บทที่ 10
การใช้ตัวแบบการขนส่งในการตัดสินใจเลือกทำเลที่ตั้ง

ในบทนี้จะประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- ลักษณะของปัญหาการขนส่ง
- ขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่ง
- ลักษณะของตัวอย่างปัญหา
- การสร้างตารางการคำนวณ
- การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น
- การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์
- ปัญหาลักษณะพิเศษของตัวแบบการขนส่ง
- การนำตัวแบบการขนส่งไปใช้ในการประเมินผลและเปรียบเทียบทางเลือกของตำแหน่งที่ตั้งโรงงาน
- แบบฝึกหัด

การใช้ตัวแบบการขนส่งในการตัดสินใจเลือกทำเลที่ตั้ง

ก่อนที่จะได้อธิบายถึงการนำตัวแบบการขนส่งไปใช้ในการประเมินผล และเปรียบเทียบทางเลือกของทำเลที่ตั้งโรงงาน เราจะต้องทำความเข้าใจตัวแบบการขนส่งให้ชัดเจนเสียก่อน ดังนั้นในที่นี้ จะได้อธิบายให้เข้าใจเกี่ยวกับตัวแบบการขนส่ง ซึ่งจะขออธิบายอย่างละเอียด เพราะว่าตัวแบบการขนส่งนอกจากจะใช้ช่วยในการประเมินผลและเปรียบเทียบทางเลือกของทำเลที่ตั้งโรงงานได้แล้วยังสามารถนำมาใช้ช่วยในการตัดสินใจในหน้าที่ทางการผลิตอื่น ๆ ได้อีกด้วย

ปัญหาการขนส่ง (Transportation problem) เป็นปัญหาลักษณะพิเศษลักษณะหนึ่งของปัญหากำหนดการเชิงเส้นตามที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 เรื่องการตัดสินใจในการจัดการการผลิต แต่เนื่องจากกำหนดการเชิงเส้นที่มีลักษณะเป็นปัญหา การขนส่งนั้นมักจะมีตัวแปร และเงื่อนไขบังคับค่อนข้างมาก ยิ่งมีเส้นทางการขนส่งมากเท่าไร จำนวนตัวแปร และเงื่อนไขบังคับก็มากยิ่งขึ้นไปอีก ทำให้เสียเวลาในการคำนวณหามาก จึงได้มีการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาของปัญหาการขนส่งโดยเฉพาะขึ้นมา และเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพดีมากอีกวิธีหนึ่ง ช่วยให้การแก้ปัญหาการขนส่งสะดวกรวดเร็วมากขึ้น

ลักษณะของปัญหาการขนส่ง

ปัญหาการขนส่ง เป็นปัญหาเกี่ยวกับการหาวิธีการจัดการจัดสรรสินค้าจากจุดต้นทาง (Origins) อันได้แก่ โรงงาน แหล่งวัตถุดิบ โกดังสินค้า ร้านค้า ฯลฯ ซึ่งมีหลายๆ แห่งไปยังจุดต้นทาง (destinations) ซึ่งอาจจะเป็นคลังสินค้า ร้านค้า ลูกค้า ฯลฯ ที่มีอยู่หลาย ๆ แห่งเช่นกัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมทั้งสิ้นแล้วต่ำสุด (minimization problem) ในการแก้ปัญหาการขนส่งจำเป็นต้องมีข้อมูลที่สำคัญดังนี้

1) จำนวนจุดต้นทาง (m) เช่นมีโรงงานผลิตสินค้า 2 โรงงาน
2) จำนวนจุดปลายทาง (n) เช่นคลังสินค้าที่จะรับสินค้าจากโรงงานมี 3 แห่ง
3) จำนวนสินค้าที่มีอยู่ที่จุดต้นทางต่างๆ
4) จำนวนสินค้าที่จุดปลายทางต่างๆ ต้องการ

5) ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าหนึ่งหน่วยจากจุดต้นทางแต่ละแห่งไปยังจุดปลายทางต่างๆ

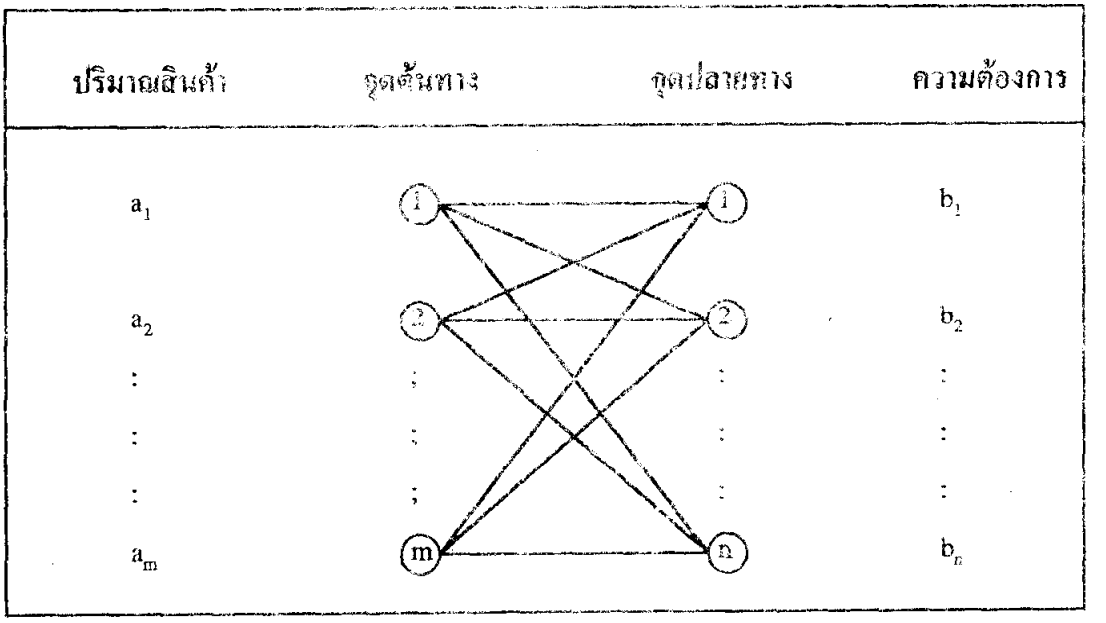
ถ้ากำหนดให้ a_i คือจำนวนสินค้าที่มีอยู่ที่จุดต้นทางที่ i

b_j คือจำนวนสินค้าที่จุดปลายทางที่ j ต้องการ

C_{ij} คือค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าหนึ่งหน่วยจากจุดต้นทางที่ i ไปยังจุดปลายทางที่ j

X_{ij} คือจำนวนสินค้าที่ส่งจากจุดต้นทาง i ไปยังจุดปลายทาง j

Z คือค่าใช้จ่ายรวม



รูปที่ 1 ลักษณะปัญหาการขนส่ง

จากวัตถุประสงค์เพื่อให้ค่าขนส่งรวมต่ำที่สุดดังได้กล่าวแล้วนั้น สามารถเขียนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของปัญหาข้างต้นได้ดังนี้

$$\text{minimize } Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \ldots C_{mn}X_{mn} \quad \text{หรือ} \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

ทั้งนี้ มีเงื่อนไขบังคับของปัญหาเพียง 2 ด้านเท่านั้น ด้านแรกเกี่ยวกับขีดจำกัดของสินค้ามีอยู่ที่จุดต้นทาง สินค้าที่จะส่งออกไปจากจุดต้นทางหนึ่งๆ รวมกันแล้วต้องเท่ากับจำนวนสินค้าที่จุดต้นทาง สินค้าที่ส่งออกไปจากจุดต้นทางนั้นมีอยู่ หรือเขียนให้อยู่ในรูปเงื่อนไขบังคับของกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + \ldots + X_{1n} = a_1$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + \ldots + X_{2n} = a_2$$

$$X_{m1} + X_{m2} + X_{m3} + \ldots + X_{mn} = a_1$$

หรือเขียนโดยย่อ $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \quad (I = 1, 2, 3, \ldots, m)$

เงื่อนไขบังคับอีกด้านหนึ่งคือความต้องการสินค้าหรือความสามารถในการเก็บสินค้าของจุดปลายทาง สินค้าต่างๆ ที่ส่งจากจุดต้นทางมายังจุดปลายทางหนึ่งๆ รวมแล้วจะต้องเท่ากับความต้องการของจุดปลายทางนั้นเขียนให้อยู่ในรูปเงื่อนไขบังคับของกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + \ldots + X_{m1} = b_1$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + \ldots + X_{m2} = b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$X_{1n} + X_{2n} + X_{3n} + \ldots + X_{mn} = b_n$$

หรือเขียนโดยย่อได้ว่า $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = b_j$ (j = 1, 2, 3, ... n)

สรุปรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นของปัญหาการขนส่งได้ดังต่อไปนี้

$$\text{minimize } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

subject to :

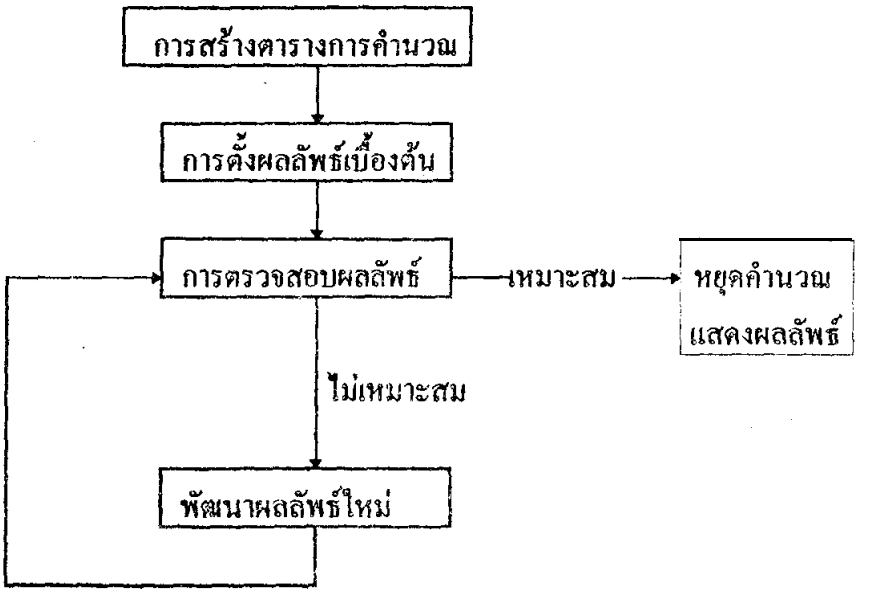
$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = a, \text{ (i = 1, 2, 3, ... m)}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \text{ (j = 1, 2, 3, ... n)}$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ (j = 1, 2, 3, ... n)}$$

ขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่ง

ขั้นตอนในาการแก้ปัญหาการขนส่งเป็นการคำนวณแบบย้อนซ้ำ โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยสังเขป ดังนี้



รูปที่ 2 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่ง

ลักษณะของตัวอย่างปัญหา

ในการอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่งจะใช้โจทย์ตัวอย่างต่อไปนี้

บริษัทผลิตภัณฑ์ไทยจำกัด เป็นบริษัทผู้ผลิตสินค้า มีโรงงานผลิตสินค้า 3 แห่ง ผลิตสินค้าได้ 100 หน่วย 60 หน่วย และ 120 หน่วย ตามลำดับ สินค้าที่ผลิตได้จะถูกส่งไปเก็บไว้ที่โกดังสินค้า 4 แห่ง ซึ่งมีความต้องการสินค้าแห่งละ 80 หน่วย 40 หน่วย 100 หน่วย และ 60 หน่วย ตามลำดับ ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากโรงงานไปยังโกดังต่างๆ แสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท / หน่วย)

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	4
1	2	4	4	10
2	6	10	4	8
3	8	2	6	6

ให้ทำการจัดสรรการขนส่งจากโรงงานไปยังคลังสินค้าด้วยวิธีที่ดีที่สุดนั่นคือการทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมทั้งหมดต่ำสุด

การสร้างตารางการคำนวณ

ตารางคำนวณที่ใช้ในการแก้ปัญหาการขนส่ง มีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 2 ตารางคำนวณปัญหาการขนส่ง

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	...	n	a_i
1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	... ...	C_{1n} X_{1n}	a_1
2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	... ...	C_{2n} X_{2n}	a_2
	:	:		:	:
m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	... ...	C_{mn} X_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	...	b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

สมมติฐานที่สำคัญของปัญหาการขนส่งคือ ผลรวมของสินค้าที่มีอยู่ที่จุดต้นทาง (a_i) ต้องเท่ากับผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทางต้องการ (b_j)

ดังนั้นจากปัญหาตัวอย่างสามารถสร้างตารางการคำนวณของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ได้ดังนี้

ตารางที่ 3 ตารางการคำนวณปัญหาการขนส่งของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด

โรงงาน \ โกดัง	1	2	3	4	a_i
1	2	4	4	10	100
2	6	10	4	8	60
3	8	2	6	6	120
b_j	80	40	100	60	280

จะเห็นได้ว่าจากตารางที่ 3 จำนวนสินค้าที่โรงงานทั้งสามแห่งรวมกันเท่ากับจำนวนสินค้าที่คลังสินค้าต้องการพอดี ($\sum a_i = \sum b_j$) จึงสามารถดำเนินการขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่งในขั้นตอนต่อไป คือการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นได้ แต่ในกรณีที่สินค้าที่จุดต้นทางไม่เท่ากับจำนวนสินค้าที่จุดปลายทาง จำเป็นต้องมีการปรับปรุงตารางก่อนที่จะลงมือทำการคำนวณ

กรณีที่ผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางน้อยกว่าผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง ($\sum a_i < \sum b_j$) ตัวอย่างเช่น จากโจทย์ปัญหาเดิม ถ้าโรงงานที่หนึ่งของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ผลิตสินค้าได้ 60 หน่วย แสดงว่า จำนวนสินค้าที่บรษัทผลิตได้นั้นไม่เพียงพอแก่ความต้องการของคลังสินค้า กล่าวคือ มีสินค้าอยู่เพียง 240 หน่วย (โรงงานที่หนึ่ง 30 หน่วย โรงงานที่สอง 60 หน่วยและโรงงานที่สาม 120 หน่วย) ในขณะที่คลังสินค้าต้องการ 280 หน่วย ดังนั้นจึงต้องเพิ่มโรงงานเข้าไปอีกแห่งหนึ่งเป็นแห่งที่ 4 ซึ่งเป็นโรงงานสมมติ (dummy factory) ที่มีความสามารถผลิตสินค้าได้ 40 หน่วย ความสามารถในการผลิตสินค้าของโรงงานแห่งนี้จะเท่ากับ

จำนวนสินค้าที่ขาดอยู่ ทำให้ผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทาง และจุดปลายทางเท่ากันคือ 280 หน่วย และเนื่องจากโรงงานแห่งที่ 4 เป็นโรงงานสมมติ จึงมีค่าใช้จ่ายในการส่งสินค้าไปยังคลังสินค้าต่างๆ เป็น 0 สร้างตารางในการขนส่งได้ดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 ตารางคำนวณในกรณี ($\sum a_i < \sum b_j$)

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	4	a_i
1	2	4	4	10	60
2	6	10	4	8	60
3	8	2	6	6	120
4 (dummy)	0	0	0	0	40
b_j	80	40	100	60	280

สำหรับกรณีที่ผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางมากกว่าผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง ($\sum a_i < \sum b_j$) สามารถยกตัวอย่างได้ดังนี้ จากโจทย์ปัญหาของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ในตอนต้น ถ้าโรงงานที่ 2 มีกำลังการผลิต 80 หน่วย แทนที่จะเป็น 60 หน่วย แสดงว่าจำนวนสินค้าที่โรงงานทั้งสามผลิตได้มีเกินความต้องการ 10 พับ จึงจำเป็นต้องเติมคลังสินค้าสมมติ (dummy storage) เข้าไปอีก 1 ราย เป็นรายที่ 5 โดยให้มีความต้องการเท่ากับจำนวนสินค้าที่เกินอยู่ นั่นคือ 20 หน่วย และให้มีค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากโรงงานต่างๆ ไปยังคลังสินค้าสมมตินี้เป็น 0 สร้างตารางปัญหาการขนส่งได้ดังตารางที่ 5 ต่อไปนี้

ตารางที่ 5 ตารางการคำนวณในกรณี ($\sum a_i > \sum b_j$)

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	4	5 (dummy)	a_i
1	2	4	4	10	0	100
2	6	10	4	8	0	80
3	4	2	6	6	0	120
b_j	80	40	100	60	20	300

การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น

เมื่อได้ทำการสร้างตารางการคำนวณแล้ว ขั้นตอนต่อไปในการแก้ปัญหาการขนส่งคือ การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ซึ่งการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นสามารถทำได้หลายวิธีดังนี้

1) วิธีมุมพายัพ (Northwest Corner Method)

2) วิธีแกนนอนเหนือไปใต้ (North to South Method)

3) วิธีต้นทุนต่ำสุด (Least Cost Method)

4) ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกล (Vogel Approximation Method, VAM)

ในการแก้ปัญหาการขนส่งนั้นเราสามารถเลือกใช้การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยเพียงวิธีใดวิธีหนึ่งเท่านั้น ซึ่งในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นทั้ง 4 วิธีดังกล่าวจะมีขั้นตอนหลัก 2 ขั้นคือ การเลือกช่องทางที่จะจัดสรรสินค้า และการกำหนดจำนวนสินค้าในช่องทางนั้น การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นทั้ง 4 วิธีดังกล่าวจะมีความแตกต่างกันในขั้นตอนแรกคือการเลือกว่าจะจัดสรรสินค้าจากจุดต้นทางใดไปยังจุดปลายทางใดเท่านั้น ส่วนขั้นตอนที่สองจะเหมือนกัน

ต่อไปนี้จะแสดงการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีทั้ง 4 ตามลำดับดังต่อไปนี้

1) การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพนี้นับว่าเป็นวิธีที่ง่ายที่สุด โดยจะพิจารณาในด้านจำนวนสินค้าเท่านั้น และไม่พิจารณาในด้านการขนส่งเลย จึงทำให้รวดเร็วกว่าวิธีอื่น สรุปเป็นขั้นตอนการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพได้ดังนี้

ก) เริ่มการคำนวณที่ช่องมุมมบนด้านซ้ายมือ คือ ช่องที่ (1, 1)

ข) กำหนดค่า $X_{11} = \min (a_1, b_1)$

ค) หักค่า X_{ij} ที่จัดสรรออกจากค่า a_i และ b_j

ง) ถ้าค่า a เหลือ ให้เลื่อนไปจัดสรรช่องว่างด้านขวามือ
ถ้าค่า b เหลือ ให้เลื่อนไปจัดสรรช่องว่างข้างล่าง

จ) กำหนดค่า $X_{ij} = \min (a_i, b_j)$

ฉ) กลับไป ค)

นำข้อมูลบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ในตารางที่ 5 เข้าตารางการคำนวณปัญหาการขนส่งแล้วทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นตามขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มคำนวณจากช่องที่ (1, 1) คือการจัดสรรสินค้าจากโรงงานที่ 1 ให้แก่โกดังที่ 1

