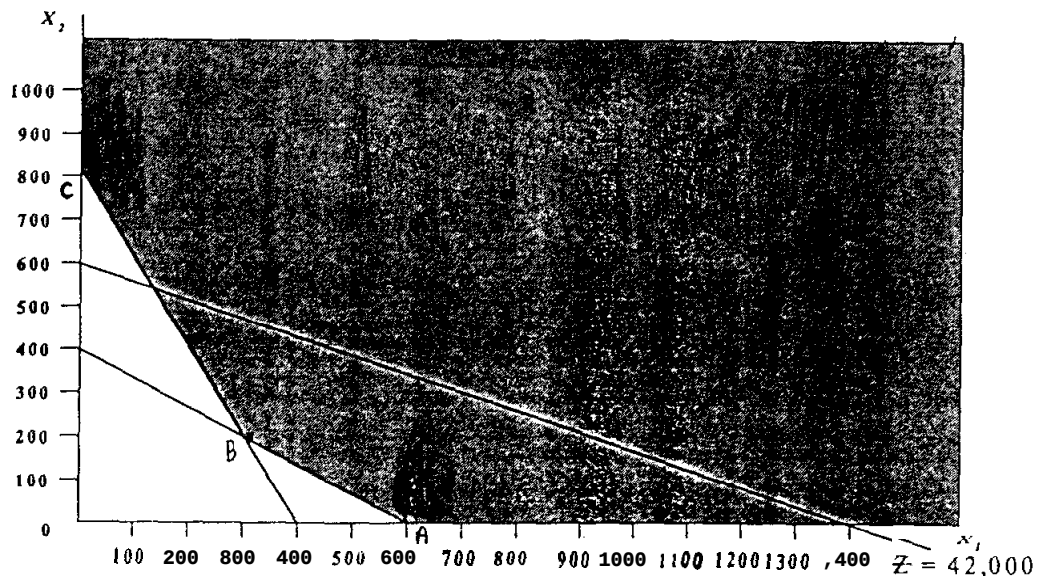
$$\therefore 42,000 = 30x_1 + 70x_2$$

$$2. \text{ จาก } 30x_1 + 70x_2 = 42,000$$

$$\text{ให้ } x_1 = 0 \therefore x_2 = 42,000/70 = 600 \therefore \text{จะได้ } (0, 600)$$

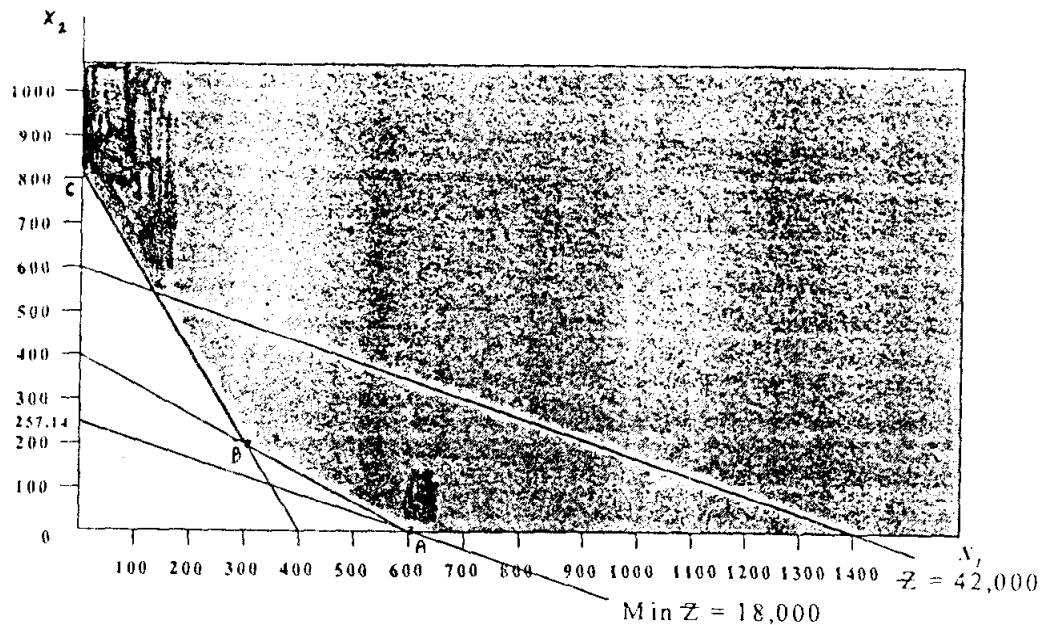
$$\text{ให้ } x_2 = 0 \therefore x_1 = 42,000/30 = 1,400 \therefore \text{จะได้ } (1,400, 0)$$

ดังนั้น เราสามารถนำจุด 2 จุดดังกล่าวมาลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ไว้ในกราฟที่ได้
ระบุบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบไว้แล้วได้ดังนี้



รูปที่ 17 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปเท่ากับ 42,000 บาท

3. จะเห็นได้ว่าในกรณีนี้ เป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้นจึงให้เลื่อนเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขนานกับเส้นเดิมให้เข้าไปใกล้จุดกำเนิดมากที่สุด โดยยังอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถแสดงการเลื่อนเส้นฟังก์ชัน วัตถุประสงค์ ขนานกับเส้นเดิมเข้ามาใกล้จุดกำเนิดให้มากที่สุดได้ดังนี้



รูปที่ 18 เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ให้ค่าต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปต่ำสุด

4. จากรูปข้างต้นจะเห็นว่าจุด A ให้ค่า Minimize Z

5. ทำการหาค่า (x_1, x_2) ณ จุด A จากรูปจะเห็นได้ชัดว่าจุด A เป็นจุดเริ่มต้น ณ แกนนอนของเส้นตรงแสดงสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2 ดังนั้นจึงสามารถอ่านค่า (x_1, x_2) ได้ทันที โดยไม่ต้องทำการแก้สมการใดๆ ซึ่งจุด A มีค่า (x_1, x_2) เป็น $(600, 0)$

นั่นคือ $\text{Min } Z$ อยู่ที่ $x_1 = 600, x_2 = 0$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } \text{Min } Z &= 30x_1 + 70x_2 \\ &= (30 \times 600) + (70 \times 0) \\ &= 18,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

∴ ในการผลิตอาหารสำเร็จรูปราควรใช้ไข่ 600 หน่วย โดยไม่ต้องใช้เนื้อ และจะทำให้ได้ต้นทุนรวมในการผลิตอาหารสำเร็จรูปต่ำสุดเป็น 18,000 บาท

ข. หาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด ด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

ปัญหานี้เป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้น จุดยอดของคำตอบมักจะได้แก่จุดยอดที่อยู่ใกล้จุดกำเนิด (Origin) ใช้ขั้นตอนตามที่ได้ศึกษามาจากตัวอย่างที่ 1 ทำการหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดโดยการทดสอบจุดยอด เพื่อหาคำตอบสำหรับปัญหาคตามตัวอย่างที่ 2 ดังที่อธิบายในย่อหน้าต่อไป

ในตัวอย่างนี้ บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบมีจุดยอด 3 จุดคือ A, B และ C ดังนั้นก่อนอื่นเราจะต้องหาค่า (x_1, x_2) ณ จุดทั้ง 3 ดังกล่าว แล้วนำไปแทนค่าในฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพื่อที่จะหาค่า Z แล้วเปรียบเทียบว่า ค่า Z ณ จุดยอดใดที่ให้ค่าต่ำสุดก็จะได้ว่าจุดยอดนั้นเป็นคำตอบ ซึ่งการหาค่า (x_1, x_2) และ Z แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4 การหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด

จุดยอด	ค่า (x_1, x_2)	$Z = (30x_1 + 70x_2)$
A	(600, 0)	$Z = (30)(600) + (70)(0) = 18,000^*$
B	(300, 200)	$Z = (30)(300) + (70)(200) = 23,000$
C	(0, 800)	$Z = (30)(0) + (70)(800) = 56,000$

หมายเหตุ

- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด A และ C สามารถอ่านจากกราฟได้เลย
- ค่า (x_1, x_2) ณ จุด B เกิดจากเส้นสมการเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และ 2 ตัดกัน

หาค่า (x_1, x_2) ณ จุด B โดยการแก้สมการ 2 ชั้น ได้ดังนี้

$$2x_1 + 1x_2 = 800 \quad \text{—————(1) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1)}$$

$$2x_1 + 3x_2 = 1,200 \quad \text{—————(2) (จากเงื่อนไขบังคับข้อที่ 2)}$$

$$(2) - (1) \quad 2x_2 = 400$$

$$x_2 = 400/2 = 200$$

แทนค่า x_2 ใน (1) $2x_1 + 200 = 800$

$$2x_1 = 600$$

$$x_1 = 600/2 = 300$$

จากตารางที่ 9 ข้างต้น จะเห็นได้ว่า Min Z เกิดที่จุด A โดยมี $x_1 = 600$, $x_2 = 0$ และ Min $Z = 18,000$

นั่นก็คือ ในการผลิตอาหารสำเร็จรูปควรใช้ไข่ 600 หน่วย โดยไม่ต้องใช้เนื้อ และจะทำให้ต้นทุนต่ำที่สุดเป็น 18,000 บาท ซึ่งจะเห็นได้ว่าคำตอบที่ได้ จะเหมือนกับคำตอบจากการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

จากตัวอย่างนี้ ถ้ามีคำถามคือว่า ณ สัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดของไข่และเนื้อที่ใช้ในการผลิตอาหารสำเร็จรูป อยากทราบว่าอาหารสำเร็จรูป 1 หน่วยที่ได้จากการผลิตจะมีวิตามิน A และวิตามิน B อย่างละกี่หน่วย

สำหรับคำถามนี้เราสามารถหาคำตอบได้โดยการนำจำนวนไข่ ($x_1 = 600$) และจำนวนเนื้อ ($x_2 = 0$) ซึ่งเป็นจำนวนสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุด เข้าไปแทนค่าในเงื่อนไขบังคับข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ดังนี้

จากเงื่อนไขข้อบังคับเกี่ยวกับจำนวนวิตามิน A ที่ต้องการ

$$2x_1 + x_2 \geq 800$$

ณ จุด Mix Z ได้ $x_1 = 600$, $x_2 = 0$

$$\therefore (2)(600) + 0 = 1,200 \text{ หน่วย}$$

ดังนั้นสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดเพื่อผลิตอาหารสำเร็จรูปจะให้วิตามิน A จำนวน 1,200 หน่วย ซึ่งสูงกว่าข้อบังคับขั้นต่ำเป็น 400 หน่วย (เกิดจาก $1,200 - 800 = 400$)

จากเงื่อนไขข้อบังคับเกี่ยวกับจำนวนวิตามิน B ที่ต้องการ

$$2x_1 + 3x_2 \geq 1,200$$

ณ จุด Min Z ได้ $x_1 = 600$, $x_2 = 0$

$$\therefore (2)(600) + (3)(0) = 1,200 \text{ หน่วย}$$

ดังนั้นสัดส่วนการผสมที่ดีที่สุดเพื่อผลิตอาหารสำเร็จรูปจะให้วิตามิน B จำนวน 1,200 หน่วย ซึ่งเท่ากับข้อบังคับขั้นต่ำของจำนวนวิตามิน B ที่จะต้องให้มีพอดี

ลักษณะพิเศษของโปรแกรมเชิงเส้นตรง

ตอบที่ดีที่สุดของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงตามที่ได้อธิบายมาแล้วเป็นคำตอบที่ดีที่สุดเพียงคำตอบเดียว จะไม่มีคำตอบกรณีอื่นใดที่จะทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดแล้วแต่กรณี แต่คำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นอาจมีลักษณะพิเศษอื่นอีก ได้แก่

1. คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ (alternative solutions)
2. คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (unbounded solution)
3. ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible solution)

นอกจากนี้ ตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงอาจมีข้อจำกัดที่ซ้ำซ้อน (redundant constraint) อีกด้วย ซึ่งจะได้อธิบายในตอนท้ายของหัวข้อนี้

1. คำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ (alternative solutions)

ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่มีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ หมายถึง กรณีที่คำตอบมีหลายชุด นั่นก็คือมีค่าของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจหลายทางเลือก ที่มีผลทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเท่ากัน

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่มีคำตอบที่ดีที่สุดหลายคำตอบ

$$\text{Maximize } Z = 150x_1 + 100x_2$$

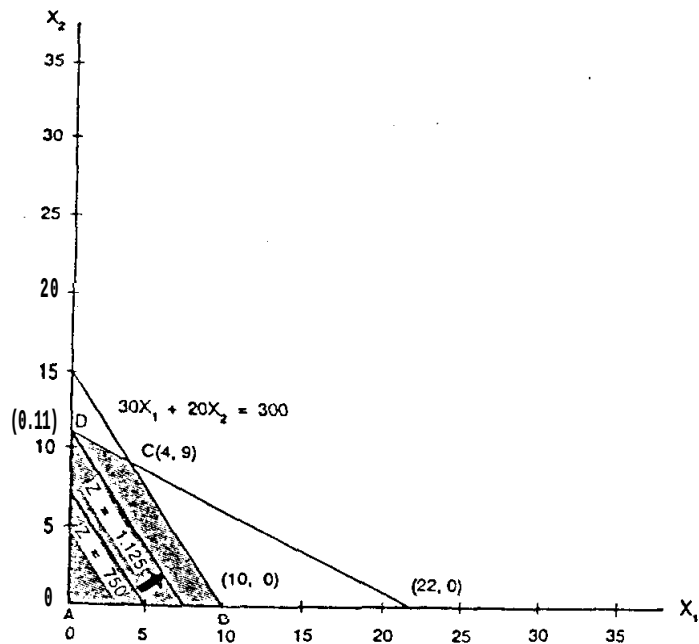
Subject to :

$$30x_1 + 20x_2 \leq 300$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 110$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

จากตัวแบบสามารถนำไปเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยปฏิบัติตามขั้นตอนที่ได้สรุปไว้แล้ว คือเริ่มจากการเขียนกราฟของข้อจำกัดก่อนเพื่อหาพื้นที่ที่เป็นไปได้ของคำตอบ แล้วจึงเขียนกราฟของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ หรืออาจใช้วิธีแทนค่า x_1, x_2 ที่จุดยอดต่าง ๆ ลงในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ทั้งนี้เพื่อจะได้คำตอบที่ดีที่สุดตามต้องการ ดังแสดงตามรูปที่ 19



รูปที่ 19 แสดงคำตอบที่ดีที่สุดมีหลายคำตอบ

จากกราฟจะเห็นว่าเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เส้นแรก คือ $Z = 150x_1 + 100x_2 = 750$ เส้นที่สอง คือ $Z = 1,125$ เมื่อเพิ่มค่า Z เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เคลื่อนไปในทิศทางที่ห่างจากจุดกำเนิด และเมื่อเพิ่มค่า Z ไปอีกจะพบเส้น Z เส้นสุดท้ายทับกับเส้นตรง $30x_1 + 20x_2 = 300$ ดังนั้นทุกจุดระหว่างจุดยอด $C(4, 9)$ และจุดยอด $B(10, 0)$ เป็นจุดที่ให้คำตอบที่ดีที่สุด นั่นคือ x_1 และ x_2 ระหว่างจุดยอดทั้งสองดังกล่าว คือ จุดที่ให้คำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งมีอยู่หลายค่า และเมื่อแทนค่าเหล่านี้ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะให้ค่าที่เท่ากัน คือ 1,500 ดังแสดง คือ

$$\text{Maximize } Z = 150x_1 + 100x_2$$

ที่จุดยอด $C(4, 9)$ แทนค่าในสมการจะได้

$$Z = 150(4) + 100(9) = 1,500$$

ที่จุดยอด $B(10, 0)$ แทนค่าในสมการจะได้

$$Z = 150(10) + 100(0) = 1,500$$

หรืออาจแทนค่า x_1, x_2 ที่อยู่ระหว่างจุดยอด $C(4, 9)$ และจุดยอด $B(10, 0)$ ก็จะได้ค่าที่เท่ากัน เช่น ที่จุด $(8, 3)$ จะได้

$$Z = 150(8) + 100(3) = 1,500$$

ถ้าใช้วิธีการคำนวณค่าตอบที่ดีที่สุดโดยการทดสอบจุดยอดจะแสดงได้ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 การหาผลเฉลยเหมาะที่สุดด้วยวิธีทดสอบจุดยอด กรณีตัวแบบโปรแกรม
เชิงเส้นตรงมีค่าตอบที่ดีที่สุดหลายค่าตอบ

จุดยอด	ค่าของ (x_1, x_2)	$Z = 150x_1 + 100x_2$
A	(0, 0)	$z = 150(0) + 100(0) = 0$
B	(10, 0)	$z = 150(10) + 100(0) = 1,500$
C	(4, 9)	$z = 150(4) + 100(9) = 1,500$
D	(0, 11)	$Z = 150(0) + 100(11) = 1,100$

จากตารางจะพบว่า จุด B และ C เป็นจุดที่ให้ค่า Z สูงสุดเท่ากัน ได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับวิธี
ลากเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ถ้าพิจารณาความชันของเส้นตรงจะพบว่า ความชันของ $30x_1 + 20x_2$
 $= 300$ เท่ากับความชันของเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ซึ่งมีค่าความชันเท่ากับ 1.5

ดังนั้น เมื่อค่าตอบที่ดีที่สุดของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีมากกว่าหนึ่งค่าจะพบว่า
ความชันของฟังก์ชันวัตถุประสงค์เท่ากับความชันของข้อจำกัดใดข้อจำกัดหนึ่ง มีผลให้กราฟ
เส้นตรงของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทับกับด้านใดด้านหนึ่งของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

คำตอบที่เกิดขึ้นในกรณีนี้ช่วยให้การตัดสินใจของผู้บริหารมีความยืดหยุ่นมากขึ้น เพราะ
ไม่ว่าจะใช้ค่าของ x_1 และ x_2 ที่จุดใดก็จะให้ผลลัพธ์ที่เท่ากัน

2. คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (unbounded solution)

คำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงตามที่ได้อธิบายมาแล้ว เราสามารถสรุปได้ว่า ถ้าปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงใดๆ มีคำตอบที่ดีที่สุด แสดงว่า จะต้องมีความคำตอบที่ดีที่สุดอย่างน้อยหนึ่งค่าหรือที่จุดยอดหนึ่ง นั่นคือ อาจมีคำตอบเพียงค่าเดียวหรือหลายค่าก็ได้ แต่บางกรณีเราอาจไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ นั่นคือ อาจเกิดกรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตหรือไม่สามารถหาคำตอบได้

กรณีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตเกิดขึ้นเมื่อเราสามารถหาพื้นที่ที่เป็นไปได้ของคำตอบได้ แต่เมื่อเขียนกราฟของฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะพบว่า เส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพิ่มขึ้นอย่างไม่จำกัด สามารถเพิ่มค่า Z เท่าใดก็ได้โดยไม่ผ่านข้อจำกัดตามปัญหาที่กำหนดไว้ คำตอบกรณีนี้เป็นคำตอบที่เป็นไปไม่ได้ในสภาพความเป็นจริง สาเหตุที่เกิดขึ้นนี้อาจเป็นเพราะการสร้างตัวแบบไม่ถูกต้องหรือเกิดความผิดพลาดในการเขียนตัวแบบ ดังตัวอย่าง เช่น

$$\text{Maximize } Z = 20x_1 + 30x_2$$

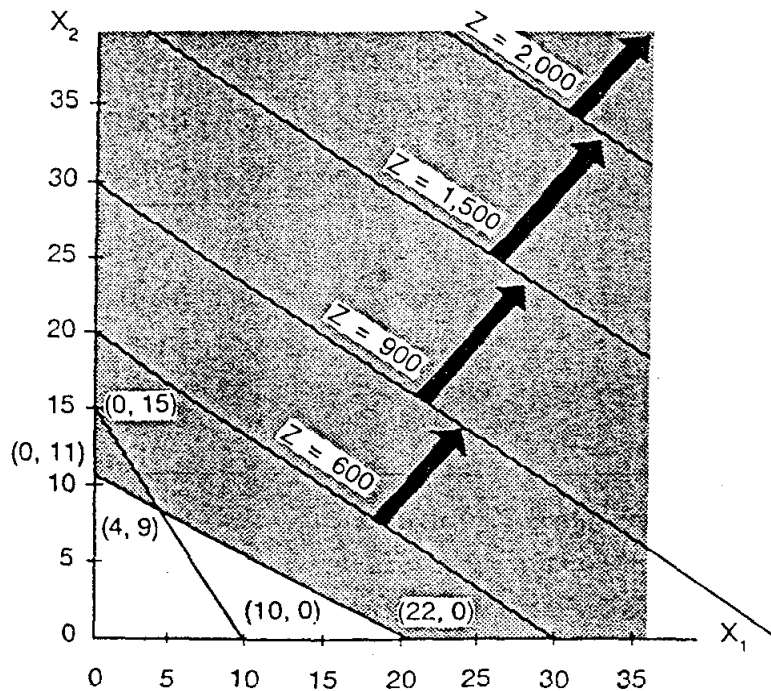
Subject to :

$$30x_1 + 20x_2 \geq 300$$

$$5x_1 + 10x_2 \geq 110$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

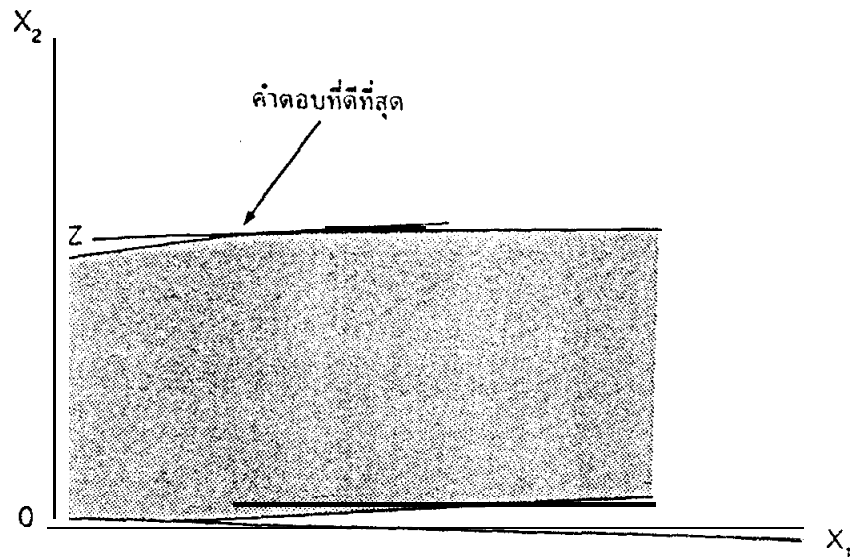
นำไปเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบ ดังแสดงตามรูปที่ 20



รูปที่ 20 กราฟแสดงกรณีคำตอบไม่มีขอบเขต

จากกราฟจะเห็นว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเพิ่มขึ้น โดยไม่มีขอบเขตค่า Z เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีที่สิ้นสุด เพราะตารางค่าที่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเพิ่มขึ้น เช่น $Z = 600$, $Z = 900$, $Z = 1,500$ และ $Z = 2,000$ เส้นตรงนี้เคลื่อนที่ไปทางด้านขวามือเรื่อยๆ และยังคงอยู่ในพื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เสมอ ดังนั้น ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงใดที่ให้คำตอบกรณีเช่นนี้เรียกว่า คำตอบที่ไม่มีขอบเขตหรือเป็นคำตอบที่มีค่าอนันต์

ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงบางกรณีอาจพบว่าพื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เป็นพื้นที่ที่ไม่มีขอบเขต (unbounded feasible area) แต่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ดังแสดงตามรูปที่ 21



รูปที่ 21 แสดงพื้นที่ที่หาคำตอบได้ไม่มีขอบเขตแต่หาคำตอบได้

ดังนั้น เมื่อเขียนกราฟของฟังก์ชันข้อจำกัดแล้วพบว่า พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เป็นพื้นที่ที่ไม่มีขอบเขต เรายังไม่อาจสรุปได้ว่า คำตอบของปัญหาเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขต ต้องเขียนกราฟของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ถ้าเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เคลื่อนไปในทิศทางที่ไปสัมผัสกับจุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ แสดงว่าปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงนั้นมีคำตอบที่ดีที่สุด แต่ถ้าเส้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์เคลื่อนไปในทิศทางที่ไม่มีขอบเขต ค่า Z เพิ่มขึ้นอนันต์แสดงว่าปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงนั้นเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขต

3. ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible solution)

การหาคำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงบางครั้งอาจพบว่า ไม่สามารถหาคำตอบได้หรือเกิดกรณีที่เรียกว่าไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (infeasible หรือ inconsistency) เนื่องจากเมื่อเขียนกราฟของข้อจำกัดไม่สามารถหาพื้นที่ร่วมของทุกอสมการหรือสมการหรือหาพื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่ได้ และเมื่อนำค่าตัวแปรไปแทนค่าข้อจำกัดจะพบว่าไม่มีค่าของตัวแปรใดที่สอดคล้องกับข้อจำกัดทุกข้อ ดังแสดงตามตัวอย่าง

$$\text{Maximize } Z = 20x_1 + 30x_2$$

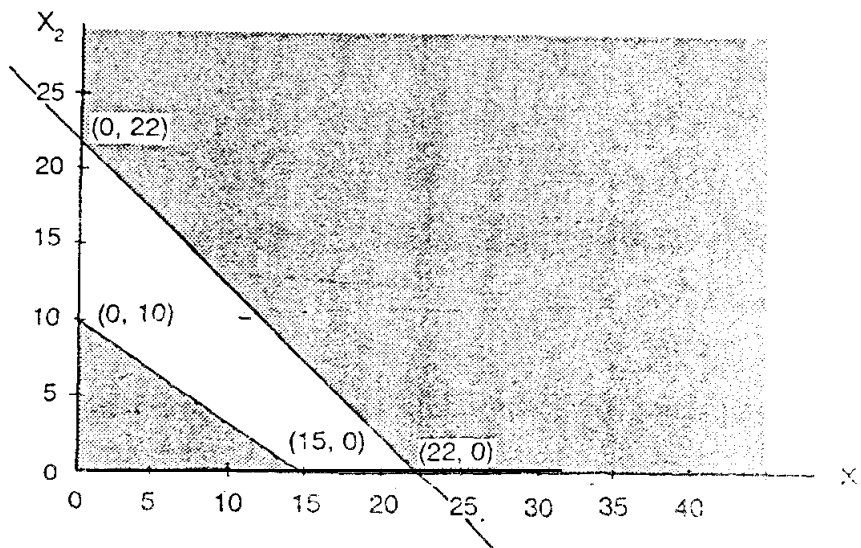
Subject to :

$$20x_1 + 30x_2 \leq 300$$

$$5x_1 + 5x_2 \geq 110$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

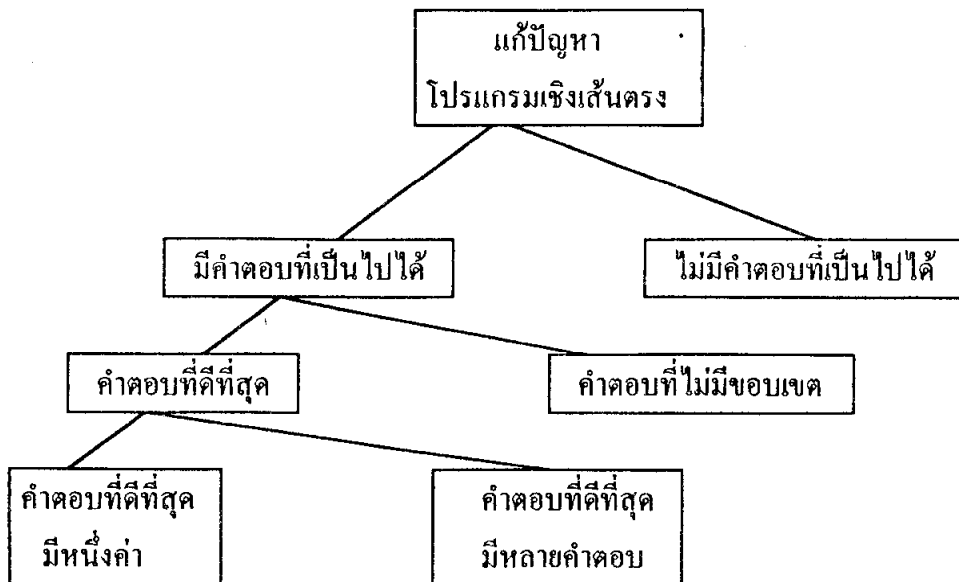
นำตัวแบบไปเขียนกราฟจะเห็นว่าไม่สามารถหาบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบได้ เนื่องจากไม่มีพื้นที่ร่วมของทุกข้อจำกัด ดังแสดงตามรูปที่ 22



