

บทที่ 5

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ครูคณิตศาสตร์แต่ละคนอาจมีประสิทธิภาพเฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่แตกต่างกันไป ครูบางคนมีประสิทธิภาพในการสอนสูง สามารถอธิบายเนื้อหาที่สอนได้อย่างแจ่มแจ้งและชัดเจน รู้จักหาคำถามที่ดีถามผู้เรียนเพื่อทำให้ผู้เรียนเกิด concept ได้อย่างรวดเร็ว และบรรยากาศในการเรียนเป็นไปด้วยความราบรื่น ครูที่มีประสิทธิภาพเหล่านี้จะสอนเนื้อหาวิชาทั้งหมดอย่างกว้างขวางในเวลาอย่างรวดเร็ว และยังมีเวลาเหลือให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ concept ของเนื้อหาวิชาเหล่านั้น ได้อย่างดีอีกด้วย ครูที่มีคุณสมบัติดังกล่าวนี้จะต้องมีความสามารถ มีความรู้ มีศิลปะและมีหลักในการสอนอย่างแน่นอน

เดิมเราสอนคณิตศาสตร์กันอย่างไร

โลกเราปัจจุบันนี้ได้เปลี่ยนแปลงจากอดีตมาอย่างมากมาย ความเจริญทางด้านวิชาการและเทคโนโลยีก้าวหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง แต่สิ่งหนึ่งที่ยังไม่เปลี่ยนแปลงไปมากนักก็คือ การสอนคณิตศาสตร์ คนสมัยก่อนปฏิบัติกันมาเช่นไร ปัจจุบันก็ยังคงเป็นอยู่เช่นนั้น ยังไม่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขให้ทันกับความก้าวหน้าของวิชาการในยุคนี้เท่าไรนัก จุดมุ่งหมายหลักของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กันมานานแสนนานก็คือ ต้องการให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญในการคิดเลขเป็นสำคัญ ความชำนาญเบื้องต้นก็คือ การบวก ลบ คูณ หาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

รู้จักแก้ปัญหาโจทย์ตามตัวอย่างที่ครูให้ได้ ก็นับว่าเป็นการเพียงพอแล้ว ความชำนาญดังกล่าว นับว่าเป็นเรื่องสำคัญมาก ยิ่งทำได้รวดเร็วและใช้วิธีลัดได้มากเท่าไรก็นับว่าผู้เรียนมีความสามารถ ขึ้นเท่านั้น ไม่จำเป็นต้องเข้าใจว่าทำไมต้องทำอย่างนั้น หรือไม่ทำตามตัวอย่างที่ครูแสดงให้ดู ก็ถือว่าผิดไปเลย แม้จะเป็นความคิดที่ถูกต้องก็ตาม ผู้เรียนจะเข้าใจก็ต่อเมื่อได้พบสิ่งเหล่านั้นซ้ำ โดยบังเอิญ หรือไม่ก็เรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงๆ ขึ้นไป หากไม่แล้ว ผู้เรียนจะไม่มีโอกาสทราบ เหตุผลเลย เช่น การคูณจำนวนที่มีเครื่องหมายเหมือนกัน ทำไมผลคูณจึงเป็นจำนวนบวก หรือ ทำไมย้ายข้างสมการจึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงข้าม เป็นต้น

การสอนตามวิธีการดังกล่าวนี้ขัดกับหลักการเรียนรู้ในข้อที่ว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้น ไม่ได้ ถ้าปราศจากความเข้าใจ เด็กของเราเรียนคณิตศาสตร์โดยการทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำแล้ว ซ้ำอีก จนสามารถเลียนแบบการคิดนั้นได้ ซึ่งเป็นความสามารถในการลอกเลียนแบบการคิด ของผู้อื่น ไม่ใช่ความสามารถที่ผู้เรียนคิดได้เอง จึงคิดไม่เป็นและไม่เกิดความเข้าใจ การคิดคำนวณ ไปได้ของผู้เรียนก็เหมือนกับเครื่องคำนวณสิ่งเหล่านี้จะพิจารณาได้จากผู้เรียนบางคนเคยสนใจวิชา คณิตศาสตร์ในเบื้องต้น แต่เมื่อเรียนนานเข้า ๆ ก็เกิดความเบื่อหน่ายขึ้นมา ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า ผู้เรียนคนนั้นไม่เกิดความเพลิดเพลินในการเรียน เพราะมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของเรื่องที่เรียน แต่ละขั้นแต่ละตอน การกระทำสิ่งใดก็ตามต้องทำไปตามกฎเกณฑ์ทั้งที่ไม่เข้าใจเลยว่า ทำไม ต้องทำอย่างนั้น คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความงามด้วยความสัมพันธ์ภาพและการมีเหตุผล ต่อเนื่องกัน ความสัมพันธ์จะไม่แยกจากกัน ถ้าผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ซึ่งกันเป็นความงาม ของคณิตศาสตร์แล้ว ผู้เรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างสนุกสนานเพลิดเพลิน ไม่เกิดความ เบื่อหน่าย วิธีสอนคณิตศาสตร์ของบางคนที่ใช้อยู่ในขณะนี้ไม่ช่วยให้ผู้เรียนได้มองเห็นความ งามตามที่กล่าวเลย แต่ช่วยให้ผู้เรียนได้มองเห็นเฉพาะความจริงเท่านั้น เช่น $1+1$ ต้องเป็น 2 จะไม่เป็นอย่างอื่น แต่ความจริงดังกล่าวนี้ยังไม่ได้เข้ามาอยู่ร่วมกัน ครูจะต้องชี้แจงให้ผู้เรียนได้เห็น ความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน เสียก่อนจึงจะทำให้เกิดความเข้าใจได้

ปกติแล้ว เนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นเหตุผลต่อเนื่องกันโดยตลอด จึงกล่าว ได้ว่า วิชาที่สามารถฝึกให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล แต่ก็ต้องขึ้นอยู่กับวิธีสอนด้วย การ สอนแบบเดิมนั้นผู้เรียนจะเกิดการหลงลืมได้ง่าย เพราะการสอนไม่ทำให้เกิดความเข้าใจ เมื่อ ผู้เรียนลืมก็ไม่สามารถจะหาวิธีอื่นมาช่วยในการแก้ปัญหาได้โดยอาศัยตัวเอง และโอกาสที่ผู้เรียน จะลืมก็มีมากด้วย เพราะสูตรต่าง ๆ กฎเกณฑ์ตลอดจนวิธีคิดของคณิตศาสตร์เป็นไปอย่าง สลับซับซ้อน นั่นก็หมายความว่า การสอนคณิตศาสตร์ของเรานั้นไม่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้าง concept ด้วยตนเอง และไม่เกิดการถ้อยทอดการเรียนรู้ มุ่งแต่จะส่งเสริมในด้านกลไกทางการคิด

กำหนดเป็นสำคัญ ทำให้ผู้เรียนทำงานเหมือนเครื่อง computer กล่าวคือ ถ้าใส่โปรแกรมนี้ไว้ เครื่องก็จะทำงานได้เท่าที่สั่งที่อยู่นอกเหนือจากโปรแกรมก็ไม่สามารถคิดออกมาได้

ลักษณะของคณิตศาสตร์แนวใหม่

คณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นถึงเรื่องความต่อเนื่องของเนื้อหาและเป็นเหตุผลกันโดยตลอด ความต่อเนื่องและเป็นเหตุเป็นผลกันของเนื้อหาตัวเอง ทำให้เกิดโครงสร้างที่งดงาม นำศึกษาอย่างยิ่ง นักคณิตศาสตร์แนวใหม่พยายามที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้มองเห็นความงาม และเกิดความซาบซึ้ง การเรียนการสอนจึงจะดำเนินไปอย่างสนุกสนาน เพลิดเพลิน ไม่ใช่เรียนด้วยความแข็งเหมือนแต่ก่อน

การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ต้องการให้ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และเกิดความซาบซึ้งเห็นความงดงามจนต้องการที่จะศึกษากันกว่าต่อไปด้วยตัวเองอย่างไม่หยุดยั้ง ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่เรียนผ่านมาแล้วในขั้นต้นมาใช้กับสถานการณ์ปัจจุบัน เพื่อแสวงหาวิธีการแก้ปัญหาที่ต่าง ๆ ให้ได้

คณิตศาสตร์แนวใหม่มีกฎเกณฑ์น้อยลงที่จะให้ผู้เรียนจำ แต่เรื่องที่ต้องทำความเข้าใจมีมาก ได้แก่ความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ถ้าผู้เรียนเกิดความเข้าใจเป็นอย่างดีแล้ว จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง อันจะก่อให้เกิดความพึงพอใจและแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งการเรียนรู้อันจะเป็นไปอย่างถาวรไม่มีการลืมเพราะไม่ได้เรียนด้วยการจำ แต่เกิดจากความเข้าใจ

คณิตศาสตร์แนวใหม่ยังต้องการให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล และสร้างสรรค์ การที่ผู้เรียนจะ “คิดเป็น” ได้ก็โดยการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการแห่งการแก้ปัญหาด้วยตัวเองในระบบคณิตศาสตร์ ซึ่งจะได้แก่ ตัวเลข ความสัมพันธ์ของตัวเลข ตลอดจนสัญลักษณ์ อันเป็นสิ่งที่ใช้แทนความคิดต่าง ๆ นักคณิตศาสตร์แนวใหม่ได้นำเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์เข้ามาสัมพันธ์กันโดยไม่แบ่งแยกเหมือนก่อน

คณิตศาสตร์แนวใหม่ไม่ต้องการให้เฉพาะผู้เรียนเก่งเรียนได้ดีเท่านั้น แต่ผู้เรียนที่อยู่ในระดับปานกลาง หรืออยู่ในระดับอ่อนก็สามารถเรียนได้อย่างไม่ยากเย็นนัก ความจริงคณิตศาสตร์ยุคเก่าก็มีคุณประโยชน์อยู่ไม่น้อย เช่น ทางวิศวกรรม การสำรวจ ดาราศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทุกแขนง แต่ปัจจุบันนี้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ยุคเก่ายังไม่เป็นการเพียงพอ เพราะอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้กันอยู่เป็นผลมาจากความคิดของคณิตศาสตร์แนวใหม่ ดังนั้นในวงการธุรกิจหรืออุตสาหกรรมจึงมีความต้องการผู้มีพื้นความรู้ด้านคณิตศาสตร์แนวใหม่เป็นจำนวนมาก

ได้กล่าวแล้วว่า การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่นั้น เป็นการสอนที่มีขอบข่ายกว้างขวาง มีวิธีที่จะช่วยผู้เรียนให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาได้หลายแง่หลายมุม และยังมีเนื้อหาที่ต้องสอนอีกเป็นจำนวนมาก จึงมีปัญหว่าผู้เรียนจะเรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ได้ครบถ้วนหรือ อย่งไรก็ตาม แม้ว่าคณิตศาสตร์แนวใหม่จะมีขอบข่ายกว้างขวางก็จริง แต่ไม่มีอะไรซับซ้อนเกินความสามารถของผู้เรียน แม้แต่เด็กชั้นเล็ก ๆ ก็สามารถทำความเข้าใจกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์แนวใหม่ได้ และการสอนก็เห็นว่าผู้เรียนจะต้องสร้าง concept เองโดยครูเป็นผู้แนะและกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ซึ่งเกิดขึ้นจากการศึกษาค้นคว้า แล้วค้นพบด้วยตนเองทำให้เกิดความเข้าใจ และความเข้าใจนี้เองที่เป็นพื้นฐานอันมั่นคง รากฐานอันแข็งแรงสำหรับเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป

ความแตกต่างระหว่างคณิตศาสตร์แนวเก่ากับคณิตศาสตร์แนวใหม่อีกประการหนึ่งก็คือ วิธีการที่จะนำผู้เรียนไปสู่จุดหมายปลายทาง กล่าวคือคณิตศาสตร์แนวเก่าต้องการให้ผู้เรียนเดินทางที่ลัดไปสู่จุดหมาย ส่วนคณิตศาสตร์แนวใหม่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สังเกตและแสวงหาทางเดินด้วยตัวเอง ซึ่งในระยะแรกอาจทำให้เสียเวลาและเปลืองแรงงานไปบ้าง แต่ในที่สุดผู้เรียนก็จะพบทางสายใหม่ที่จะเดินไปสู่จุดหมายได้เช่นเดียวกัน ผลที่ได้ก็คือ วิธีการแสวงหาแนวทางแก้ปัญหาและความภาคภูมิใจในความสำเร็จของตัวเอง ซึ่งเป็นแรงจูงใจอย่างแรงกล้า เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาอื่น ๆ ต่อไปอย่างไม่สิ้นสุด

หลักการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่

การสอนเพื่อให้เกิดการพัฒนา (Developmental Teaching) จุดประสงค์ของการสอนขั้นนี้ได้แก่ ความพยายามที่จะให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนอย่างแจ่มแจ้งชัดเจน พร้อมทั้งให้การเสริมแรง (reinforcement) เพื่อให้อยากเรียนรู้ในชั้นสูงๆ ขึ้นไป ครูต้องเข้าใจหลักจิตวิทยาในการเรียนการสอนเป็นอย่างดีพอที่จะเข้าใจในความยากลำบาก ที่ผู้เรียนจะได้พบในการเรียนเรื่องใหม่ ๆ ดังนั้นในการสอนขั้นนี้ครูต้องมองการสอนของตนในลักษณะของผู้เรียนมากกว่าจะมองในแง่ของผู้สอนขั้นในการสอนควรเป็น

1. การเตรียมผู้เรียนก่อนเริ่มบทเรียนใหม่ ครูต้องแนะนำผู้เรียนเป็นการล่วงหน้าว่าในครั้งต่อไปเราจะเรียนเรื่องอะไร และต้องใช้ความรู้เรื่องใดเป็นพื้นฐานบ้าง เป็นการเตรียมความพร้อมของผู้เรียน ซึ่งจะทำให้การดำเนินการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

2. การทดสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ก่อนที่จะเริ่มสอนในแต่ละชั้นควรทดสอบความรู้พื้นฐานเสียก่อน เพื่อครูจะได้ทราบภูมิหลังของผู้เรียนแต่ละคนว่าเป็นอย่างไร ควรจะใช้วิธีสอนแบบใดกับผู้เรียนคนไหน หรือจะแบ่งเป็นกลุ่มความสามารถอย่างไรได้บ้าง



3. การสร้าง **concept** ใหม่ถ้าเป็นไปได้ไม่ควรใช้วิธีบรรยาย (Lecture) ล้วน ๆ โดยเฉพาะนักเรียนตั้งแต่มัธยมต้นลงไป เพราะผู้เรียนที่อยู่ในวัยนี้ความสามารถทางสติปัญญาในการสร้าง concept ยังต้องอาศัยรูปธรรมอยู่

วิธีการอย่างหนึ่งที่จะทำให้ครูเข้าใจได้ว่าผู้เรียนเข้าใจเรื่องที่สอนใหม่หรือไม่ คือการใช้ถ้อยคำแบบตรงไปตรงมาเช่น ถามว่า ใครไม่เข้าใจบ้าง เพราะการที่ผู้เรียนนิ่งไม่ตอบคำถามมักจะไม่ใช่ใจเสียมากกว่าเข้าใจ

4. การใช้เครื่องมือปฏิบัติการในการสอนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติการของการสอนคณิตศาสตร์ส่วนมากจะใช้ประกอบการสร้าง concept อาจโดยวิธีทดลองหรือวิธีสาธิตก็เป็นได้

การสาธิตเป็นการแสดงวิธีการเพื่อแก้ปัญหาที่ครูกำหนดให้เช่น แสดงตัวอย่างวิธีหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ซึ่งอุปกรณก็ควรมีรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม ฯลฯ เพื่อเตรียมสร้าง concept ต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียน การสาธิตมีหลักดังนี้

1. ต้องมั่นใจว่าการสาธิตนั้นจะเหมาะสมกับบทเรียน และจะสามารถทำให้ผู้เรียนเกิด concept ได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ก่อนจะทำการสาธิตครูต้องทดลองใช้อุปกรณ์เพื่อให้เกิดความคล่องตัวในการใช้และเกิดประสิทธิภาพอย่างเต็มที่

2. ในขณะที่ครูสาธิตอยู่นั้น ผู้เรียนต้องรู้จุดมุ่งหมายและต้องพิจารณาสิ่งที่ครูแสดงนั้นอย่างละเอียดถี่ถ้วน

3. ต้องแสดงอย่างช้า ๆ ไม่มากเกินไปเพราะจะทำให้ผู้เรียนตามไม่ทัน ควรสาธิตตามลำดับขั้น ก่อนจะเรียนขั้นต่อไปต้องให้ผู้เรียนเข้าใจขั้นต้น ๆ ให้ดีเสียก่อน

4. ในการสาธิตต้องให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมด้วย เพราะจะทำให้เกิดความสนใจเพิ่มขึ้น นอกจากนั้นยังทำให้ผู้เรียนมีความภูมิใจเมื่อประสบความสำเร็จ

5. หลังจากการสาธิตแล้วต้องติดตามผล เพื่อจะได้ปรับปรุงให้ดีขึ้นในครั้งต่อไป

การสอนเพื่อให้เกิดการซึมซาบ (Teaching for Assimilation)

การซึมซาบหรือการดูดซึม (assimilation) เป็นขบวนการซึ่งเกิดจากการที่เรามีปฏิสัมพันธ์ (interaction) กับสิ่งแวดล้อม แล้วดูดซึมภาพหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าไปตามประสบการณ์ของแต่ละคน การสอนขั้นนี้ก็คือการที่ครูให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับเหตุการณ์ต่าง ๆ เช่น การทำโจทย์ปัญหา ค้นคว้าจากหนังสือเพิ่มเติมและศึกษาปัญหาต่าง ๆ ด้วยตัวเองหรือครูอาจจะเป็นผู้แนะให้บ้าง แต่ไม่บอกวิธีการให้

การใช้คำถามในการสอนคณิตศาสตร์

คำถามมีความจำเป็นสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ คำถามที่ดีอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและต้องการจะตอบคำถาม ถ้าขณะนั้นยังไม่สามารถหาคำตอบได้ก็จะพยายามคิดหรือไปค้นคว้าหาคำตอบจนได้ ตรงข้ามถ้าเป็นคำถามที่ไม่ดีผู้เรียนอาจเกิดความเบื่อหน่ายและมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อผู้ถาม ตลอดจนเรื่องราวที่จะเรียนไปเสียก็ได้ ถ้าจะพิจารณาว่าทำไมจึงต้องใช้คำถามก็พอสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อโน้มน้าวให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมที่จะเรียน หรือสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้นโดยไม่เสียเวลามากนัก
2. เพื่อตรวจสอบดูว่าสิ่งที่ผู้เรียนเรียนไปแล้วนั้นถูกต้องตรงกับที่ครูสอนหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้องครูจะได้ปรับปรุงแก้ไขให้ใหม่ได้ทัน
3. เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนตื่นตัวอยู่เสมอ พร้อมจะตอบปัญหาที่ครูถาม และสามารถอธิบายได้
4. เพื่อประเมินผลว่าสิ่งที่ครูได้สอนไปแล้วนั้น ผู้เรียนเกิดความเข้าใจมากน้อยเพียงใด และสามารถถามเพื่อดูภูมิหลังของผู้เรียนก่อนที่ครูจะสอนก็ได้

คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ควรเป็นคำถามที่เร้าให้ผู้เรียนคิด ดังนั้นควรเป็นคำถามที่ประกอบด้วยคำว่า “ทำไม” หรือ “เพราะเหตุใด” ผู้เรียนจะต้องใช้ความคิดในการตอบปัญหานั้นนี้ ต้องมีเหตุมีผลมาสนับสนุน นั่นคือต้องใช้ขบวนการทางความคิดนั่นเอง ซึ่งต่างกับคำถามที่ใช้คำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” เพราะคำตอบจะมีได้เพียงสองทางเท่านั้น โอกาสที่จะถูกหรือผิดมีเท่ากัน ผู้เรียนอาจใช้วิธีเดาและถ้าเดาถูกก็เป็นที่น่าเสียใจเพราะจริง ๆ แล้วผู้เรียนอาจไม่เข้าใจเลยก็เป็นได้
2. คำถามที่ถามนั้นต้องชัดเจนไม่กำกวม ไม่เล่นสำนวน ผู้ถูกถามจะเข้าใจได้ทันทีว่าผู้ถามมีจุดประสงค์ให้ตอบเช่นไร มีขอบเขตแค่ไหน
3. คำถามนั้นจะต้องเหมาะสมกับความสามารถทางสติปัญญาของผู้เรียนทั้งศัพท์และการใช้ภาษา ความยากง่ายของปัญหาที่ถาม ความซับซ้อนของประโยคซึ่งครูจะต้องคำนึงถึงเสมอ
4. คำถามนั้นจะต้องเจาะจง ไม่ใช่ตอบได้หลายแบบจะทำให้ผู้ถูกถามงงว่าจะตอบในขอบเขตใด

การใช้คำถามควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. อย่าถามผู้เรียนตามลำดับ เช่น ลำดับที่หนึ่ง หรือลำดับของบัญชีรายชื่อ เพราะผู้เรียนจะไม่สนใจคำถามของเพื่อน ตั้งใจแต่เฉพาะคำถามที่จะถามตัวเองเท่านั้น จึงไม่เกิดการเรียนรู้

ที่กว้างขวาง

2. อย่าเรียกชื่อผู้เรียนก่อนแล้วจึงถาม ควรถามคำถามเสียก่อนแล้วจึงเรียกชื่อคนใดคนหนึ่งให้ตอบ เพื่อผู้เรียนทุกคนในห้องจะได้คิดตอบคำถามไปด้วย ถ้าเรียกชื่อก่อนผู้ถูกเรียกชื่อจะคิดตอบเพียงคนเดียว ผู้อื่นจะไม่ค่อยสนใจ

3. ครูควรถามคำถามแก่ผู้เรียนให้ทั่วถึงทั้งห้อง อย่างเจาะจงถามเพียงคนใดคนหนึ่งหรือกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เพราะผู้เรียนที่เหลืออาจเกิดความน้อยใจจนไม่สนใจในบทเรียนนั้น

4. ถ้าเป็นไปได้ไม่ควรใช้คำถามที่ตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ ถ้าจะใช้ต้องให้ผู้เรียนหาเหตุผลให้ดูด้วยว่าทำไมจึงใช่หรือไม่ใช่

5. ไม่ควรเร่งให้ผู้เรียนตอบคำถามนั้นเร็วเกินไป ผู้เรียนบางคนต้องใช้เวลาในการรวบรวมข้อมูลต่างๆ และเรียบเรียงคำตอบเพื่อตอบปัญหานั้นกว่าผู้อื่น ครูควรให้เวลาและไม่ควรตำหนิ

6. ควรทำคำถามให้ชัดเจนขึ้นเมื่อผู้เรียนไม่สามารถจะตอบคำถามนั้นได้ หรือยังไม่ทราบว่าจะต้องตอบอย่างไร มีขอบเขตแค่ไหน

