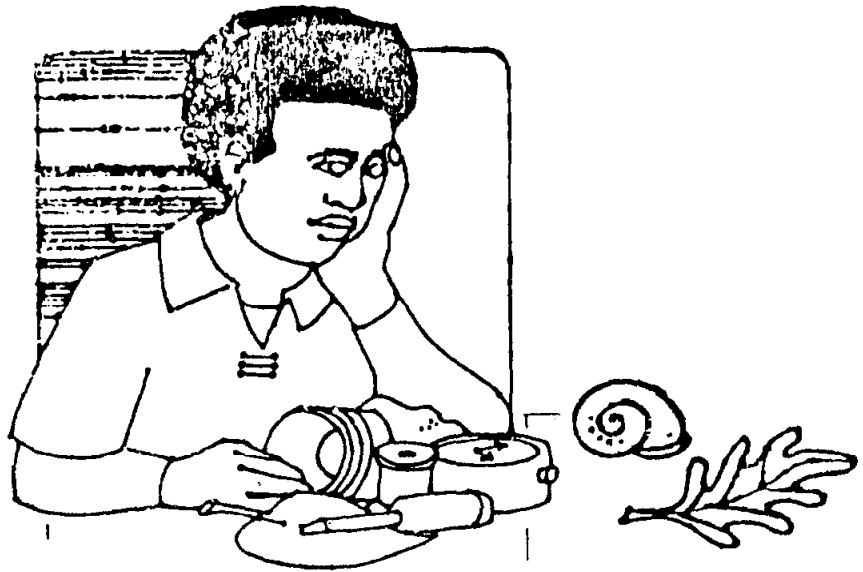


“When I examined myself and my methods of thought, I came to the conclusion that the gift of fantasy has meant more to me than my talent for absorbing positive knowledge.”

—Albert Einstein—

Foreword

- Is fantasy the same as creativity?
- Do all people possess creative potential?
- Can creative thinking be taught?



บทที่ 1

คณิตศาสตร์ศึกษา (Mathematical Education)

1. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ (The Nature of Mathematics)

บรรดาศาสตร์ทั้งหลายที่มนุษย์ได้ค้นคิดขึ้นมา นั้น คณิตศาสตร์นับว่าเป็นศาสตร์ที่สำคัญแขนงหนึ่ง เพราะนอกจากจะเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบ ๆ ตัวเราแล้ว ยังเป็นเครื่องมือในการแสดงออกซึ่งความคิดอันเป็นระเบียบ ก่อให้เกิดพฤติกรรมที่มีเหตุผล (reasonable behavior) เนื่องจากคณิตศาสตร์มีหลักเกณฑ์ที่แน่นอน มีวิธีการที่เป็นระเบียบจนเป็นที่ยอมรับกันทั่วไป ดังนั้นไม่ว่ายุคใดสมัยใดวิชาคณิตศาสตร์จะถูกบรรจุไว้ในหลักสูตรตั้งแต่ชั้นต้น ๆ จนถึงระดับวิทยาลัยและมหาวิทยาลัย ความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์จะชัดเจนยิ่งขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ศึกษาและเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชานี้

1.1 คณิตศาสตร์เป็นภาษา (Mathematics as a language) คณิตศาสตร์เป็นภาษา ๆ หนึ่ง แต่ลักษณะของภาษาย่อมแตกต่างกันไป เช่น ภาษาของดนตรีก็จะอยู่ในรูปของจังหวะและเสียงสูง ๆ ต่ำ ๆ อันเป็นสื่อทำให้เกิดความรู้สึก ภาษาทางด้านศิลปะก็จะอยู่ในรูปของแบบฟอร์ม และสี ซึ่งทำให้เกิดความคิดความรู้สึกต่าง ๆ ภาษาของคณิตศาสตร์นั้นจะอยู่ใน

รูปของระเบียบวิธีของปริมาณ ขนาด และความสัมพันธ์ของปริมาณนั้นๆ ลองพิจารณาประโยคต่อไปนี้

ทำไมคุณไม่ตอบผมล่ะ ?