รูปที่ 22 กราฟแสดงปัญหาที่ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้

จากกราฟจะเห็นว่าไม่มีพื้นที่ร่วมของทั้งสองข้อจำกัด ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงกรณีนี้จึงไม่สามารถหาคำตอบได้ การเกิดปัญหาคำตอบได้อาจเนื่องมาจากการเขียนตัวแบบไม่ถูกต้อง เช่น ข้อผิดพลาดจากการเขียนตัวแบบข้อจำกัดมากเกินไปและเป็นข้อจำกัดที่ขัดแย้งกัน เช่น กำหนดให้ $x \leq 3$ และ $x \geq 4$ หรืออาจเนื่องจากการพิมพ์ข้อมูลผิดพลาด

ดังนั้น โดยสรุปเราสามารถเขียนภาพ แสดงคำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงทุกกรณีที่เกิดขึ้นได้ ดังแสดงตามรูปที่ 23 ดังนี้



รูปที่ 23 แสดงคำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงทุกกรณี

ในสภาพความเป็นจริงปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงทุกปัญหาสามารถหาคำตอบได้ อาจเป็นคำตอบที่ดีที่สุดค่าเดียวหรือหลายค่าก็ได้ กรณีปัญหาที่หาคำตอบไม่ได้หรือคำตอบที่ไม่มีขอบเขตอาจเกิดจากสาเหตุ (1) ความผิดพลาดในการเขียนตัวแบบ (2) ความผิดพลาดในการพิมพ์ข้อมูล

ข้อจำกัดรีดันแดนท์ (redundant constraint)

หมายถึงข้อจำกัดที่ไม่มีผลกระทบต่อพื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เราสามารถนำเอาข้อจำกัดลักษณะเช่นนี้ออกไปจากตัวแบบโดยไม่มีผลทำให้พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เปลี่ยนแปลง และไม่มีผลกระทบต่อคำตอบที่ดีที่สุด หรืออีกนัยหนึ่งถ้าเราไม่มีข้อจำกัดรีดันแดนท์ พื้นที่ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปไ้ยังคงเหมือนเดิม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Maximize $Z = 20X_1 + 30X_2$

subject to :

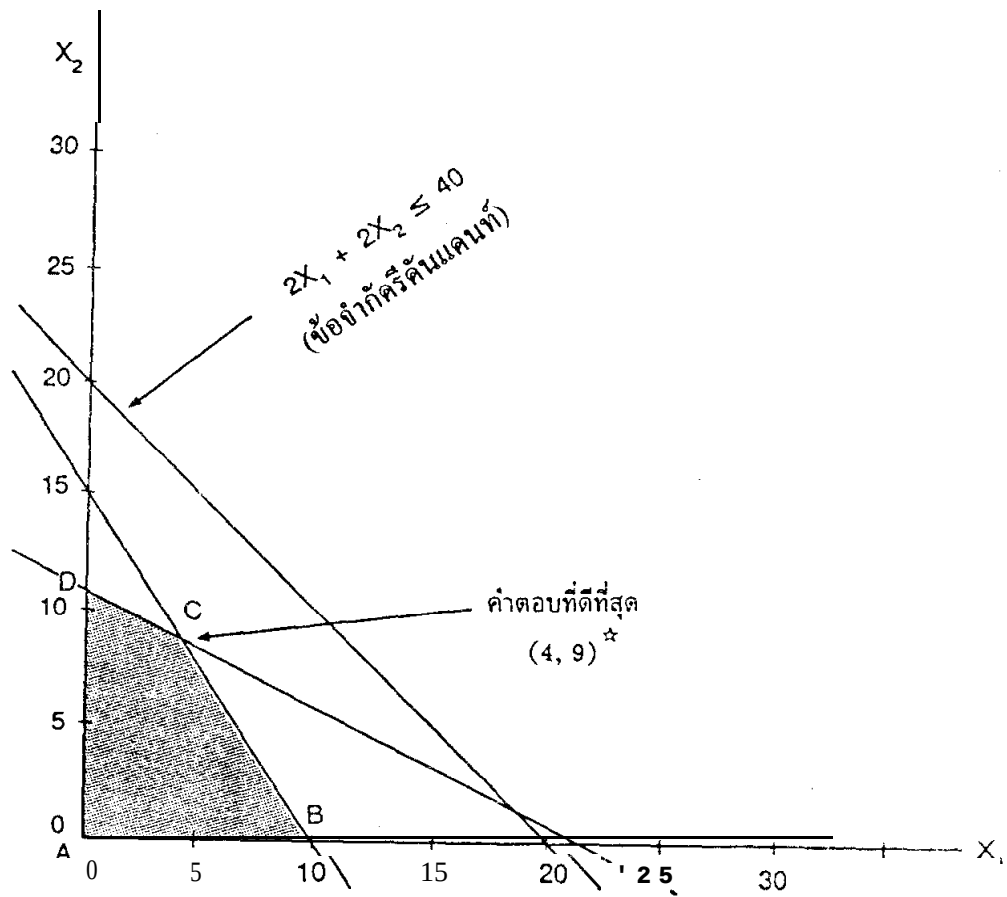
$$30X_1 + 20X_2 \leq 1300$$

$$5X_1 + 10X_2 \leq 110$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

นำตัวแบบไปเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบ ดังแสดงตามรูปที่ 24



รูปที่ 24 กราฟแสดงข้อจำกัด $2X_1 + 2X_2 \leq 40$ เป็นบริเวณแรเงา

จากกราฟจะเห็นว่าเรามีข้อจำกัด $2X_1 + 2X_2 \leq 40$ เข้าไปในตัวแบบ ไม่มีผลต่อการหาบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ในที่นี้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือพื้นที่ ABCD และคำตอบที่ดีที่สุดอยู่ที่จุด C (4, 9)

การวิเคราะห์จุดคุ้มทุน (BREAK-EVEN ANALYSIS)

จุดคุ้มทุน (wreak-even point) คือ ปริมาณผลิตและขายสินค้าหรือบริการที่ทำให้รายรับรวมเท่ากับต้นทุนรวม การนำจุดคุ้มทุนมาใช้ประโยชน์เรียกว่าการวิเคราะห์จุดคุ้มทุน (break-even analysis) การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนสามารถนำมาใช้ในการจัดการผลิตได้หลายประเด็น แต่ในที่นี้จะอธิบายถึงการวิเคราะห์จุดคุ้มทุน เพื่อนำมาใช้ประโยชน์ใน 2 ประเด็นใหญ่ๆ ได้แก่ การประเมินผลสินค้าหรือบริการ (evaluating products or service) และการประเมินผลกระบวนการผลิต (Evaluating Processes)

การนำการวิเคราะห์จุดคุ้มทุนมาใช้ในการวิเคราะห์ประเมินผลสินค้าหรือบริการ (Evaluating Products or Services)

การประเมินผลสินค้าหรือบริการเป็นการประเมินถึงความสามารถหรือศักยภาพในการทำกำไรของสินค้าหรือบริการ การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนจะช่วยผู้บริหารตอบคำถามต่อไปนี้

- ปริมาณขายสินค้าหรือบริการที่ได้พยากรณ์ไว้เพียงพอต่อการคุ้มทุนหรือไม่
- ภายใต้ราคาต่อหน่วยที่ได้กำหนดไว้และปริมาณขายที่ได้พยากรณ์ไว้ ต้นทุนผันแปรต่อหน่วยควรจะเป็นเท่าไรจึงทำให้ปริมาณขายที่ได้พยากรณ์ไว้นั้นคุ้มทุน
- ถ้าเราต้องการให้เกิดปริมาณคุ้มทุน ณ ระดับราคาหนึ่งที่ได้กำหนดไว้ กิจการควรมีต้นทุนคงที่ที่เท่าไรภายใต้ราคาขายต่อหน่วย และต้นทุนผันแปรต่อหน่วยที่ได้ประมาณไว้
- ระดับราคามีผลกระทบต่อปริมาณคุ้มทุนอย่างไรบ้าง

การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนจะต้องอยู่ภายใต้สมมติฐานดังนี้คือ ต้นทุนต่างๆ ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องในการผลิตสินค้าหรือบริการหนึ่งๆ นั้นสามารถแบ่งได้ออกเป็น 2 ประเภท คือ ต้นทุนผันแปร และ ต้นทุนคงที่

- ต้นทุนผันแปร (variable cost) คือ ต้นทุนที่แปรผันไปโดยตรงกับปริมาณสินค้าหรือบริการที่ผลิตและจำหน่าย นั่นคือถ้าทำการผลิตและจำหน่ายในปริมาณที่มากต้นทุนผันแปรก็จะมากตามไปด้วย ในทางตรงกันข้าม ถ้าทำการผลิตและจำหน่ายในปริมาณที่น้อย ต้นทุนผันแปรก็จะน้อยตามไปด้วย ต้นทุนผันแปร ได้แก่ ค่าวัตถุดิบ ค่าแรง และค่าใช้จ่ายโรงงานในส่วนที่ผันแปร เป็นต้น ในที่นี้จะกำหนดให้ c คือ ต้นทุนผันแปรต่อหน่วย และ Q ่อปริมาณที่ทำการผลิตและจำหน่าย ดังนั้นสามารถคำนวณหาต้นทุนผันแปรรวมได้ดังนี้

$$\text{ต้นทุนผันแปรรวม} = cQ$$

- ต้นทุนคงที่ (fixed cost) คือ ต้นทุนที่คงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามปริมาณที่ผลิตและจำหน่าย ตัวอย่างของต้นทุนคงที่ ได้แก่ ค่าเช่า ต้นทุนในการซื้ออุปกรณ์และสิ่งอำนวยความสะดวก (รวมทั้งค่าเสื่อมราคา ดอกเบี้ย ภาษี และ ค่าเบี้ยประกันภัย) เงินเดือน ค่าสาธารณูปโภค ค่าโฆษณา เป็นต้น ในที่นี้จะกำหนดให้ F คือ ต้นทุนคงที่

ดังนั้นต้นทุนรวมในการผลิตและจำหน่ายสินค้าหรือบริการเท่ากับต้นทุนคงที่บวกกับต้นทุนผันแปรต่อหน่วยคูณกับปริมาณที่ทำการผลิตและจำหน่าย ดังนี้

$$\text{ต้นทุนรวม} = F + cQ$$

นอกจากนี้เรามีสมมติฐานว่าต้นทุนผันแปรต่อหน่วยไม่เปลี่ยนแปลงไม่ว่าปริมาณผลิตและขาย (Q) จะเป็นเท่าไร ดังนั้นกราฟต้นทุนรวมจะเป็นเส้นตรง และเรามีสมมติฐานว่าสินค้าหรือบริการทุกหน่วยที่ทำการผลิตจะต้องขายได้หมด ดังนั้นรายรับรวมจะเท่ากับราคาขายต่อหน่วยคูณกับปริมาณผลิตและขาย ซึ่งในที่นี้จะกำหนดให้ p คือราคาขายต่อหน่วย ดังนั้นสามารถหารายได้รวมได้ดังนี้

$$\text{รายได้รวม} = pQ$$

เนื่องด้วยจุดคุ้มทุนคือปริมาณผลิตและขายที่ทำให้รายได้รวมเท่ากับต้นทุนรวม ดังนั้น
ณ จุดคุ้มทุนเราจะได้ว่า

$$pQ = F + cQ$$

$$pQ - cQ = F$$

$$Q(p - c) = F$$

$$Q = \frac{F}{p - c}$$

นอกจากนั้นเรายังสามารถหาปริมาณคุ้มทุนจากการเขียนกราฟได้ด้วย ทั้งนี้เนื่องจากทั้ง
ต้นทุนรวมและรายได้รวมมีความสัมพันธ์กับปริมาณผลิตและจำหน่ายอยู่ในรูปของเส้นตรง จุด
คุ้มทุนจะเกิดขึ้น ณ ปริมาณผลิตและจำหน่ายที่เส้นรายได้รวมตัดกับเส้นต้นทุนรวม

ตัวอย่างที่ 1 โรงพยาบาลแห่งหนึ่งกำลังพิจารณานำเสนอบริการตรวจสุขภาพแบบใหม่
ต่อผู้ป่วย ซึ่งคิดราคาค่าบริการต่อผู้ป่วยรายละ 200 บาท ต้นทุนคงที่ในหนึ่งปีเป็น 100,000 บาท
ต้นทุนผันแปรต่อผู้ป่วย 1 รายคิดเป็นเงิน 100 บาท อยากทราบว่าปริมาณคุ้มทุนของบริการนี้
คิดเป็นผู้ป่วยกี่ราย ให้ใช้ทั้งวิธีการใช้สูตรและการเขียนกราฟในการหาคำตอบ