7. ไม่ควรให้ผู้เรียนตอบคำถามพร้อมกันทั้งห้อง ครูจะไม่มีโอกาสทราบเลยว่าผู้เรียนคนใดบ้างยังไม่เข้าใจ และไม่ได้ตอบคำถาม จะใช้ได้บ้างเมื่อเริ่มเรียนใหม่ ๆ เพราะผู้เรียนยังอายอยู่ แต่ก็พยายามให้หายไปในที่ที่สุด

สิ่งสำคัญในการรับคำตอบ

1. เป็นคำตอบที่ดีพร้อมทั้งด้านความคิดและการใช้ภาษา ต้องให้ผู้เรียนอธิบายให้ละเอียดพอสมควร ไม่ควรให้ตอบอย่างย่อ ๆ

2. การตอบต้องใช้ภาษาพูดที่ดี เช่น ไม่ใช่ด้วยอบบางตัวในภาษาพูด เช่น “ด้าน xy ยาว 5 ซม.” ควรตอบว่า “ด้าน xy ยาว 5 เซนติเมตร” เป็นต้น

3. ควรให้ผู้เรียนเรียบเรียงคำตอบที่จะตอบคำถามด้วยตัวเอง ไม่ใช่ตอบตามที่หนังสือว่ามา

4. เป็นคำตอบที่ผู้เรียนคิดได้ด้วยตัวเอง ไม่ใช่แอบได้ยินจากเพื่อนมา

การช่วยผู้เรียนให้เรียนด้วยตนเอง

การศึกษาด้วยตนเองนับว่าเป็นสิ่งสำคัญมากในปัจจุบัน และตรงกับการจัดการเรียนซึ่งไม่จำเป็นต้องอยู่ในห้องเรียนก็ได้ ดังนั้นไม่ว่าจะอยู่ที่ใดผู้เรียนสามารถหาความรู้ได้เสมอ ถ้าผู้เรียนรู้จักวิธีการที่จะศึกษาด้วยตนเองแล้วจะทำให้มีความรู้กว้างขวางขึ้น อย่างไรก็ตาม การศึกษาด้วยตนเองย่อมเกิดปัญหากับผู้เรียนบ้าง ครูจำเป็นต้องแนะนำวิธีการศึกษาให้ด้วย แต่ไม่ใช่เป็นผู้แก้ปัญหาให้ผู้เรียนเสียเอง หรือเร่งให้ผู้เรียนแก้ปัญหาได้โดยเร็ว เพราะทำให้เกิดข้อเสียดังนี้

1. ผู้เรียนจะไม่ได้รับประโยชน์จากการเรียนโดยวิธีนี้มากนัก เพราะการที่ผู้เรียนจะเรียนรู้เรื่องใดได้คตินั้น จะต้องอาศัยความอดทนพยายามด้วยตัวเองเป็นเรื่องสำคัญ ถ้าผู้เรียนเกิดปัญหาครูต้องหาสาเหตุของปัญหาแล้วแนะนำให้ผู้เรียนค้นหาวิธีตอบปัญหานั้น

2. ครูจะต้องตอบปัญหาต่างๆ ให้ผู้เรียนฟังหลายๆ คน ซึ่งจะตอบปัญหาได้ไม่ทั่วถึง ถ้าครูต้องการตอบปัญหาให้ได้จะต้องรีบอธิบายอันจะเกิดผลเสียต่อผู้เรียน และอาจมีความเคยชินว่าการตอบปัญหาเป็นหน้าที่ของครูก็จะเป็นการผิดหลักการเรียนรู้ที่ว่าผู้เรียนต้องลงมือทำด้วยตนเอง

การช่วยเหลือให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเองนั้น ครูต้องระลึกไว้เสมอว่า ผู้เรียนคนใดต้องการความช่วยเหลือแบบใด บางคนต้องการรับความช่วยเหลือเพียงเล็กน้อย แต่บางคนต้องการมาก บางคนอาจมีพื้นฐานไม่ดี ครูต้องศึกษาสิ่งนี้ให้ละเอียด ความสามารถในการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลนั้นมีผลต่อการเรียนเป็นอย่างยิ่ง ครูต้องปล่อยโอกาสให้เขาได้คิดตามที่เขาค้นคว้าความคิดจะค่อย ๆ พัฒนาขึ้นตามลำดับ

การประเมินค่าการสอนคณิตศาสตร์

การประเมินค่าการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ เราจะยึดจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้เป็นหลัก ดังนั้นการสอนควรประกอบด้วยสิ่งเหล่านี้

1. การสอนนั้นผู้เรียนต้องมีโอกาสคิด เกิดความสนใจกับสิ่งที่ได้เรียนรู้ใหม่ ๆ และได้นำเอาความรู้เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตจริง

2. การสอนนั้นต้องช่วยให้ผู้เรียนได้ค้นคว้าด้วยตนเอง เพราะครูจะเป็นแต่เพียงผู้เสริมแรง เราให้เกิดการค้นคว้าขึ้น ครูเป็นเพียงผู้ตั้งปัญหาให้ผู้เรียนตอบแต่ไม่ใช่ผู้ตอบปัญหา

3. การสอนนั้นต้องทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแจ่มชัด ก็การสอนต้องแสดงให้เห็นเป็นขั้นตอน มีเหตุผล ไม่ใช่จำโดยไม่เข้าใจ และจะต้องนำไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ได้อีก

4. การสอนนั้นแม้ว่าผู้เรียนจะมีความสามารถปานกลางหรือต่ำกว่าเล็กน้อยก็สามารถทำความเข้าใจได้โดยไม่ยากนัก ไม่จำเป็นเฉพาะผู้เรียนที่เรียนเก่งเท่านั้นถึงจะเข้าใจ

จุดประสงค์ในการสอนคณิตศาสตร์

เมื่อกระทรวงศึกษาธิการได้ปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และตอนปลายใหม่ ก็ได้ตั้งจุดประสงค์ในการสอนคณิตศาสตร์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นไว้ดังนี้

1. เพื่อให้ให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน
2. เพื่อเป็นพื้นฐานให้นักเรียนเข้าใจในสิ่งแวดล้อมรอบตัวได้ดีขึ้น

3. เพื่อให้เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยวิชาคณิตศาสตร์
 4. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณและรู้จักวิเคราะห์เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป
 5. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์อันจะนำไปสู่ความสนใจให้ศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป
 6. เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และสามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบชัดเจนและรัดกุม
- และจุดประสงค์ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย คือ
1. เพื่อให้สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และสามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบชัดเจนและรัดกุม
 2. เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มและสร้างสรรค์ มีความสามารถและมั่นใจในการแก้ปัญหา ตลอดจนคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง
 3. เพื่อให้ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

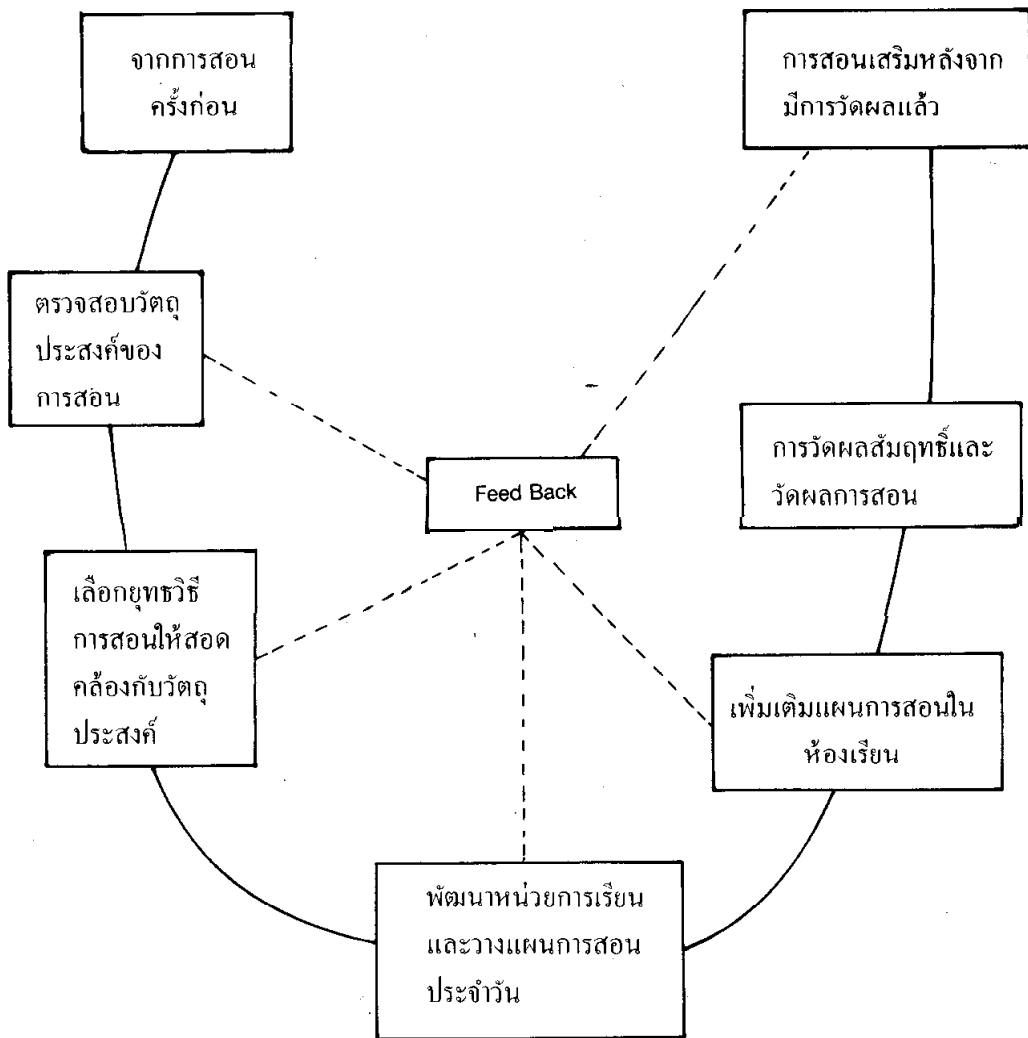
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (Learning to Teach Mathematics)

การสอนคณิตศาสตร์เป็นการท้าทาย เป็นการผจญภัยที่ตื่นเต้น มีทั้งอันตราย ชัยชนะ ความท้อแท้ใจและความพึงพอใจ สิ่งเหล่านี้เป็นผลมาจากเนื้อหาวิชา นักเรียนและสถานะต่างๆ ในห้องเรียน ความพึงพอใจที่แท้จริงของการสอนคณิตศาสตร์ มาจากความจริงที่ว่าเราสอนวิชาที่เราชอบและสนุกสนาน

สำหรับครูคณิตศาสตร์เราจะมีคามยินดีอย่างยิ่งถ้าได้ทำงานซึ่งตรงกับความสามารถ และมีโอกาสที่จะก้าวหน้า เราจะสนุกสนานกับการที่ได้มีโอกาสแนะนำการเรียนให้นักวิทยาศาสตร์และประชาชนของเราในอนาคต เราจะตื่นเต้นที่เราได้สอนวิชาที่น่าทึ่งอย่างคณิตศาสตร์ แต่ในขณะที่เดียวกันเราจะประหลาดใจเป็นอย่างยิ่งกับข้อจำกัดในการเรียนรู้อันจะร่วมมากับความเหนื่อยยากในชั้นเรียนเป็นประจำวัน

ขบวนการสอน (The Teaching Process)