ขั้นที่ 2 กำหนดค่า X_{11} โดยการเปรียบเทียบค่า a_1 กับ b_1 โรงงานที่ 1 มีสินค้าอยู่ 100 หน่วย ในขณะที่โกดังที่ 1 ต้องการสินค้าเพียง 80 หน่วย ดังนั้นโรงงานที่ 1 จะส่งสินค้าให้โกดังที่ 1 จำนวน 80 หน่วยใส่ 80 หน่วย ลงในช่อง (1, 1)

ขั้นที่ 3 หักจำนวนสินค้าที่จัดสรรแล้วออกจากค่า a_1 และ b_1 นั่นคือโรงงานที่ 1 มีสินค้า 100 หน่วย ส่งให้โกดังที่ 1 จำนวน 80 หน่วย คงเหลืออีก 20 หน่วย ส่วนโกดังที่ 1 ต้องการสินค้า 80 หน่วย และได้รับจากโรงงานที่ 1 ครบแล้ว

ขั้นที่ 4 เมื่อโรงงานที่ 1 ยังมีสินค้าเหลืออยู่อีก 20 หน่วย การคำนวณต่อไปจะเลื่อนไปยังช่องขวามือของช่อง (1, 1) คือช่องที่ (1, 2) หมายถึงเรากำลังจะพิจารณากำหนดจำนวนสินค้าที่จะสงจากโรงงานที่ 1 ไปยังโกดังที่ 2

ขั้นที่ 5 กำหนดค่า $X_{12} = \min(a_1, b_2) = \min(20, 40) = 20$ หน่วย

ขั้นที่ 6 ใส่ 20 ลงในช่อง (1, 2)

ขั้นที่ 7 หักค่า a_1 และ b_2 ออกด้วย 20 เหลือค่า $a_1 = 0$, $b_2 = 20$ เลื่อนไปคำนวณช่องที่ (2, 2)

ขั้นที่ 8 กำหนดค่า $X_{22} = \min(a_2, b_2) = \min(60, 20) = 20$ หน่วย ใส่ 20 ลงในช่องที่ (2, 2)

ขั้นที่ 9 หักค่า a_2 และ b_2 ออกด้วย 20 เหลือ $a_2 = 40$, $b_2 = 0$ เลื่อนไปคำนวณช่องที่ (2, 3)

ขั้นที่ 10 กำหนดค่า $X_{23} = \min(a_2, b_3) = \min(40, 100) = 40$ หน่วย ใส่ 40 ลงในช่องที่ (2, 3)

ขั้นที่ 11 หักค่า 40 ออกจากค่า a_2 และ b_3 เหลือ $a_2 = 0$, $b_3 = 60$ เลื่อนไปคำนวณช่องที่ (3, 3)

ขั้นที่ 12 กำหนดค่า $X_{33} = \min(a_3, b_3) = \min(120, 60) = 60$ หน่วย ใส่ 60 ลงในช่องที่ (3, 3)

ขั้นที่ 13 หักค่า a_3 และ b_3 ออกด้วย 60 เหลือ $a_3 = 60$, $b_3 = 0$ เลื่อนไปคำนวณช่องที่ (3, 4)

ขั้นที่ 14 กำหนดค่า $X_{34} = \min(a_3, b_4) = \min(60, 60) = 60$ หน่วย ใส่ 60 ลงในช่องที่ (3, 4)

สินค้าจากโรงงานต่างๆ จะถูกจัดสรรหมด และโกดังทุกแห่งได้รับสินค้าตามที่ต้องการ ดังแสดงในตารางการคำนวณตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ผลลัพธ์เบื้องต้นโดยวิธีมุมพายัพ

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i
1	80 (2)	20 (4)	(4)	(10)	100
2	(3)	20 (10)	40 (4)	(8)	60
3	(8)	(2)	60 (6)	60 (6)	120
b_j	80	40	100	60	280

วิธีมุมพายัพให้ผลการจัดสรรสินค้าเบื้องต้นดังต่อไปนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 80 หน่วยให้แก่โกดังที่ 1 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (80 x 2) = 160 บาท

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 20 หน่วยให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 4) = 80 บาท

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้า 20 หน่วยให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 10) = 200 บาท

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้า 40 หน่วยให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (40 x 4) = 160 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 60 หน่วยให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 6) = 360 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 60 หน่วยให้แก่โกดังที่ 4 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 6) = 360 บาท

รวมค่าใช้จ่ายในการขนส่ง = 1,320 บาท

2) การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีแกนนอนเหนือไปใต้

เป็นการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นที่มีแนวความคิดว่าน่าจะนำเอาค่าใช้จ่ายในการขนส่งของจุดต้นทางต่างๆ มาพิจารณาด้วย โดยจะจัดสรรสินค้าที่มีอยู่ในจุดต้นทางเรียงตามลำดับตั้งแต่จุดต้นทางที่ 1, 2, ... m มีขั้นตอนพอสรุปได้ดังนี้

ก) เริ่มการคำนวณที่จุดต้นทางที่ 1 (แถวนอนที่ 1) ก่อนเลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

ข) กำหนดค่า $X_{ij} = \min(a_i, b_j)$

ค) หักค่า X_{ij} ออกจากค่า a_i และ b_j

ง) ถ้าค่า a ยังเหลือ เลือกช่องที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในแถวนอนเดิม ถ้าค่า a ถูกจัดสรรหมดไป ให้เลื่อนไปยังแถวนอนถัดไป และเลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

จ) กลับไป ข)

ตารางที่ 7 ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีแถวนอนเหนือไปได้

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i
1	2 → 80	4 → 20	4	10	100
2	6	10	4 → 60	8	60
3	8	2 → 20	6 → 40	6 → 60	120
b_j	80	40	100	60	280

การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีนี้คำนึงถึงค่าใช้จ่ายโดยเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากจุดต้นทางเดียวกัน ทั้งนี้ มีข้อจำกัดว่าต้องเริ่มจากแถวนอนที่ 1 ก่อน หมายความว่าจะทำการจัดสรรสินค้าที่โรงงานที่หนึ่งผลิตได้จำนวน 100 หน่วยให้หมดเสียก่อน จึงจะเลื่อนไปจัดสรรสินค้าจากโรงงานอื่นๆ ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าจะมีการเปรียบเทียบค่าใช้จ่าย แต่ก็เป็นการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายของโรงงานเดียวกันเท่านั้น มิได้พิจารณาค่าใช้จ่ายระหว่างโรงงานเปรียบเทียบกัน และยังให้สิทธิแก่โรงงานที่หนึ่งที่จะได้รับการจัดสรรก่อนโรงงานอื่น

ด้วยวิธีแถวนอนเหนือไปใต้ให้ผลการจัดสรรเบื้องต้นดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 80 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 1 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (80 x 2) = 160 บาท
โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 20 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 4) = 80 บาท
โรงงานที่ 2 ส่งสินค้า 60 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 4) = 240 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 20 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 2) = 40 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 40 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (40 x 6) = 240 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 60 หน่วย ให้แก่โกดังที่ 4 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 6) = 360 บาท
รวมค่าใช้จ่ายในการขนส่ง = 1,120 บาท

3) การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีต้นทุนต่ำที่สุด

เป็นการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นที่มีแนวคิดว่าจะนำเอาค่าใช้จ่ายในการขนส่งทุกๆ ช่องทางมาพิจารณาพร้อมๆ กัน โดยจะจัดสรรสินค้า ณ ช่องทางที่มีต้นทุนต่ำที่สุด ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนได้ดังนี้

ก) จากจำนวนช่องทางทั้งหมด เลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

ข) กำหนดค่า $X_{ij} = \min(a_i, b_j)$

ค) หักค่า X_{ij} ออกจากค่า a_i และ b_j

ง) จากจำนวนช่องทางทั้งหมดที่ยังไม่ได้จัดสรรที่มีข้อบังคับทางด้านปริมาณของจุดต้นทาง และของจุดปลายทางยังเหลืออยู่ให้เลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

จ) กลับไป ข)

จากข้อมูลบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ที่ได้เข้าตารางการคำนวณปัญหาการขนส่งแล้วจากตารางที่ 3 มาทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีต้นทุนต่ำสุดตามขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มการคำนวณโดยการเลือกช่องที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดซึ่งในที่นี้มี 2 ช่อง คือช่องที่ (1, 1) และช่องที่ (3, 2) ซึ่งให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุดที่เท่ากันซึ่งคือ 2 ดังนั้นจะเลือกช่องใดช่องหนึ่งก็ได้จากทั้งสองช่อง ซึ่งในที่นี้จะเลือกช่องที่ (3, 2)

ขั้นที่ 2 กำหนดค่า $X_{32} = \min(120, 40) = 40$ หน่วย ใส่ 40 ลงในช่อง (3, 2)

ขั้นที่ 3 หักค่า a_3 และ b_2 ออกด้วยจำนวน 40 หน่วย เหลือค่า $a_3 = 80$, $b_2 = 0$ นั่นคือ โกดังที่ 2 ได้รับสินค้าเต็มตามจำนวนที่ต้องการแล้ว

ขั้นที่ 4 เลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำสุดจากจำนวนช่องทางที่ยังไม่ได้จัดสรร ดังนั้นในที่นี้จึงเลือกช่อง (1, 1) เพราะว่ามีค่าใช้จ่ายเป็น 2 ซึ่งเป็นช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในจำนวนช่องทางที่เหลืออยู่ทั้งหมด

ขั้นที่ 5 กำหนดค่า $X_{11} = \min(100, 80) = 80$ หน่วย ใส่ 80 ลงในช่อง (1, 1)

ขั้นที่ 6 หักค่า a_1 และ b_1 ออกด้วยจำนวน 80 หน่วย เหลือ $a_1 = 20$, $b_1 = 0$ นั่นคือ โกดังที่ 1 ได้รับสินค้าเต็มตามจำนวนที่ต้องการแล้ว

ขั้นที่ 7 เลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดจากจำนวนช่องทางที่ยังไม่ได้จัดสรร ซึ่งค่าใช้จ่ายต่ำสุดของช่องทางที่ยังไม่ได้รับการจัดสรรคือ 2 ซึ่งมี 2 ช่องทางคือช่องที่ (1, 3) และช่องที่ (2, 3) สำหรับช่องทางที่ (1, 2) ซึ่งมีค่าใช้จ่ายเป็น 2 เช่นเดียวกัน แต่เราจะไม่สามารถจัดสรรการขนส่งได้อีก เพราะว่าโกดังที่ 2 ได้รับการจัดสรรเต็มแล้ว ดังนั้นจะเหลือช่องที่ (1, 3) และช่องที่ (2, 3) จาก 2 ช่องทางนี้ เราสามารถเลือกจัดสรรช่องทางใดก็ได้ สมมติในที่นี้เลือกช่องที่ (2, 3)

ขั้นที่ 8 กำหนดค่า $X_{23} = \min(60, 100) = 60$ ใส่ 60 ลงในช่อง (2, 3)

ขั้นที่ 9 หักค่า a_2 และ b_3 ออกด้วยจำนวน 60 หน่วย เหลือ $a_2 = 0$ นั่นคือโรงงานที่ 2 ได้ส่งสินค้าหมดแล้ว ส่วน $b_3 = 40$

ขั้นที่ 10 เลือกจัดสรรช่องที่ (1, 3)

ขั้นที่ 11 กำหนดค่า $X_{13} = \min(20, 40) = 20$ ใส่ 20 ลงในช่อง (1, 3)

ขั้นที่ 12 หักค่า a_1 และ b_3 ออกด้วยจำนวน 20 หน่วย เหลือ $a_1 = 0$ นั่นคือโรงงานที่ 1 ได้ส่งสินค้าหมดแล้ว ส่วน $b_3 = 20$

ขั้นที่ 13 เลือกจัดสรรช่องที่ (3, 3) หรือช่องที่ (3, 4) ก็ได้ในที่นี้จะทำการจัดสรรช่องที่ (3, 4)

ขั้นที่ 14 กำหนดค่า $X_{34} = \min(80, 60) = 60$ ใส่ 60 ลงในช่อง (3, 4)

ขั้นที่ 15 หักค่า a_3 และ b_4 ออกด้วยจำนวน 60 หน่วย เหลือ $a_3 = 20$ และ $b_4 = 0$ นั่นคือ โกดังที่ 4 ได้รับสินค้าเต็มจำนวนที่ต้องการแล้ว

ขั้นที่ 16 เลือกจัดสรรช่องที่ (3, 3)

ขั้นที่ 17 กำหนดค่า $X_{33} = min(20, 20) = 20$ ใส่ 20 ลงในช่องที่ (3, 3)

ขั้นที่ 18 หักค่า a_3 และ b_3 ออกด้วยจำนวน 20 หน่วย เหลือ $a_3 = 0$ นั่นคือโรงงานที่ 3 ได้จัดส่งสินค้าหมดแล้ว ส่วน $b_3 = 0$ นั่นคือโกดังที่ 3 ได้รับสินค้าเต็มตามความต้องการแล้ว

สินค้าจากโรงงานต่าง ๆ จะถูกจัดสรรจนหมด และโกดังทุกแห่งได้รับสินค้าตามที่ต้องการ ดังแสดงในตารางการคำนวณตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ผลลัพธ์เบื้องต้นโดยวิธีต้นทุนต่ำสุด

โรงงาน \ โกดัง	1	2	3	4	a_i
1	80 [2]	[4]	20 [4]	[10]	100
2	[6]	[10]	60 [4]	[8]	60
3	[8]	40 [2]	20 [6]	60 [6]	120
b_j	80	40	100	60	280

สังเกตได้ว่าการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีนี้ได้นำเอาค่าใช้จ่ายในการขนส่งของทุก ๆ โรงงานเข้ามาพิจารณาร่วมกัน การเลือกช่องทางที่จะจัดสรรสินค้าจะเลือกที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดก่อนแล้วเลือกช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำรองลงมาเป็นลำดับถัดๆ ไป จนกระทั่งได้จัดสรรค่า a หรือ b ครบตามจำนวนที่กำหนด

วิธีต้นทุนต่ำสุด ให้ผลการจัดสรรสินค้าเบื้องต้นดังต่อไปนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 80 หน่วยให้แก่โกดังที่ 1 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (80 x 2) = 160 บาท
โรงงานที่ 1 ส่งสินค้า 20 หน่วยให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 4) = 80 บาท
โรงงานที่ 2 ส่งสินค้า 60 หน่วยให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 4) = 240 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 40 หน่วยให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (40 x 2) = 80 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 20 หน่วยให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20 x 6) = 120 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้า 60 หน่วยให้แก่โกดังที่ 4 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 6) = 360 บาท
รวมค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 1,040 บาท

4) การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกล, VAM

ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลเป็นการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นที่มีการคำนวณที่ยุ่งยากกว่าวิธีอื่นๆ เป็นวิธีที่นำเอาค่าใช้จ่ายในการขนส่งของทุกๆ โรงงานเข้ามาพิจารณาร่วมกัน มีขั้นตอนการคำนวณสรุปได้ดังนี้

ก) คำนวณค่าแตกต่างระหว่างค่าใช้จ่าย 2 ตัว ที่ต่ำที่สุดของต่ละแถวนอน และแถวตั้ง ถ้าค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดเท่ากัน แสดงว่าค่าแตกต่างระหว่างค่าใช้จ่าย 2 ตัวที่ต่ำที่สุดเป็น 0

ข) เลือกแถวนอนหรือแถวตั้งที่มีค่าแตกต่างสูงที่สุด ถ้ามีค่าแตกต่างสูงที่สุดเท่ากันจะเลือกแถวนอนหรือแถวตั้งที่มีค่าแตกต่างสูงที่สุดใดก็ได้

ค) เลือกช่องที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในแถวนอนหรือแถวตั้งที่เลือกไว้ ถ้ามีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดมากกว่า 1 ตัวให้เลือกช่องใดก็ได้

ง) กำหนดค่า $X_{ij} = \min(a_i, b_j)$ ลงในช่องที่เลือก

จ) ตัดแถวนอน และ / หรือ แถวตั้งที่จัดสรค่า a_i และ / หรือ b_j หมดแล้วออกไป

ฉ) กลับไป ก)

จากข้อมูลของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ตามปัญหาตัวอย่าง นำมาตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลตามขั้นตอนต่างๆ ตามลำดับต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 หาค่าแตกต่างของค่าขนส่งสองตัวที่ต่ำที่สุดของทุกแถวนอน และแถวตั้ง

ขั้นที่ 2 เลือกแถวที่มีค่าแตกต่างสูงที่สุด ตามตารางข้างต่นจะเห็นว่าค่าแตกต่างที่สูงที่สุดคือ 4 ซึ่งมี 2 ตัวคือ ค่าแตกต่างของแถวนอนที่ 3 และค่าแตกต่างของแถวตั้งที่ 1 กรณีเช่นนี้ให้เลือกตัวใดก็ได้ ถ้าตามตัวอย่างข้างต้นเลือกแถวตั้งที่ 1

ขั้นที่ 3 และเลือกช่องที่ (1, 1) เนื่องจากเป็นช่องทางที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในแถวตั้งที่ 1

ขั้นที่ 4 กำหนดค่า $X_{11} = min(a_1, b_1) = min(100, 80) = 80$ ใส่ 80 ลงในช่องที่ (1, 1)

ขั้นที่ 5 เมื่อมีการจัดสรรสินค้าลงในช่องใดแล้วจะต้องมีการปรับปรุงค่า a_i และ b_j ให้เหลือเท่าที่เป็นจริง จากการกำหนดค่า $X_{11} = 80$ แสดงว่าโรงงานที่ 1 จะส่งสินค้าจำนวน 80 หน่วยไปให้โกดังที่ 1 ดังนั้น โรงงานที่ 1 จะมีสินค้าเหลืออยู่เพียง 20 หน่วย ส่วนโกดังที่ 1 ซึ่งมีความต้องการเป็น 80 หน่วย จะได้รับสินค้าครบตามต้องการแล้ว จึงสามารถตัดแถวตั้งที่ 1 ออกไปได้ การคำนวณดังกล่าวแสดงไว้ในตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลรอบที่ 1

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	ค่าแตกต่าง
1	2	4	4	10	100	2
	80					
2	6	10	4	8	60	2
3	8	2	6	6	120	4
b_j	80	40	100	60	280	
ค่าแตกต่าง	4*	2	0	2		

จากการคำนวณรอบที่ 1 เหลือช่องทางที่จะจัดสรรได้อีก 9 ช่องทาง ใน 3 แถวนอน 3 แถวตั้ง การเลือกว่าจะพิจารณาจัดสรรสินค้าลงไปในช่องทางใดต่อไป จะทำได้โดยย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 1 ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณค่าแตกต่างระหว่างค่าใช้จ่ายสองตัวที่ต่ำสุดของทุกแถวนอน และแถวตั้ง

ขั้นที่ 2 เลือกแถวนอนที่ 2 หรือแถวนอนที่ 3 ก็ได้เพราะมีค่าแตกต่างสูงที่สุดเท่ากัน ในตัวอย่างนี้เลือกแถวนอนที่ 3