วิธีทำ สามารถแยกออกได้ 2 วิธี ดังนี้

วิธีการใช้สูตร

ปริมาณคุ้มทุนคำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$Q = \frac{F}{p - c}$$

แทนค่าในสูตรเพื่อหา Q ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Q &= \frac{100,000}{200 - 100} \\ &= 100 \text{ ราย} \end{aligned}$$

นั่นคือจะต้องบริการผู้ป่วยให้ได้ 100 ราย จึงจะคุ้มทุน

วิธีการเขียนกราฟ

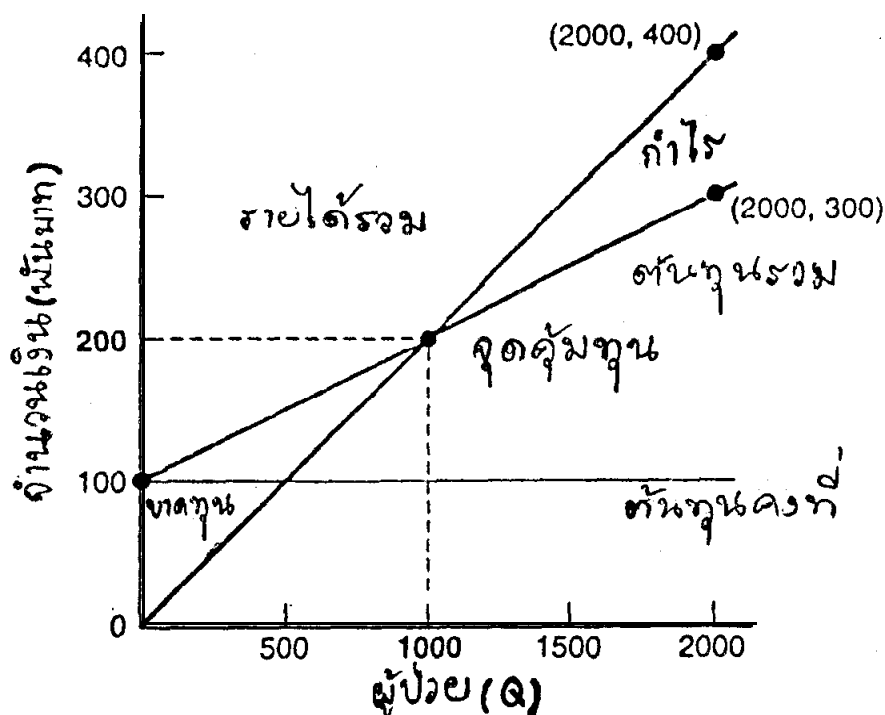
ในการหาคำตอบด้วยวิธีการนี้เราจะต้องพล็อตเส้นตรง 2 เส้นให้ได้ คือ เส้นต้นทุนและเส้นรายได้ ในการที่จะพล็อตเส้นตรงแต่ละเส้นได้นั้นเราจะต้องทราบจุดอย่างน้อยที่สุด 2 จุด ดังนั้นเราจะต้องเริ่มต้นด้วยการคำนวณต้นทุนและรายได้ของปริมาณการผลิตและจำหน่าย 2 ระดับที่แตกต่างกัน ตารางข้างล่างนี้แสดงถึงผลลัพธ์ของต้นทุนและรายได้ ณ $Q = 0$ และ $Q = 2,000$ เราเลือก $Q = 0$ เป็นจุดแรกเพราะว่ามันง่ายต่อการพล็อตรายได้รวมซึ่งเป็น 0 และต้นทุนรวมซึ่งต้นทุนในระดับ $Q = 0$ จะมีเฉพาะส่วนที่เป็นต้นทุนคงที่ (F) เท่านั้น สำหรับส่วนที่เป็นต้นทุนผันแปรยังไม่เกิดขึ้น ณ $Q = 0$ แต่อย่างไรก็ตาม เราอาจจะใช้ระดับของปริมาณผลิตและจำหน่าย 2 ระดับใดๆ ก็ได้ ไม่จำเป็นว่าจุดหนึ่งใน 2 จุดนั้น จะต้องเป็น $Q = 0$ ก็ได้

ตารางที่ 11 การคำนวณหาต้นทุนรวมและรายได้รวม ณ ปริมาณการผลิตและ
จำหน่าย 2 ระดับ

ปริมาณ (ผู้ป่วย)	ต้นทุนรวม ต่อปี (บาท)	รายได้รวม ต่อปี (บาท)
(Q)	$(100,000 + 100Q)$	$(200Q)$
0	100,000	0
2,000	300,000	400,000

ดังนั้นในตอนนี้เราจึงสามารถลากเส้นต้นทุนได้แล้ว โดยการลากเส้นเชื่อมจุด (0, 100,000) และ (2,000, 300,000) และเช่นเดียวกันเราสามารถลากเส้นรายได้รวมได้โดยการลากเส้นตรงเชื่อมจุด 2 จุด คือ จุด (0, 0) และจุด (2,000, 400,000) ซึ่งเส้นต้นทุนและเส้นรายได้ดังกล่าว สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 19 และจากรูปที่ 19 พบว่า เส้นต้นทุนรวมและรายได้รวมตัดกัน ณ ระดับปริมาณผู้ป่วย 1,000 ราย ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าปริมาณคุ้มทุนคือ ณ ระดับผู้ป่วยจำนวน 1,000 ราย

จะเห็นได้ว่าไม่ว่าเราจะใช้วิธีการใช้สูตรหรือวิธีการเขียนกราฟในการหาคำตอบก็ตาม เราจะได้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นั่นคือในที่นี้ โรงพยาบาลแห่งนี้จะคุ้มทุนในการทำบริการตรวจสอบสุขภาพแบบใหม่มาให้บริการ ณ ระดับผู้ป่วย 1,000 ราย ดังนั้นในการวิเคราะห์จุดคุ้มทุน เราอาจเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งก็ได้



รูปที่ 25 การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนด้วยวิธีการเขียนกราฟ

การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนไม่สามารถบอกผู้จัดการหรือผู้ตัดสินใจได้โดยตรงว่า เราควรจะดำเนินการผลิตสินค้าหรือบริการตัวใหม่หรือไม่ หรือเราควรจะยกเลิกการผลิตสินค้าหรือบริการตัวเดิมที่ได้ดำเนินการผลิตไปแล้วหรือไม่ เทคนิคการวิเคราะห์จุดคุ้มทุนสามารถแสดงแต่เพียงว่า ปริมาณคุ้มทุนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ณ ระดับการพยากรณ์ หรือการประมาณการต้นทุนหรือปริมาณขายต่างๆ กัน ดังนั้น การวิเคราะห์ความอ่อนไหว (sensitivity analysis) ซึ่งเป็นเทคนิคในการหาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงตัวระบุ (parameters) ต่างๆ อย่างมีระบบในตัวแบบ (model) จะถูกนำมาใช้เพื่อประเมินว่าการเปลี่ยนแปลงในต้นทุนหรือราคาขายต่อหน่วยหรือปริมาณขาย จะทำให้กำไรที่ได้รับมีความอ่อนไหวอย่างไร

ตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่ 1 ถ้าทางโรงพยาบาลได้พยากรณ์ว่าบริการตรวจสุขภาพแบบใหม่นี้ยังต่ำที่สุดแล้ว จะมีผู้ป่วย 1,500 ราย อยากทราบว่ากำไรที่ทางโรงพยาบาลจะได้รับเป็นเท่าไร

วิธีทำ จากกราฟรูปที่ 19 จะพบว่ายอดขายอย่างต่ำที่ได้พยากรณ์ไว้ ซึ่งคือ 1,500 รายนั้น จะอยู่เหนือปริมาณต้นทุน นั่นคือแสดงว่าทางโรงพยาบาลจะได้กำไร ซึ่งกำไรจะเป็นเท่าไรนั้น สามารถทำการคำนวณหาได้โดยการนำต้นทุนรวม ณ ระดับ $Q = 1,500$ หน่วย ไปลบออกจากรายได้รวม ณ ระดับ $Q = 1,500$ หน่วย ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{กำไรที่ได้รับ} &= \text{รายได้รวม} - \text{ต้นทุนรวม} \\ &= pQ - (F + cQ) \\ &= (200)(1,500) - [100,000 + 100(1,500)] \\ &= 50,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการทำการวิเคราะห์จุดคุ้มทุนมาใช้ในการประเมินผลสินค้าหรือบริการพร้อมทั้งการวิเคราะห์ความอ่อนไหว (sensitivity analysis) มากยิ่งขึ้นจึงขอยกตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 บริษัทผู้ผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าภายในบ้านแห่งหนึ่ง กำลังประสบปัญหาสภาพการขาดทุน จากการวิเคราะห์สภาพการดำเนินงานในปัจจุบันพบว่า ต้นทุนคงที่ต่อปีเท่ากับ 9 ล้านบาท ต้นทุนแปรผันมีค่าเป็น 19.2 ล้านบาทต่อการผลิตและจำหน่ายสินค้า 12,000 หน่วย ซึ่งจำหน่ายได้รายปีละ 24 ล้านบาท ต้นทุนและรายรับสัมพันธ์โดยตรงกับปริมาณการผลิต ซึ่งกำลังการผลิตของบริษัทมีถึง 25,000 หน่วยต่อปี เพื่อแก้ปัญหาการขาดทุนในปัจจุบันบริษัทได้กำหนดกลยุทธ์ไว้หลายวิธี จึงวิเคราะห์กลยุทธ์และหาคำตอบเพื่อทำให้บริษัทหลุดพ้นจากสภาพการขาดทุน (พิชิต สุขเจริญพงษ์, 2534 : 31-33)

1. ลดต้นทุนคงที่ลงอย่างเฉียว บริษัทจะต้องลดต้นทุนคงที่ลงเท่าใด และคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์
2. ลดต้นทุนผันแปรอย่างเฉียว บริษัทจะต้องลดต้นทุนผันแปรลงเท่าใด และคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์
3. เพิ่มปริมาณการผลิต โดยขายในราคาเดิม บริษัทจะต้องผลิตที่กี่หน่วยต่อปี และเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์

4. เพิ่มราคาขาย โดยสมมติว่าต้นทุนคงที่เท่าเดิม และปริมาณการผลิตเท่าเดิม ราคาขายใหม่จะต้องเป็นเท่าใด และเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์
5. ถ้าบริษัทสามารถลดต้นทุนคงที่ได้เหลือ 8 ล้านบาทต่อปี และลดต้นทุนแปรผันลงได้ 10 เปอร์เซ็นต์ จงหาจุดคุ้มทุนของการผลิต เมื่อกำหนดให้ราคาขายเท่าเดิม

วิธีทำ

จากโจทย์วิเคราะห์ตัวเลขแปรต่างๆ ในปัจจุบัน ได้ดังนี้

$$Q = 12,000 \text{ หน่วย}$$

$$p = \frac{24,000,000}{12,000} = 2,000 \text{ บาท}$$

$$c = \frac{19,200,000}{12,000} = 1,600 \text{ บาท}$$

$$F = 9,000,000 \text{ บาท}$$

$$\text{กำไรที่ได้รับ} = \text{รายได้รวม} - \text{ต้นทุนรวม}$$

$$= pQ - (F + cQ)$$

$$= 24,000,000 - (9,000,000 + 19,200,000)$$

$$= 24,000,000 - 28,200,000$$

$$= -4,200,000$$

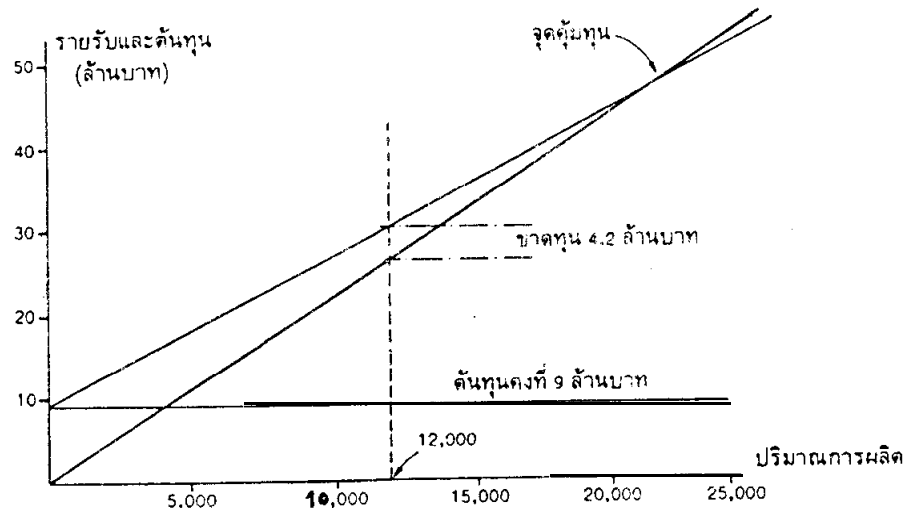
$$\text{นั่นคือปัจจุบันบริษัทขาดทุน} = 4,200,000 \text{ บาท}$$

บริษัทนี้มีจุดคุ้มทุนกี่หน่วย หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Q &= \frac{F}{p - c} \\ &= \frac{9,000,000}{2,000 - 1,600} \\ &= \frac{9,000,000}{400} \end{aligned}$$

∴ ปริมาณเงินทุนของบริษัท = 22,500 หน่วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ ได้ดังรูปที่ 26



รูปที่ 26 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของจุดคุ้มทุนจากตัวอย่างที่ 3

เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการทำกำไรในปัจจุบันแล้ว ต่อไปจะทำการวิเคราะห์กลยุทธ์แต่ละข้อที่เสนอมา พร้อมทั้งหาคำตอบ

1. ลดต้นทุนคงที่ลงอย่างเดียว

จำนวนของต้นทุนคงที่ที่ลดลงจะต้องมีค่าเท่ากับขาดทุนที่มีอยู่ในปัจจุบัน คือ 4.2 ล้านบาท ดังนั้น จะต้องลดต้นทุนคงที่ลง 4.2 ล้านบาท ซึ่งคิดเป็น $4.2/9 \times 100 = 46.67\%$

2. ลดต้นทุนแปรผันลงอย่างเดียว

จำนวนต้นทุนแปรผันจะต้องลดลง 4.2 ล้านบาท คิดเป็น $4.2/19.2 \times 100 = 21.88\%$

3. เพิ่มปริมาณการผลิต

บริษัทจะพ้นสภาพจากการขาดทุนเมื่อปริมาณผลผลิตของบริษัทเท่ากับปริมาณเงินทุน คือ 22,500 หน่วย

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้นบริษัทจะต้องเพิ่มปริมาณการผลิตไปอีก} &= 25,000 - 12,000 \\ &= 10,500 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

$$\text{หรือคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้} = 10,500/12,000 \times 100 = 87.5\%$$

4. เพิ่มราคาขาย

นั่นคือ หากราคาขายที่ทำให้ปริมาณการขายในปัจจุบันเป็นจุดคุ้มทุน ซึ่งคำนวณหาค่า p ได้ดังนี้

$$12,000 = \frac{9,000,000}{p - 1,600}$$

$$12,000(p - 1,600) = 9,000,000$$

$$p - 1,600 = \frac{9,000,000}{12,000}$$

$$p = \frac{9,000,000}{12,000} + 1,600$$

$$= 750 + 1,600$$

$$\therefore \text{ราคาขายใหม่จะต้องเป็น} = 2,350 \text{ บาท}$$

$$\begin{aligned}\text{หรือคิดเป็นราคาขายเพิ่มขึ้น} &= \frac{2,350 - 2,000}{2,000} \times 100 \\ &= \frac{350}{2,000} \times 100\end{aligned}$$

$$= \frac{350}{2,000} \times 100$$

$$= 17.5\%$$

5. หาปริมาณคุ้มทุนในกรณีใหม่

$$\text{ต้นทุนคงที่ (F) ลดลงเหลือ} = 8,000,000 \text{ บาทต่อปี}$$

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนผันแปรต่อหน่วย (c) ลดลงเหลือ} &= 1,600 \times 0.9 \\ &= 1,440 \text{ บาท}\end{aligned}$$

$$\text{หาปริมาณคุ้มทุนโดยใช้สูตร} \quad Q = \frac{F}{p - c}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{8,000,000}{2,000 - 1,440} \\
 &= \frac{8,000,000}{560} \\
 &= 14,285.714
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ปริมาณคุ้มทุนในกรณีใหม่นี้} = 14,286 \text{ หน่วย}$$

การนำการวิเคราะห์จุดคุ้มทุนมาใช้ในการประเมินผลกระบวนการผลิต

(Evaluating Processes)

กิจการมักจะต้องเผชิญอยู่บ่อยครั้งกับการตัดสินใจเลือกทางเลือกระหว่างกระบวนการผลิต 2 ประเภท หรือระหว่างการผลิตภายในเองหรือซื้อบริการหรือวัตถุดิบจากภายนอก ในกรณีเหล่านี้ เราจะมีข้อสมมติว่าการตัดสินใจเลือกทางเลือกใดทางเลือกหนึ่งดังกล่าว ไม่มีผลกระทบต่อรายได้ หรือนั่นคือไม่มีผลกระทบต่อราคาขายต่อหน่วย ในการตัดสินใจประเด็นดังกล่าวนี้ผู้จัดการการผลิตจะต้องศึกษาถึงต้นทุนและผลประโยชน์ทั้งหมดของแต่ละทางเลือก ในขั้นตอนแรกของการตัดสินใจนั้นผู้ตัดสินใจจะต้องคำนวณหาปริมาณการผลิตสินค้าหรือบริการที่ทำให้ต้นทุนรวมของทางเลือกทั้งสองเท่ากันเสียก่อน ในที่นี้สมมติว่าเรากำลังตัดสินใจว่าเราจะผลิตเอง (Make) หรือสั่งซื้อ (Buy) ดังนั้นเราก็จะต้องคำนวณหาปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมในการผลิตเองและต้นทุนรวมในการสั่งซื้อเท่ากัน โดยเราจะกำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้

ให้ F_b คือ ต้นทุนคงที่ทั้งหมดในกรณีทำการสั่งซื้อ

F_m คือ ต้นทุนคงที่ทั้งหมด ในกรณีทำการผลิต

c_b คือ ต้นทุนผันแปรต่อหน่วยในกรณีทำการสั่งซื้อ

c_m คือ ต้นทุนผันแปรต่อหน่วยในกรณีทำการผลิตเอง

Q คือ ปริมาณสินค้าหรือบริการที่ต้องการ

ดังนั้นจะได้ว่าต้นทุนรวมในกรณีทำการสั่งซื้อ

$$= F_b + c_b Q$$

สำหรับต้นทุนรวมในกรณีทำการผลิตเองคือ

ดังนั้นในการคำนวณหาปริมาณการผลิตสินค้าหรือบริการที่ทำให้ต้นทุนรวมของทั้งสองทางเลือกข้างต้นเท่ากัน ทำได้โดยการให้สมการต้นทุนรวมของทั้งสองกรณีข้างต้นเท่ากัน แล้วทำการแก้สมการเพื่อหาค่า Q ได้ดังนี้

$$F_b + c_b Q = F_m + c_m Q$$

$$Q = \frac{F_m + F_b}{c_b - c_m}$$

ถ้าไม่พิจารณาปัจจัยทางด้านคุณภาพ เราจะเลือกทางเลือกในการผลิตเองก็ต่อเมื่อต้นทุนผันแปรทั้งหมดของทางเลือกนี้ต่ำกว่าต้นทุนผันแปรทั้งหมดของทางเลือกการสั่งซื้อ ทั้งนี้ก็เพราะว่าโดยทั่วไปแล้วต้นทุนคงที่ในการผลิตสินค้าหรือบริการเองนั้นจะสูงกว่าต้นทุนคงที่ในการสั่งซื้อ ดังนั้นภายใต้สถานการณ์ดังกล่าวนี้ ทางเลือกในการสั่งซื้อจะเป็นทางเลือกที่ดีกว่าการผลิตเองถ้าปริมาณความต้องการน้อยกว่าปริมาณ Q ตามที่คำนวณได้จากสูตรข้างต้น ในทางตรงกันข้ามถ้าปริมาณความต้องการมากกว่าปริมาณ Q ที่คำนวณได้ การทำการผลิตเองจะเป็นทางเลือกที่ดีกว่าการสั่งซื้อ

อนึ่งในการคำนวณหาปริมาณการผลิตสินค้าหรือบริการที่ทำให้ต้นทุนรวมของทางเลือกทั้ง 2 ทางเท่ากันนั้นอาจจะใช้วิธีกราฟก็ได้

ในที่นี้เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้นว่า การวิเคราะห์จุดคุ้มทุนสามารถนำมาใช้ในการประเมินผลกระบวนการผลิตได้อย่างไร จะขอยกตัวอย่างที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 ผู้จัดการของภัตตาคารอาหารเร่งด่วน (fast-food restaurant) แห่งหนึ่งซึ่งมีชื่อเสียงทางด้านขายขนมปังยัดไส้ (hamburgers) ได้เพิ่มสลัดไว้ในเมนูอาหาร เขามีทางเลือก 2 ทางเลือกด้วยกัน ทางเลือกที่ 1 ทางภัตตาคารจะทำการผลิตสลัดเองโดยการทำการติดตั้งบาร์สลัด (salad bar) พร้อมทั้งจัดหาผัก, ผลไม้, และซุปลสลัดไว้ที่บาร์แห่งนี้ เมื่อลูกค้าต้องการซื้อสลัดจากทางภัตตาคาร ทางภัตตาคารก็จะให้ลูกค้าผสมส่วนประกอบต่างๆ ที่บาร์สลัดเอง ในการติดตั้งบาร์สลัดนี้ทางภัตตาคารได้ทำการเข้ามาพร้อมทำการจ้างลูกจ้างประเภทชั่วคราว (part time) มาประจำบาร์สลัดแห่งนี้ ผู้จัดการได้ทำการประมาณว่าสำหรับทางเลือกนี้ จะมีค่าใช้จ่ายคงที่รวมทั้ง

หมดเป็น 12,000 บาทต่อปี และต้นทุนผันแปรต่อสลัด 1 จานเป็น 1.50 บาท สำหรับทางเลือกที่ 2 คือจะทำการสั่งซื้อสลัดที่ผสมส่วนประกอบต่างๆ เรียบร้อยแล้วจากผู้จัดจำหน่ายในท้องถิ่น ราคาที่ซื้อมาคือจานละ 2 บาท สำหรับการจัดซื้อสลัดที่ผสมส่วนประกอบต่างๆ เรียบร้อยแล้วนี้ ทางภัตตาคารจำเป็นต้องจัดหาตู้เย็นมาเพิ่มเติม ซึ่งจะทำให้มีต้นทุนคงที่ต่อปีเป็น 2,400 บาท ผู้จัดการคาดหวังว่าจะขายสลัดใน 1 ปี ได้ 25,000 จาน ต้องการทราบว่าผู้จัดการควรเลือกทางเลือกใด

วิธีทำ ก่อนอื่นจะต้องคำนวณหาปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมของทางเลือกทั้ง 2 เท่ากันเสียก่อน โดยใช้สูตรจากที่ได้อธิบายในตอนต้นมาแล้ว ดังนี้

$$\begin{aligned} Q &= \frac{F_m + F_b}{c_b - c_m} \\ &= \frac{12,000 + 2,400}{2 - 1.5} \\ &= \frac{9,600}{0.5} \\ &= 19,200 \text{ จาน} \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่าปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมของทั้ง 2 ทางเลือกเท่ากันคือ 19,200 จาน ในขณะที่การพยากรณ์ยอดขายสลัดได้เป็น 25,000 จาน ซึ่งจะเห็นได้ว่ามากกว่าจำนวน 19,200 จาน ดังนั้นทางภัตตาคารควรเลือกทางเลือกที่ 1 คือการผลิตสลัดเอง แต่ถ้าทางภัตตาคารคาดการณ์ว่ายอดขายสลัดจะต่ำกว่า 19,200 จาน ก็ควรเลือกทางเลือกที่ 2 คือทำการสั่งซื้อ

การหาคำตอบนอกจากทำได้โดยวิธีการใช้สูตรดังกล่าวข้างต้นแล้ว เราอาจจะใช้วิธีกราฟหาคำตอบก็ได้ นั่นคือเราจะลากเส้นต้นทุนรวมของทางเลือก 2 เราก็จะได้เส้นต้นทุนรวม 2 เส้นตัดกันที่ปริมาณเท่าใด ก็จะแสดงว่า ณ ปริมาณนั้นเป็นปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมของทั้ง 2 ทางเลือกเท่ากัน และเมื่อเราทราบปริมาณยอดขายที่พยากรณ์ว่าจะขายได้ เราก็จะตัดสินใจเลือกทางเลือกนั้น อนึ่งในการลากเส้นต้นทุนรวมของแต่ละทางเลือกนั้น เราจะกำหนดปริมาณสินค้าหรือบริการที่ต้องการไว้ 2 ระดับ แล้วหาต้นทุนรวมของแต่ละระดับดังกล่าว ดังนั้นแต่ละทางเลือกเราจะได้จุด 2 จุด แล้วเราทำการลากเส้นตรงเชื่อมจุด 2 จุดดังกล่าว เราก็จะได้เส้นต้นทุนรวมในแต่ละกรณี

จากตัวอย่างที่ 4 เราจะหาคำตอบด้วยวิธีกราฟได้ดังนี้

พิจารณาทางเลือกที่ 1 การผลิตสัคเอง

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= F_m + c_m Q \\ &= 12,000 + 1.50Q\end{aligned}$$

ณ $Q = 0$

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= 12,000 + (1.50)(0) \\ &= 12,000 + 0 \\ &= 12,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ณ $Q = 10,000$

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= 12,000 + (1.50)(10,000) \\ &= 12,000 + 15,000 \\ &= 27,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

พิจารณาทางเลือกที่ 2 การสั่งซื้อสัคที่ผสมส่วนประกอบต่างๆเรียบร้อยแล้ว

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= F_b + c_b Q \\ &= 2,400 + 2Q\end{aligned}$$