การสอนคณิตศาสตร์มีความยุ่งยากมาก บางทีอาจจะยุ่งยากมากกว่าการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้ก็ขึ้นอยู่กับสาเหตุหลายประการด้วยกัน แต่อย่างไรก็ตาม flow chart ต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบหลาย ๆ อย่างที่เกี่ยวข้องกับการสอนให้เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ แนวทางนี้จะชี้ให้เห็นโครงร่างซึ่งจะได้อธิบายในรายละเอียดต่อไป



รูปที่ 9 flow chart ของขบวนการสอน

จากรูปที่แสดงให้เห็นนี้เป็นโปรแกรมการสอนต้องเกี่ยวข้องกับการสอนครั้งก่อน ๆ ด้วยขั้นแรกของการสอนครูต้องคำนึงถึงความรู้พื้นฐานจากครั้งที่ผ่านมา และต้องคำนึงถึงจุดมุ่งหมายทั่วไปของการศึกษา (คือการเตรียมประชากร การเตรียมความรู้เพื่อเรียนในระดับสูงขึ้นไป การยกระดับสังคมของเรา และการสร้างคนให้เป็นผู้มีคุณค่า) เพื่อจะได้พัฒนาจุดประสงค์เฉพาะใน course หรือในเนื้อเรื่องซึ่งได้แก่ ผู้เรียนต้องทำอะไร (ทักษะ) ต้องรู้อะไร (concept) และเกิดความรู้สึก (ทัศนคติ) อย่างไร

ขั้นต่อไปคือการหายุทธวิธีที่เหมาะสมซึ่งจะเป็นเครื่องมือในการสอนโดยเฉพาะที่ทำให้เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น จะใช้วิธีการอย่างไร และจะสอนแบบไหนจึงจะเหมาะสม

กับเนื้อหา สิ่งเหล่านี้จะต้องนำมาพิจารณาด้วย เพราะจะทำให้การสอนในห้องเรียนได้พัฒนาขึ้น
แผนการเหล่านี้เป็นเครื่องมือที่สำคัญในชั้นเรียน เพราะเรากำลังกระทำบางสิ่งบางอย่าง
กับชีวิต ครูและนักเรียนต้องทำงานไปตามแผนที่ได้วางไว้ ครูต้องพร้อมที่จะปรับปรุงในหลายๆ ด้าน
และต้องคอยดูแลเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่คาดคิดว่าจะเกิดขึ้น หรือสิ่งที่ล้มเหลวครูต้องแก้ไขไม่เฉพาะ
แต่การสอนแนวคิดเท่านั้น แม้แต่ถ้อยคำที่สนทนากับนักเรียนก็ควรปรับปรุงแก้ไขด้วย

และครูต้องประเมินผลงานว่าเนื้อหาที่สอนไปนั้นสอนได้เหมาะสมหรือไม่ ต้องใช้
วิธีสอนอย่างไรจึงจะประสบความสำเร็จ การประเมินผลไม่จำเป็นต้องใช้แต่เฉพาะแบบทดสอบ
เท่านั้น ต้องรวมถึงการตอบสนองต่อเนื้อหาวิชาด้วย การประเมินผลจะช่วยให้เรามองกลับไป
ทบทวนได้ว่าสิ่งต่างๆ ที่เราได้ปฏิบัติมานั้นสมบูรณ์เพียงใด เพื่อเตรียมการสอนครั้งต่อไปอีก

อะไรคือความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์แขนงอื่น ๆ ไม่เพียงแต่
เนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่วิธีการต่างๆ ยังไม่เหมือนกันด้วย วิธีการของวิทยาศาสตร์ทางฟิสิกส์ เคมี
และชีววิทยา ได้จากวิธีอุปมาน (Induction) หรือการทดลองวิธีการโดยอาศัยวิธีอุปมานเป็นวิธี
การหาเหตุผลจากกรณีเฉพาะมาพิสูจน์หลักทั่วไป เช่น นักฟิสิกส์ต้องการจะทราบความ
เหนียวของแท่งโลหะ เขาก็จะนำแท่งโลหะหลายๆ ชนิดมาทดลองและสังเกตพฤติกรรมโดย
ใช้แรงดึงระหว่างจุด 2 จุด แล้วเขาก็จะสรุปสิ่งที่เขาต้องการพิสูจน์จากการทดลองนั้น

สำหรับนักคณิตศาสตร์แล้วเขาไม่อาจยอมรับการสรุปให้เป็นลักษณะทั่วไปบนพื้นฐานของ
การสังเกตเพียงอย่างเดียว แต่ต้องพิสูจน์โดยอาศัยพื้นฐานทางตรรกวิทยาแบบอนุমান
(deduction) จากคุณสมบัตินี้เองทำให้เกิดลักษณะของระบบ และเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปว่า ข้อสรุป
ของเขานั้นเป็นจริง หรือเป็นสิ่งที่มีความน่าเชื่อถือ นอกจากนั้นแล้วเขายังมีความมั่นใจว่าวิธีอนุमान (deduction)
จะถูกต้องเสมอเมื่อเงื่อนไขเหมาะสมกับคุณสมบัติ โดยวิธีดังกล่าว คณิตศาสตร์จึงเป็นอิสระ
จากข้อจำกัดของวิธีอุปมาน (induction) และสามารถนำมาประยุกต์ใช้เป็นกรณีทั่วๆ ไปได้

ศิลป์ของการสอนคณิตศาสตร์ (The Art of Teaching Mathematics)

วิธีสร้างสรรค์ทางศิลป์อย่างหนึ่งก็คือ ต้องมีเทคนิคอันเป็นพื้นฐานเดิม เครื่องมือและ
ประสบการณ์ ศิลปินต้องรู้จักลักษณะหรือสภาพการณ์ที่เขาแสดงอยู่ในทำนองเดียวกัน การสอน
คณิตศาสตร์ก็ต้องการพื้นฐานทางเนื้อหาวิชาที่แม่นยำ เทคนิคในการเสนอแนวคิดและเครื่องมือ
ต่างๆ เท่าที่จะหาได้ ครูคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีเครื่องมือหลายชนิดในการประกอบอาชีพ
ของตนเอง เพื่อจะได้เลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหา ตัวครูและนักเรียนซึ่งจะทำให้เกิดความ
สนุกสนานหรือมีผลต่อการสอนมากที่สุด ดังนั้นผู้ที่เข้าใจศิลป์ต่างๆ ได้นั้น จะต้องมีการฝึกหัด
และมีประสบการณ์

หลายคนยอมรับว่าสิ่งแรกที่น่าไปสู่ความสำเร็จในการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ สามารถประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้ยังต้องมีประวัติข้อปลุกย้อยที่แสดงให้เห็นความจริง ถ้าเราสามารถทำให้นักเรียนเกิดความซาบซึ้ง ความอยากรู้อยากเห็นและความรักในวิชาคณิตศาสตร์ได้แล้ว ความสำเร็จต่าง ๆ ก็จะตามมาด้วย ครูคณิตศาสตร์ต้องชอบในเนื้อหาวิชานี้ด้วย ถ้าเราไม่สนุกสนานกับมัน ไม่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น ก็อย่าหวังเลยว่านักเรียนของเราจะมีความมั่นใจในตัวเรา หรือเกิดความตื่นเต้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับความสำเร็จของครูคณิตศาสตร์ แต่ก็ยังมีองค์ประกอบอื่น ๆ อีกด้วย

สิ่งจำเป็นอีกประการหนึ่งซึ่งมีความสำคัญเท่า ๆ กับประการแรกก็คือ ความเข้าใจและการยอมรับในตัวผู้เรียนเช่น ความสนใจ ความต้องการ ความลำบากใจ และความสามารถของเขา แนวทางที่ดีที่สุดสำหรับปลูกฝัง concept ทางคณิตศาสตร์ ต้องระลึกเสมอว่า มนุษย์นั้นมีความสลับซับซ้อน ละเอียดอ่อน และเข้าใจได้ยากกว่าคณิตศาสตร์

ทุกวันนี้เด็ก ๆ มีความเจริญก้าวหน้า เป็นอิสระและมีความรอบรู้ดีกว่าเมื่อก่อน เขาได้เห็นสิ่งต่าง ๆ มาก ทำสิ่งต่าง ๆ มาก และได้อ่านหนังสือมากกว่าวัยรุ่นสมัยก่อนเขาเมื่อ 1 ชั่วโมงที่ผ่านมา โลกของเขาข่มก้างขวาง การเสาะแสวงหาสิ่งต่าง ๆ ลึกซึ้งกว่า ความไม่สมหวังก็มีมากกว่า จึงเป็นเวลาที่เราควรฟังแนวคิดของเขาว่าเขาพูดอะไร เขาอาจมีบางอย่างที่มีคุณค่ามากในขณะที่พูด และเขาอาจจะพูดกับเราว่า

“ครูบอกว่าจะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร แต่พวกเราต้องการทราบว่าเราจะแก้ปัญหาตัวเองได้อย่างไร”

“ครูบอกว่าต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยเหตุด้วยผล แต่เราพบว่าครูแก้ปัญหาด้วยอารมณ์”

“ครูบอกว่าให้พวกเราเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานแต่เราไม่เคยเห็นครูศึกษาและเพลิดเพลินกับหนังสือคณิตศาสตร์”

“ครูถามปัญหาพวกเรแต่ครูไม่เคยให้เราตอบปัญหา”

“ครูบอกว่าเชิษคณิตมีความสำคัญ แต่คุณพ่อของผมไม่เคยใช้มันเลย ตั้งแต่ที่เรียนหนังสืออยู่ในโรงเรียน”

การสอนคณิตศาสตร์ที่จริงแล้วพาเด็งไปถึงความรู้และความสนุกสนานในวิชานี้ด้วย ครูคณิตศาสตร์ต้องจูงใจนักเรียน และต้องสื่อสารเกี่ยวกับความรู้ไปสู่พวกเขา ต้องแนะให้เขาได้ค้นพบแนวคิด ดังนั้นวิธีการและสื่อการสอนจะเป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้ในเนื้อหาวิชา

หลักจิตวิทยาและการปฏิบัติต่าง ๆ ในห้องเรียน การสอนให้เกิดความคิดสร้างสรรค์จำเป็นต้องใช้สื่อการสอนใหม่ ๆ พร้อมทั้งใช้กิจกรรมที่เสริมแนวความคิด ซึ่งสิ่งเหล่านี้บ่อยครั้งที่ถูกละเลยขณะที่สอนในห้องเรียน

คณิตศาสตร์ประกอบด้วยสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม และมีโครงสร้างทางตรรกวิทยาสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งมีวิธีการเรียนแก้ปัญหาอย่างเฉพาะเจาะจง ขั้นสุดท้ายอย่างหนึ่งพาดพิงถึงการเรียนทักษะง่าย ๆ ที่จริงการคำนวณขบวนการและการฝึกหัดเป็นสิ่งละเอียดและจุดสุดท้ายอีกประการหนึ่งก็คือ การวิเคราะห์ปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎีและประยุกต์เพื่อให้เป็นรูปทั่วไป โดยสร้างเป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สิ่งเหล่านี้ต้องการความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง ดังนั้นครูคณิตศาสตร์ต้องรู้ว่าจะสอน concept เมื่อไร และสอนอะไรเมื่อไร ทำไมนักเรียนจึงไม่อยากเรียน ทำอย่างไร concept ต่าง ๆ จึงจะมีความหมายสมบูรณ์ เมื่อไรจึงจะฝึกทักษะและฝึกอย่างไร เมื่อไรจึงจะจูงใจให้นักเรียนเกิดผลิตผลทางความคิด สิ่งเหล่านี้เป็นแนวทางที่เน้นให้เกิดการค้นพบ และการแก้ปัญหา ความรู้สึกละเลยจะเป็นปัญหาของการปรับตัวและการเปลี่ยนแปลงไปตามสภาวะในห้องเรียน ปัญหาต่าง ๆ นั้นจะต้องมีทักษะอย่างกว้างขวาง จึงจะแก้ไขได้ ไม่ใช่จะใช้วิธีสอนแบบ lecture ไปวันหนึ่ง ๆ เท่านั้น