ขั้นที่ 3 เลือกช่องที่ (3, 2) เพราะเป็นช่องที่มีค่าใช้จ่ายต่ำสุดในแถวนอนที่ 3

ขั้นที่ 4 กำหนดค่า $X_{32} = \min(a_3, b_2) = \min(120, 40) = 40$ หน่วย ใส่ 40 ลงในช่องที่ (3, 2)

ขั้นที่ 5 หักค่า a_3 และ b_2 ออกด้วยจำนวน 40 หน่วย เหลือ $a_3 = 80$, $b_2 = 0$ ตัดแถวตั้งที่ 2 ออก

ตารางที่ 10 ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลรอบที่ 2

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	ค่าแตกต่าง
1	80	4	4	10	100	0
2		10	4	8	60	4
3		2 40	6	6	120	4*
b_j	80	40	100	60	280	
ค่าแตกต่าง		1	0	1		

เมื่อตัดแถวตั้งที่ 2 ออกไป ทำให้เหลือช่องทางที่จะจัดสรรสินค้าได้อีก 6 ช่องทาง ใน 3 แถวนอนและ 2 แถวตั้ง การคำนวณจะย้อนกลับมาขั้นตอนที่ 1 ใหม่ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณค่าแตกต่างของแถวนอน และแถวตั้งที่เหลืออยู่

ขั้นที่ 2 เลือกแถวนอนที่ 1

ขั้นที่ 3 ในแถวนอนที่ 1 เลือกช่องที่ (1, 3)

ขั้นที่ 4 กำหนดค่า $X_{13} = \min(a_1, b_3) = \min(20, 100) = 20$ หน่วย ใส่ 20 ลงในช่องที่ (1, 3)

ขั้นที่ 5 หักค่า a_1 และ b_3 ออกด้วยจำนวน 20 หน่วย เหลือ $a_1 = 0$, $b_3 = 80$ ตัดแถวนอนที่ 1 ออก

ตารางที่ 11 ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลรอบที่ 3

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	ค่าแตกต่าง
1	80		4 20	10	100	6*
2			4	8	60	4
3		40	6	6	120	0
b_j	80	40	100	60	280	
ค่าแตกต่าง	-	-	0	2		

เมื่อตัดแถวนอนที่ 1 ออกจากการคำนวณ ทำให้เหลือช่องทางที่จะจัดสรรสินค้าได้อีก 4 ช่องทาง กลับไปทำขั้นตอนที่ 1 ใหม่ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณค่าแตกต่างในทุกแถวนอนและแถวตั้งที่เหลืออยู่

ขั้นที่ 2 เลือกแถวนอนที่ 2

ขั้นที่ 3 ในแถวนอนที่ 2 เลือกช่องที่ (2, 3)

ขั้นที่ 4 กำหนดค่า $X_{23} = \min(a_2, b_3) = \min(60, 80) = 60$ หน่วย

ขั้นที่ 5 หักค่า a_2 และ b_3 ออกด้วยจำนวน 60 หน่วย เหลือ $a_2 = 0$, $b_3 = 20$ ตัดแถวนอนที่ 2 ออก

ขั้นที่ 6 เหลือช่องทางที่จะจัดสรรสินค้าอีกเพียง 2 ช่องทาง คือ ช่อง (3, 3) และช่อง (3, 4) และเนื่องจากทั้งสองช่องทางมีค่าใช้จ่ายในการขนส่งเท่ากันคือหน่วยละ 3 บาท จึงพิจารณาช่องใดก่อนก็ได้ ในที่นี้พิจารณาช่อง (3, 3) ก่อนโดยกำหนดค่า $X_{33} = 20$ หน่วย และพิจารณาช่อง (3, 4) กำหนดค่า $X_{34} = 60$ หน่วย

ตารางที่ 12 ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลรอบที่ 4

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	ค่าแตกต่าง
1	80		20		100	-
2			4 60	8	60	4
3		40	6 20	6 60	120	0
b_j	80	40	100	60	280	
ค่าแตกต่าง	-	-	2	2		

สรุปการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลมีการจัดสรรสินค้าดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าจำนวน 80 หน่วยให้โกดังที่ 1 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (80x2) = 160 บาท
โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าจำนวน 20 หน่วยให้โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20x4) = 80 บาท
โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าจำนวน 60 หน่วยให้โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60x4) = 240 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าจำนวน 40 หน่วยให้โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (40x2) = 80 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าจำนวน 20 หน่วยให้โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (20x6) = 120 บาท
โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าจำนวน 60 หน่วยให้โกดังที่ 4 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60x6) = 360 บาท
รวมค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 1,040 บาท

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นได้ว่าการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีที่ต่างกันทำให้ได้จุดเริ่มต้นการคำนวณที่ต่างกัน โดยแต่ละวิธีมีข้อได้เปรียบเสียเปรียบแตกต่างกันออกไป เช่น วิธีมุมพายัพเป็นวิธีที่ง่าย รวดเร็ว แต่เนื่องจากมิได้นำค่าใช้จ่ายมาพิจารณาเลยทำให้ผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้ห่างไกลจากผลเฉลยเหมาะที่สุด ต้องมีการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่หลายครั้ง ในขณะที่ระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกลมีขั้นตอนการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นที่ยุ่งยากใช้เวลา แต่เป็นวิธีที่นำค่าใช้จ่ายมาพิจารณาเปรียบเทียบกันทั้งด้านแนวนอนและแนวตั้ง ผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้จึงเป็นผลลัพธ์ที่อยู่ใกล้ผลเฉลยเหมาะที่สุด ช่วยประหยัดเวลาในขั้นตอนการพัฒนาผลลัพธ์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมได้มาก

การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์

เมื่อได้ทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นแล้ว ขั้นต่อไปในการแก้ปัญหาการขนส่งคือการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ กล่าวคือทำการตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่ดีที่สุดแล้วหรือยัง ถ้ายังไม่ใช่ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดเราจะต้องทำการพัฒนาผลลัพธ์เพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดต่อไป

ในการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์โดยทั่วไป สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

ก) วิธี Modified distribution method (MODI)

ข) วิธี *Stepping stone method*

ในที่นี้จะอธิบายเฉพาะวิธี MODI เท่านั้น

การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ด้วยวิธี MODI

ก่อนที่จะอธิบายขั้นตอนในการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ด้วยวิธี MODI จำเป็นต้องทำความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้ก่อน

ตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐาน (basic variables and nonbasic variables) ผลลัพธ์ของปัญหาการขนส่งทุกตารางไม่ว่าจะเป็นผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้มาจากวิธีใดก็ตาม หรือเป็นผลลัพธ์ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นมาใหม่ จะประกอบด้วยตัวแปร 2 ประเภท คือ ตัวแปรมูลฐาน และตัวแปรอมูลฐาน ตัวแปรมูลฐานคือตัวแปรในช่องที่มีการกำหนดค่า X_{ij} ส่วนตัวแปรอมูลฐานคือตัวแปรที่มิได้มีการกำหนดค่า X_{ij} ลงในช่องนั้น แสดงว่าไม่มีการส่งสินค้าในช่องทางนั้น ค่า X_{ij} เหล่านั้นจึงมีค่าเท่ากับ 0 ตัวอย่างจากตารางที่ 6 การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพมีตัวแปรมูลฐาน 6 ตัว ได้แก่

$X_{11} = 80$ $X_{23} = 40$

$X_{12} = 20$ $X_{33} = 60$

$X_{22} = 20$ $X_{34} = 60$

และมีตัวแปรอมูลฐาน ได้แก่ $X_{13} = X_{14} = X_{21} = X_{24} = X_{31} = X_{32} = 0$

โดยปกติแล้วจำนวนตัวแปรมูลฐานในตารางผลลัพธ์ของปัญหาการขนส่งจะมีจำนวนเท่ากับจำนวนแถวนอน (m) + จำนวนแถวตั้ง (n) - 1 เสมอ เช่นตามตัวอย่างข้างต้น จุดต้นทางของสินค้าคือโรงงาน 3 แห่ง จุดปลายทางของสินค้าคือโกดัง 4 แห่ง จำนวนตัวแปรมูลฐาน = 3 + 4 - 1 = 6 ตัว ซึ่งจากผลลัพธ์เบื้องต้นที่คำนวณได้ทั้ง 3 วิธีนั้น มีจำนวนตัวแปรมูลฐานครบ 6 ตัวทั้งสิ้น

สภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy)

กรณีเกิดสภาพซ้อนสถานะ คือเมื่อผลลัพธ์ของปัญหาการขนส่งมีจำนวนตัวแปรมูลฐานไม่ครบ (m+n-1) ตัว ทำให้การคำนวณหยุดชะงัก จำเป็นต้องมีวิธีการเฉพาะเพื่อช่วยให้การคำนวณดำเนินต่อไปจนได้ผลเฉลยเหมาะที่สุด การคำนวณปัญหาการขนส่งอาจเกิดสภาพซ้อนสถานะตั้งแต่การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นหรือเกิดระหว่างการพัฒนาผลลัพธ์ก็ได้ วิธีการเฉพาะเพื่อช่วยให้การคำนวณดำเนินต่อไปได้เมื่อเกิดสภาพซ้อนสถานะทำได้โดยการกำหนดตัวแปรตัวใด

ตัวหนึ่งหรือหลายตัวขึ้นมาเป็นตัวแปรมูลฐานโดยให้มีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นก็คือโดยการเติมศูนย์ลงในช่องที่ไม่มีการจัดสรร ทั้งนี้เพื่อที่จะทำให้ตัวแปรมูลฐานมีจำนวนทั้งหมดเป็น (m+n-1) ตัว สำหรับการที่จะเติมศูนย์ลงในช่องว่างใดนั้น มีหลักว่าจะต้องเติมศูนย์ลงในช่องว่างที่จะทำให้การคำนวณสามารถดำเนินต่อไปจนได้ผลเฉลยเหมาะที่สุด

สำหรับตัวอย่างในกรณีเกิดสภาพซ้อนสถานะ จะได้กล่าวถึงส่วนหลังของบทนี้

วงจรปิด (closed loop)

ใช้เป็นเครื่องชี้ว่าในการจัดสรรสินค้าจำนวนหนึ่งลงไปในช่องว่างช่องใดช่องหนึ่งโดยไม่ทำให้จำนวนสินค้าที่มีอยู่ที่จุดต้นทางที่ i (a_i) และจำนวนสินค้าที่จุดปลายทางที่ j (b_j) เปลี่ยนแปลงไปนั้น จะไปกระทบกระเทือนช่องทางที่มีการจัดสรรสินค้าไว้ก่อนแล้วช่องทางใด และกระทบกระเทือนอย่างไรบ้าง วิธีการลากวงจรปิด ทำได้ดังนี้

1) เริ่มต้นที่ช่องทางที่ต้องการปรับปรุง ลากเส้นวงจรในแนวนอนและแนวดิ่ง โดยจะ**สามารถเปลี่ยนทิศทางเป็นตรงกันข้ามได้ ณ ช่องทางที่มีตัวเลขอยู่เท่านั้น** จะได้วงจรปิดที่เริ่มต้นและสิ้นสุดที่ช่องทางเดียวกัน ซึ่งเส้นวงจรปิดไม่จำเป็นต้องอยู่ในลักษณะเส้นสี่เหลี่ยมเพียงอย่างเดียว อาจจะอยู่ในลักษณะเส้นหลายเหลี่ยมก็ได้

2) ใส่เครื่องหมาย +, -, +, -, ... สลับกันไป โดยเริ่มจากช่องทางที่เรากำลังพัฒนาปรับปรุงให้มีเครื่องหมาย +

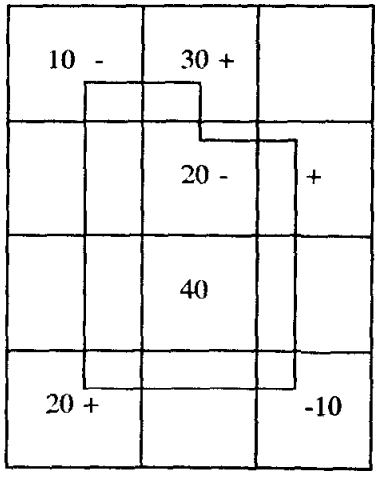
3) ค่า X_{ij} ที่อยู่ที่มุมของวงจรจะเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางตามเครื่องหมายที่ใส่ไว้

4) เลือกค่า X_{ij} ที่มีเครื่องหมายลบน้อยที่สุด เป็นจำนวนหน่วยที่จะใช้ทำการปรับปรุง

ต่อไปนี้แสดงตัวอย่างการหาจำนวนหน่วยที่จะใช้ทำการรับปรุงดยใช้วงจรปิด (closed loop)

+	- 20	40
40 -	+ 30	

จำนวนหน่วยที่จะใช้ทำการปรับปรุงคือ 20



จำนวนหน่วยที่จะใช้ทำการปรับปรุงคือ 10

ขั้นตอนการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ด้วยวิธี MODI

การตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ด้วยวิธี MODI มีขั้นตอนดังน

1) ตรวจสอบจำนวนตัวแปรมูลฐาน (basic variables) หรือจำนวนช่องที่มีตัวเลขให้เท่ากับ m+n-1 ถ้าไม่เท่ากับ m+n-1 แสดงว่าเกิดสภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy) ขึ้น ดังนั้นให้ปฏิบัติตามที่ได้อธิบายข้างต้น

2) กำหนดให้ R_i เป็นตัวเลขประจำแถวนอนที่ i

กำหนดให้ K_j เป็นตัวเลขประจำแถวตั้งที่ j

พิจารณาเฉพาะช่องที่มีตัวเลข แล้วคำนวณค่า R_i และ K_j จากสมการ

$R_i + K_j = C_{ij}$ โดยกำหนดให้ $R_1 = 0$

3) คำนวณค่าดัชนีพัฒนาการ (improvement index, E_{ij}) **ของช่องว่างทุกช่อง** เพื่อตรวจสอบว่าถ้ามีการส่งสินค้าในช่องทางนั้นจะมีผลต่อค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งอย่างไร โดยใช้สมการ $E_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j$

4) พิจารณาค่า E_{ij}

4.1) **ถ้าค่า E_{ij} มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ($E_{ij} \geq 0$) หมดทุกค่า** แสดงว่าถ้าจัดสรรสินค้าในช่องว่างที่มีอยู่นั้นจะเป็นการเพิ่มค่าใช้จ่าย (กรณีค่า E_{ij} เป็นบวก) หรือทำให้ค่าใช้จ่ายรวมไม่เปลี่ยนแปลง (กรณีค่า E_{ij} เป็น 0) แสดงว่าผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดแล้ว การจัดสรรสินค้าตามผลลัพธ์นั้นเป็นการจัดสรรที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ต่ำสุด

4.2) ถ้ายังมีค่า E_{ij} บางค่าเป็นลบ ($E_{ij} < 0$) แสดงว่าถ้ามีการจัดสรรสินค้าลงในช่องว่างนั้นจะสามารถลดค่าใช้จ่ายในการขนส่งได้ นั้นคือหมายถึงว่าผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นสามารถพัฒนาให้ดีขึ้นได้หรือสามารถพัฒนาให้มีค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ต่ำลงได้ ให้เลือกช่องว่างที่มีค่า E_{ij} เป็นลบมากที่สุด เพื่อทำการจัดสรรสินค้าลงในช่องว่างนั้น

5) หาจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุง โดยใช้วงจรปิด (closed loop) ตามที่ได้อธิบายมาแล้วข้างต้น

6) ปรับปรุงตารางเพื่อพัฒนาผลลัพธ์ใหม่

7) กลับไปข้อ 1)

จากปัญหาตัวอย่างของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด สามารถทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพได้ ดังตารางที่ 6 แล้วนำมาทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์โดยใช้วิธี MODI ได้ดังนี้

ตารางที่ 13 ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i
1	2 80	4 20	4	10	100
2	6	10 20	4 40	8	60
3	8	2	6 60	6 60	120
b_j	80	40	100	60	280

ตรวจสอบจำนวนตัวแปรมูลฐานมีครบคือ 6 ตัว จากนั้นคำนวณค่า R_i และ K_j โดยพิจารณาเฉพาะช่องที่มีตัวแปรมูลฐาน โดยใช้สมการ $R_i + K_j = C_{ij}$ โดยกำหนดให้ $R_1 = 0$

ช่อง (I, 1) ; $R_1 + K_1 = C_{11}$

$0 + K_1 = 2 \quad \therefore \quad K_1 = 2$

ช่อง (1, 2) ; $R_1 + K_2 = C_{12}$

$0 + K_2 = 4 \quad \therefore K_2 = 4$

ช่อง (2, 2) ; $R_2 + K_2 = C_{22}$

$R_2 + 4 = 10 \quad \therefore R_2 = 6$

ช่อง (2, 3) ; $R_2 + K_3 = C_{23}$

$6 + K_3 = 4 \quad \therefore K_3 = -2$

ช่อง (3, 3) ; $R_3 + K_3 = C_{33}$

$R_3 + (-2) = 6 \quad \therefore R_3 = 8$

ช่อง(3, 4) ; $R_3 + K_4 = C_{34}$

$8 + K_4 = 6 \quad \therefore K_4 = -2$

จะได้ค่า R_i และ K_j ครบทุกค่าดังแสดงในตารางต่อไปนี้

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	R_i
1	2	4	4	10		
	80	20			100	0
2	6	10	4	8		
		20	40		60	6
3	8	2	6	6		
			60	60	120	8
b_j	80	40	100	60	140	
K_j	2	4	-2	-2		

นำค่า R_i, K_j ที่คำนวณได้ ประกอบกับค่า C_{ij} ที่มีข้อมูลอยู่ก่อนแล้วมาคำนวณหาค่า E_{ij} ของช่องว่างต่างๆ จากสมการ

$$E_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j$$

ช่องว่าง (I, 3) ; $E_{13} = C_{13} - R_1 - K_3 = 4 - 0 - (-2) = +6$

ช่องว่าง (1, 4) ; $E_{14} = C_{14} - R_1 - K_4 = 10 \quad 0 - (-2) = +12$

ช่องว่าง (2, I) ; $E_{21} = C_{21} - R - K_1 \quad = 6 - 6 - 2 \quad = -2$

ช่องว่าง (2, 4) ; $E_{24} = C_{24} - R_2 - K_4 = 8 - 6 - (-7) = +4$

ช่องว่าง (3, 1) ; $E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 8 - 8 - 2 \quad = -2$

ช่องว่าง (3, 2); $E_{32} = C_{32} - R_3 - K_2 = 2 - 8 - 4 \quad = -10$

ค่า E_{ij} ที่เป็น + แสดงว่าถ้ามีการจัดสรรสินค้าในช่องทางนั้นค่าใช้จ่ายรวมจะเพิ่มขึ้นค่า E_{ij} ที่เป็น - แสดงว่าถ้ามีการจัดสรรสินค้าในช่องทางนั้นค่าใช้จ่ายรวมจะลดลง จะเห็นได้ว่า E_{ij} ของช่องว่างต่างๆ ในผลลัพธ์เบื้องต้นของปัญหานี้ยังมีค่าเป็นลบอยู่ถึง 3 ค่า คือ E_{21}, E_{31} และ E_{32} แสดงว่าช่องว่างเหล่านี้สามารถพัฒนาผลลัพธ์ให้ดีขึ้นได้