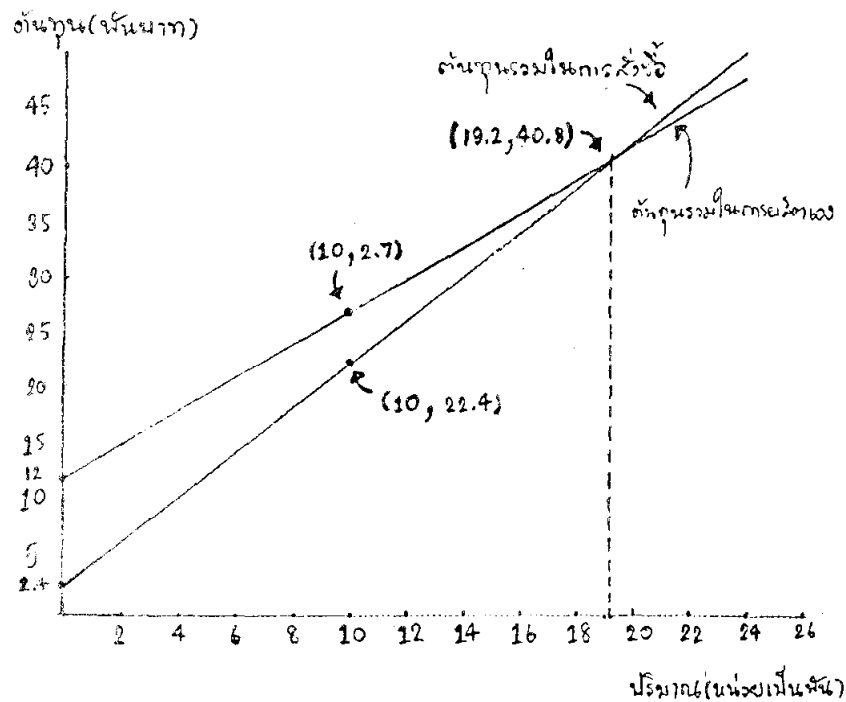
ณ $Q = 0$

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= 2,400 + 2(0) \\ &= 2,400 + 0 \\ &= 2,400 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ณ $Q = 10,000$

$$\begin{aligned}\text{ต้นทุนรวม} &= 2,400 + (2)(10,000) \\ &= 2,400 + 20,000 \\ &= 22,400 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ถ้าเรากำหนดให้แกนนอนแทนด้วยปริมาณและแกนตั้งแทนด้วยต้นทุนรวม ดังนั้นในที่นี้แต่ละทางเลือกเราจะได้จุด 2 จุด กล่าวคือ ทางเลือกที่ 1 จะได้จุด (0, 12,000) และ (10,000, 27,000) สำหรับทางเลือกที่ 2 จะได้จุด (0, 2,400) และ (10,000, 22,400) และเราทำการลากเส้นตรงเชื่อมจุด 2 จุดดังกล่าวของแต่ละทางเลือก เราก็จะได้เส้นต้นทุนรวมของแต่ละทางเลือกดังนี้



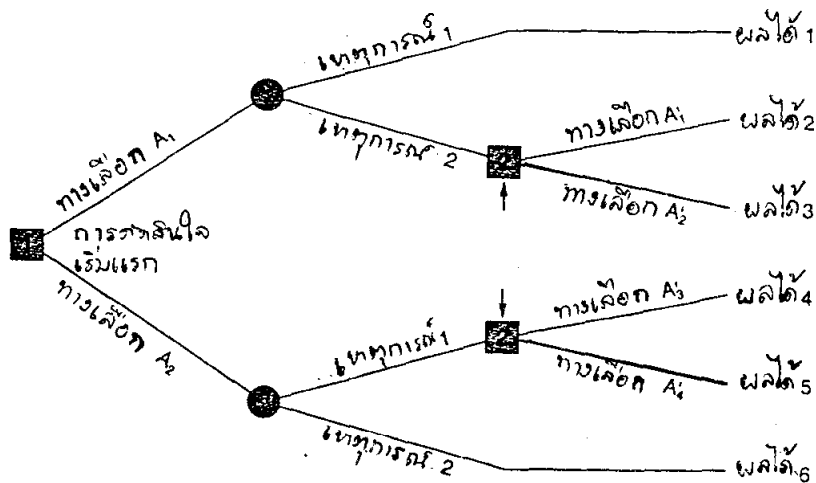
รูปที่ 27 กราฟแสดงต้นทุนรวมของ 2 ทางเลือกตามตัวอย่างที่ 4

จากรูปที่ 27 พบว่า กราฟเส้นต้นทุนรวมทั้ง 2 เส้นตัดกัน ณ ระดับปริมาณ 19,200 หน่วย นั่นคือแสดงว่าปริมาณความต้องการสถิติที่ทำให้ต้นทุนรวมในทางเลือกการผลิตเองเท่ากับต้นทุนรวมในการสั่งซื้อคือ 19,200 หน่วย นอกจากนั้นยังพบว่าถ้าปริมาณความต้องการมีมากกว่าปริมาณดังกล่าว (19,200 หน่วย) ต้นทุนรวมในการผลิตเองจะต่ำกว่าต้นทุนรวมในการสั่งซื้อ แต่ถ้าปริมาณความต้องการมีน้อยกว่า 19,200 หน่วย ต้นทุนรวมในการสั่งซื้อจะต่ำกว่าต้นทุนรวมในการผลิตเอง ดังนั้นในกรณีนี้เราควรทำการสั่งซื้อ ดังนั้นจึงกล่าวได้โดยทั่วไปว่าถ้ายอดขายพยากรณ์มีมากกว่าปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมของทางเลือกทั้งสองเท่ากันเราควรทำการตัดสินใจผลิตเอง แต่ถ้ายอดขายพยากรณ์มีน้อยกว่าปริมาณที่ทำให้ต้นทุนรวมของทางเลือกทั้งสองเท่ากันเราควรทำการตัดสินใจสั่งซื้อ

แผนผังการตัดสินใจ (Decision Trees)

แผนผังการตัดสินใจ เป็นการแสดงถึงแผนภาพของทางเลือกต่างๆ ของผู้ทำการตัดสินใจ พร้อมทั้งแสดงถึงลำดับในการตัดสินใจของพวกเขา สาเหตุที่แผนภาพนี้ชื่อแผนผังการตัดสินใจก็เนื่องจากแผนผังการตัดสินใจมีลักษณะเหมือนแขนงของต้นไม้ดังรูปที่ 28

แผนผังการตัดสินใจเป็นตัวแทนเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อการตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง แผนผังการตัดสินใจประกอบด้วยจุดเชื่อมต่อ (node) ต่างๆ ซึ่งแต่ละจุดเชื่อมดังกล่าวจะมีแขนงแตกออกมา (ดูรูปที่ 28) จุดเชื่อมรูปสี่เหลี่ยม (square node) แสดงถึงจุดการตัดสินใจและจุดเชื่อมรูปวงกลม (circular node) แสดงถึงการเกิดเหตุการณ์ต่างๆ ที่น่าจะเป็นไปได้หลังจากเลือกทางเลือกต่างๆ แล้ว แขนงที่แตกออกจากจุดเชื่อมรูปสี่เหลี่ยม แสดงถึงทางเลือกต่าง ๆ สำหรับแขนงที่แตกออกจากจุดเชื่อมรูปวงกลมแสดงถึงเหตุการณ์ต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้น

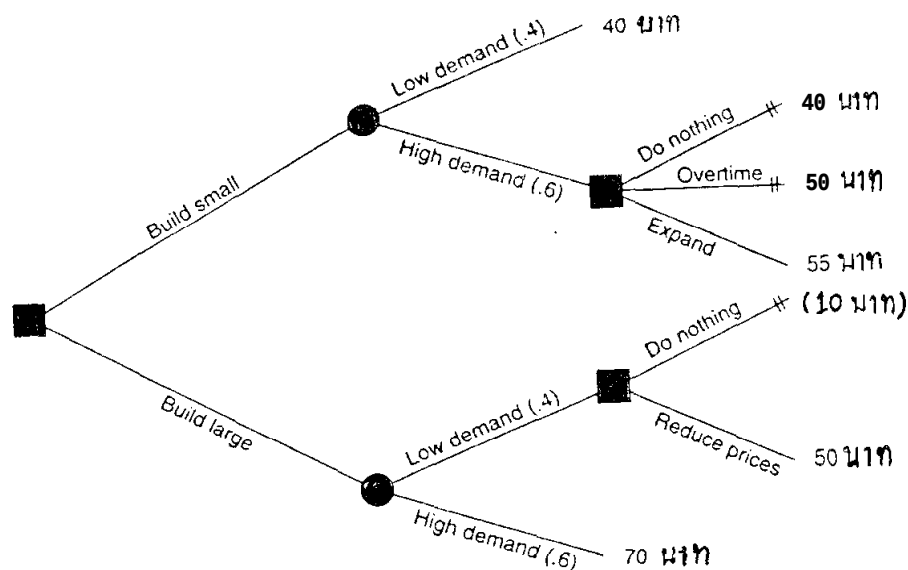


- แสดงถึงจุดที่ต้องมีการตัดสินใจ ดังนั้นเส้นที่แยกจาก ■ จึงแสดงถึงทางเลือกต่าง ๆ
- แสดงถึงการเกิดเหตุการณ์หลังจากเลือกทางเลือกต่าง ๆ แล้ว แขนงที่แยกจาก ● แสดงถึงเหตุการณ์ที่อาจเกิดขึ้น

รูปที่ 28 ลักษณะของแผนผังการตัดสินใจ

หลังจากที่ได้เขียนแขนงต่างๆ เสร็จเรียบร้อยแล้ว ก็จะทำการวิเคราะห์แขนงการตัดสินใจ โดยการวิเคราะห์จะทำจากขวามือมายังซ้ายมือ นั่นคือจะเริ่มต้นด้วยการทำการตัดสินใจด้านขวามือสุดก่อน ในการตัดสินใจแต่ละครั้งจะเลือกทางเลือกที่ให้ผลตอบแทนสูงที่สุด (หรือเกิดต้นทุนต่ำสุด) ถ้ามีเหตุการณ์ที่อาจเกิดขึ้นต่อจากแขนงที่แสดงทางเลือกสำหรับการตัดสินใจ ให้ทำการเลือกทางเลือกที่มีมูลค่าทางการเงินคาดคะเน (expected monetary value) สูงที่สุด หรือเลือกทางเลือกที่มีต้นทุนคาดคะเนต่ำที่สุด

ตัวอย่างที่ 5 จากแขนงการตัดสินใจที่ได้เขียนไว้แล้วข้างล่างนี้ ให้ทำการวิเคราะห์ว่า ควรเลือกทางเลือกใด และมีลำดับการตัดสินใจอย่างไร



รูปที่ 29 แขนงการตัดสินใจในการเลือกขนาดในการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวก

จากแขนงการตัดสินใจในรูปที่ 29 ถ้าแขนงทางเลือก ณ จุดเริ่มต้นของการตัดสินใจตามด้วยจุดเชื่อมวงกลมและจุดเชื่อมสี่เหลี่ยม จำนวนเงินที่อยู่ปลายสุดของแขนงที่แตกออกจากจุดเหล่านั้นก็คือผลได้ (payoff) ซึ่งมักจะอยู่ในรูปของมูลค่าในปัจจุบัน (present value) ตัวอย่างเช่น ถ้าการตัดสินใจเริ่มแรกคือการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก และปรากฏว่าความต้องการมีจำนวนน้อยจะพบว่า ผลได้ (payoff) เป็น 40 บาท เช่นเดียวกันถ้าทำการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวก

ความสะดวกขนาดเล็ก แต่ปรากฏว่าความต้องการมีจำนวนมาก เราก็จะต้องทำการตัดสินใจว่า เราจะเลือกทางเลือกใดในบรรดา 3 ทางเลือกต่อไปนี้คือ การไม่ทำอะไรเลย การจ้างงานนอกเวลา และการขยาย จะพบว่าการขยายให้ผลได้ (payoff) สูงที่สุด คือเป็น 55 บาท ดังนั้นเราก็จะเลือกทางเลือกการขยาย สำหรับตัวเลือกในวงเล็บที่อยู่บนแขนงที่แตกออกจากจุดเชื่อมรูปวงกลม ก็คือความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์นั้นๆ จะเกิดขึ้น ดังนั้น จากแขนงการตัดสินใจข้างต้นจึงพบว่า โอกาสที่ความต้องการมีจำนวนน้อย เป็น 0.4 และ โอกาสที่ความต้องการมีจำนวนมาก เป็น 0.6

เพื่อให้เข้าใจความหมายของแขนงการตัดสินใจตามรูปที่ 23 ให้มากยิ่งขึ้นก่อนที่จะทำการวิเคราะห์เพื่อเลือกทางเลือก จะอธิบายรูปที่ 23 เสียก่อนดังนี้ ณ จุดเริ่มต้นผู้ตัดสินใจจะต้องตัดสินใจว่า จะเลือกทางเลือกใดระหว่างการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก หรือสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดใหญ่ ถ้าตัดสินใจเลือกสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก ผู้ตัดสินใจจะต้องเผชิญกับเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งใน 2 อย่างคือ ความต้องการมีจำนวนน้อย และความต้องการมีจำนวนมาก และสมมติว่าเกิดเหตุการณ์มีความต้องการจำนวนน้อยก็งานนี้ก็จะได้ผลได้ 40 บาท แต่ถ้าเลือกสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็กแล้วเกิดเหตุการณ์ความต้องการมีจำนวนมากก็จะต้องทำการตัดสินใจอีกขั้นหนึ่งต่อไปว่าจะเลือกทางเลือกใดในบรรดา 3 ทางเลือกอันได้แก่ ไม่ทำอะไรเลย ซึ่งให้ผลได้ 40 บาท การจ้างงานนอกเวลาซึ่งให้ผลได้ 50 บาท และการขยายซึ่งให้ผลได้ 55 บาท จะพบว่าการขยายให้ผลได้สูงที่สุดคือ 55 บาท ผู้ตัดสินใจก็ควรจะเลือกทางเลือกทำการขยาย แต่ถ้าสมมติว่าในการตัดสินใจเริ่มแรกผู้ตัดสินใจเลือกสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกใหญ่ ก็จะต้องเผชิญกับเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งในบรรดา 2 อย่างคือ ความต้องการมีจำนวนน้อย และ ความต้องการมีจำนวนมาก สมมติว่าถ้ากิจการเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการมีจำนวนน้อย ผู้ตัดสินใจจะต้องทำการตัดสินใจอีกครั้งหนึ่ง คือต้องตัดสินใจว่า จะเลือกทางเลือกใด ระหว่าง การไม่ต้องทำอะไรเลย ซึ่งจะให้ผลได้เป็นติดลบ 10 บาท (นั่นก็คือเกิดความสูญเสีย 10 บาท) หรือ การทำการลดราคา ซึ่งจะให้ผลได้ 50 บาท ดังนั้นผู้ตัดสินใจก็ควรจะเลือกทางเลือกในการลดราคา เพราะว่าทางเลือกนี้จะให้ผลได้สูงกว่าคือมีผลได้ 50 บาท แต่ถ้าสมมติว่ากิจการเลือกทางเลือกการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกแล้วเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการมีจำนวนน้อย กิจการก็จะได้รับผลได้ 70 บาท