การปฏิบัติคณิตศาสตร์ในโรงเรียนทำให้เนื้อหาของคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปด้วย การฝึกหัด การจัดชั้นเรียน และพื้นฐานของการเรียนรู้ต่าง ๆ ดังนั้นครูผู้สอนจำเป็นต้องมีพื้นฐานของวิชาแคลคูลัส ทฤษฎีจำนวน พีชคณิตเชิงเส้น non-Euclidean Geometry ทฤษฎีเซต ความน่าจะเป็น และสถิติซึ่งกว่านี้ต้องอ่านเรื่องราวเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ นั่นคือ ต้องสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ด้วยตัวเอง สามารถวัดและประเมินผลได้ ต้องปรับปรุงภาษาทางคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์และโครงสร้างของการเสนอแนวความคิดในชั้นเรียน ต้องเกิดความพอใจที่จะอ่านหนังสือคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ แนวคิด ซึ่งได้พบจากการอ่านหนังสือนี้ไปเสนอให้นักเรียนของตนเองเมื่อแนวคิดนั้นเหมาะสมกับนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องนี้ ศาสตราจารย์ Arnold Ross แห่ง Ohio State University ให้ข้อคิดเห็นว่าครูที่เริ่มสอนใหม่ ๆ นั้นจะสอนทุกอย่างที่เขารู้และมากกว่าที่เขารู้ด้วย ครูที่มีประสบการณ์จะสอนทุกอย่างที่เขารู้ แต่ครูที่เชี่ยวชาญจะเลือกว่านักเรียนเขาควรรู้อะไรและเลือกสื่อการเรียนที่เหมาะสมกับนักเรียน ครูที่มีความคิดสร้างสรรค์ต้องจูงใจนักเรียนและสื่อสารความรู้ต่าง ๆ กับผู้เรียน แนะนำให้นักเรียนค้นพบแนวความคิดขึ้นโดยใช้สื่อการสอนต่าง ๆ

เครื่องช่วยสอนที่เหมาะสมสำหรับครูคณิตศาสตร์ในปีหนึ่ง ๆ ต้องมีเป็นจำนวนมาก ปัจจุบันก็มีเช่น หนังสือแบบเรียนแบบโปรแกรม ห้องทดลองทางคณิตศาสตร์ เครื่องคำนวณ

หนังสืออ่านประกอบ chart ภาพยนตร์ filmstrips รูปทรงต่าง ๆ overhead projector เกมส์ การแสดงต่าง ๆ กระดานดำ ฯลฯ ครูคณิตศาสตร์ที่มีความคิดสร้างสรรค์จำเป็นต้องรู้ว่าสื่อการสอนชนิดใดที่เหมาะสมและจะใช้เมื่อไร ใช้อย่างไรสื่อการสอนเหล่านี้จึงจะช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์เกิดแนวคิดขึ้นได้

สิ่งทั้งหลายเหล่านี้ต้องปรับไปตามสภาพของห้องเรียนและสภาพของนักเรียน ครูต้องเลือกจุดมุ่งหมายของการสอนให้เหมาะสมกับแต่ละหน่วยการเรียน และวางแผนบทเรียนให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ครูต้องจงใจให้เกิดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยพัฒนาทัศนคติให้เป็นไปตามที่ปรารถนาและเกิดความซาบซึ้งในวิชานี้ โดยสอนให้นักเรียนรู้ว่าจะเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร อีสระได้อย่างไร ครูต้องแนะนำนักเรียนให้เกิดการค้นพบ concept ทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สร้างความเข้าใจ ความละเอียดละออ และสมรรถภาพของทักษะในการคำนวณ ครูต้องวัดและประเมินผลเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ของ concept ทักษะ การแก้ปัญหของนักเรียน นอกจากนี้ครูต้องแนะนำโปรแกรมต่าง ๆ ที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดกำลังใจ และวางแผนทำโปรแกรมสำหรับนักเรียนที่เรียนช้า วัดและประเมินผลกิจกรรมต่าง ๆ ที่จัดให้แก่ นักเรียน วัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนและวัดผลการสอนของครูด้วย

การวางแผนบทเรียน (Lesson Planning)

ความต้องการขั้นพื้นฐานสำหรับความสำเร็จในกิจกรรมต่าง ๆ ได้แก่ การวางแผนผู้ประสบความสำเร็จ เช่น นักกฎหมาย วิศวกร นักการเมือง พนักงานขาย ต้องใช้เวลาวางแผนเกี่ยวกับกิจกรรมของเขา และต้องทำให้สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ในทำนองเดียวกันความสำเร็จของครูคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีเวลาสำหรับการเตรียมวางแผนในบทเรียน หน่วยการเรียน และ course การสอนคณิตศาสตร์นี้แม้แต่ครูที่มีประสบการณ์ก็ยังต้องใช้เวลาวางแผนบทเรียนที่เขาเคยสอนมาแล้วหลายครั้ง การวางแผนบทเรียนนั้นหมายถึงเป้าหมายและเนื้อหาของหลักสูตรในปฏิบัติการของแผนนั้น

ครูที่มีประสบการณ์มาก ๆ อาจดูเหมือนว่าการตอบสนองในชั้นเรียนนั้นเป็นไปตามธรรมชาติ นั่นคือไม่มีการวางแผนแต่อย่างไรก็ตามเขาต้องวางแผนการสอนของเขาเสมอ อาจเป็นการวางแผนแบบเป็นวิธีการหรือไม่เป็นวิธีการก็ได้ บางทีเขาอาจเสนอเนื้อหาได้เป็นอย่างดีและด้วยความเชื่อมั่นโดยที่เขาไม่วัตถุประสงค์ต่าง ๆ อยู่แล้ว ซึ่งปฏิบัติการได้ตอบจะเป็นไปโดยอัตโนมัติทั้งสิ้น

การวางแผนหน่วยการเรียน Unit Planning

ครูเป็นจำนวนมากไม่มีการวางแผนหน่วยการเรียน ส่วนใหญ่ชอบวางแผนการสอน

แบบวันต่อวันมากกว่า และใช้หนังสือแบบเรียนเท่านั้น ซึ่งไม่เป็นการดีนักเพราะการวางแผนในแต่ละหน่วยการเรียนจะช่วยทำให้บทเรียนประจำวันได้รับการพิจารณากว้างขวางขึ้น และขณะเดียวกันก็มีเวลาวิเคราะห์เนื้อหาให้ลึกซึ้งต่อไปได้อีก ซึ่งจะช่วยให้อารมณ์ในการใช้สื่อการสอนเช่น ภาพยนตร์จะเป็นการเสริมความต้องการให้ผู้เรียนอยากเรียนได้สูงขึ้น หรืออย่างน้อยก็ใช้ในการเริ่มต้นบทเรียน ผู้ที่วางแผนในลักษณะวันต่อวันจะมีเวลาคิดถึงเรื่องเหล่านี้เข้าไป สิ่งต่อไปนี้เป็นบางสิ่งบางอย่างซึ่งควรได้รับการพิจารณาในการวางแผนหน่วยการเรียน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการทำงานในชั้นเรียน

ทำไมหน่วยการเรียนนี้จึงมีความสำคัญ? จุดประสงค์ของหน่วยการเรียนนี้คืออะไร? จะใช้วิธีสร้างความสนใจนักเรียนอย่างไร? concept และทักษะที่จะเกิดประโยชน์โดยตรงคืออะไร? ส่วนไหนคือกฎเกณฑ์สำหรับที่จะทำให้เกิดความก้าวหน้าในอนาคต?

อะไรคือความคิดหลักและความคิดทั่วไปของหน่วยการเรียนและกิจกรรมชนิดใดจึงจะส่งเสริมให้เกิดแนวความคิดนี้? อะไรคือสิ่งที่ควรเน้นมากที่สุด? เราจะแบ่งเวลาในชั้นเรียนอย่างไร? จะใช้เวลาทำความเข้าใจหน่วยการเรียนนี้มากน้อยแค่ไหน?

จะใช้กลยุทธ์ในการสอนอย่างไรจึงจะเหมาะสม? ครั้งนี้เป็นครั้งแรกที่นักเรียนได้เรียน concept นี้หรือไม่? นักเรียนจะปฏิบัติงานให้ผ่านไปได้อย่างไร? นักเรียนจะพัฒนาแนวคิดของเขาเองได้อย่างไร? จะใช้สื่อการสอนอะไรบ้างในการสอนหน่วยการเรียนนี้? อะไรคือทางเลือกอื่น ๆ ที่พอจะเป็นไปได้?

อะไรคือ concept ทักษะและประสบการณ์ที่จำเป็นสำหรับเป็นพื้นฐานของหน่วยการเรียนนี้? จะขยายเนื้อหาอย่างไรจึงจะเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน? จะแนะนำให้นักเรียนที่เรียนช้าได้ปฏิบัติอย่างไร? จะใช้เทคนิคการสอนอย่างไรเป็นพิเศษสำหรับเขา? จะทำอย่างไรกับนักเรียนคนอื่น ๆ เมื่อครูกำลังสนทนากับนักเรียนที่เรียนช้า? จะใช้หัวข้อเรื่องเสริมอย่างไรสำหรับนักเรียนทุกคน? และจะมีหัวข้อใดบ้างที่จะเสริมให้ผู้เรียนเก่งเป็นพิเศษ?

อะไรคือ เทคนิคการสอนที่เหมาะสมที่สุดสำหรับชั้นนี้? อะไรคือจุดที่จะต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ หรือใช้วิธีสอนที่แตกต่างออกไป? เมื่อก่อนเราใช้สื่อการสอนอย่างไร จะเปลี่ยนวิธีสอนหรือใช้เทคนิคใหม่ได้หรือไม่? บทเรียนใดที่เหมาะสมกับการสอนโดยใช้ห้องทดลอง

ในหน่วยการเรียนนี้ต้องการสื่อการสอนอะไรบ้าง? หนังสืออะไรบ้างที่จะช่วยนักเรียนได้ดี? ภาพยนตร์ เครื่องฉายภาพ หรือรูปแบบอะไรจึงจะเหมาะสม? เมื่อนักเรียนอยู่นอกห้องเรียนใครจะสามารถทำให้นักเรียนสนใจหรือปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนได้

เราจะใช้วิธีวัดและประเมินผลแบบใด? มีทางใดบ้างที่จะทำให้การวัดและประเมินผล

ในเนื้อหาที่สอน และชั้นเรียนที่เรียนได้เหมาะสมที่สุด ?

เราจะเตรียมงานชนิดบ้างให้นักเรียน ? งานที่ใช้เวลานาน ๆ เหมาะสมไหม ? นักเรียนสามารถเรียนเนื้อหาบางส่วนได้ด้วยตนเองหรือไม่ ?