ถ้าจัดส่งสินค้า 1 หน่วย จากโรงงานที่ 2 ไปยังโกดังที่ 1 ค่าใช้จ่ายรวมจะลดลง 2 บาท
ถ้าจัดส่งสินค้า 1 หน่วย จากโรงงานที่ 3 ไปยังโกดังที่ 1 ค่าใช้จ่ายรวมจะลดลง 2 บาท
ถ้าจัดส่งสินค้า 1 หน่วย จากโรงงานที่ 3 ไปยังโกดังที่ 2 ค่าใช้จ่ายรวมจะลดลง 10 บาท

ดังนั้นจึงเลือกปรับปรุงช่องว่างที่ (3, 2) เพราะสามารถลดค่าใช้จ่ายลงได้มากที่สุด จากการจัดสรรสินค้าหนึ่งหน่วยลงในช่องทางนี้จะสามารถลดค่าใช้จ่ายลงได้ถึง 10 บาท ยิ่งจัดสรรสินค้าลงในช่องทางนี้มากเท่าไรก็จะลดค่าใช้จ่ายลงได้มากเท่านั้น แต่การจะกำหนดจำนวนสินค้าที่จะจัดสรรในช่องทางดังกล่าวนั้นจะต้องตระหนักว่ามีขีดจำกัด เพราะการจัดสรรสินค้าลงในช่องทางใดๆ ก็ตามย่อมกระทบกระเทือนการจัดสรรที่ทำไว้ก่อนแล้ว ทั้งในทางเพิ่มจำนวนสินค้าและลดจำนวนสินค้าลง ดังนั้นการกำหนดจำนวนสินค้าที่จะจัดสรรลงในช่อง (3, 2) ทำได้โดยการลากวงจรปิด เริ่มจากช่องทางที่ (3, 2) ได้ดังนี้

X_{22} 20 ▪	X_{23} + 40
X_{32} +	▪ X_{33} 60

หมายความว่าการจัดสินค้าลงในช่องทางที่ (3, 2) จะต้องปรับปรุงจำนวนสินค้าที่จัดสรรไว้แล้วในช่องที่ (3, 3), (2, 2) และ (2, 3) โดยจะต้องลดจำนวนสินค้าในช่องทางที่ (3, 3) และช่องทางที่ (2, 2) พร้อมกับเพิ่มจำนวนสินค้าในช่องทางที่ (2, 3) ด้วยจำนวนที่เท่าๆ กัน ดังนั้นปริมาณสินค้าที่จะจัดสรรลงในช่องทางที่ (3, 2) จะต้องไม่เกินจำนวนสินค้าที่มีอยู่ในช่องทางที่จะลดลง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง ปริมาณสินค้าที่จะจัดสรรลงในช่องทาง (3, 2) และ (2,) ทำได้โดยเปรียบเทียบค่า X_{ij} ของช่องทางที่มีเครื่องหมายลบในวงจรที่ลากไว้ เลือกค่า X_{ij} ที่น้อยที่สุดเป็นจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุง ในตัวอย่างนี้คือ 20 หน่วยเท่าๆ กันได้ผลลัพธ์ใหม่ซึ่งมีการจัดสรรสินค้าที่เปลี่ยนไป จึงต้องมีการตรวจสอบว่าผลลัพธ์ที่ได้พัฒนาขึ้นมาใหม่นี้เป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดแล้วหรือยัง โดยการตรวจดูจำนวนตัวแปรมูลฐาน ปรากฏว่าครบ 6 ตัว จึงทำการคำนวณค่า R_i และ K_j ได้ตารางผลลัพธ์ชุดใหม่พร้อมทั้งค่า R_i และ K_j ดังนี้

ตารางที่ 14 ผลลัพธ์ชุดที่ 2 และค่า R_i และ K_j

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	R_i
1	2	4	4	10		
	80	20			100	0
2	6	10	4	8		
			60		60	-4
3	8	2	6	6		
		20	40	60	120	-2
b_j	80	40	100	60	280	
K_j	2	4	8	8		

$R_1 + K_1 = C_{11}$; $0 + K_1 = 2$ $\therefore K_1 = 2$

$R_1 + K_2 = C_{12}$; $0 + K_2 = 4$ $\therefore K_2 = 4$

$R_3 + K_2 = C_{32}$; $R_3 + 4 = 2$ $\therefore R_3 = -2$

$R_3 + K_3 = C_{33}$; $-2 + K_3 = 6$ $\therefore K_3 = 8$

$R_3 + K_4 = C_{34}$; $-2 + K_4 = 6$ $\therefore K_4 = 8$

$R_2 + K_3 = C_{23}$; $R_2 + 8 = 4$ $\therefore R_2 = -4$

คำนวณค่า E_{ij} ของช่องว่างต่างๆ ได้ดังนี้

$E_{13} = C_{13} - R_1 - K_3 = 4 - 0 - 8 = -4$

$E_{14} = C_{14} - R_1 - K_4 = 10 - 0 - 8 = +2$

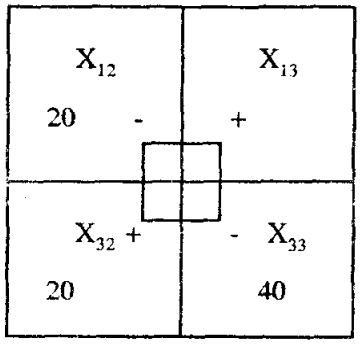
$E_{21} = C_{21} - R_2 - K_1 = 6 - (-4) - 2 = +8$

$E_{22} = C_{22} - R_2 - K_2 = 10 - (-4) - 4 = +10$

$E_{24} = C_{24} - R_2 - K_4 = 8 - (-4) - 8 = +4$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 8 - (-2) - 2 = +8$

เลือกปรับปรุงช่องทาง (1, 3) แล้วหาจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุงโดยลากวงจรของช่องทางที่ (1, 3)



จากการเปรียบเทียบค่า X_{ij} ของช่องทางที่จะต้องถูกลดจำนวนสินค้าลงคือ ช่องทางที่ (1, 2) และ (3, 3) ค่าที่ต่ำที่สุดคือ 20 ดังนั้นจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุงคือ 20 หน่วย

ตารางที่ 15 ผลลัพธ์ชุดที่ 3 และค่า R_i และ K_j

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	4	a_i	R_i
1	2	4	4	10		
	80		20		100	0
2	6	10	4	8		
			60		60	0
3	8	2	6	6		
		40	20	60	120	2
b_j	80	40	100	60	280	
K_j	2	0	4	4		

จากตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3 จำนวนตัวแปรมูลฐานครบ 6 ตัว คำนวณค่า R_i, K_j ได้ดังนี้

$R_1 + K_1 = C_{11}$; $0 + K_1 = 2 \rightarrow K_1 = 2$

$R_1 + K_3 = C_{13}$; $0 + K_3 = 4 \rightarrow K_3 = 4$

$R_2 + K_3 = C_{23}$; $R_2 + 4 = 4$ 3 $R_2 = 0$

$R_3 + K_3 = C_{33}$; $R_3 + 4 = 6 \rightarrow R_3 = 2$

$R_3 + K_2 = C_{32}$; $2 + K_2 = 2 \rightarrow K_2 = 0$

$R_3 + K_4 = C_{34}$; $2 + K_4 = 6 \rightarrow K_4 = 4$

และเพื่อเป็นการตรวจสอบว่าผลลัพธ์ชุดที่ 3 นี้เป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหรือไม่ ให้คำนวณค่า E_{ij} ของทุกช่องว่าง

$E_{12} = C_{12} - R_1 - K_2 = 4 - 0 - 0 = +4$

$E_{14} = C_{14} - R_1 - K_4 = 10 - 0 - 4 = +6$

$E_{21} = C_{21} - R_2 - K_1 = 6 - 0 - 2 = +4$

$E_{22} = C_{22} - R_2 - K_2 = 10 - 0 - 0 = +10$

$E_{24} = C_{24} - R_2 - K_4 = 8 - 0 - 4 = +4$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 8 - 2 - 2 = +4$

ค่า E_{ij} เป็นบวกหมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์ชุดที่ 3 นี้เป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดแล้ว โดยมีการจัดส่งสินค้า ดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 1 จำนวน 80 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 160 บาท

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 3 จำนวน 20 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 80 บาท

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 3 จำนวน 60 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 240 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 2 จำนวน 40 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 80 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 3 จำนวน 20 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 120 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าไปโกดังที่ 4 จำนวน 60 หน่วย ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 360 บาท

รวมค่าใช้จ่าย 1,040 บาท

จากที่กล่าวมาทั้งหมดเป็นการพัฒนาผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธี MODI จากการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ ซึ่งได้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ต่ำสุดคือ 1,040 บาท เพื่อให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น ให้ท่านลองนำผลลัพธ์เบื้องต้นที่ตั้งด้วยวิธีแถวนอนเหนือไปใต้ จากตารางที่ 7 หรือวิธีต้นทุนต่ำสุด จากตารางที่ 8 หรือวิธี VAM จากตารางที่ 12 มาทำการพัฒนาผลลัพธ์ด้วยวิธี MODI เมื่อทำการพัฒนาผลลัพธ์เสร็จแล้วก็จะได้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำสุดที่เท่ากันคือ 1,040 บาท

ดังนั้นในที่นี้จึงขอเน้นย้ำว่าในการแก้ปัญหาการขนส่งนั้น ในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นเราอาจตั้งด้วยวิธีใดก็ได้เพียงวิธีเดียว แต่เมื่อทำการพัฒนาผลลัพธ์เสร็จแล้ว ไม่ว่าเราจะตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีใดก็ตามในที่สุดจะได้ผลเฉลยที่เหมาะที่สุดที่เหมือนกัน

ปัญหาลักษณะพิเศษของตัวแบบการขนส่ง

การใช้ตัวแบบการขนส่งเพื่อหาคำตอบที่ต้องการนั้น บางครั้งอาจจะทำได้ไม่ง่ายนัก เหมือนกับกรณีโจทย์ตัวอย่างของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด ซึ่งเป็นการใช้ตัวแบบการขนส่งเพื่อแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็นพื้นฐานมากที่สุด แต่ผู้แก้ปัญหาอาจจะต้องเจออุปสรรคในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาลักษณะพิเศษดังกล่าวนี้ ได้แก่

1 การเกิดสภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy) ในการหาคำตอบ
2 การแก้ปัญหาในกรณีที่ผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางไม่เท่ากับผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง
3 การแก้ปัญหาในกรณีผลเฉลยเหมาะที่สุดมีหลายผลลัพธ์
4 ปัญหาการขนส่งที่มีลักษณะเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด
5 กรณีมีข้อห้ามในการส่งสินค้าในบางช่องทาง
6 กรณีบังคับให้ขนส่งปริมาณขั้นต่ำ
7 กรณีบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณแน่นอน

ต่อไปนี้จะแสดงการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบในแต่ละกรณีดังกล่าวให้เข้าใจอย่างสังเขป

1. **การเกิดสภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy) ในการหาคำตอบ**

โดยทั่วไปแล้วในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาการขนส่งโดยการใช้ตัวแบบการขนส่ง คำตอบที่ได้จะมีจำนวนช่องที่มีตัวเลขหรือตัวแปรมูลฐานเท่ากับจำนวนจุดต้นทาง + จำนวนจุดปลายทาง - 1 (m + n - 1) ถ้าเมื่อไรก็ตามที่ผลลัพธ์ของปัยหาการขนส่งมีช่องที่มีตัวเลขหรือตัวแปรมูลฐานไม่เท่ากับ m + n - 1 แสดงว่าเกิดสภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy) ขึ้น ทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยเหมาะที่สุดได้

สภาพซ้อนสถานะ (Degeneracy) อาจเกิดขึ้นได้ทั้งในขั้นการหาคำตอบและในขั้นของการพัฒนาผลลัพธ์ก็ได้ เมื่อเกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้น จะไม่สามารถหาค่า R_i หรือ ค่า K_j ในวิธี MODI ได้ครบ ดังนั้นในการแก้ปัยหาที่เกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้นนี้ต้องมีวิธีการพิเศษ ซึ่งจะแสดงวิธีสำหรับการเกิดปัญหาดังกล่าวที่เกิดขึ้นใน 2 ขั้นตอน คือ

1.1 *สภาพซ้อนสถานะที่เกิดขึ้นในการหาผลลัพธ์เบื้องต้น*

1.2 สภาพซ้อนสถานะที่เกิดขึ้นในระหว่างการพัฒนาผลลัพธ์

ต่อไปนี้จะกล่าวถึงแต่ละกรณีดังกล่าวให้เข้าใจโดยสังเขป

1.1 **กรณีเกิดสภาพซ้อนสถานะในตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

จะมีสาเหตุจากการกำหนดค่า $X_{ij} = \min(a_i, b_j)$ ถ้าปรากฏว่าค่า $a_i = b_j$ จะทำให้ตัวแปรมูลฐานมีจำนวนตัวแปรมูลฐานน้อยกว่าที่ควรจะเป็น และไม่สามารถทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ได้ เนื่องจากจะคำนวณค่า R_i, K_j บางค่าไม่ได้ จึงต้องกำหนดให้ X_{ij} ในช่องว่างที่จะสามารถทำให้หาค่า R_i, K_j ได้ ในช่องว่างช่องหนึ่งหรือหลายช่องตามจำนวนตัวแปรมูลฐานที่ขาดอยู่ให้เป็นตัวแปรมูลฐานที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เช่น มีตัวแปรมูล-ฐาน 5 ตัว ในขณะที่ (m + n - 1) = 6 แสดงว่าตัวแปรมูลฐานขาดไป 1 ตัว จะกำหนดให้ X_{ij} 1 ตัวมีค่าเท่ากับศูนย์ แล้วเติมลงในช่องว่างที่จะสามารถทำให้หาค่า R_i, K_j ได้ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1

บริษัทแห่งหนึ่ง มีข้อมูลการขนส่ง จากแหล่งวัตถุดิบมายังโรงงานของบริษัทซึ่งจัดทำ

ตารางที่ 16 ตารางการขนส่งของบริษัทแห่งหนึ่ง

ไป / จาก	โรงงาน X	โรงงาน Y	โรงงาน Z	รวมปริมาณวัตถุดิบ
แหล่งวัตถุดิบ A	2	8	4.5	25
แหล่งวัตถุดิบ B	4	5	5.5	30
แหล่งวัตถุดิบ C	6	9	7.5	35
ความต้องการวัตถุดิบของโรงงาน	15	40	35	90

จากตารางข้างต้นนำมาตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดค่า $X_{11} = \min(25, 15) = 15$

ขั้นที่ 2 เลื่อนมาช่อง (1, 2) กำหนดค่า $X_{12} = \min(10, 40) = 10$

ขั้นที่ 3 เลื่อนมาช่อง (2, 2) กำหนดค่า $X_{22} = \min(30, 30) = 30$ จะเห็นได้ว่าในช่องนี้ $a_i = b_j$ จึงกล่าวได้ว่าในขั้นนี้ทำให้เกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้น

ขั้นที่ 4 เนื่องจากเมื่อหักค่า a_2 และ b_2 ออกด้วยจำนวน 30 หน่วยแล้วทั้ง a_2 และ b_2 จะหมดไป จึงต้องเลื่อนไปพิจารณาช่องที่ (3, 3)

ขั้นที่ 5 กำหนดค่า $X_{33} = \min(35, 35) = 35$ ได้ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพดังแสดงในตารางที่ 17

ตารางที่ 17 ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

จาก \ ไป	โรงงาน X	โรงงาน Y	โรงงาน Z	a_i
แหล่งวัตถุดิบ A	15 [2]	10 [8]	[4.5]	25
แหล่งวัตถุดิบ B	[4]	30 [5]	[5.5]	30
แหล่งวัตถุดิบ C	[6]	[9]	35 [7.5]	35
b_j	15	40	35	90

จากขั้นตอนการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นขั้นที่ 3 กำหนดค่า $X_{22} = \min(a_2, b_2)$ ปรากฏว่าค่า a_2 เหลืออยู่ 30 และค่า $b_2 = 30$ เช่นเดียวกัน จึงกำหนดให้ $X_{22} = 30$ เมื่อใดก็ตามที่ทำการกำหนดค่า X_{ij} แล้วมีค่า $a_i = b_j$ จะทำให้ผลลัพธ์ชุดนั้นมีจำนวนตัวแปรมูลฐานน้อยกว่าที่ควร เช่น ในตัวอย่างข้างต้นมีจำนวนตัวแปรมูลฐานเพียง 4 ตัว ไม่ครบจำนวน (m + n - 1) คือ 3 + 3 - 1 = 5 ตัว จึงต้องกำหนดให้ X_{ij} 1 ตัว เป็นตัวแปรมูลฐานมีค่าเท่ากับ 0 เพื่อที่จะทำให้จำนวนตัวแปรมูลฐานครบ 5 ตัว และต้องเติมลงในช่องว่างที่จะทำให้สามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ ซึ่งในที่นี้ ควรเติม 0 ลงในช่อง (2, 3) หรือช่อง (3, 2) ช่องใดช่องหนึ่งเท่านั้น จึงจะสามารถทำให้หาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว แต่ถ้าเติม 0 ลงในช่องว่าง (1, 3), (2, 1), (3, 1) จะทำให้ ไม่สามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว

อนึ่งไม่มีหลักชัดเจนว่าเราจะเติม 0 ลงในช่องว่างใดที่จะทำให้เราสามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกค่า แต่เราจะลองผิดลองถูกโดยการเติม 0 ลงในช่องว่างต่างๆ เพื่อที่จะหาดูว่าเมื่อเติม 0 ลงในช่องว่างใดแล้วจึงจะทำให้หาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว เราก็จะเลือกเติม 0 ลงในช่องว่างนั้น

จากตัวอย่างข้างต้นถ้าเราเติม 0 ลงในช่องว่าง (2, 3) เราจะสามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกค่า ดังแสดงในตารางที่ 18

ตารางที่ 18 แสดงการเพิ่มตัวแปรมูลฐาน และการหาค่า R_i และ K_j

จาก \ ไป	โรงงาน X	โรงงาน Y	โรงงาน Z	a_i	R_i
แหล่งวัตถุดิบ A	2 15	8 10	4.5	25	0
แหล่งวัตถุดิบ B	4	5 30	5.5 0	30	-3
แหล่งวัตถุดิบ C	6	9	7.5 35	35	-1
b_j	15	40	35	90	
K_j	2	8	8.5		