การอธิบายในย่อหน้าข้างบนที่เพิ่งผ่านมาเป็นการอ่านความหมายของแผนการตัดสินใจ โดยที่เรายังไม่ทราบว่าการตัดสินใจเริ่มแรกนั้นผู้ตัดสินใจเลือกทางเลือกใด ซึ่งการที่จะทราบว่าการตัดสินใจเริ่มแรกนั้นผู้ตัดสินใจเลือกทางเลือกใด เราสามารถหาคำตอบได้โดยการวิเคราะห์ ซึ่งการวิเคราะห์การตัดสินใจจะต้องทำจากขวามาซ้าย ซึ่งการวิเคราะห์การตัดสินใจของแผนการตัดสินใจตามรูปที่ 29 สามารถทำจากขวามาซ้าย ตามลำดับขั้นดังต่อไปนี้

1. ระบุว่า ณ จุดการตัดสินใจครั้งที่ 2 (ซึ่งอยู่ขวามือสุด) เราควรที่จะเลือกทางเลือกใด นั่นคือ ถ้าจุดการตัดสินใจครั้งที่ 1 เราสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็กแล้วเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการจำนวนมาก เราก็จะต้องทำการตัดสินใจครั้งที่ 2 ซึ่งการตัดสินใจครั้งที่ 2 มีทางเลือก 3 ทางคือ ไม่ทำอะไร การจ้างงานนอกเวลา และการขยาย เนื่องด้วยการขยายให้ได้สูงที่สุด ดังนั้นเราก็จะเลือกทางเลือกนี้ และทำการขีดเครื่องหมายสแลชคู่ (double slash) ลงบนทางเลือกที่เราไม่ได้เลือก เข้าด้วยกัน ถ้า ณ จุดการตัดสินใจครั้งที่ 1 เราทำการสร้างโรงงานขนาดใหญ่แล้วเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการจำนวนน้อย เราก็จะต้องทำการตัดสินใจครั้งที่ 2 ซึ่งจุดการตัดสินใจครั้งที่ 2 นี้ จะมีทางเลือกอยู่ 2 ทาง คือ ไม่ทำอะไรเลยและ ทำการลดราคา ซึ่งเราจะทำการเลือกทางเลือกการลดราคาเพราะว่าทางเลือกนี้ จะให้ผลได้ที่สูงกว่า ดังนั้นเราก็จึงทำการขีดเครื่องหมายสแลชคู่ (double slash) บนทางเลือกที่เราไม่ได้เลือก

2. คำนวณหาผลลัพธ์ของการคูณระหว่างความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์กับผลได้ของมันบนแผนงานที่เหลืออยู่

กรณีสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก

ความต้องการมีจำนวนน้อย $(.4)(40) = 16$ บาท

ความต้องการมีจำนวนมาก $(.6)(55) = 33$ บาท

กรณีสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดใหญ่

ความต้องการมีจำนวนน้อย $(.4)(50) = 20$ บาท

ความต้องการมีจำนวนมาก $(.6)(70) = 42$ บาท

3. คำนวณหามูลค่าคาดหวังของแต่ละทางเลือกเริ่มแรก

สร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก $= 16 + 33 = 49$ บาท

สร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดใหญ่ $= 20 + 42 = 62$ บาท

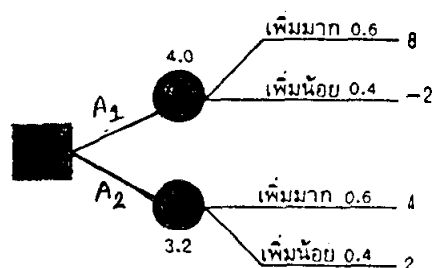
ดังนั้น เราจึงควรเลือกสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดใหญ่เพราะว่ามีมูลค่าคาดหวังที่สูงกว่าการสร้างสิ่งอำนวยความสะดวกขนาดเล็ก และเมื่อเราทำการตัดสินใจเริ่มแรกเช่นนี้แล้ว และถ้ากิจการต้องเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการมีจำนวนน้อยกิจการก็จะต้องทำการตัดสินใจครั้งที่ 2 ว่าจะเลือกทางเลือกใดระหว่างไม่ต้องทำอะไรเลย กับ ทำการลดราคา ซึ่งในที่นี้กิจการก็จะเลือกทำการลดราคาเพราะว่าเป็นทางเลือกที่ให้ผลได้สูงกว่าคือมีผลได้ 50 บาท แต่ถ้าเมื่อทำการตัดสินใจเริ่มแรกแล้ว และกิจการเผชิญกับเหตุการณ์ความต้องการมีจำนวนมาก กิจการก็ไม่ต้องทำการตัดสินใจครั้งที่ 2 โดยการตัดสินใจนี้จะให้ผลได้ 70 บาท

ตัวอย่างที่ 6 บริษัทผู้ผลิตสินค้าแห่งหนึ่งกำลังตัดสินใจที่จะขยายโรงงานเพื่อรองรับการเพิ่มขึ้นของความต้องการใน 2 ปีข้างหน้า บริษัทมีทางเลือก 2 ทางคือซื้อเครื่องจักรขนาดใหญ่หรือซื้อเครื่องจักรขนาดเล็ก โอกาสที่ความต้องการจะเพิ่มขึ้นในทุกๆ 2 ปีข้างหน้ามีค่าเป็น 60 เปอร์เซ็นต์และโอกาสที่ความต้องการเพิ่มขึ้นน้อยมีค่าเป็น 40 เปอร์เซ็นต์ ถ้าไรที่ได้เมื่อคิดเป็นค่าปัจจุบัน (present value) จากการดำเนินการใน 2 ปีข้างหน้า ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

กำไรที่ได้ (ล้านบาท)		
ทางเลือก	ความต้องการเพิ่มมาก	ความต้องการเพิ่มน้อย
ซื้อเครื่องจักรขนาดใหญ่ : A1	8	-2
ซื้อเครื่องจักรขนาดเล็ก : A2	4	2

จงเขียนแผนงานการตัดสินใจแล้ววิเคราะห์ว่าควรตัดสินใจเลือกทางเลือกใด (พิชิต สุขเจริญพงษ์, 2538 : 37-38)

วิธีทำ แผนงานการตัดสินใจของปัญหาที่สามารถเขียนได้เป็น



$$\begin{aligned}\text{ที่ทางเลือก A1 ค่าคาดหวังของกำไร} &= (8 \times 0.6) + ((-2) \times 0.4) \\ &= 4.0 \text{ ล้านบาท}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ที่ทางเลือก A2 ค่าคาดหวังของกำไร} &= (4 \times 0.6) + (2 \times 0.4) \\ &= 3.2 \text{ ล้านบาท}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 7 จากตัวอย่างที่ 6 สมมติว่าผู้บริหารต้องการวางแผนใน 4 ปีข้างหน้า โดยแบ่งเป็นช่วงเวลาช่วงละ 2 ปี จากการวิเคราะห์ต่อไปพบว่า ถ้าใน 2 ปีแรกความต้องการเพิ่มขึ้นมาก โอกาสที่ในอีก 2 ปีถัดไปจะเพิ่มขึ้นอีกจะมีค่าเป็น 50 เปอร์เซ็นต์ และโอกาสที่ความต้องการมีค่าคงเดิมเป็น 50 เปอร์เซ็นต์ แต่ถ้าใน 2 ปีแรกความต้องการเพิ่มขึ้นน้อย ในอีก 2 ปีถัดไปโอกาสที่ความต้องการจะเพิ่มขึ้นอีกมีค่าเป็น 80 เปอร์เซ็นต์ และโอกาสที่ความต้องการมีค่าเท่าเดิมเป็น 20 เปอร์เซ็นต์ ถ้าในการตัดสินใจครั้งแรกได้ตัดสินใจซื้อเครื่องขนาดเล็กไว้ และความต้องการสูงมากใน 2 ปีแรก ใน 2 ปีที่สองผู้บริหารอาจตัดสินใจซื้อเครื่องจักรใหม่อีกเครื่องหรือไม่ ก็จะคงกำลังการผลิตไว้เท่าเดิม แต่ถ้าในการตัดสินใจครั้งแรกได้ซื้อเครื่องจักรเครื่องใหญ่แล้ว ในช่วง 2 ปีสุดท้ายก็จะไม่ต้องตัดสินใจอีก ถ้าจากการดำเนินการตลอดช่วง 4 ปี แสดงดังตารางต่อไปนี้

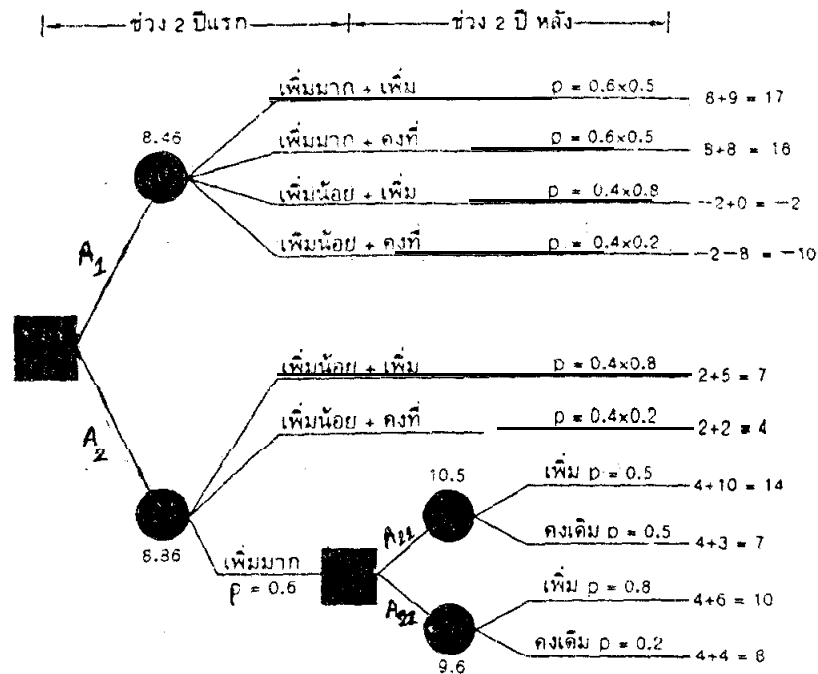
ทางเลือก	ช่วง 2 ปีแรก	ช่วง 2 ปีที่สองเมื่อกำหนดช่วง 2 ปีแรก
ซื้อเครื่องจักรขนาดใหญ่	H = 8 L = -2	HH = 9 HL = 8 LH = 0 LL = -8
ซื้อเครื่องจักรขนาดเล็ก	H = 4 ซื้อเพิ่ม A21 ไม่ซื้อ A22 L = -2	HH = 10 HL = 3 HH = 6 HL = 4 LH = 5 LL = 2

เมื่อ H หมายถึงความต้องการเพิ่มมาก L หมายถึงความต้องการเพิ่มน้อย และ HH หมายถึงความต้องการใน 2 ปีแรกเพิ่มขึ้นสูงและ 2 ปีหลังเพิ่มขึ้นด้วย HL หมายถึงความต้องการใน 2 ปีแรกเพิ่มขึ้นสูง และ 2 ปีหลังมีค่าคงเดิม สัญลักษณ์อื่น ๆ ก็มีความหมายเช่นเดียวกัน

จงใช้แขนงการตัดสินใจเพื่อวิเคราะห์หาทางเลือกที่ดีที่สุดของปัญหานี้

วิธีทำ

แผนผังตัดสินใจของปัญหาดังกล่าวแสดงได้ดังต่อไปนี้



การคำนวณค่าคาดหวังที่ทางเลือกต่างๆ ทำได้ดังต่อไปนี้คือ

ที่ทางเลือก A_{21} ค่าคาดหวังของกำไร = $(14 \times 0.5) + (7 \times 0.5) = 10.5$

ที่ทางเลือก A_{22} ค่าคาดหวังของกำไร = $(10 \times 0.8) + (8 \times 0.2) = 9.6$

ดังนั้นถ้ากำหนดว่าอยู่ที่จุดการตัดสินใจที่ 2 ซึ่งจะต้องทำการตัดสินใจว่าจะเลือกทางเลือก A_{21} หรือ A_{22} ทางเลือกที่ดีที่สุดคือ A_{21} ค่าคาดหวังจาก A_{21} จึงนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าคาดหวังที่ทางเลือก A_2

ที่ทางเลือก A_2 ค่าคาดหวังของกำไร = $(7 \times 0.4 \times 0.8) + (4 \times 0.4 \times 0.2) + (10.5 \times 0.6)$
= 8.86 ล้านบาท

ที่ทางเลือก A_1 ค่าคาดหวังของกำไร = $(17 \times 0.6 \times 0.5) + (16 \times 0.6 \times 0.5) - (2 \times 0.4 \times 0.8)$
- $(10 \times 0.4 \times 0.2)$
= 8.46 ล้านบาท

จากผลการวิเคราะห์จะได้ว่า ทางเลือกสำหรับ 2 ปีแรกคือ A_2 (ซื้อเครื่องจักรขนาดเล็ก) เมื่อตัดสินใจในครั้งแรกแล้ว ถ้าหาก 2 ปีแรกความต้องการเพิ่มขึ้นน้อย ใน 2 ปีถัดไปก็ไม่ต้องตัดสินใจใหม่ แต่ถ้าใน 2 ปีแรก ความต้องการเพิ่มมากขึ้น ใน 2 ปีถัดไปจะต้องตัดสินใจอีกครั้งหนึ่ง และให้ตัดสินใจเลือกทางเลือก A_{21} คือ ซื้อเครื่องจักรขนาดเล็กเพิ่มอีก 1 เครื่อง ผลรวมกำไรคาดหวังตลอดทั้ง 4 ปีมีค่าเป็น 8.86 ล้านบาท