Can I take your silence as yes ?

$$4 + 3 = 1 ?$$

จะเห็นว่าภาษาของคณิตศาสตร์ก็สื่อความหมายเช่นเดียวกับภาษาอื่น ๆ แต่แปลกกว่าตรงที่ว่าเป็นภาษาที่ไม่มีคำรวมอยู่ด้วยเลย แต่ในเรื่องของความหมายนั้นชัดเจนทีเดียว คำๆ หนึ่ง ในภาษาอื่น ๆ อาจมีความหมายได้หลายอย่างถ้าใช้ต่างวาระ ต่างสถานที่กัน แต่สิ่งเหล่านี้จะไม่ปรากฏในภาษาคณิตศาสตร์ และสิ่งที่เด่นที่สุดในภาษาคณิตศาสตร์ก็คือไม่ใช่คำฟุ่มเฟือย

1.2 คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ (Mathematics as a tool) วิชาคณิตศาสตร์นั้นเกี่ยวข้องกับกรนับ จำนวน และการกระทำ (operation) ระหว่างจำนวนเหล่านั้น ห้างสรรพสินค้า โรงงานต่างจำเป็นต้องมีตารางสถิติการจำหน่าย การคาดคะเนการผลิต การคิดหากำไรหรือขาดทุน สิ่งเหล่านี้ต้องใช้ปฏิบัติการอย่างง่าย ๆ ทางคณิตศาสตร์ การวัด การนับ การชั่งน้ำหนัก ซึ่งเป็นธรรมชาติของคณิตศาสตร์เบื้องต้น นอกจากนี้ยังมีการเปรียบเทียบจำนวนการใช้เศษส่วน สัดส่วนและเปอร์เซ็นต์ เทคนิคของการนับ การวัดและการคำนวณนั้นมีคู่กันมากับการค้า และธุรกิจเมื่อหลายศตวรรษมาแล้ว ปัจจุบันนี้คณิตศาสตร์ยังแทรกซึมเข้าไปช่วยเหลือวิชาอื่น ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาวิทยาศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา วิทยาศาสตร์ทางคอมพิวเตอร์ (Computer Science) จะขาดความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้เลย จนมีนักคณิตศาสตร์ท่านหนึ่งคือ C.F. Gauss กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีแห่งวิทยาศาสตร์” ไม่เพียงแต่วิทยาศาสตร์เท่านั้นที่อาศัยคณิตศาสตร์ สาขาวิชาอื่น ๆ ก็จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ไปช่วย เช่น เศรษฐศาสตร์ บริหารธุรกิจ การศึกษา และประชากรศาสตร์ เป็นต้น

1.3 คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์เกี่ยวกับนามธรรม (Mathematics as an Abstract Science) ภาษาต่าง ๆ จะถูกสร้างขึ้นโดยสัญลักษณ์ เช่น ภาษาอังกฤษก็จะมี a,b,c, ภาษาไทยก็มี สัญลักษณ์ ก, ข, ค, ในตัวหนึ่ง ๆ ของสัญลักษณ์เหล่านี้ไม่ได้มีความหมายอะไรเลยเราอาจเขียน P แทน b ก็ได้ แต่ที่เรานำตัวอักษรต่าง ๆ มารวมกันก็เป็นข้อตกลงว่าเราจะใช้แทนความคิด ความมุ่งหมายและการกระทำต่าง ๆ ดังนั้นจึงต้องรักษาข้อตกลงนี้อย่างเคร่งครัด ลักษณะเหล่านี้ก็คือกฎเกณฑ์ของหลักภาษาที่รวมเอากฎเกณฑ์ต่าง ๆ ขึ้นเป็นรูปแบบที่เรายอมรับกัน นิยามของคณิตศาสตร์ก็เช่นกัน เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์หรือพจน์ (term) หรือ การกระทำ (operation) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์เกี่ยวกับนามธรรม (abstract

science) นั้นหมายความว่า เป็นการรวมเอาสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ไม่มีความหมายเข้าด้วยกัน ซึ่งมีส่วนเกี่ยวข้องกับอันจะทำให้กิจกรรมของมนุษย์มีค่าขึ้น ในที่นี้จะหมายถึงเฉพาะคณิตศาสตร์ในลักษณะนามธรรม เหมือนกับการเขียนภาษาอื่น ๆ สัญลักษณ์ 1, 2, 3, หรือ +, -, ×, ÷ หรือ x, y, z. ในพีชคณิต มิได้มีความหมายในตัวของมันเองจนกว่าเราจะเรียนความหมายของคำนั้นคือ เราเรียนความหมายของสัญลักษณ์เหล่านี้ในลักษณะเดียวกับเราเรียนกฎเกณฑ์ของหลักภาษา เราเรียนกฎเกณฑ์ของการ operate จำนวนในเลขคณิตและตัวอักษรที่เป็นสัญลักษณ์ทางพีชคณิต