แสดงรายละเอียดในการหาค่า R_i และ K_j ได้ดังนี้

ช่อง (1, 1) ; $R_1 + K_1 = C_{11}$

$0 + K_1 = 2 \quad \therefore K_1 = 2$

ช่อง (1, 2) ; $R_1 + K_2 = C_{12}$

$0 + K_2 = 8 \quad \therefore K_2 = 8$

ช่อง (2, 2); $R_2 + K_2 = C_{22}$

$R_2 + 8 = 5 \quad \therefore R_2 = -3$

ช่อง (2, 3) ; $R_2 + K_3 = C_{23}$

$-3 + K_2 = 5.5 \quad \therefore K_3 = 8.5$

ช่อง (3, 3) ; $R_3 + K_3 = C_{33}$

$R_3 + 8.5 = 7.5 \quad \therefore \quad R_3 = -1$

เมื่อเราสามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกค่าแล้ว ขั้นต่อไปเราก็สามารถทำการพัฒนาผลลัพธ์ได้ตามขั้นตอนที่ได้ศึกษามา

1.2 กรณีเกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้นระหว่างการพัฒนาผลลัพธ์

ในบางกรณีสภาพซ้อนสถานะมิได้เกิดตั้งแต่การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น แต่เกิดในระหว่างการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่เมื่อลากวงจรปิดเพื่อหาผลกระทบของการปรับปรุงช่องทางที่เลือกไว้ และหาจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุงตาราง ปรากฏว่าค่า X_{ij} ที่ต่ำสุดของช่องทางที่จะลดจำนวนสินค้าลงนั้นเท่ากัน ทำให้ผลลัพธ์ที่พัฒนาขึ้นมาใหม่ มีจำนวนตัวแปรมูลฐานน้อยลง

ตัวอย่างที่ 2

จากผลลัพธ์เบื้องต้นของปัญหาการขนส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่ง ไปยังโกดัง 3 แห่ง ซึ่งหาด้วยวิธีมุมพายัพ คำนวณค่า R_i และ K_j ของแถวนอนและแถวตั้ง แสดงในตารางที่ 19 ดังนี้

ตารางที่ 19 ผลลัพธ์เบื้องต้นหาด้วยวิธีมุมพายัพ

โรงงาน \ โกดัง	1	2 Y	3 Z	a_i	R_i
1	4 90	8 90	24	180	0
2	8	4 60	8 60	120	-4
3	16	4	16 60	60	4
b_j	90	150	120	360	
K_j	4	8	12		

จากตารางที่ 19 จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์เบื้องต้นนี้ไม่เกิดสภาพซ้อนสถานะเพราะว่าช่องที่มีตัวเลขหรือตัวแปรมูลฐานมีจำนวนเท่ากับ 5 ซึ่งจะเท่ากบ $m + n - 1$ ดังนั้นทำให้เราสามารถหา R_i และ K_j ได้ ดังนั้นเราก็จะคำวรหาค่าดัชนีพัฒนาการ (E_{ij}) ชากช่องว่าง เพื่อหาช่องทางที่จะปรับปรุงได้ และต่อไปก็จะหาจำนวนหน่วยที่จะทำการปรับปรุง ซึ่งแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

$E_{13} = C_{13} - R_1 - K_3 = 24 - 0 - 12 = 12$

$E_{21} = C_{21} - R_2 - K_1 = 8 - (-4) - 4 = 8$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 16 - 4 - 4 = 8$

$E_{32} = C_{32} - R_3 - K_2 = 4 - 4 - 8 = -8$

ดังนั้น จึงทำการปรับปรุงที่ช่อง (3, 2) และเมื่อใช้วงจรปิดซึ่งแสดงได้ดังนี้

X_{22} 60 -	X_{23} + 60
X_{32} +	- X_{33} 60

ดังนั้น จึงทำการปรับปรุงด้วย 60 แล้วทำการปรับปรุงตารางเพื่อพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้ดังนี้

ตารางที่ 20 ผลลัพธ์ชุดที่ 2

โรงงาน \ โกดัง	1	2	3	a_i
1	4 90	8 90	24	180
2	8	4	8 120	120
3	16	4 60	16	60
b_j	90	150	120	360

จากตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2 ดังตารางที่ 20 จะเห็นได้ว่า ช่องที่มีตัวเลขหรือตัวแปรมูลฐาน (basic variables) มีเพียง 4 ตัว ซึ่งไม่ครบจำนวน m + n - 1 ขาดไป 1 ตัว แสดงว่าในผลลัพธ์ชุดที่ 2 นี้ได้เกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้น ไม่สามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว ซึ่งในที่นี้จะมีช่องว่างอยู่ทั้งหมด 5 ช่อง ดังกล่าวนั้นเราสามารถใส่ 0 ได้เพียง 4 ช่องเท่านั้นที่จะทำให้สามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว ช่องที่เราไม่สามารถใส่ 0 เพื่อการหาค่า R_i และ K_j คือช่อง (3, 1) ในที่นี้เราจะทำการใส่ 0 ลงในช่อง (3, 3) แล้วทำการหาค่า R_i และ K_j ได้ดังตารางที่ 21 แล้วทำการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้ดังนี้

ตารางที่ 21 การหาค่า R_i และ K_j จากผลลัพธ์ชุดที่ 2

โกดัง / โรงงาน	1	2	3	a	R_i
1	4 : 90	8 : 90	24	180	0
2	8	4	8 : 120	120	-12
3	16	4 : 60	16 : 0	60	-4
b_j	90	150	120	360	
K_j	4	8	20		

จากตารางที่ 21 สามารถนำมาหาค่าดัชนีพัฒนาการ (E_{ij}) ของช่องว่างได้ดังนี้

$E_{13} = C_{13} - R_1 - K_3 = 24 - 0 - 20 = 4$

$E_{21} = C_{21} - R_2 - K_1 = 8 - (-12) - 4 = 16$

$E_{22} = C_{22} - R_2 - K_2 = 4 - (-12) - 8 = 8$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 16 - (-4) - 4 = 16$

จะเห็นได้ว่า E_{ij} มีค่าเป็นบวกทุกค่า ดังนั้นผลลัพธ์ชุดที่ 2 ในตารางที่ 21 จะให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดแล้ว โดยมีการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด และค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งต่ำสุด เป็นดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้แก่โกดังที่ 1 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (90 x 4) = 360 บาท

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (90 x 8) = 720 บาท

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าให้แก่โกดังที่ 3 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (120 x 8) = 960 บาท

โรงงานที่ 3 ส่งสินค้าให้แก่โกดังที่ 2 มีค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (60 x 4) = 240 บาท

รวมค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 2,280 บาท

มีข้อสังเกตว่าในบางครั้งขณะที่เกิดสภาพซ้อนสถานะขึ้น แล้วเราทำการเติม 0 ลงในช่องว่าง เพื่อที่จะหาค่า R_i และ K_j ให้ได้ครบทุกค่าแล้วนั้น เมื่อเราทำการหาค่า E_{ij} และหาจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุงโดยใช้วงจรปิด และพบว่าจากวงจรปิดเราจะต้องปรับปรุงด้วยจำนวน 0 หน่วย แสดงตารางผลลัพธ์ที่เรากำลังพิจารณานั้น จะให้ผลเฉลยเหมาะที่สุดแล้ว เพื่อให้เข้าใจคำอธิบายดังกล่าวได้ชัดเจนขึ้น ขอยกตัวอย่างที่ 3 ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3

ปัญหาการขนส่งของบริษัทแห่งหนึ่ง มีข้อมูลปรากฏดังข้างล่างนี้ ให้ท่านทำการจัดสรรการขนส่งที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำสุด

ตลาด / โรงงาน	1	2	กำลังการผลิต
1	3	1	25
2	2	4	55
3	6	7	40
ความต้องการของตลาด	55	65	120

จากตารางการขนส่งข้างต้นนำมาตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพได้ดังนี้

ตารางที่ 22 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

โรงงาน \ ตลาด	1	2	a_i
1	3 25	1	25
2	2 30	4 25	55
3	6	7 40	40
b_j	55	65	120

จะเห็นได้ว่าการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพตามตารางที่ 22 ไม่เกิดสภาพซ้อนสถานะ เพราะว่าช่องที่มีตัวเลขหรือตัวแปรมูลฐานมีจำนวนเท่ากับ m + n - 1 ดังนั้น จึงทำการหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว และทำการพัฒนาผลลัพธ์ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตารางที่ 23 หาค่า R_i และ K_j จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

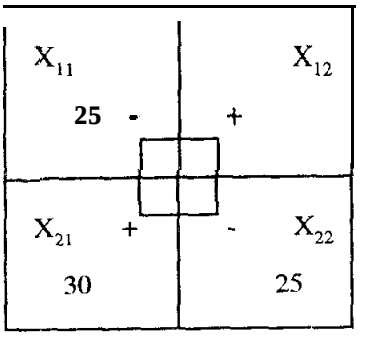
โรงงาน \ ตลาด	1	2	a_i	R_i
1	3 25	1	25	0
2	2 30	4 25	55	-1
3	6	7 40	40	2
b_j	**55**	**65**	**120**	
K_j	**3**	5		

หาค่าดัชนีพัฒนาการ (E_{ij}) จากช่องว่างได้ดังนี้

$E_{12} = C_{12} - R_1 - K_2 = 1 - 0 - 5 = -4$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 6 - 2 - 3 = 1$

ดังนั้นจึงทำการปรับปรุงที่ช่อง (1, 2) หาจำนวนหน่วยที่จะปรับปรุงโดยใช้วงจรปิดได้ดังนี้



ดังนั้นจึงทำการปรับปรุงด้วย 25 แล้วทำการปรับปรุงตารางเพื่อพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้ดังนี้

ตารางที่ 24 ผลลัพธ์ชุดที่ 2

ตลาด / โรงงาน	1	2	a_i
1	3	1 25	25
2	2 55	4	55
3	6	7 40	40
b_j	55	**65**	**120**

ผลลัพธ์ชุดที่ 2 มีช่องที่มีตัวเลข หรือตัวแปรมูลฐานทั้งหมด 3 ตัว ซึ่งจะน้อยกว่า m + n - 1 ซึ่งคือ 4 ตัว อยู่ 1 ตัว ดังนั้นจึงไม่สามารถทำการหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว ต้องทำการเติมตัวแปรมูลฐานด้วย 0 ลงในช่องใดช่องหนึ่งต่อไปนี้ ได้แก่ ช่อง (1, 1), (2, 2) และช่อง (3, 1) และจะต้องเป็นช่องที่จะทำให้สามารถหาค่า R_i และ K_j ได้ครบทุกตัว สมมติในที่นี้ เราจะเติม 0 ลงในช่อง (1, 1) ดังนั้น เราจะหาค่า R_i และ K_j พร้อมทั้งทำการพัฒนาผลลัพธ์ได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 25 แสดงการหาค่า R_i และ K_j จากผลลัพธ์ชุดที่ 2

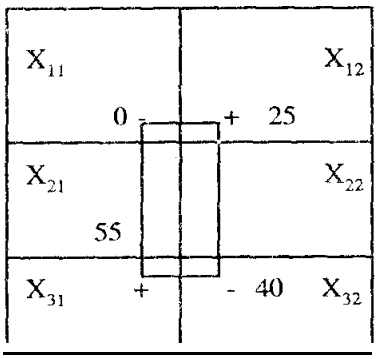
ตลาด / โรงงาน	1	2	a_i	R_i
1	3 : 0	1 : 25	25	0
2	2 : 55	4	55	-1
3	6	7 : 40	40	6
b_j	55	65	120	
K_j	3	1		

หาค่าดัชนีพัฒนาการ (E_{ij}) จากช่องว่างได้ดังนี้

$E_{22} = C_{22} - R_2 - K_2 = 4 - (-1) - 1 = 4$

$E_{31} = C_{31} - R_3 - K_1 = 6 - 6 - 3 = -3$

จะเห็นได้ว่า E_{31} มีค่าเป็นลบมากที่สุด ดังนั้นจึงทำการปรับปรุงช่อง (3, 1) และทำการหาจำนวนหน่วยที่จะทำการปรับปรุงโดยใช้วงจรปิด ได้ดังนี้



จะเห็นได้ว่า X_{ij} ที่มีเครื่องหมายลบน้อยที่สุดคือ 0 ดังนั้นจึงทำการปรับปรุงช่อง (3, 1) จากตารางที่ 25 ด้วยจำนวน 0 และเมื่อทำการปรับปรุงแล้วตารางที่ 25 ก็จะไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น จึงแสดงว่า ตารางที่ 25 หรือผลลัพธ์ชุดที่ 2 เป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดแล้ว

2. การแก้ปัญหาในกรณีที่ผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางไม่เท่ากับผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง

จากตัวอย่างกรณีปัญหาของบริษัทผลิตภัณฑ์ไทย จำกัด หรือตัวอย่างอื่นๆ ที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางเท่ากับผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง แต่ก็อาจจะเป็นไปได้ว่าในบางครั้งนั้นผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางอาจไม่เท่ากับผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทาง ในกรณีนี้นั้น เคยกล่าวมาแล้วบ้างในตอนต้นว่าเราจะต้องใช้ Dummy เข้ามาช่วยในการสร้างตารางการคำนวณ ก่อนที่จะทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ซึ่งเราอาจแบ่งพิจารณาได้เป็น 2 กรณี คือ

2.1 กรณีผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางมากกว่าผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทางต้องการ ($\sum a_i < \sum b_j$) หรือ (Total Supply > Total Demand)

ในกรณีนี้นั้น เราจะเพิ่มความต้องการปลอม หรือ dummy destination ซึ่งให้มีความต้องการเท่ากับ $\sum a_i - \sum b_j$ วัตถุประสงค์ก็เพื่อรับเอาสินค้าที่เกินความต้องการ ทั้งนี้ก็เพื่อที่จะทำให้จำนวนสินค้าที่จุดต้นทางเท่ากับจำนวนสินค้าที่จุดปลายทาง โดยที่จะกำหนดค่าขนส่งจากต้นทางไปปลายทางมีค่าเท่ากับ 0

ต่อไปนี้จะแสดงตัวอย่างในกรณี Total Supply > Total Demand

ตารางที่ 26 ตารางการคำนวณในกรณี Total Supply > Total Demand

ตลาด / โรงงาน	1	2	Supply
A	2	6	200
B	4	3	120
Demand	180	80	320 / 180

จะเห็นว่าจำนวนสินค้าที่โรงงาน A และ B มีอยู่ = 200 + 120 = 320 หน่วย ส่วนจำนวนสินค้าที่ตลาดที่ 1 และ 2 ต้องการ = 100 + 80 = 180 หน่วย ดังนั้นจำนวนสินค้าที่โรงงานผลิตได้มากกว่าจำนวนสินค้าที่ตลาดต้องการ = 320 - 180 = 140 หน่วย ดังนั้นเราต้องสร้างตลาด สมมติโดยให้มีความต้องการ 140 หน่วย และค่าขนส่งจากโรงงานต่างๆ มายังตลาดสมมตินี้เท่ากับ 0 และสามารถสร้างตารางการคำนวณได้ดังนี้

ตารางที่ 27 ตารางการคำนวณกรณีเพิ่ม Dummy destination

ตลาด / โรงงาน	1	2	Dummy	Supply
A	2	6	0	200
B	4	3	0	120
Demand	100	80	140	320

หลังจากตั้งตารางการคำนวณได้แล้ว ขั้นต่อไปก็ทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นและพัฒนาผลลัพธ์ตามกระบวนการที่ได้ศึกษามา จนสุดท้ายจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุด ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 28 ผลเฉลยเหมาะที่สุดในกรณีเพิ่ม Dummy destination

โรงงาน \ ตลาด	1	2	Dummy	Supply
A	2 100	6	0 100	200
B	4	3 80	θ 40	120
	100	80	140	320

จากผลเฉลยเหมาะที่สุดข้างต้น จะได้ว่าโรงงาน A ส่งสินค้าไปให้ตลาด 1 เท่ากับ 100 หน่วย และมีสินค้าเก็บไว้ที่โรงงานเท่ากับ 100 หน่วย (โดยดูได้จากมีการส่งสินค้าจากโรงงาน A ส่งไปให้ตลาดสมมติ หรือ dummy เท่ากับ 100 หน่วย) ส่วนโรงงาน B ส่งสินค้าไปให้ตลาด 2 ท่ากับ 80 หน่วย และมีเหลือเก็บที่โรงงาน 20 หน่วย (ซึ่งดูได้จากมีการส่งสินค้าจากโรงงาน B ส่งไปให้ตลาดสมมติ หรือ dummy เท่ากับ 40 หน่วย)

2.2 กรณีผลรวมของสินค้าที่จุดต้นทางน้อยกว่าผลรวมของสินค้าที่จุดปลายทางต้องการ ($\sum a_i < \sum b_j$) หรือ (Total Supply < Total Demand)

ในกรณีนี้นั้นเราจะเพิ่มจุดต้นทางปลอม หรือ dummy source ให้มีจำนวนสินค้าที่จะขนส่งไปยังจุดปลายทางเท่ากับ $\sum b_j - \sum a_i$ วัตถุประสงค์ก็เพื่อให้มีสินค้าเพียงพอกับความต้องการของจุดปลายทาง ทั้งนี้ก็เพื่อที่จะทำให้จำนวนสินค้าที่จุดต้นทางเท่ากับจำนวนสินค้าที่จุดปลายทาง ซึ่งจะกำหนดให้ค่าขนส่งจากต้นทางไปปลายทางมีค่าเท่ากับ 0 ต่อไปนี้จะแสดตัวอย่างในกรณี Total supply < Total demand

ตารางที่ 29 ตารางการคำนวณในกรณี Total Supply <Total Demand

ตลาด / โรงงาน	P	Q	Supply
C	2	6	40
D	4	3	120
Demand	100	80	160 / 180

จากตารางการคำนวณข้างต้นจะเห็นได้ว่า จำนวนความต้องการรวมเป็น 100 + 80 เท่ากับ 180 หน่วย แต่จำนวนสินค้าที่โรงงานสามารถนำเสนอมีอยู่ทั้งหมด 40 + 120 เท่ากับ 160 หน่วย ดังนั้นจำนวนสินค้าที่โรงงานผลิตได้น้อยกว่าจำนวนสินค้าที่ตลาดต้องการ เท่ากับ 180 - 60 เป็น 20 หน่วย ดังนั้นจะต้องสร้างโรงงานสมมติให้มีจำนวนสินค้าที่ผลิตได้เป็น 20 หน่วย และกำหนดให้ค่าขนส่งจากโรงงานสมมตินี้ไปยังตลาดต่างๆ มีค่าเป็น 0 และเราสามารถสร้างตารางการคำนวรได้ดังนี้

ตารางที่ 30 ตารางการคำนวณกรณีเพิ่ม Dummy Source

ตลาด / โรงงาน	P	Q	Supply
C	2	6	40
D	4	3	120
Dummy	0	0	20
Demand	100	80	180

หลังจากตั้งตารางการคำนวณได้เรียบร้อยแล้ว ขั้นต่อไปก็คำเนนการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น และพัฒนาผลลัพธ์ตามขั้นตอนที่ได้ศึกษา ในที่สุดจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 31 ดังนี้

ตารางที่ 31 ผลเฉลยเมาะที่สุดในกรณีเพิ่ม Dumnmy Source

ตลาด / โรงงาน	P	Q	Supply
C	40 (2)	(6)	40
D	(4)	(3)	120
Dummy	40 (0)	80 (0)	20
Demand	100	80	180