แบบฝึกหัด

1. การตัดสินใจคืออะไร และกระบวนการในการตัดสินใจประกอบด้วยขั้นตอนอะไรบ้าง จงอธิบาย
2. การตัดสินใจระยะยาวคืออะไร และการตัดสินใจระยะยาวเกี่ยวกับการผลิต ได้แก่ประเด็นใดบ้าง
3. การตัดสินใจระยะสั้นคืออะไร และการตัดสินใจระยะสั้นเกี่ยวกับการผลิต ได้แก่ประเด็นใดบ้าง
4. ตัวแบบ (Model) คืออะไร แบ่งได้กี่ประเภท อะไรบ้าง และตัวแบบ (Model) จะช่วยในการตัดสินใจได้อย่างไร จงอธิบาย
5. ปัญหาการตัดสินใจที่ผู้บริหารเผชิญ อาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือ การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน การตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง และการตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน อยากทราบว่าปัญหาการตัดสินใจทั้ง 3 ประเภทดังกล่าว มีลักษณะแตกต่างกันอยู่ที่ประเด็นใดเป็นสำคัญ และให้ทำการอธิบายวิธีการในการตัดสินใจปัญหาทั้ง 3 ประเภทดังกล่าว ให้เข้าใจ
6. ปัญหาการตัดสินใจเพื่อเลือกโครงการสำหรับการลงทุน โดยมีโครงการให้เลือกลงทุนได้ 4 โครงการ แต่ละโครงการใช้เงินลงทุนเข้ากัน แต่ผลตอบแทนจากการลงทุนที่ได้จะแตกต่างกันไปตามสภาพเศรษฐกิจ ถ้ากำหนดให้สภาพเศรษฐกิจเกิดขึ้นได้ 3 แบบ คือ ดี ปานกลาง และไม่ดี ผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้จากการลงทุนในแต่ละโครงการ เป็นดังนี้

สภาพเศรษฐกิจ			
โครงการ	ดี (%)	ปานกลาง (%)	ไม่ดี (%)
A	25	15	5
B	30	10	7
C	20	15	8
D	40	10	5

ให้ทำการตัดสินใจว่าควรเลือกลงทุนในโครงการใด ถ้ากำหนดให้ค่าความน่าจะเป็นของสภาพเศรษฐกิจไม่สามารถประเมินได้

7. จงแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming) ต่อไปนี้ ด้วยวิธีการกราฟ

$$\text{Minimize } Z = 0.5X_1 + 2X_2$$

subject to :

$$7X_1 + X_2 \geq 7$$

$$2X_1 - 3X_2 \leq 6$$

$$3X_1 + 2X_2 \geq 6$$

$$X_1 + 4X_2 \geq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

8. บริษัทนุเฟอร์นิเจอร์ซึ่งผลิตโต๊ะและเก้าอี้ออกจำหน่าย โดยที่ทั้งโต๊ะและเก้าอี้ต้องใช้ไม้ 2 ประเภท และแรงงานในการผลิต โต๊ะแต่ละตัว ต้องใช้ไม้ประเภทที่หนึ่ง 5 ตารางเมตร ประเภทที่สอง 2 ตารางเมตร และใช้เวลาในการผลิต 4 ชั่วโมง ส่วนเก้าอี้แต่ละตัวต้องใช้ไม้ประเภทที่หนึ่ง 2 ตารางเมตร ไม้ประเภทที่สอง 3 ตารางเมตร และแรงงาน 2 ชั่วโมง โดยที่เมื่อผลิตแล้วออกจำหน่าย จะได้กำไร 12 บาทต่อโต๊ะ 1 ตัว และ 8 บาทต่อเก้าอี้ 1 ตัว ถ้าแต่ละสัปดาห์มีวัตถุดิบคือ ไม้ประเภทที่หนึ่งเพียง 150 ตารางเมตร ไม้ประเภทที่สอง 100 ตารางเมตร และแรงงาน 80 ชั่วโมงเท่านั้น นายคนุซึ่งเป็นเจ้าของบริษัทนุเฟอร์นิเจอร์ อยากทราบว่า จะผลิตโต๊ะและเก้าอี้อย่างละกี่ตัวเพื่อให้ได้กำไรสูงสุดโดยใช้วัตถุดิบและแรงงานที่มีอยู่
9. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตสินค้าสองชนิด สินค้าทั้งสองชนิดใช้ส่วนผสมสองอย่างคือ ก. และ ข. ซึ่งมีอยู่ 8,000 กิโลกรัม และ 7,000 กิโลกรัม ตามลำดับ ในการผลิตสินค้าชนิดที่ 1 หนึ่งหน่วยต้องใช้ส่วนผสม ก. เป็นจำนวน 1/4 กิโลกรัม และส่วนผสม ข. เป็นจำนวน 1/2 กิโลกรัม ในการผลิตสินค้าชนิดที่ 2 ต้องใช้ส่วนผสม ก. 1/2 กิโลกรัม และส่วนผสม ข. 1/4 กิโลกรัม ฝ่ายการตลาดได้ทำการสำรวจความนิยมของสินค้าของบริษัท ปรากฏว่า สินค้าชนิดที่ 2 กำลังเป็นที่นิยมของผู้บริโภคมาก ในขณะที่สินค้าชนิดที่ 1 จะขายได้อย่างมากเพียง 10,000 หน่วยเท่านั้น บริษัทได้กำไรจากสินค้าชนิดที่ 1 หน่วยละ 50 บาท และได้กำไรจากสินค้าชนิดที่ 2 หน่วยละ 25 บาท อยากทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรจะผลิตสินค้าแต่ละชนิดกี่หน่วย

10. โรงงานแห่งหนึ่งผลิตสินค้า 5 ชนิด (A, B, C, D, E) ในการผลิตสินค้าแต่ละชนิดต้องผ่านเครื่องจักร 3 เครื่อง โดยมีเวลาในการผลิตสินค้าทั้ง 5 ชนิดต่อหน่วย ดังตารางข้างล่าง
- เครื่องจักรแต่ละเครื่องมีเวลาทำงานเครื่องละ 128 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ สินค้า A, B, C, D และ E จะขายได้ในราคาหน่วยละ 5, 4, 5, 4 และ 4 บาท ตามลำดับ ค่าใช้จ่ายของเครื่องจักรที่ 1 คิดเป็น 4 บาทต่อชั่วโมง เครื่องจักรที่ 2 เป็น 4 บาทต่อชั่วโมง และเครื่องจักรที่ 3 เป็น 3 บาทต่อชั่วโมง นอกจากต้นทุนของเครื่องจักรแล้ว สินค้า A และ D ยังมีต้นทุนวัตถุดิบและค่าแรงคิดเป็นหน่วยละ 2 บาทเท่าๆ กัน ส่วนต้นทุนค่าวัตถุดิบและค่าแรงของสินค้า B, C และ E คิดเป็นหน่วยละ 1 บาท

เวลาที่ใช้ในการผลิตสินค้า (นาที/หน่วย)

เครื่องจักร \ สินค้า	1	2	3
A	12	8	5
B	7	9	10
C	8	4	7
D	10	-	3
E	7	11	2

จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming) เพื่อกำหนดปริมาณการผลิตสินค้าทั้ง 5 ชนิด โดยให้ได้รับผลกำไรสูงสุด (ไม่ต้องทำการหาคำตอบจากตัวแบบที่ได้สร้างไว้)

11. จงคำนวณหาจุดคุ้มทุนทั้งจำนวนหน่วยและจำนวนเงินที่ผลิตและขายได้จากข้อมูลการผลิตดังนี้

ต้นทุนคงที่ 15,000 บาท
 ต้นทุนผันแปร 60 บาทต่อชิ้น
 ราคาขายได้ 90 บาทต่อชิ้น

12. จากข้อมูลข้อ 11 อธิากทราบว่า

- 12.1 ถ้าผลิตและขายได้ 750 ชิ้นต่อสัปดาห์ จะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าใด
 12.2 ถ้าผลิตและขายได้ 350 ชิ้นต่อสัปดาห์ จะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าใด

13. สมมติว่า โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่ง มีรายการดังนี้
- จาก 0 ขึ้น ถึง 60 ขึ้น ต้นทุนคงที่เป็น 2,000 บาท
 - จาก 61 ขึ้น ถึง 120 ขึ้น ต้นทุนคงที่เป็น 4,000 บาท
 - จาก 121 ขึ้น ถึง 180 ขึ้น ต้นทุนคงที่เป็น 5,000 บาท
- ต้นทุนแปรผัน 30 บาทต่อชิ้น
- ราคาขาย 50 บาทต่อชิ้น
- จงคำนวณหาดังต่อไปนี้
- ก. จุดคุ้มทุนอยู่ที่จำนวนขายกี่ชิ้น
 - ข. จุดคุ้มทุนอยู่ที่จำนวนขายกี่บาท
14. บริษัทผู้ผลิตน้ำยาล้างเครื่องสุขภัณฑ์แห่งหนึ่ง ดำเนินการผลิตที่ 75 เปอร์เซ็นต์ของกำลังการผลิต หากสรรพสินค้าใหญ่แห่งหนึ่งได้ติดต่อบริษัทผลิตน้ำยา ให้นำไปจำหน่ายด้วยตราสินค้าของห้างสรรพสินค้าเอง ซึ่งจะทำให้ต้นทุนแปรผันของการผลิตเพิ่มขึ้น 4 เปอร์เซ็นต์ ด้วยข้อตกลงนี้จะทำให้บริษัทสามารถผลิตได้เพิ่มกำลังการผลิต แต่ส่วนที่เพิ่มขึ้น 25 เปอร์เซ็นต์จะขายได้ในราคา 89 เปอร์เซ็นต์ของราคาที่ขายในปัจจุบัน และถ้าการผลิตเพิ่มสูงกว่า 80 เปอร์เซ็นต์ บริษัทจะต้องเปิดสายการผลิตใหม่ ซึ่งทำให้ต้นทุนคงที่เพิ่มขึ้นอีก 25 เปอร์เซ็นต์ และต้นทุนแปรผันเพิ่มขึ้น 6 เปอร์เซ็นต์ สภาพการผลิตในปัจจุบันเป็นดังนี้คือ
- ปริมาณการผลิต 915,000 หน่วยต่อปี (75% ของกำลังการผลิต)
 - ราคาจำหน่ายต่อหน่วย 110 บาท (ราคาส่งจากบริษัท)
 - ต้นทุนแปรผันต่อหน่วย 50 บาท
 - ต้นทุนคงที่ 40,000,000 บาท
- จงหาว่าบริษัทสมควรจะรับข้อเสนอของห้างสรรพสินค้าหรือไม่
15. บริษัทผลิตแผ่นเสียงแห่งหนึ่งต้องขยายกิจการโดยการสร้างโรงงานผลิตแผ่นเสียงเพิ่มขึ้นใหม่อีกแห่งหนึ่ง โดยกำหนดให้โรงงานแห่งใหม่นี้มีอายุการใช้งานตามราคาตลาด 5 ปี ถ้าบริษัทคิดที่จะสร้างโรงงานขนาดใหญ่จะต้องเสียค่าใช้จ่ายประมาณ 1.4 ล้านบาท แต่ถ้าสร้างโรงงานขนาดเล็กจะต้องเสียค่าใช้จ่ายประมาณ 0.7 ล้านบาท

ฝ่ายบริหารของบริษัทคาดคะเนว่าใน 5 ปี ดังกล่าว อุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดจากโรงงานทั้ง 2 ขนาดจะเหมือนกัน ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ระดับ ด้วยความน่าจะเป็นเหมือนกันดังนี้

1. โรงงานขนาดใหญ่และอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับสูง จะมีผลกำไรประมาณปีละ 1 ล้านบาท
2. โรงงานขนาดใหญ่และอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับกลาง จะมีผลกำไรประมาณปีละ 0.6 ล้านบาท
3. โรงงานขนาดใหญ่และอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับต่ำ จะขาดทุนประมาณปีละ 0.2 ล้านบาท เนื่องจากแผ่นเสียงที่ผลิตมีคุณภาพไม่ดี
4. โรงงานขนาดเล็กและอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับสูง แต่มีผลกำไรเพียงประมาณปีละ 0.25 ล้านบาท นั้น พิจารณาแล้วพบว่ายอดขายส่วนหนึ่งที่หายไปเกิดขึ้นเนื่องมาจากการที่ไม่สามารถผลิตสินค้าให้ทันต่อความต้องการของลูกค้าได้ จึงเสียยอดขายบางส่วนให้กับคู่แข่งกันไป
5. โรงงานขนาดเล็กและอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับปานกลาง จะมีผลกำไรประมาณปีละ 0.45 ล้านบาท โดยมียอดขายบางส่วนเสียไปให้คู่แข่งเช่นกัน
6. โรงงานขนาดเล็กและอุปสงค์ของแผ่นเสียงในตลาดอยู่ในระดับต่ำ จะมีประมาณปีละ 0.55 ล้านบาท ที่เป็นเช่นนี้เพราะขนาดของโรงงานกับขนาดของตลาดแผ่นเสียงอยู่ในระดับที่สมดุลกันดี

จากข้อมูลข้างต้นนี้

ก. จงสร้างแผนงานตัดสินใจของปัญหาการลงทุนของบริษัทแห่งนี้

ข. จงวิเคราะห์ว่าบริษัทแห่งนี้ควรลงทุนสร้างโรงงานขนาดใหญ่หรือขนาดเล็กเพราะเหตุใด