คำถามเหล่านี้จะช่วยรวบรวมความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการสอน และช่วยให้ครูไม่ต้องฟังแบบเรียน

การวางแผนหน่วยการเรียนรู้ควรประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. วัตถุประสงค์
2. pretest สำหรับทดสอบทักษะและพื้นฐานเกี่ยวกับ concept ของนักเรียนและความรู้เบื้องต้นในแต่ละหัวข้อของหน่วยการเรียนรู้
3. เลือกกิจกรรมสำหรับการเรียนที่เป็นไปได้ ทั้งสิ่งที่จะใช้จริงและสิ่งที่มีไว้เพื่อเลือก
4. ขบวนการสอนและเทคนิคได้แก่การจูงใจและการแนะนำสำหรับเด็กที่มีความสามารถแตกต่างกัน
5. รายการของสื่อการสอนต่าง ๆ
6. การวางแผนบทเรียน ประกอบด้วยงานที่จะให้ทำและงานที่สำรองไว้สำหรับการสอนซ้ำ และการทบทวน
7. หัวข้อในการเขียนข้อสอบและขบวนการวัดผลอื่น ๆ

การวางแผนบทเรียนประจำวัน (The Daily Lesson Plan)

เมื่อมีหน่วยการเรียนรู้เป็นกรอบของบทเรียนประจำวัน ทำให้เราทราบได้ว่าเราจะก้าวไปทางไหน และต้องใช้เวลามากน้อยเพียงใดเพื่อไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น เราต้องแปรแผนงานทั่วไปเหล่านั้นให้เป็นกิจกรรมเฉพาะเป็นรายวัน แผนการเหล่านี้จะให้ความรู้ที่มั่นใจ และจะช่วยให้ครูมีประสิทธิภาพในการใช้เวลาซึ่งจะได้รับประโยชน์จากการใช้ห้องเรียนมาก

การวางแผนบทเรียนนั้นกว้างขวางมาก เช่น วางแผนไว้กว้าง ๆ วางแผนแบบละเอียดหรือบางคนอาจเขียนไว้เพียง 2-3 คำ ก็ได้ เช่นเดียวกับการพูดในที่สาธารณะผู้ฝึกพูดใหม่ ๆ จะวางแผนแบบละเอียด ครูที่มีประสบการณ์สูงก็เช่นเดียวกับนักพูดต้องมีการวางแผน แต่อย่างไรก็ตามการวางแผนของครูแต่ละคนย่อมแตกต่างกันไปเช่นเดียวกับการเรียนของนักเรียน

อย่างไรก็ดี ไม่มีมีการวางแผนบทเรียนบทไหนที่แน่ใจว่าจะประสบผลสำเร็จเสมอ แต่ก็ได้มองเห็นความสำคัญของบทเรียนบทนั้น ๆ แล้ว ซึ่งครูจะมีเวลามากพอและเป็นอิสระที่จะสำรวจคำถามของนักเรียน สิ่งหนึ่งที่ควรสนใจก็คือ การวางแผนกิจกรรมของนักเรียน พยายามคาดการณ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับการตอบสนองของผู้เรียนและทำให้เขารู้สึกสดชื่น ครูไม่ควรใช้ชีวิต

สอนเรื่องต่าง ๆ ตามแบบที่หนังสืออธิบายไว้

ต่อไปนี้การแนะนำการวางแผนบทเรียนบางอย่างไว้ก่อนที่ครูจะใช้เวลาพิจารณาของตัวเองปรับปรุงให้เหมาะสมกับห้องเรียน โดยปกติแล้วหัวข้อต่อไปนี้จะประกอบอยู่ในบทเรียนจุดประสงค์

–	เรากำลังพยายามจะทำอะไรในวันนี้
การจูงใจ	– เราจะเริ่มบทเรียนในชั้นเรียนนี้อย่างไร
เทคนิคและกิจกรรม	– จะใช้กลยุทธ์อย่างไรจึงจะเหมาะสมกับบทเรียนนี้
สื่อการสอน	– จะใช้อะไรเป็นสื่อการสอนจึงจะเหมาะกับเนื้อเรื่อง
งานที่มอบหมาย	– จะให้ทำงานอะไรและทำอย่างไร
การวัดและประเมินผล	– กิจกรรมใดบ้างที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดและกิจกรรมใดบ้างที่ไม่ประสบความสำเร็จ จะปรับปรุงในครั้งต่อไปอย่างไร

แม้ว่าจุดประสงค์จะดูเป็นทฤษฎีสำหรับบทเรียนประจำวันไปบ้างก็ตาม แต่ก็สามารถแนะนำสิ่งต่าง ๆ ในบทเรียนได้ การบอกวัตถุประสงค์ในการเรียนต่อนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ระลึกไว้เสมอ และใช้เป็นพื้นฐานในการวัดผล ครูผู้บอกจุดประสงค์ของบทเรียนให้นักเรียนทราบการทดสอบและการตอบสนองของนักเรียนจะเป็นไปในทางบวกและยังสามารถปรับปรุงสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนได้ด้วย

การเริ่มต้นและการจบชั่วโมงเรียน

เมื่อเราได้วางแผนบทเรียนก็จะทำให้เกิดความมั่นใจในการเริ่มบทเรียน 5 นาทีแรกเป็นช่วงที่สำคัญ เพราะว่าเป็นการตั้งเข็มสำหรับในคาบเวลานั้น การเริ่มต้นอย่างทันทีทันใด และเร่งรีบด้วยกิจกรรมนั้นทำให้นักเรียนหันมาสนใจทันที แต่นักเรียนอาจจะยังไม่พร้อม ควรเริ่มด้วยเรื่องที่ทำให้นักเรียนสดชื่น ปัญหาบ้านเมือง วิचारณ์เหตุการณ์ในวันนั้น หรือเรื่องราวของแต่ละคน เรื่องเล็ก ๆ น้อย ๆ หรือแนะนำเกี่ยวกับเรื่องที่ใช้ความคิดที่พอจะเป็นไปได้ ไม่ควรเริ่มต้นด้วยคำถามที่ว่า “มีปัญหาเกี่ยวกับงานที่ให้ทำไปหรือไม่?” และ 20 นาทีแรกของบทเรียนควรเป็นเวลาที่ทำให้นักเรียนในห้องได้สำรวจความคิดใหม่ๆ

บทเรียนของครูอาจจบลงอย่างห้วน ๆ แต่ไม่ได้หมายความว่าเสียงกระดิ่งหรือประโยคว่า “งานที่ต้องทำในวันพรุ่งนี้คือ.....” แต่บทเรียนอาจจบลงด้วยบทสรุป กล่าวอ้างเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว คำถามเพื่อให้นักเรียนได้สำรวจต่อไป ประโยชน์และชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ที่จะนำไปใช้ในวันหน้า ทั้งหมดนี้ควรทำก่อนหมดเวลา

การจูงใจ

ทุกบทเรียนจำเป็นต้องมีกิจกรรมบางอย่างเพื่อกระตุ้นการเรียนรู้และเรียกร้องความสนใจของนักเรียน และต้องมีหลายแบบหลายวิธี พยายามทำให้ผู้เรียนเกิดความประหลาดใจกับผลที่ได้ เช่น ถามปัญหา ความขบขัน และเปลี่ยนวิธีแนะนำ วิธีสอนต้องไม่เป็นวิธีการมากนัก หรือใช้วิธีสอนทางอ้อม เพื่อให้นักเรียนได้ตกลงใจว่าจะเรียนเรื่องต่างๆ เหล่านี้อย่างไร พยายามให้ความอิสระในการทำงาน เพื่อเขาจะได้เลือกระดับของความสำเร็จ ใช้วิธีโต้แย้งหรือสถานการณ์ของเกมส์ เป็นแนวทางใหม่ในการเรียนรู้ บางที่เขาสามารถรวบรวมหรือตั้งปัญหาขึ้นใหม่ซึ่งจะดีกว่าใช้ปัญหาในหนังสือเรียน ตั้งปัญหาและถามนักเรียนเพื่อรวบรวมเรื่องราวต่างๆ ที่ได้เรียนไป หรือสำรวจด้วยวิธีทดลอง

วิธีการ

ถ้าเป็นไปได้พยายามหาวิธีการที่ไม่ซ้ำกันในห้องเรียน เพื่อเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่กำหนดให้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับวัตถุประสงค์ วิธีที่ซ้ำกันมากและใช้ได้ทุก ๆ บทเรียนก็คือ “การมีส่วนร่วมของนักเรียน” ซึ่งต้องมีการตอบสนองและโต้ตอบ มีการอภิปรายบทเรียนในห้องเรียน มีการใช้ห้องทดลองหรือเรียนด้วยความอิสระ ดังนั้น การวางแผนบทเรียนจะต้องเน้นกิจกรรมของนักเรียนมากกว่ากิจกรรมของครู

ส่วนที่มีความสำคัญส่วนหนึ่งของบทเรียนก็คือ คำถาม และปัญหาที่ใช้เขียนคำถามต่างๆ ที่ครูคิดว่าจะใช้นำนักเรียนไปสู่การค้นพบรูปทั่วไป เลือกตัวอย่างที่ต้องการจะแสดงให้นักเรียนได้เห็นขบวนการหรือ concept ใช้ตัวอย่างที่แตกต่างกันดีกว่าจะใช้ตัวอย่างในหนังสือเพื่อว่านักเรียนจะได้ใช้ตัวอย่างในหนังสือเสริมกับตัวอย่างในขณะที่ครูสอนในชั้นเรียน ก่อนที่ครูจะเข้าชั้นเรียน ต้องลองแก้ปัญหตัวอย่างหรือพิสูจน์สิ่งที่จะแสดงให้นักเรียนดูเพื่อให้เกิดความแน่ใจและไม่อึดอัดในขณะที่ทำตัวอย่างหรือพิสูจน์ในชั้นเรียน อย่างไรก็ตาม ถ้าบังเอิญเกิดปัญหาดังกล่าวขึ้นต้องยอมรับและถามคำถามให้นักเรียนได้ทำร่วมไปกับครู เพื่อจะได้ฝึกหัดให้สมบูรณ์ขึ้น

เหตุการณ์สำคัญต่าง ๆ ในบทเรียนบางครั้งครูอาจไม่ได้วางแผนไว้ ครูที่ประสบความสำเร็จก็เหมือนกับบางคนที่สามารถตอบสนองออกมาเองโดยธรรมชาติ ต่อเหตุการณ์ในชั้นเรียน บางครั้งคำถามและการโต้ตอบของนักเรียนสามารถคาดการณ์ได้ล่วงหน้า อย่างไรก็ตาม ถ้าเราเปิดโอกาสให้นักเรียนและถ้านักเรียนรู้สึกอิสระที่จะถาม หรือถ้านักเรียนแสดงความสนใจในแนวคิดอย่างกว้างขวางต่อบทเรียนในแนวทางใหม่แล้ว ครูจำเป็นต้องตอบสนองแบบธรรมชาติ ครูสามารถเตรียมตอบสนองสิ่งเหล่านี้ด้วยความมั่นใจในการแนะนำเนื้อหา และควบคุมห้อง

เรียนบนพื้นฐานของความเชื่อมั่น ไม่ใช่จากการขู่บังคับ ครูต้องมีการเตรียมสำหรับเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ไม่อาจคาดคะเนได้ และถ้าครูเป็นผู้มีคุณธรรมจิตใต้สำนึกของครูก็จะตอบสนองสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ได้โดยตรง และทันที ครูจะยังมีหลักยึดและสามารถคิดด้วยตนเอง ให้ความสนใจอย่างสูงต่อนักเรียนและกิจกรรมร่วมกันด้วย

๕ ส่อการสอน

เนื่องจากมีปัจจัยในการช่วยสอนหลายชนิด จึงต้องเลือกใช้อย่างระมัดระวัง และต้องมีไว้สำหรับแต่ละบทเรียนโดยเฉพาะ เลือกซื้อหรือเตรียมอุปกรณ์ต่าง ๆ ด้วยตัวครูเอง มอบหมายงานที่สมควรให้นักเรียนเพื่อนักเรียนจะได้คิดว่า เราได้เตรียมปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้สำหรับเขา