ผลผลจากการจัดสรรดังตารางข้างต้นได้คำตอบที่ดีที่สุด จะพบว่า ตลาด P ส่งสินค้า 100 หน่วย ได้รับสินค้าน้อยกว่าที่สั่งเท่ากับ 20 หน่วย (ซึ่งพิจารณาได้จากตารางที่ 31 คือ มีการส่งจาก Dummy ไปตลาด P เท่ากับ 20 หน่วย) ส่วนตลาด Q ได้รับสินค้าครบตามสั่งคือ 80 หน่วย

3. การแก้ปัญหากรณีผลเฉลยเหมาะที่สุดมีหลายผลลัพธ์

ผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาการขนส่งอาจจะไม่ได้มีเพียงจุดเดียว แต่อาจมีผลเฉลยเหมาะที่สุดแบบอื่นๆ ได้อีก ซึ่งหมายถึงการมีทางเลือกที่จะตัดสินใจในการจัดสรรสินค้าได้หลายวิธีโดยที่แต่ละวิธีให้ค่าใช้จ่ายรวมที่ต่ำที่สุดเท่ากัน ทั้งนี้ จะสังเกตได้จากค่า E_{ij} ถ้าในตารางผลเฉลยเหมาะที่สุดมีค่า E_{ij} ของช่องทางใดเท่ากับ 0 แสดงว่าถ้ามีการจัดสรรสินค้าลงในช่องทางนั้นและมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนสินค้าในช่องทางอื่นตามวงจรปิดเท่าที่จำเป็น จะไม่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมเปลี่ยนแปลง หมายความว่าผลลัพธ์ชุดใหม่จะมีค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ต่ำที่สุดเท่ากับผลเฉลยเหมาะที่สุดที่มีอยู่ ถ้าต้องการแสดงการจัดสรรสินค้าของผลลัพธ์ชุดนั้นสามารถทำได้โดยปรับปรุงช่องทางที่ค่า $E_{ij} = 0$ จะได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ซึ่งมีการจัดสรรที่เปลี่ยนไป แต่มีค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งคงเดิม

ตัวอย่างที่ 4

บริษัทผู้ผลิตแห่งหนึ่งมีโรงงานผลิต 2 แห่ง ทำการผลิตและส่งสินค้าไปยังคลังสินค้า 3 แห่ง มีการคำนวณผลลัพธ์เบื้องต้นตามตารางที่ 32 ดังนี้

ตารางที่ 32 ผลลัพธ์เบื้องต้น

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	14 40	12 60	22	100	0
2	16	18 20	24 180	200	6
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	18		

$E_{13} = 22 - 0 - 18 = 4$

$E_{21} = 16 - 6 - 14 = -4^{*}$

ผลลัพธ์ชุดนี้ยังมีค่า E_{ij} บางตัวเป็นลบอยู่ แสดงว่าสามารถพัฒนาผลลัพธ์ให้ดีขึ้นได้ เลือกปรับปรุงช่องว่างที่ (2, 1) ด้วยจำนวน 20 หน่วย ได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ ดังนี้

ตารางที่ 33 ผลลัพธ์รอบที่ 2

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	20 (14)	80 (12)	(22)	100	0
2	20 (16)	(18)	180 (24)	200	2
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	22		

$E_{13} = 22 - 0 - 22 = 0$

$E_{22} = 18-2-12 = 4$

ผลลัพธ์ข้างต้นให้ค่า E_{ij} ทุกตัวเป็น + และ 0 แสดงว่าผลลัพธ์ชุดนี้เป็นผลเฉลยที่เหมาะที่สุดแล้ว แสดงการจัดสรรสินค้าได้ดังนี้

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 1 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 2 จำนวน 80 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 1 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าไปคลังสินค้าที่ 3 จำนวน 180 หน่วย

รวมเป็นค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น 14(20) + 12(80) + 16(20) + 24(180) = 5,880 บาท

สังเกตว่าผลลัพธ์ข้างต้นมีค่า $E_{13} = 0$ แสดงว่าถ้ามีการปรับปรุงผลลัพธ์ชุดที่ 2 โดยจัดสรรสินค้าลงในช่องว่างที่ (1, 3) จะไม่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมเปลี่ยนแปลงไป นั่นคือ มีทางเลือกในการจัดสรรสินค้าได้อีกทางหนึ่ง ซึ่งมีค่าใช้จ่ายรวมที่ต่ำที่สุดเท่ากัน สามารถแสดงการจัดสรรอีกทางหนึ่งได้โดยปรับปรุงช่องว่างที่ (1, 3) ด้วยจำนวน 10 หน่วย ได้ผลลัพธ์อีกชุดหนึ่งดังนี้

ตารางที่ 34 ผลลัพธ์รอบที่ 3

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	14	12	22	100	0
		80	20		
2	16	18	24	200	2
	40		160		
b_j	40	80	180	300	
K_j	14	12	22		

E_{11} = 14-o-14 = 0

E_{22} = 18 - 2 - 12 = 4

การจัดสรรสินค้าอีกอย่างหนึ่งที่บริษัทน้ำได้คือ

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 2 จำนวน 80 หน่วย

โรงงานที่ 1 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 3 จำนวน 20 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 1 จำนวน 40 หน่วย

โรงงานที่ 2 ส่งสินค้าให้คลังสินค้าที่ 3 จำนวน 160 หน่วย

รวมค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น 12(80) + 22(20) + 16(40) + 24(160) = 5,880 บาท

จะเห็นได้ว่าจากตารางที่ 34 ซึ่งเป็นผลลัพธ์รอบที่ 3 หรือเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดชุดที่ 2 นั้น ยังมีค่า E_{ij} เป็น 0 ซึ่งก็คือ E_{11} = 0 แสดงว่าถ้าเราทำการปรับปรุงช่องว่าง (1, 1) ก็จะทำให้ได้วิธีการจัดสรรการขนส่งที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุดเช่นเดียวกัน ซึ่งในที่นี้จะทำการปรับปรุงช่องว่าง (1, 1) ได้ดังนี้

ตารางที่ 35 ผลลัพธ์รอบที่ 4

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i
1	20 (14)	80 (12)	(22)	100
2	20 (16)	(18)	180 (24)	200
b_j	40	80	180	300

ถ้าเราพิจารณาตารางที่ 35 จะเห็นได้ว่าจะมีลักษณะเหมือนตารางที่ 33 นั่นคือแสดงว่าผลลัพธ์รอบที่ 4 นี้คือผลเฉลยเหมาะที่สุดชุดที่ 1 นั่นเอง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ปัญหาการขนส่งในตัวอย่างนี้มีวิธีการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด หรือให้ผลเฉลยเหมาะที่สุดคือก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุด ซึ่งคือ 5,880 บาท มีอยู่ 2 วิธี คือ การจัดสรรการขนส่งในตารางที่ 33 หรือ 35 เป็นวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 ในการจัดสรรการขนส่ง แสดงในตารางที่ 34

4. ปัญหาการขนส่งที่มีลักษณะเป็นปัญหาหาค่าสูงสุด

ในบางครั้งเป้าหมายของปัญหากาขนส่งจะเป็นการหารายได้สูงสุด หรือ กำไรสูงสุด ในกรณีเช่นนี้ ขั้นตอนของการแก้ปัญหายังคงเดิม คือ ต้องทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นเสียก่อน จากนั้นจึงทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่เหมาะที่สุด การคำนวณปัญหาลักษณะนี้จะใช้วิธีการคำนวณเหมือนกรณีปัญหาหาค่าต่ำสุด โดยนำหลักการในด้านต้นทุนค่าเสียโอกาส (opportunity cost) มาใช้ คำว่า ต้นทุนค่าเสียโอกาส หมายถึงต้นทุนของปัญหาการขนส่ง หมายถึงต้นทุนที่เกิดขึ้นจากการไม่จัดสรรสินค้าลงในช่องทางที่ดีที่สุด(ช่องทางที่มีกำไรต่อหน่วย (สูงที่สุด) ดังนั้นกำไรที่ได้รับจากการขนส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้นที่ i ไปยังช่องทางที่ j จะถูกจัดใหม่ให้อยู่ในรูปของค่าเสียโอกาส ทั้งนี้ มีวิธีการคำนวณค่าเสียโอกาสได้หลายวิธีแตกต่างกัน ในที่นี้จะคำนวณค่าเสียโอกาสโดยพิจารณาตามแถวนอนคือ ค่าเสียโอกาสในการที่ไม่ส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้นหนึ่งๆ ไปยังจุดปลายทางที่ให้กำไรดีที่สุด ซึ่งทำได้โดย

ก. เลือกกำไรต่อหน่วยที่สูงที่สุดในแถวนอนที่ 1

ข. คำนวณค่าสียโอกาสในแถวนอนที่ 1 โดยเอากำไรสูงสุดที่เลือกไว้เป็นตัวตั้ง นำกำไรที่ได้รับจริงหักออก

ค. หาค่าเสียโอกาสของแถวนอนอื่นๆ ที่เหลือ

เมื่อจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปของค่าเสียโอกาสแล้วเท่ากับเป็นการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากปัญหาหาค่าสูงสุดเป็นปัญหาหาค่าต่ำสุดด้วย ดังนั้น ขั้นต่อมา จึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นและทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ตามหลักการที่ได้กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ 5

บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ทำการผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง โดยมีโรงงานผลิต 2 แห่ง ผลิตและส่งสินค้าให้ลูกค้าประจำ 4 ราย

จำนวนสินค้าที่มีอยู่ของแต่ละโรงงานเป็นดังนี้ (หน่วย/เดือน)

โรงงาน A 10,000 หน่วย

โรงงาน B 6,000 หน่วย

ความต้องการของลูกค้าแต่ละรายเป็นดังนี้ (หน่วย/เดือน)

ลูกค้ารายที่ 1 5,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 2 4,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 3 3,000 หน่วย

ลูกค้ารายที่ 4 4,000 หน่วย

ในการขนส่งสินค้าจากโรงงานแต่ละแห่งไปยังลูกค้าแต่ละรายนอกจากจะมีค่าใช้จ่ายในการขนส่งแตกต่างกันแล้ว ต้นทุนในการผลิตสินค้าสำหรับโรงงานแต่ละแห่งก็แตกต่างกันด้วย ประกอบกับราคาขายที่บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ขยแก่ลูกค้าทั้ง 4 ราย ก็ต่างกันด้วย เป็นเหตุให้กำไรที่ได้จากการส่งสินค้าให้แก่ลูกค้าทั้ง 4 รายแตกต่างกันออกไปดังนี้

ตารางที่ 36 กำไรในการส่งสินค้า (บาท / 1 หน่วย)

ไปลูกค้า / จากโรงงาน	1	2	3	4
A	20	60	40	80
B	10	60	30	100

บริษัท เลิศภัณฑ์ จำกัด ควรทำการจัดสรรการขนส่งอย่างไร จึงทำให้เกิดกำไรสูงสุด

จะเห็นได้ว่าปัญหาการขนส่งในตัวอย่างนี้เป็นปัญหาหาค่าสูงสุด ดังนั้นก่อนที่จะสร้างตารางการคำนวณ เราจะต้องทำการเปลี่ยนกำไรให้เป็นค่าเสียโอกาสเสียก่อน ซึ่งข้อมูลที่แสดงกำไรในตารางที่ 36 สามารถเปลี่ยนเป็นต้นทุนค่าเสียโอกาสได้ดังในตารางที่ 37

ตารางที่ 37 ต้นทุนค่าเสียโอกาส

ไปลูกค้า / จากโรงงาน		2	3	4
A	60	20	40	0
B	90	40	70	0

เมื่อทำการเปลี่ยนกำไรเป็นต้นทุนค่าเสียโอกาสได้แล้ว ขั้นต่อไปทำการสร้างตารางการคำนวณ แล้วทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ในที่นี้จะทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ ได้ดังตารางที่ 38

ตารางที่ 38 ผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมพายัพ

ไปลูกค้า / จากโรงงาน	1	2	3	4	a_i
A	60 5,000	20 4,000	40 1,000	0	10,000
B	90	40	70 2,000	0 4,000	6,000
b_j	5,000	4,000	3,000	4,000	16,000

เมื่อได้ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นแล้ว ขั้นต่อไปก็ทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ซึ่งทำได้ตามขั้นตอนต่างๆ ที่ได้ศึกษามาแล้ว เพราะฉะนั้นในที่นี้ให้ท่านลองทำดู ถ้าท่านทำถูกต้อง จะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 39

ตารางที่ 39 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

จากโรงงาน \ ไปลูกค้า	1	2	3	4	a_i	R_i
A	60 5,000	20 2,000	40 3,000	0	10,000	0
B	90	40 2,000	70	0 4,000	6,000	20
b_j	5,000	4,000	3,000	4,000	16,000	
K_j	60	20	40	-20		

$E_{A4} = 0 - 0 - (-20) = +20$

$E_{B1} = 90 - 20 - 60 = +10$

$E_{B3} = 70 - 20 - 40 = +10$

จะเห็นได้ว่าเมื่อทำการตรวจสอบผลลัพธ์ในตารางที่ 39 พบว่าค่า E_{ij} เป็นบวกหมดทุกค่า นั่นแสดงว่าตารางที่ 39 เป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดนั่นเอง

จากตารางที่ 39 สรุปได้ว่าการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดที่ทำให้เกิดกำไรสูงสุด เป็นดังนี้

ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 1 5,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น 5,000 x 20 = 100,000 บาท

ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 2 2,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น 2,000 x 60 = 120,000 บาท

ขนส่งจากโรงงาน A ไปยังลูกค้า 3 3,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น 3,000 x 40 = 120,000 บาท

ขนส่งจากโรงงาน B ไปยังลูกค้า 2 2,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น 2,000 x 60 = 120,000 บาท

ขนส่งจากโรงงาน B ไปยังลูกค้า 4 4,000 หน่วย กำไรจากการส่งสินค้าเป็น 4,000 x 100 = 400,000 บาท

รวมกำไรจากการส่งสินค้า = 860,000 บาท

มีข้อสังเกตว่าในการคำนวณหากำไรจากการสั่งสินค้าจากจุดต้นทางไปยังจุดปลายทางนั้นให้เอาปริมาณการขนส่งคูณด้วยกำไรในในการส่งสินค้าต่อหน่วย ไม่ใช่เอาปริมาณการขนส่งคูณด้วยต้นทุนค่าเสียโอกาสในตารางที่ 39 ซึ่งเป็นตารางผลเฉลยเหมาะที่สุดโดยคำนวณจากต้นทุนค่าเสียโอกาส

5. กรณีมีข้อห้ามในการส่งสินค้าในบางช่องทาง (Exclude Route)

บางเส้นทางการขนส่งอาจไม่สามารถทำการขนส่งเนื่องจากเหตุผลบางอย่างของผู้บริหาร หรืออาจเกิดปัญหา เช่น น้ำท่วมถนนขาดขนส่งบนเส้นทางนั้นไม่ได้ หรือจุดปลายทางบางแห่งไม่ต้องการสินค้าจากจุดต้นทางนั้นๆ ดังนั้น ถ้ามีเงื่อนไขห้ามการขนส่งบงเส้นทางก็สามารถแก้ปัญหาได้โดย

5.1 ถ้าปัญหาเป็น Minimization

ให้เปลี่ยนค่าขนส่ง ณ ช่องที่ไม่สามารถทำการขนส่ง หรือช่องที่มีข้อห้ามการขนส่งให้มีค่าขนส่งสูงมากๆ คือให้เป็น +M บาทต่อหน่วย เพื่อที่การคำนวณจะได้ไม่จัดสรรสินค้าลงในช่องทางนั้น หลังจากนั้นก็ทำการแก้ปัญหาได้ตามวิธีที่กล่าวมาเหมือนกรณีปัญหาการขนส่งทั่วๆ ไป

5.2 ถ้าปัญหาเป็น Maximization

กรณีที่ข้อมูลเป็นกำไรต่อหน่วย ก็ให้เปลี่ยนกำไรที่เกิดจากการขนส่ง ณ เส้นทางนั้นเป็นขาดทุนอย่างมาก นั่นคือให้กำไรต่อหน่วยเป็น -M บาทต่อหน่วย ดังนั้นทำให้ไม่สนใจที่จะเลือกเส้นทางนั้นทำการขนส่ง หลังจากนั้นก็แก้ปัญหาตามหลักการของกรณี Maximization ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ 6

ในการจัดส่งสินค้าจากโรงงาน 3 แห่งของบริษัทไทยโลหะ จำกัด ไปเก็บไว้ที่คลังสินค้าของบริษัทซึ่งมีอยู่ 3 แห่งนั้น มีเงื่อนไขบังคับในด้านการขนส่งทำให้ไม่สามารถส่งสินค้าจากโรงงานที่ 1 ไปยังคลังสินค้าที่ 3 ได้ และในทำนองเดียวกัน ไม่สามารถขนส่งสินค้าจากโรงงานที่ 3 ไปยังคลังสินค้าที่ 2 ได้ ดังนั้นจึงกำหนดให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าในเส้นทางทั้งสองดังกล่าวเป็น M บาท/หน่วย รายละเอียดค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท/หน่วย) จำนวนสินค้าที่โรงงานผลิตได้ และความสามารถในการรับสินค้าของคลังสินค้าทั้งสามแห่งแสดงในตารางที่ 40

ตารางที่ 40 ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง (บาท/หน่วย)

คลังสินค้า / โรงงาน	1	2	3	จำนวนสินค้าที่มี (หน่วย)
1	10	8	M	400
2	4	12	6	600
3	14	M	18	200
จำนวนสินค้าที่รับได้ (หน่วย)	600	400	200	

ตารางที่ 41 ผลลัพธ์เบื้องต้นจากระเบียบวิธีประมาณค่าโวเกล

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	200 (10)	200 (8)	(M)	400	0
2	400 (4)	(12)	200 (6)	600	-6
3	(14)	200 (M)	(18)	200	M-8
b_j	600	400	200	1200	
K_j	10	8	12		

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$E_{13} = M - 0 - 12 = M - 12$

$E_{22} = 12 - (-6) - 8 = 10$

$E_{31} = 14 - (M - 8) - 10 = 12 - M$

$E_{33} = 18 - (M - 8) - 12 = 14 - M$

ปรับปรุงเส้นทางช่อง (3, 1) และช่องทางที่เกี่ยวข้องด้วยจำนวน 200 หน่วย ได้ผลลัพธ์ชุดใหม่ดังแสดงในตารางที่ 42 ในตารางที่ 42 นี้เกิดสภาพซ้อนสถานะ (degeneracy) ขึ้น จึงต้องเติม 0 ให้เป็นตัวแปรมูลฐานลงในช่องว่างเพื่อให้จำนวนตัวแปรมูลฐานเป็น m + n - 1 ในที่นี้เลือเติม 0 ลงในช่อง (1, 1)

ตารางที่ 42 ผลลัพธ์ชุดที่สอง

โรงงาน \ คลังสินค้า	1	2	3	a_i	R_i
1	0 [10]	400 [8]	[M]	400	0
2	400 [4]	[12]	200 [6]	600	-6
3	200 [14]	[M]	[18]	200	4
b_j	600	400	200	1200	
K_j	10	8	12		