หาวิธีที่จะแสดงหรือทำเนื้อหาต่าง ๆ ให้เป็นลักษณะรูปธรรม พยายามหาทางให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น หรือประโยชน์ต่าง ๆ ก่อนที่จะให้ทำแบบฝึกหัด ในขณะเดียวกันต้องมีรายการของวัสดุที่จำเป็นสำหรับบทเรียน และเก็บสะสมไว้เมื่อจำเป็นก็สามารถหยิบมาใช้ได้

การถามคำถาม

การถามคำถามในการเรียนมี 2 ทางด้วยกันคือ ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อเร้าให้เกิดความคิด นักเรียนถามคำถามเพื่อให้ได้คำตอบมาสนองความคิดของเขา คำถามทั้งสองลักษณะนี้มีบทบาทสำคัญในห้องเรียนคณิตศาสตร์ แต่อันหลังดูเหมือนจะมีความสำคัญกว่า เพราะถ้ามีสิ่งนี้เกิดขึ้นจะทำให้นักเรียนรู้สึกรู้สือสระในการถามคำถาม โดยปราศจากความกลัวที่จะอาย หรือถูกทำโทษ เขาจะไม่ถูกเยาะเย้ยว่าถามคำถามโง่ ๆ ทำให้บรรยากาศเป็นกันเอง ครูต้องฟังคำถามที่นักเรียนตั้งขึ้น ถึงแม้จะไม่มีสาระแต่ต้องเป็นสิ่งสำคัญสำหรับครู และต้องให้ข้อมูลต่าง ๆ ที่ใช้ตอบคำถามนั้นได้ แต่ก็ไม่ได้หมายความว่าครูต้องให้คำตอบที่สมบูรณ์ทุก ๆ คำถาม บางทีครูอาจถามคำถามซึ่งสามารถอธิบายคำถามนั้นได้ บางทีครูอาจจะไม่ตอบคำถามเลยทีเดียว จนกว่าจะเกิดแนวคิดซึ่งถูกทำให้เกิดขึ้นก่อน บางทีครูอาจตกลงให้คำตอบเมื่อได้อภิปรายกับนักเรียนแล้ว

ในขณะเดียวกันนักเรียนก็อาจกระทำผิดได้ แต่บางครั้งเราสามารถเรียนสิ่งต่าง ๆ จากความผิด ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นว่าการทำผิดของเขานั้นช่วยให้ครูทราบว่าจะต้องสอนอะไรให้กับพวกเขาอีก และครูจะใช้ข้อผิดพลาดเหล่านั้นหาสาเหตุของมันและรวบรวมสาเหตุไว้ จนทำให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดคำนวณได้ดีขึ้นจากข้อผิดพลาดเหล่านี้

งานที่มอบหมายให้ทำ

โดยปกติแล้ว ครูคณิตศาสตร์จะกำหนดงานประจำวันให้นักเรียนได้ทำเสมอๆ แต่จะหาครูที่ประสบความสำเร็จในการวางแผนงานที่กำหนดให้นักเรียนทำได้ยาก เราเชื่อว่าการบ้านนั้นมีความสำคัญแต่มีหลักฐานเพียงเล็กน้อยเท่านั้น กล่าวคือ การทำการบ้านมีอิทธิพลต่อผลสำเร็จของการเรียนต่ำ เพราะนักเรียนบางครั้งใช้เวลาทำแบบฝึกหัดเพียงเล็กน้อย และใช้ความคิดเพียงนิดหน่อยเท่านั้น ดังนั้นการเรียนก็จะเกิดขึ้นเพียงนิดหน่อยและในขณะเดียวกันความรู้ที่ติดต่อด้านของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็จะเพิ่มขึ้นๆ

งานที่กำหนดให้ทำอาจช่วยทำให้เกิดการเรียนที่ดีขึ้น ถ้าเรามีการวางแผนอย่างรอบคอบ สิ่งแรกที่ต้องพิจารณาคือความแตกต่างของงานที่กำหนดให้เพื่อให้เหมาะสมกับความต้องการนักเรียนที่เรียนอ่อนต้องการสร้างความคิดพื้นฐานมากกว่าที่จะทำแล้วเกิดความผิดพลาดขึ้นในการคิดคำนวณ นักเรียนที่เรียนดีต้องการสำรวจปัญหาต่างๆ อย่างกว้างขวางเป็นที่สนใจและท้าทายกับความสามารถของเขา ในบางโอกาสนักเรียนทุกคนต้องการทราบว่าทำไมเขาจึงต้องทำงานที่กำหนดให้ จะทำอย่างไร และจะได้รับความช่วยเหลืออย่างไรถ้าเขาเกิดความลำบากใจในการทำงานนั้นๆ

การวัดและประเมินผล

หลังจากการสอนแล้วควรใช้เวลาช่วงหนึ่งเพื่อจะดูผลสะท้อนของการสอนนั้นว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลว สิ่งหนึ่งที่ได้เปรียบเมื่อเรามีการวางแผนไว้ก่อนก็คือ เราสามารถหากิจกรรมอย่างน้อย 1 อย่างสำหรับการสอนนั้น และเตรียมความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับแนวทางที่เราจะสอนให้แตกต่างกันออกไป ถ้าการสอนนั้นไม่ประสบผลสำเร็จต้องปรึกษากับผู้ร่วมงาน ถ้าบทเรียนที่ให้ให้นักเรียนๆ นั้นยากควรทำบันทึกไว้ในบทเรียน และเก็บไว้เป็นเอกสารสำหรับปีต่อไป ซึ่งครูสามารถใช้ประโยชน์จากความสำเร็จและความล้มเหลวได้เช่นกัน

เมื่อครูวางแผนบทเรียนควรพยายามใช้ความคิดสร้างสรรค์ใช้ format ใหม่ๆ ลำดับเรื่องต่างๆ และกำหนดกิจกรรม เช่นการพิจารณาให้ทำการทดลองของบทเรียนทั้งหมด ควรมีการแนะนำการใช้อุปกรณ์ แต่อย่างไรก็ดี format ที่ใช้ต้องแน่ใจว่าได้รวมผู้เรียนทั้งหมดเพื่อที่จะนำไปสู่จุดประสงค์ ดังนั้นการวางแผนบทเรียนของครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้รับประโยชน์และนำนักเรียนได้ดีกว่าจะเป็นเรื่องพื้นๆ หรือทำให้นักเรียนต่อต้าน

แบบต่างๆ ของบทเรียนคณิตศาสตร์

โดยปกติแล้วการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนนั้นมีแต่ความแห้งแล้ง ไม่จับใจ การปฏิบัติจะเป็นไปดังนี้ เริ่มแรกคือ อธิบายการบ้าน ต่อไปครูจะสาธิตให้เห็นขบวนการใหม่ ๆ หรือทฤษฎี

ใหม่ ต่อไปก็กำหนดงานในแบบฝึกหัดให้ทำ แล้วปล่อยนักเรียน ขบวนการดังกล่าวนี้ทำให้เกิดความตื่นเต้นในเนื้อหาเพียงเล็กน้อย เครื่องช่วยสอนแปลก ๆ จะเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีขบวนการที่น่าสนใจและการให้สิ่งตอบแทนอีกเป็นจำนวนมาก ได้แก่ชนิดของบทเรียนซึ่งจะอธิบายโดยย่อต่อไปนี้

บทเรียนแบบทดลอง ในบทเรียนแบบนี้นักเรียนจะต้องลงมือวัด (โดยใช้เครื่องมือวัดแบบต่าง ๆ เช่นไม้บรรทัด และวงเวียน) เล่นเกม ใช้เครื่องคำนวณ ทำโปรแกรมเครื่องคำนวณ รวบรวมข้อมูลโดยการทดลอง หรือโดยการสำรวจให้มีการวาดภาพและทำ model ให้คิดคำนวณให้ทดลองปฏิบัติ เช่น ทดลองหาความน่าจะเป็นจากอุปกรณ์ สิ่งเหล่านี้สามารถทำให้บทเรียนได้ใช้การค้นพบเป็นหลักและครูผู้ใช้สิ่งเหล่านี้ก็จะกระตือรือร้นในการอยากรู้อยากเห็นเกี่ยวกับผลที่ได้รับเป็นอย่างมาก

การสอนโดยใช้โสตทัศนศึกษา เครื่องฉายภาพ overhead เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่สามารถใช้ได้หลายอย่าง ซึ่งครูคณิตศาสตร์สามารถสั่งซื้ออุปกรณ์ต่าง ๆ ที่มีขายอยู่ทั่วไป และมีคุณภาพดีเท่า ๆ กับที่เราจะทำได้ นอกจากนี้ภาพยนตร์ใหม่ ๆ เช่น เรื่องเซต infinity เรื่องพีธากอรัส เทปบันทึกเสียง ภาพยนตร์ สำหรับใช้สอนเป็นรายบุคคล แม้กระทั่งการใช้ซอคล้องก็ยังสามารถทำให้การสอนสนุกสนานขึ้นได้

เกมซึ่งมีขายตามร้านอุปกรณ์การเรียนทั่วไป หรืออาจเตรียมขึ้นมาในห้องเรียนโดยตัวนักเรียนเองก็ได้ จะทำให้การเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่น่าสนใจ และเป็นการเรียนที่สนุกสนาน

การอภิปรายของนักเรียนในชั้น การสาธิตของนักเรียน การรายงานตามหัวข้อที่ได้เตรียมมาอย่างดีแล้ว หรืออาจใช้วิธีการดังกล่าวในชั้นเรียนปกติก็จะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ได้ดีเท่า ๆ กันทั้งชั้น

บทเรียนที่ทำให้เกิดการค้นพบ ครูสามารถทำให้นักเรียนค้นพบได้โดยใช้คำถามที่ดีตั้งปัญหา แนะนำการทดลองหรือสืบสวน ขบวนการ คุณสมบัติ และข้อตกลงต่าง ๆ ต้องพัฒนาให้ดีเสียก่อนที่จะนำมาใช้

การสอนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แม้ว่าปัจจัยต่าง ๆ จะไม่ช่วยให้การสอนคณิตศาสตร์สมบูรณ์เท่ากับการสอนให้อ่าน แต่ก็เป็นการเหมาะสมที่จะแบ่งกลุ่มการเรียนคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับกลุ่มการอ่าน บางครั้งนักเรียนที่เรียนเก่งสามารถเป็นผู้นำกลุ่มเล็ก ๆ นั้นได้ ถ้าเป็นเช่นนั้นเขาจะได้เรียนทั้งวิชาคณิตศาสตร์ การติดต่อสื่อสารและเขาจะมีประสบการณ์เกี่ยวกับบทบาทของผู้นำ

มีเรื่องแปลกๆ และน่าตื่นเต้นเป็นจำนวนมาก สำหรับความคิดที่จะนำมาอภิปรายในวิชาคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่เรื่องราวที่อยู่ในหนังสือเรียน เช่นหัวข้อเกี่ยวกับประวัติของคณิตศาสตร์ การประยุกต์ใช้ การเดินทางในอวกาศ ทฤษฎีเกี่ยวกับเกมต่างๆ เราต้องเสนอแนวคิดต่างๆ เหล่านี้ไปใส่ไว้ในส่วนใดส่วนหนึ่งของการสอนก็ได้