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$$E_{13} = M - 0 - 12 = M - 12$$

$$E_{22} = 12 - (-6) - 8 = 10$$

$$E_{32} = M - 4 - 8 = M - 12$$

$$E_{33} = 18 - 4 - 12 = 14 - M$$

แสดงว่าผลลัพธ์ในตารางที่ 42 เป็นการจัดสรรสินค้าที่เหมาะสมที่สุดและให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าต่ำที่สุด คือ $(0 \times 10) + (400 \times 8) + (400 \times 4) + (200 \times 6) + (200 \times 14) =$ 8,800 บาท

6. กรณีบังคับให้ขนส่งปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound)

ในกรณีนี้หมายความว่า ในการขนส่งบางช่องทางจะถูกบังคับให้ขนส่งในปริมาณต่ำสุดจำนวนหนึ่ง ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจการแก้ปัญหาการขนส่งในกรณีนี้ จึงขอยกตัวอย่างประกอบการอธิบายในตัวอย่างที่ 7

ตัวอย่างที่ 7

ตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่งในกรณีหาค่าต่ำสุด (Minimization) เป็นดังนี้

ตารางที่ 43 ตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่ง

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนที่มี
A	2	10	6	8	200
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
ความต้องการ	140	100	200	120	560

จากตารางการคำนวณข้างต้น ให้ท่านทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ ถ้าท่านทำถูกต้องจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 44

ตารางที่ 44 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนที่มี
A	140 [2]	[10]	[6]	60 [8]	200
B	[8]	[4]	120 [4]	[10]	120
C	[6]	100 [2]	80 [4]	60 [8]	240
จำนวนความต้องการ	140	100	200	120	560

จากตารางที่ 44 ข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 140 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 140 x 2 เท่ากับ 280 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 60 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 60 x 8 เท่ากับ 480 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120 x 4 เท่ากับ 480 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100 x 2 เท่ากับ 200 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80 x 4 เท่ากับ 320 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 60 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 60 x 8 เท่ากับ 480 บาท
รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,240 บาท

แต่ถ้าตารางการคำนวณสำหรับปัยหาการขนส่งในตารางที่ 43 มีข้อบังคับว่าการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 ให้มีอย่างต่ำเท่ากับ 100 หน่วย ดังนั้นก่อนที่จะเริ่มต้นแก้ปัญหาการขนส่งต้องมีการจัดสรรขั้นต้นให้กับ X_{A4} = 100 หน่วย แล้วก็นำเอา 100 หน่วย ที่มีการจัดสรรแล้วไปลบปริมาณของโรงงาน A ให้เหลือ = 200 - 100 = 100 หน่วย และลดความต้องการของตลาดที่ 4 เป็น = 120 - 100 = 20 หน่วย สร้างเป็นตารางการคำนวณสำหรับปัญหาการขนส่งใหม่ ได้ดังแสดงในตารางที่ 45

ตารางที่ 45 ตารางการคำนวณสำหรับการกำหนดปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound) X_{A4}=100 หน่วย

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	2 [140]	10	6	8 [60]	200 - 100 = 100
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
จำนวนความต้องการ	140	100	200	120-100 = 20	560

เมื่อได้ตารางการคำนวณใหม่แล้ว หลังจากนั้นก็จัดสรรตามหลักการของการแก้ปัญหาการขนส่งตามที่ได้ศึกษามาแล้ว เมื่อได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วก็นำเอาการจัดสรรขั้นแรกสำหรับช่อง (A, 4) ซึ่งคือ 100 หน่วย มาปรับด้วย สำหรับจากตารางการคำนวณในตารางที่ 45 เมื่อนำมาตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์แล้ว ในที่สุดจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังตารางที่ 46 ดังนี้

ตารางที่ 46 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	2 : 100	10	6	8 : 60	100
B	8	4	4 : 120	10	120
C	6 : 40	2 : 100	4 : 80	8 : 20	240
จำนวนความต้องการ	140	100	200	20	460

จากผลเฉลยเหมาะที่สุดที่ได้จากตารางที่ 46 จะต้องเพิ่มการขนส่งที่ได้จัดไว้ครั้งแรกแล้ว คือ X_{A4} = 100 หน่วยไปด้วย ดังนั้นในการจัดสรรการขนส่งโดยมีข้อบังคับว่าการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 ให้มีอย่างต่ำเท่ากับ 100 หน่วย เป็นดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100 x 2 เท่ากับ 200 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120 x 4 เท่ากับ 480 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 1 40 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 40 x 6 เท่ากับ 240 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100 x 2 เท่ากับ 200 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80 x 4 เท่ากับ 320 บาท
ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 20 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 20 x 8 เท่ากับ 160 บาท
และทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100 x 8 เท่ากับ
800 บาท

รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,400 บาท

จะเห็นได้ว่าการกำหนดปริมาณขนส่งขั้นต่ำ (Lower bound) สำหรับในกรณีนี้ มีค่าขนส่งสูงกว่ากรณีที่ไม่ได้กำหนด เท่ากับ 2,400 - 2,240 = 160 บาท

7. กรณีบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณแน่นอน (Exact Assignment)

ในกรณีนี้หมายความว่าในการขนส่งบางช่องทางจะถูกบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณที่แน่นอน ดังนั้นในกรณีนี้จึงใช้หลักการของกรณีข้อห้ามการขนส่งผสมกับกรณีของการบังคับให้ขนส่งปริมาณขั้นต่ำ (Lower bound) คือ จะต้องมีการจัดสรรล่วงหน้าตามปริมาณที่กำหนดไว้น่นอน และหลังจากนั้นก็ห้ามมีการจัดสรรปริมาณเพิ่มอีกจากที่กำหนดไว้ ก็โดยการแปลงค่าใช้จ่าย ณ เส้นทางนั้นให้เป็นค่าใช้จ่ายที่สูงมากๆ คือ M บาท/หน่วย สำหรับปัญหาค่าต่ำสุด หรือปลงกำไร ณ เส้นทางนั้นเป็นขาดทุนอย่างมาก คือ -M บาท/หน่วย สำหรับปัญหาหาค่าสูงสุด จนทำให้ไม่เกิดการจัดสรร ณ เส้นทางนั้น

ตัวอย่างที่ 8

จากตารางการคำนวณปัญหาการขนส่งในตารางที่ 43 ถ้ามีข้อบังคับว่าให้ทำการขนส่งสินค้าจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 เป็นจำนวน 120 หน่วยพอดี ไม่มากหรือน้อยไปกว่านี้ ดังนั้นในการแก้ปัญหาการขนส่งนี้ ก่อนอื่นจะต้องทำการปรับตารางที่ 43 เพื่อสร้างตารางการคำนวณใหม่ โดยต้องทำการจัดสรรขั้นต้นให้กับ X_{A1} = 120 หน่วย แล้วก็นำเอา 120 หน่วย ที่มีการจัดสรรแล้วไปลบปริมาณของโรงงาน A ให้เหลือ 200 - 120 = 80 หน่วย และลดความต้องการของตลาดที่ 1 เป็น 140 - 120 = 20 หน่วย และเมื่อทำการจัดสรรช่อง (A, 1) ด้วยจำนวน 120 หน่วยเรียบร้อยแล้ ช่อง (A, 1) นี้จะทำการจัดสรรอีกต่อไปไม่ได้ ต่อจากนั้นเนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาหาค่าต่ำสุด (Minimization) ดังนั้นจึงทำการเปลี่ยนต้นทุนค่าขนส่งของช่อง (A, 1) จาก 2 บาท/หน่วย เป็น M บาท/หน่วย ดังตารางที่ 47

ตารางที่ 47 ตารางการคำนวณสำหรับกรณีบังคับให้มีการขนส่งในปริมาณที่แน่นอน

(Exact assignment) X_{A1} = 120 หน่วย

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	M 120	10	6	8	200 - 120 = 80
B	8	4	4	10	120
C	6	2	4	8	240
จำนวนความต้องการ	140-120=20	100	200	120	440

เมื่อได้ตารางที่ทำการปรับปรุงแล้ว ขั้นต่อไปจึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นพร้อมทั้งทำการตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ตามขั้นตอนที่ได้ศึกษามาในตอนต้น ในที่สุดจะได้ผลเฉลยเหมาะที่สุดดังแสดงในตารางที่ 48

ตารางที่ 48 ผลเฉลยเหมาะที่สุด

ตลาด / โรงงาน	1	2	3	4	จำนวนสินค้า
A	M	10	6	8 80	80
B	8	4	4	10	120
C	6 20	2 100	4 80	8 40	240
จำนวนความต้องการ	20	100	200	120	440

จากผลเฉลยเหมาะที่สุดจากตารางที่ 48 จะต้องเพิ่มการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 ซึ่งกำหนดให้ส่งด้วยจำนวนที่แน่นอนเท่ากับ 120 หน่วยไปด้วย ดังนั้นการขนส่งมีดังนี้

ทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 4 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80 x 8 เท่ากับ 640 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน B ไปยังตลาดที่ 3 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120 x 4 เท่ากับ 480 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 1 20 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 20 x 6 เท่ากับ 120 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 2 100 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 100 x 2 เท่ากับ 200 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 3 80 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 80 x 4 เท่ากับ 320 บาท

ทำการขนส่งจากโรงงาน C ไปยังตลาดที่ 4 40 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 40 x 8 เท่ากับ 320 บาท

และทำการขนส่งจากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 120 หน่วย ค่าขนส่งเป็น 120 x 2

เท่ากับ 240 บาท

รวมค่าขนส่งทั้งหมดเท่ากับ 2,320 บาท

จะเห็นว่าการกำหนดจำนวนขนส่งที่แน่นอน (Exact Assignment) จากโรงงาน A ไปยังตลาดที่ 1 ด้วยจำนวน 12 หน่วย ทำให้ค่าขนส่งสูงกว่ากรณีที่ไม่ได้กำหนดเท่ากับ 2,320 - 2,240 = 80 บาท

การนำตัวแบบการขนส่งไปใช้ในการประเมินผลและเปรียบเทียบทางเลือกของตำแหน่งที่ตั้งโรงงาน

เมื่อได้ทำความเข้าใจตัวแบบการขนส่งแล้ว ต่อไปนี้จะแสดงถึงการนำตัวแบบการขนส่งไปใช้ในการประเมินผลและเปรียบเทียบทางเลือกของตำแหน่งที่ตั้งโรงงาน ซึ่งจะใช้สำหรับการเลือกทำเลที่ตั้งเมื่อมีโรงงาน หรือคลังสินค้าหลายแห่ง

ในการเลือกทำเลที่ตั้งของโรงงาน เมื่อมีหลายโรงงานเข้ามาเกี่ยวข้อง การวิเคราะห์และการตัดสินใจจะมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับการเลือกทำเลสำหรับโรงงานเดียวโดดๆ การพิจารณาจะต้องเปรียบเทียบทุกโรงงานที่มีอยู่พร้อมกันไปทีเดียวเลย สำหรับเป้าหมายก็คือการเลือกทำเลใหม่ที่จะทำให้เกิดต้นทุนต่ำสุด นั่นก็คือ ให้มีการเปรียบเทียบต้นทุนของแต่ละทำเลที่น่าเป็นไปได้ (potential site) โดยคำนึงถึงโรงงานที่มีอยู่ด้วย สำหรับต้นทุนในที่นี้จะหมายถึงต้นทุนของการผลิตรวมกับต้นทุนของการขนส่ง นอกจากการเปรียบเทียบในเชิงปริมาณแล้ว ก็ควรที่จะได้เปรียบเทียบปัจจัยต่างๆ ของทำเลที่น่าเป็นไปได้ (potential site) เลือกที่ไม่สามารถตีค่าออกมาเป็นตัวเงินได้ด้วย

เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำตัวแบบการขนส่งไปใช้ในการประเมินผลและเปรียบเทียบทางเลือกของตำแหน่งที่ตั้งโรงงาน จะขอยกตัวอย่างดังต่อไปนี้

สมมติว่าปัจจุบัน บริษัท ไทยอุตสาหกรรม จำกัด มีโรงงานอยู่ 2 แห่ง คือ ที่ทำเล ก. และ ข. ซึ่งโรงงานทั้ง 2 แห่งนี้ผลิตสินค้าส่งไปให้ตัวแทนจำหน่ายที่ทำเล ค. ต. ถ. ท . และ ธ. เพื่อส่งจำหน่ายให้กับลูกค้าอีกทอดหนึ่ง และเนื่องจากเมื่อเร็วๆ นี้ความต้องการของตลาดมีมากและมีแนวโน้มว่าจะสูงขึ้นเรื่อยๆ ทำให้โรงงานที่ทำเล ก. และ ข. ไม่สามารถที่จะสนองความต้องการของตลาดได้ ทางบริษัทจึงวางแผนเลือกที่ตั้งของโรงงานผลิตสินค้าเพิ่มขึ้นอีกแห่งหนึ่ง เพื่อที่จะทำการผลิตสินค้าให้เพียงพอกับความต้องการของตลาด

การพยากรณ์ความต้องการของสินค้าของตัวแทนจำหน่าย ณ ทำเลต่าง ๆ และกำลังการผลิตที่มีอยู่ในปัจจุบันของโรงงาน ณ ทำเลต่าง ๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

พยากรณ์ความต้องการต่อสัปดาห์		กำลังการผลิตในปัจจุบัน	
ตัวแทนจำหน่าย	ความต้องการ (หน่วย)	โรงงาน	กำลังการผลิต (หน่วย/สัปดาห์)
ด	10,000	ก	27,000
ต	15,000	ข	20,000
ถ	16,000		
ท	19,000		
ธ	12,000		

การผลิตสินค้า ณ โรงงานแต่ละแห่งมีต้นทุนการผลิตต่อหน่วยที่ไม่เท่ากัน โดยสามารถแสดงต้นทุนการผลิตต่อหน่วย ณ โรงงานแต่ละแห่งได้ดังนี้

โรงงาน	ต้นทุนการผลิตต่อหน่วย (บาท)
ก	73
ข	72

สำหรับค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่อหน่วยจากโรงงานแต่ละแห่งไปยังตัวแทนจำหน่ายต่างๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้ .

บาท/1 หน่วย

ไป / จาก	ด	ต	ถ	ท	ธ
ก	11	9	11	10	13
ข	8	11	11	12	13

ทางบริษัทได้กำหนดทำเลที่น่าจะไปตั้งโรงงาน (Potential Site) ไว้ 3 แห่ง คือ ณ ทำเล ค. ง . จ. และได้ทำการศึกษาข้อมูล พบว่า ค่าขนส่งสินค้าจากทำเลแต่ละแห่งดังกล่าว ไปยังตัวแทนจำหน่ายต่างๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

บาท/1 หน่วย

ไป / จาก	ค	ต	ถ	ท	ธ
ค	12	10	8	11	11
ง	11	8	9	10	12
จ	12	12	11	12	7

จากการศึกษา พบว่า การผลิตสินค้า ณ ทำเลที่น่าจะไปตั้งโรงงาน (Potential Site) ทั้ง 3 แห่ง หน่วย ณ ทำเลแต่ละแห่งดังนี้

โรงงาน	ต้นทุนการผลิตต่อหน่วย (บาท)
ค	70
ง	72
จ	71

ตามข้อมูลข้างต้นทั้งหมด อยากทราบว่า บริษัท ไทยอุตสาหกรรม จำกัด ควรสร้างโรงงานเพิ่มขึ้นอีก 1 แห่ง ณ ทำเลใด

ในการที่จะตัดสินใจว่า บริษัท ไทยอุตสาหกรรม จำกัด ควรสร้างโรงงานเพิ่มอีก 1 แห่ง ที่เมืองใด ก่อนอื่นนั้นบริษัทจะต้องทราบเสียก่อนว่ากำลังการผลิตของโรงงานแห่งใหม่นี้ควรเป็นเท่าไร ซึ่งเราจะทราบได้จากการหาว่าความต้องการทั้งหมดต่อสัปดาห์ของบริษัท และกำลังการผลิตทั้งหมดต่อสัปดาห์ของบริษัท เป็นเท่าไร และให้พิจารณาว่ากำลังการผลิตทั้งหมดต่อสัปดาห์น้อยกว่าความต้องการทั้งหมดต่อสัปดาห์ของโรงงานแห่งใหม่นี้ ซึ่งในที่นี้ อาจหาได้ดังนี้

ความต้องการทั้งหมดต่อสัปดาห์ของบริษัท = 10,000 + 15,000 + 16,000 + 19,000 + 12,000

= 72,000 หน่วย

กำลังการผลิตทั้งหมดต่อสัปดาห์ของบริษัท = 27,000 + 20,000

= 47,000 หน่วย

∴ กำลังการผลิตต่อสัปดาห์ของโรงงงานแห่งใหม่ = 72,000 - 47,000

= 25,000 หน่วย

เมื่อทราบแล้วว่าโรงงานแห่งใหม่นี้ จะต้องมีกำลังการผลิตเป็น 25,000 หน่วยต่อสัปดาห์ และในการที่จะตัดสินใจว่าจะสร้างโรงงานแห่งใหม่ที่ทำเลใดนั้น เราจะต้องทำการเปรียบเทียบต้นทุนรวมในการที่จะไปตั้งโรงงาน ณ ทำเลนั้นๆ ว่าการไปตั้งโรงงาน ณ ทำเลใดที่ให้ต้นทุนรวมต่ำสุดก็จึงเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเลนั้น อนึ่งต้นทุนรวมในที่นี้จะประกอบด้วย 2 รายการ คือ ค่าใช้จ่ายในการขนส่งทั้งหมด และต้นทุนการผลิตทั้งหมด ดังนั้นในการตัดสินใจเราจะต้องหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งทั้งหมด และต้นทุนการผลิตทั้งหมด ณ แต่ละทำเล แล้วนำมาบวกกันแล้วเปรียบเทียบว่าทำเลใดที่ให้ต้นทุนรวมต่ำสุดก็จะเลือกตั้งโรงงานที่เองนั้น

ในการคำนวณหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งทั้งหมด เราจะใช้ตัวแบบการขนส่งที่ได้ศึกษามาในตอนต้นเข้าช่วย ส่วนการคำนวณหาต้นทุนการผลิตทั้งหมดสามารถทำได้โดยการนำจำนวนการผลิต ณ แต่ละโรงงาน คูณกับต้นทุนการผลิตต่อหน่วย และนำต้นทุนการผลิตของแต่ละโรงงานมาบวกกัน ก็จะได้ต้นทุนการผลิตทั้งหมดของแต่ละทำเล

ต่อไปนี้จะแสดงการกาต้นทุนรวมในการเลือกไปตั้งโรงงานแห่งใหม่ในแต่ละทำเล

ทางเลือกที่ 1 ตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

1) คำนวณหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม โดยใช้ตัวแบบการขนส่ง

ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค. ในการใช้ตัวแบบการขนส่งสามารถสร้างตารางการคำนวณได้ดังตารางที่ 49

ตารางที่ 49 การสร้างตารางการคำนวณในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

จาก \ ไป	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9	11	10	13	27,000
ข	8	11	11	12	13	20,000
ค	12	10	8	11	11	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

หลังจากได้สร้างตารางการคำนวณแล้ว ต่อมาจึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ จนในที่สุดจะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค. ดังตารางที่ 50

ตารางที่ 50 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

จาก \ ไป	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 8,000	11	10 19,000	13	27,000
ข	8 10,000	11 7,000	11	12	13 3,000	20,000
ค	12	10	8 16,000	11	11 9,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 50 จะได้ว่าถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค. จะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดซึ่งก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 8,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 8,000 x 9 = 72,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 19,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 19,000 x 10 = 190,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ค. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 11 = 77,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 3,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 13 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 3,000 x 13 = 39,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ค. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 16,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 16,000 x 8 = 128,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ค. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 9,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 9,000 x 11 = 99,000 บาท
  ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 685,000 บาท

การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดนอกจากจะเป็นดังตารางที่ 50 แล้ว ยังสามารถทำการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดได้อีกรูปแบบหนึ่งซึ่งค่าขนส่งรวมทั้งหมดเป็น 698,000 บาทเช่นเดียวกัน ดังแสดงในตารางที่ 51

ตารางที่ 51 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดอีกรูปแบบหนึ่งในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

จาก \ ไป	ด	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 15,000	11	10 12,000	13	27,000
ข	8 10,000	11	11	12 7,000	13 3,000	20,000
ค	12	10	8 16,000	11	11 9,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 51 จะได้ว่าถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค. การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด ซึ่งก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 15,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 15,000 x 9 = 135,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 10 = 10,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ด. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 11 = 77,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 3,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 13 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 3,000 x 13 = 39,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ค. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 16,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 16,000 x 8 = 128,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ค. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 9,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 9,000 x 11 = 99,000 บาท

ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 685,000 บาท

2) คำนวณหาต้นทุนการผลิตทั้งหมด ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

ต้นทุนการผลิตทั้งหมด = (27,000 x 73) + (20,000 x 72) + (25,000 x 70)

= 1,971,000 + 1,440,000 + 1,750,000

= 5,161,000 บาท

3) คำนวณหาต้นทุนรวม ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค.

ต้นทุนรวม = ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม + ต้นทุนการผลิตทั้งหมด

= 685,000 + 5,161,000

= 5,846,000 บาท

ทางเลือกที่ 2 ตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

1) คำนวณหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม โดยใช้ตัวแบบการขนส่ง

ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง. ในการใช้ตัวแบบการขนส่งสามารถสร้างตารางการคำนวณได้ดังตารางที่ 52

ตารางที่ 52 การสร้างตารางการคำนวณในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

จาก \ ไป	ด	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9	11	10	13	27,000
ข	8	11	11	12	13	20,000
ง	11	8	9	10	12	25,000
ความต้องการ	40,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

หลังจากได้สร้างตารางการคำนวณแล้ว ต่อมาจึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ จนในที่สุดจะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง. ดังตารางที่ 53

ตารางที่ 53 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

ไป / จาก	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 6,000	11	10 19,000	13 2,000	27,000
ข	8 10,000	11	11	12	13 10,000	20,000
ง	11	8 9,000	9 16,000	10	12	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 53 จะได้ว่าถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง. จะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดซึ่งก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 6,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 6,000 x 9 = 54,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 19,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 19,000 x 10 = 190,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 2,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 13 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 2,000 x 13 = 26,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ค. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 13 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 13 = 130,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 9,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 9,000 x 8 = 72,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 16,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 16,000 x 9 = 144,000 บาท

ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 696,000 บาท

อย่างไรก็ตามในกรณีการจัดตั้งโรงงาน ณ ทำเล ง. ยังมีวิธีการจัดสรรารขนส่งที่ดีที่สุดอีกวิธีหนึ่งที่ให้ต้นทุนต่ำสุดเป็น 696,000 บาท ดังแสดงในตารางที่ 54

ตารางที่ 54 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดอีกวิธีหนึ่งในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

ไป / จาก	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 8,000	11	10 19,000	13	27,000
ข	8 10,000	11	11	12	13 10,000	20,000
ง	11	8 7,000	9 16,000	10	12 2,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 54 จะได้ว่าถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง. การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด ซึ่งก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 8,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 8,000 x 9 = 72,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 19,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 19,000 x 10 = 190,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ค. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 13 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 13 = 130,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 8 = 56,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 16,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 16,000 x 9 = 144,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 2,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 12 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 2,000 x 12 = 24,000 บาท

ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 696,000 บาท

2) คำนวณหาต้นทุนการผลิตทั้งหมด ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

ต้นทุนการผลิตทั้งหมด = (27,000 x 73) + (20,000 x 72) + (25,000 x 72)

= 1,971,000 + 1,440,000 + 1,800,000

= 5,211,000 บาท

3) คำนวณหาต้นทุนรวม ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ง.

ต้นทุนรวม = ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม + ต้นทุนการผลิตทั้งหมด

= 696,000 + 5,211,000

= 5,907,000 บาท

ทางเลือกที่ 3 ตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

1) คำนวณหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม โดยใช้ตัวแบบการขนส่ง

ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. ในการใช้ตัวแบบการขนส่งสามารถสร้างตารางการคำนวณได้ดังตารางที่ 55

ตารางที่ 55 การสร้างตารางการคำนวณในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

จาก \ ไป	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9	11	10	13	27,000
ข	8	11	11	12	13	20,000
จ	12	12	11	12	7	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	**16,000**	**19,000**	12,000	72,000

หลังจากได้สร้างตารางการคำนวณแล้ว ต่อมาจึงทำการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ตรวจสอบและพัฒนาผลลัพธ์ จนในที่สุดจะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด สำหรับการตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. นี้ ปรากฏว่าการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดซึ่งให้ค่าขนส่งรวมต่ำสุดมีอยู่ด้วยกัน 3 วิธี ดังตารางที่ 56, 57, และ 58 ตามลำดับต่อไปนี้

ตารางที่ 56 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. วิธีที่ 1

จาก \ ไป	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 8,000	11	10 19,000	13	27,000
ข	8 10,000	11 7,000	11 3,000	12	13	20,000
จ	12	12	11 13,000	12	7 12,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 56 จะได้ว่าถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด วิธีที่ 1 ซึ่งก่อให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 8,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 8,000 x 9 = 72,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 19,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 19,000 x 10 = 190,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ค. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 11 = 77,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 3,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 8 = 56,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ง. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 16,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 3,000 x 11 = 33,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 13,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 13,000 x 11 = 143,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 7 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 7 = 84,000 บาท
  ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 679,000 บาท

สำหรับการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดวิธีที่ 2 แสดงดังตารางที่ 57 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 57 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดวิธีที่ 2 ในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

จาก \ ไป	ค	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 15,000	11	10 12,000	13	27,000
ข	8 10,000	11	11 3,000	12 7,000	13	20,000
จ	12	12	11 13,000	12	7 12,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

จากตารางที่ 57 จะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุด ซึ่งทำให้เกิดค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำที่สุด วิธีที่ 2 ถ้าเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. เป็นดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 15,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 15,000 x 9 = 135,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 10 = 120,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ค. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 3,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 3,000 x 11 = 33,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 12 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 12 = 84,000 บาท
- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ถ. 13,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท
  ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 13,000 x 11 = 143,000 บาท

กำไรในการส่งสินค้า (บาท/หน่วย)

โรงงาน \ คลังสินค้า	ก	ข	ค	ง
ท	2	4	3	1
บ	1	2	3	4

บริษัทฯ จะต้องตัดสินใจว่า จะตั้งโรงงานเพิ่มอีก 1 แห่ง ที่เมืองใดระหว่างเมือง ท. และเมือง บ. จึงจะทำให้กำลังการผลิตของกิจการเพียงพอกับ ความต้องการของตลาด โดยบริษัทฯ ได้นำตัวแบบการขนส่ง (Transportation Model) เข้าช่วยในการตัดสินใจ โดยวัตถุประสงค์ในการตัดสินใจคือ ต้องการให้เกิดกำไรที่สูงสุด ให้ท่านช่วยบริษัทแห่งนี้ทำการตัดสินใจ โดยการใช้ตัวแบบการขนส่ง และให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด

พยากรณ์ความต้องการต่อเดือน		กำลังการผลิตในปัจจุบัน	
คลังสินค้า	ความต้องการ	โรงงาน	กำลังการผลิต (หน่วย/เดือน)
ก	25	จ	30
ข	50	ฉ	50
ค	35		
ง	30		

นอกจากค่าใช้จ่าย ในการขนส่งจากโรงงานต่างๆ ไปยังคลังสินค้าและแห่งจะต่างกันแล้วต้นทุนสินค้าที่ผลิตที่โรงงานแต่ละแห่งยังต่างกัน ประกอบด้วยราคาขายที่ทางบริษัทดีอุตสาหกรรม จำกัด ขาย ณ คลังสินค้าทั้ง 4 แห่ง ต่างกันด้วย เป็นเหตุให้กำไรต่อหน่วยที่ได้จากการส่งสินค้าจากโรงงานต่างๆ ไปยังคลังสินค้าทั้ง 4 แห่ง แตกต่างกันออกไปดังนี้

กำไรในการส่งสินค้า (บาท/หน่วย)

คลังสินค้า / โรงงาน	ก	ข	ค	ง
จ	2	2	4	5
ฉ	5	3	1	4

กิจการได้กำหนด ทำเลที่น่าจะไปตั้งโรงงาน (Potential Site) ไว้ 2 แห่ง คือ ณ เมือง ท.และเมือง บ. และได้ทำการศึกษาข้อมูลพบว่า กำไรต่อหน่วยในการส่งสินค้าจากทำเลแต่ละแห่งดังกล่าว ไปยังคลังสินค้าดังกล่าว แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ค่าขนส่งสินค้า จากโรงงานแต่ละแห่ง ไปยังคลังสินค้าต่างๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

(บาท/1 หน่วย)

จาก \ ไป	ก	ข	ค	ง
จ	8	2	6	10
ฉ	10	8	4	4

กิจการได้กำหนดทำเลที่น่าจะไปตั้งโรงงาน (Potential Site) ไว้ 2 แห่ง คือ ฌ เมือง บ. และเมือง ท. และได้ทำการศึกษาข้อมูล พบว่า ค่าขนส่งสินค้าจากทำเลแต่ละแห่ง ดังกล่าว ไปยังคลังสินค้าต่างๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

(บาท/1 หน่วย)

จาก \ ไป	ก	ข	ค	ง
บ	2	6	8	4
ท	8	6	4	2

บริษัทฯ จะต้องตัดสินใจว่า จะตั้งโรงงานเพิ่มอีก 1 แห่ง ที่เมืองใด ระหว่างเมือง บ. และเมือง ท. จึงจะทำให้กำลังการผลิตของกิจการเพียงพอกับความต้องการของตลาด โดยบริษัทฯได้นำตัวแบบการขนส่ง (Transportation Model) เข้าช่วยในการตัดสินใจ โดยวัตถุประสงค์ในการตัดสินใจคือต้องให้เกิดค่าขนส่งสินค้ารวมที่ต่ำสุด ให้ท่านช่วยบริษัทแห่งนี้ทำการตัดสินใจ โดยการใช้ตัวแบบการขนส่ง และให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด

5. สมมติปัจจุบัน ตลาดของบริษัทดีอุตสาหกรรม จำกัด มีความต้องการสินค้า เกินกว่ากำลังการผลิตของกิจการ ทางบริษัทจึงวางแผนเลือกที่ตั้งของโรงงานผลิตสินค้าเพิ่มขึ้นอีกแห่งหนึ่งเพื่อที่จะทำการผลิตสินค้า ให้เพียงพอกับความต้องการของตลาด การพยากรณ์ความต้องการสินค้า และกำลังการผลิตในปัจจุบัน แสดงได้ ดังตารางต่อไปนี้

(บาท/กล่อง)

โรงงาน \ ลูกค้า	1	2	3	4
1	14	10	8	12
2	IX	16	12	6
3	12	6	4	8

ต้องการทราบว่ากิจการผู้ผลิตสินค้ารายนี้ควรจะทำการจัดสรรการขนส่งสินค้าอย่างไรจึงจะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด และอยากทราบว่ากำไรที่สูงสุดนี้เป็นกี่บาท

4. สมมติปัจจุบันตลาดของบริษัท เลิศอุตสาหกรรม จำกัด มีความต้องการสินค้าเกินกว่ากำลังการผลิตของกิจการ ทางบริษัทจึงวางแผนเลือกที่ตั้งของโรงงานผลิตสินค้าเพิ่มขึ้นอีกแห่งหนึ่ง เพื่อที่จะทำการผลิตสินค้าให้เพียงพอกับความต้องการของตลาด การพยากรณ์ความต้องการสินค้า และกำลังการผลิตที่มีอยู่ในปัจจุบัน แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

พยากรณ์ความต้องการต่อเดือน		กำลังการผลิตในปัจจุบัน	
คลังสินค้า	ความต้องการ (หน่วย)	โรงงาน	กำลังการผลิต (หน่วย/เดือน
ก	120	จ	200
ข	140	ฉ	120
ค	200		
ง	10		

แบบฝึกหัด

1. จงอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาการขนส่ง โดยการใช้ตัวแบบการขนส่ง (Transportation Model) ให้เข้าใจพอสังเขป
2. บริษัทผลไม้พายัพ จำกัด ทำการซื้อลำไยจากสวนในภาคเหนือแล้วจัดลงกล่องและส่งมาจำหน่ายที่กรุงเทพฯ และจังหวัดใกล้เคียง โดยจัดซื้อมาทุกวันเก็บไว้ที่โกดังสินค้าที่มีอยู่ 3 แห่ง โกดังเหล่านี้เก็บสินค้าได้ 300, 200 และ 100 กล่อง ตามลำดับ จากนั้นจะส่งต่อให้ลูกค้าที่มีอยู่ 4 ราย ลูกค้าทั้ง 4 รายมีความต้องการลำไยวันละ 150, 100, 150 และ 200 กล่อง ตามลำดับ ค่าใช้จ่ายในการขนส่งแสดงในตารางต่อไปนี้

(บาท 4)

ลูกค้า / โกดัง	1	2	3	4
1	4	7	6	4
2	3	9	5	2
3	8	7	5	9

ต้องการทราบว่าบริษัทผลไม้พายัพ จำกัด ควรจะทำการจัดสรรการขนส่งลำไยอย่างไร จึงทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมต่ำสุด และอยากทราบว่าค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมที่ต่ำสุดนี้เป็นเท่าไหร่

3. กิจการผู้ผลิตสินค้ารายหนึ่งทำการผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว โดยมีโรงงานผลิต 3 แห่ง ซึ่งผลิตสินค้าได้ 80, 40 และ 60 หน่วย ตามลำดับ สินค้าที่ผลิตได้จะส่งให้แก่ลูกค้า 4 ราย ซึ่งมีความต้องการสินค้าเป็นจำนวน 40, 60, 20 และ 60 หน่วยตามลำดับ โดยได้รับกำไรต่อหน่วยในการส่งสินค้าให้แก่ลูกค้าเป็น

ตารางที่ 59 ข้อมูลเปรียบเทียบต้นทุนรวมของ 3 ทำเล

	ทำเล		
	ค	ง	จ
ค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวม	685,000	696,000	679,000
ต้นทุนการผลิตทั้งหมด	5,161,000	5,211,000	5,186,000
ต้นทุนรวม	5,846,000	5,907,000	5,865,000

จากการเปรียบเทียบข้อมูลต้นทุนในตารางที่ 59 จะพบว่าทำเล ค. จะให้ต้นทุนรวมที่ต่ำสุดคือ 5,846,000 บาท ดังนั้นในที่นี้จึงสรุปได้ว่าถ้าเปรียบเทียบในเชิงปริมาณ (ในที่นี้คือใช้ต้นทุนรวมซึ่งเกิดจากค่าใช้จ่ายในการขนส่งรวมบวกกับต้นทุนการผลิตทั้งหมด) แล้ว จะทำการตัดสินใจตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล ค. เพราะว่าทำเล ค. จะเกิดต้นทุนรวมที่ต่ำที่สุด

- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ฉ. 3,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 3,000 x 11 = 33,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 7,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 12 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 7,000 x 12 = 84,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ฉ. 13,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 11 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 13,000 x 11 = 143,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 7 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 7 = 84,000 บาท

ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 679,000 บาท

2) คำนวณหาต้นทุนการผลิตทั้งหมด ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

ต้นทุนการผลิตทั้งหมด = (27,000 x 73) + (20,000 x 72) + (25,000 x 71)

= 1,971,000 + 1,440,000 + 1,775,000

= 5,186,000 บาท

3) คำนวณหาต้นทุนรวม ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

ต้นทุนรวม = ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้า + ต้นทุนการผลิตทั้งหมด

= 679,000 + 5,186,000

= 5,865,000 บาท

เมื่อเราได้คำนวณหาว่าการเลือกตั้งโรงงานใหม่ ณ แต่ละทำเล จ. เกิดต้นทุนรวมเป็นเท่าไรแล้ว การที่เราจะตัดสินใจว่าจะเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเลใด ก็ให้เลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเลที่ให้ต้นทุนรวมต่ำสุด ดังนั้นในที่นี้ขอสรุปข้อมูลต้นทุนที่เกิดขึ้นถ้าไปส่งโรงงานแห่งใหม่ ณ แต่ละทำเล เพื่อที่จะได้เปรียบเทียบต้นทุนรวม เพื่อที่จะทำการตัดสินใจต่อไป

- ขนส่งจากโรงงาน จ. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ธ. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 7 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 7 = 84,000 บาท

ค่าขนส่งรวมทั้งหมด 679,000 บาท

นอกจาก 2 วิธีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ถ้าตั้งโรงงาน ณ ทำเล จ. สามารถมีวิธีการจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดซึ่งให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุดอีกวิธีหนึ่งเป็นวิธีที่ 3 ดังตารางที่ 58

ตารางที่ 58 การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดวิธีที่ 3 ในกรณีเลือกตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ.

ไป / จาก	ด	ต	ถ	ท	ธ	อัตราการผลิต
ก	11	9 15,000	11	10 12,000	13	27,000
ข	8 10,000	11	11 3,000	12 7,000	13	20,000
จ	12	12	11 13,000	12	7 12,000	25,000
ความต้องการ	10,000	15,000	16,000	19,000	12,000	72,000

ถ้าตั้งโรงงานแห่งใหม่ ณ ทำเล จ. จะได้การจัดสรรการขนส่งที่ดีที่สุดวิธีที่ 3 ตามตารางที่ 58 ซึ่งจะมีการจัดสรรการขนส่งดังนี้

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ต. 15,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 9 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 15,000 x 9 = 135,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ก. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ท. 12,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 10 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 12,000 x 10 = 120,000 บาท

- ขนส่งจากโรงงาน ข. ไปยังตัวแทนจำหน่าย ด. 10,000 หน่วย ค่าขนส่งหน่วยละ 8 บาท

ค่าขนส่งทั้งหมดคือ 10,000 x 8 = 80,000 บาท