บทเรียนที่ใช้เป็นการสื่อสาร บทเรียนชนิดนี้เป็นบทเรียนพิเศษเกี่ยวกับการสื่อสารและการเรียนวิธีเรียนคณิตศาสตร์โดยการฟัง การอ่าน การเขียน การพูด ที่ถูกต้องสำหรับเรื่องความคิดในคณิตศาสตร์

การสอนเป็นรายบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีความคิดอิสระเป็นของตัวเอง การสอนโดยใช้สื่อการสอน เช่นใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เทปบันทึกเสียง หรือ sheet ต่างๆ เป็นสิ่งที่ช่วยอย่างมาก การใช้ห้องทดลอง หรือห้องประชุม รวมทั้งวิธีดังกล่าวจะทำให้ได้ผลดีขึ้น

บทเรียนที่ทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ เขียนปัญหาเบื้องต้น แก้ปัญหาพิสูจน์ทฤษฎี ใช้ภาษาที่เหมาะสมในการสื่อสารและการค้นพบ กำหนดแบบขั้นต้น สิ่งเหล่านี้คือ ประสบการณ์เบื้องต้นที่จะทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ การสาธิต การพิสูจน์ การจัดนิทรรศการ แต่งโครงทำการวิจัย ให้โอกาสในการเริ่มต้น พัฒนาระบบตัวเลขใหม่ๆ สร้าง model เบื้องต้น หรือค้นหาแนวความคิดใหม่ๆ การประยุกต์ใหม่ๆ ทั้งหมดนี้คืองานคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง

การใช้เครื่องคำนวณ แม้ว่าเครื่องคำนวณยังไม่ได้ใช้กันแพร่หลายในโรงเรียนปัจจุบัน แต่ในอนาคตอันใกล้จะต้องมีมาเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ในหลายๆ ด้าน เพราะสามารถจะใช้เป็นเครื่องช่วยสอนความคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นสื่อการสอนเป็นรายบุคคลด้วย

บทเรียนที่ใช้เรียนนอกห้องเรียน เป็นความจำเป็นที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์หลายๆ อย่างนอกเหนือจากในหนังสือ และนอกห้องเรียน พื้นที่ของโรงเรียนใช้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการวัด สวนสาธารณะ สนาม เป็นตัวอย่างของคณิตศาสตร์ในธรรมชาติ ถนนและร้านค้าเต็มไปด้วยผลิตภัณฑ์ที่สามารถสำรวจและแก้ปัญหา บทเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารในพื้นที่ต่างๆ เป็นทางหนึ่งที่จะเพิ่มเติมการเรียนคณิตศาสตร์ได้

บทเรียนที่เรียนเป็นกลุ่ม บทเรียนที่เรียนเป็นกลุ่มนี้ในหนึ่งกลุ่มจะมีกลุ่มกิจกรรมหลายกลุ่ม กลุ่มกิจกรรมเหล่านี้อาจประกอบไปด้วยกิจกรรมที่ให้ความบันเทิง เช่น เกมสหรือปริศนากิจกรรมในการฝึกหัด เช่น worksheet สั้นๆ หรือแบบฝึกหัดปากเปล่า การอภิปรายซึ่งทำให้เกิดการค้นพบ กิจกรรมทำให้เกิดการค้นพบ กิจกรรมในห้องทดลองหรือภาพยนตร์ เป็นต้น

บทเรียนแบบต่างๆ ทั้งหมดนี้ครูสามารถนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับเนื้อหาวิชาและสภาพของห้องเรียนนั้นๆ

ตัวอย่างการวางแผนบทเรียน

การวางแผนบทเรียนอาจมีรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเหมาะสม และอาจมีรายละเอียดมาก โดยปกติแล้วจะถูกจัดให้เป็นลำดับสำหรับกิจกรรมที่จะใช้ สำหรับผู้เริ่มใหม่ ๆ ตารางบอกเวลาจะช่วยให้ได้มาก ในบางเหตุการณ์การวางแผนจะต้องยืดหยุ่นเพื่อให้นักเรียนได้ตอบสนอง แม้ว่าครูจะทราบว่าแผนที่วางไว้นั้นดี แต่ก็ไม่จำเป็นต้องอ้างถึงตลอดทั้งบทเรียน เช่น

บทเรียน : จำนวนเต็ม (คณิตศาสตร์ในระดับ ม.2)

จุดประสงค์

- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มในชีวิตจริงได้
- นักเรียนจะเริ่มพัฒนาวิธีการลบได้

สื่อการสอนที่จำเป็น

- วาดรูปสเกลของเทอร์โมมิเตอร์บนกระดาน
- เส้นจำนวน เครื่องฉายภาพ overhead, ภาพโป๊วแสง
- worksheet อุณหภูมิ วันที่ และสเกลของจำนวนเต็ม
- ลูกเต๋าสีแดงและสีขาว

กิจกรรม

- รายงาน (จากงานที่กำหนดให้) เกี่ยวกับอุณหภูมิต่ำสุดและสูงสุดของเมืองต่าง ๆ
- คำถามที่สำคัญ
 1. อะไรคือความแตกต่างของอุณหภูมิสองจุดนี้
 2. คุณสามารถแนะนำการแสดงสิ่งเหล่านี้ได้ไหม?
 - เริ่มจากต่ำสุดไปสูงสุด
 - เริ่มจากสูงสุดไปต่ำสุด
 3. เขียนปัญหาจากคำถาม 2 ข้อนี้นี้เป็นแบบฝึกหัดการลบบนกระดานซึ่งมี 2 แบบและอภิปราย

$$\begin{array}{r} +134 \\ - \quad 82 \\ \hline -82 \\ - +134 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +134 - (-82) \\ -82 - (134) \end{array}$$

4. อภิปรายว่าทำไมและเปรียบเทียบกับกรลบจำนวนธรรมชาติ

8

จาก 5 ถึง 8

-5

5. แจก worksheet

- กำหนดงานอื่น ๆ จากคำถาม 1 – 8
- หมายเหตุ : ต้องการให้เด็กกำหนดจุดบนเส้นจำนวน เขียนลูกศรแสดงการลบ จากจุดเริ่มต้นถึงจุดจบ และจากการอภิปรายในกิจกรรมที่ 4 เพื่อหาความแตกต่าง ให้เขาหาว่า $+12 - +5$, $0 - 5$, $-7 - -2$ และอื่น ๆ

6. อภิปรายคำตอบที่ได้ร่วมกัน

7. เกมลูกเต๋าสำหรับการลบ

- สาธิตการเล่นหลาย ๆ แบบ
- ผู้เข้าร่วมในกิจกรรมที่ 5 เล่นเกมสัปดาห์ที่เวลาจะอำนวย
- หมายเหตุ : เกมสัปดาห์ที่เล่นนี้กำหนดลูกเต๋าสีแดงเป็นลบ และสีขาวเป็นบวก เส้นจำนวนซึ่งเป็นจำนวนตั้งแต่ -20 ถึง $+20$ มีผู้จัดบันทึกเริ่มจากศูนย์ผู้เล่นจะอยู่คนละฝ่ายคือ ฝ่ายลบและฝ่ายบวกแล้วให้ผู้เล่นทอดลูกเต๋หาผลต่างของจำนวนที่ได้จากทั้งสองฝ่าย แล้วนำไปเขียนไว้บนเส้นจำนวนนำจำนวนแต่ละครั้งมารวมกัน ฝ่ายไหนถึง $+20$ หรือ -20 ก่อนเป็น ฝ่ายชนะ

งานที่กำหนดให้ :

แจก worksheet ที่กำหนดให้ หมายเหตุ : ใน worksheet นี้จะช่วยนำนักเรียนไปสู่การค้นพบวิธีที่สั้นสำหรับการลบจำนวนเต็มในบทเรียนต่อไป

บทเรียน : อัตราส่วน

จุดประสงค์ :

- เมื่อกำหนดจำนวนสองจำนวนให้นักเรียนสามารถเขียนเป็นอัตราส่วนได้
- เมื่อกำหนดอัตราส่วนสองอัตราส่วนให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบโดยเขียนอัตราส่วนเป็นทศนิยมได้

ทบทวน :

- เขียน flow chart บนกระดานเพื่อแสดงให้เห็นว่าเศษส่วนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้
- ยกตัวอย่างพร้อมแสดงให้นักเรียนดู

ความรู้เบื้องต้น :

- นี่คือการอธิบายของรถยนต์ ซึ่งบอกอัตราส่วนของเกียร์ คือ 3.5 - 1
- หมายความว่าอย่างไร
- มีตัวอย่างอื่น ๆ อะไรอีกบ้างเกี่ยวกับอัตราส่วนของเกียร์ (รถจักรยาน, นาฬิกา)

กิจกรรม :

- ใช้เฟืองสองเฟืองมาต่อกันแล้วหมุนให้ดูว่าอะไรจะเกิดขึ้น เปรียบเทียบการหมุน
นับจำนวนฟันเฟืองแต่ละอัน เขียนอัตราส่วนของเกียร์นั้น
- แสดงให้เห็นอัตราส่วนของทีมต่าง ๆ ในหน้าหนังสือพิมพ์เกี่ยวกับกีฬา
- แสดงความจำเป็นที่ต้องมีการเปรียบเทียบขั้นพื้นฐาน นำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน
ของการกีฬาไปสู่วิธีการของทศนิยม

งานที่กำหนดให้ :

- งานจากแบบฝึกหัดในหน้า 116 เป็นสิ่งจำเป็นในการที่เปลี่ยนอัตราส่วนให้เป็น
ทศนิยม
- หรือหาอัตราส่วนของเกียร์จักรยาน โดยให้หาว่าการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน
ทำให้การเคลื่อนไหวที่แตกต่างกันอย่างไร

มุมพักสอน :

- เล่นบาสเกตบอลโดยบันทึกว่าในระยะทางที่กำหนดให้ นั้น เราสามารถยิงประตูได้กี่
ลูกเสียกี่ลูก เปรียบเทียบโดยใช้อัตราส่วนดังนี้

จำนวนครั้งที่ยิงประตูได้

จำนวนครั้งที่ยิงทั้งหมด

บทเรียน : สีเหลี่ยมด้านขนาน

จุดประสงค์ :

- เมื่อกำหนดสีเหลี่ยมด้านขนานมาให้ นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติได้

การทบทวน :

- นิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า
- มุม ด้าน และเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า
- ชนิดของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า : รูปทั่วไป, สี่เหลี่ยมผืนผ้า, สี่เหลี่ยมจตุรัส, สี่-
เหลี่ยมด้านขนาน

สื่อการสอน : ความเปลี่ยนแปลงของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

บทนำ :

- เรียกชื่อรูปลักษณะต่าง ๆ กันที่เกี่ยวข้องกับสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- นักเรียนจะทราบอะไรจากการที่มีเส้นตรงมาตัดเส้นขนาน ? และจะทราบความสัมพันธ์ของมุมอะไรบ้าง ?

กิจกรรมในการเรียน :

- วัดมุมและด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยทั่วไป
- เปรียบเทียบการวัดได้อย่างไรบ้าง ?
- นักเรียนสามารถทราบลักษณะพื้นฐานทั่วไปจากการวัดนี้ว่ามีอะไรบ้าง (แสดงความสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า)

งานที่กำหนดให้ :

- พิสูจน์ทฤษฎีบท : เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นจะแบ่งสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

การทดลอง :

- เขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าที่มีลักษณะแตกต่างกันหลาย ๆ รูป ลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดกึ่งกลางของด้านซึ่งติดกัน เปรียบเทียบจากการวัดเส้นเหล่านี้ รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าชนิดไหนที่ทำให้เกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน พิสูจน์ว่าการสรุปลักษณะทั่วไปของนักเรียนนั้นถูกต้อง