จากการที่คณิตศาสตร์เป็นการศึกษาถึงจำนวนและสัญลักษณ์ในรูปแบบทางพีชคณิต ดังนั้น จึงสามารถแทนสัญลักษณ์ต่าง ๆ เหล่านี้ด้วยวัตถุได้เช่น $3 + 2 = 5$ อาจแทนด้วย โห้ 3 โย รวมกับ โห้ 2 โย เป็นโห้ทั้งหมด 5 โย เป็นต้น

1.4 คณิตศาสตร์เป็นการศึกษารูปแบบ (Mathematics is the study of patterns) วิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นการศึกษาถึงรูปแบบต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ ทั้งที่เป็นรูปแบบของสิ่งต่าง ๆ ในโลกนี้และรูปแบบของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เอง สิ่งที่น่าประหลาดใจในธรรมชาตินั้นเป็นสิ่งที่เรานำเอาหลักของคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ทั้งสิ้น ดังนั้น $v = 32t$ และ $s = 3w$ สามารถอธิบายสถานการณ์ทางพีชคณิตได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งมันก็เหมาะสมกับรูปแบบของคณิตศาสตร์ $y = ax$ ซึ่งฟังก์ชันของเส้นตรงอย่างธรรมดา ๆ ในเรื่องของคณิตศาสตร์นั้นเราก็แบ่งรูปแบบต่าง ๆ ออกไปอีกเช่น เราแบ่งเป็นรูป 2 มิติ รูป 3 มิติ รูป 4 มิติ ไปเรื่อย ๆ จนถึงรูป n มิติ เช่น ถ้า $x^2 + y^2 = r^2$ เป็นสมการวงกลม 2 มิติ ถ้า $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ เป็นสมการทรงกลม 3 มิติ เราสามารถเขียน $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = r^2$ เป็นสมการของรูปทรง 4 มิติ จะสังเกตเห็นว่าสิ่งเหล่านี้เป็นการศึกษาทั้งในโลกแห่งความเป็นจริงและพัฒนาคณิตศาสตร์ใหม่ๆ ขึ้นมา เช่น เรขาคณิต 4 มิติ ก็เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาทฤษฎีความสัมพันธ์ของ ไอส์ไตน์ (Einstein's theory relativity) ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนสิ่งสำคัญก็คือต้องช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการค้นหาารูปแบบของสิ่งที่ได้เรียนนั้น

2. คุณค่าของคณิตศาสตร์ (The value of Mathematics)

คุณค่าของคณิตศาสตร์อาจแบ่งเป็นหัวข้อได้ดังนี้

2.1 คุณค่าทางวัฒนธรรม

คณิตศาสตร์กับชีวิตจริงในการดำเนินชีวิตของมนุษย์เรานั้นจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์เสมอ แต่ลักษณะของการนำไปใช้นั้นอยู่ในรูปที่ง่ายจนกระทั่งเราไม่คิดว่ากำลังใช้

คณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณเวลาในการเดินทาง การซื้อของเงินผ่อน การคิดหากำไรขาดทุน ในการซื้อขายแลกเปลี่ยน เป็นต้น

คณิตศาสตร์กับการประกอบอาชีพ เมื่อคณิตศาสตร์ได้เจริญมากขึ้นก็ส่งผลให้ วิทยาการอื่น ๆ เจริญตามมาด้วย เช่น สามารถส่งภาพถ่ายจากยานอวกาศมาสู่โลกโดยใช้ระบบ เลขฐานสอง เป็นต้น ความเจริญเหล่านี้ผู้ที่ประกอบอาชีพที่เกี่ยวข้องต้องศึกษาและเข้าใจ คณิตศาสตร์ส่วนที่เป็นพื้นฐานเป็นอย่างดี จึงจะประกอบอาชีพได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 คุณค่าในฐานะเป็นเครื่องมือฝึกจิต

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถฝึกพฤติกรรมของผู้เรียนให้เป็นคนที่มีเหตุผล ไม่ มงายหลงเชื่ออะไรง่าย ๆ ตัดสินปัญหาต่าง ๆ ด้วยความเป็นธรรม ไม่มีความลำเอียงหรือมี อคติโดยต้องยึดข้อมูลหรือสิ่งที่เป็นจริงจากกฎเกณฑ์เท่านั้น จะนำเอาความคิดเห็นส่วนตัวใด ๆ เข้ามาเกี่ยวข้องไม่ได้ นั่นคือคณิตศาสตร์สอนให้คนยอมรับความจริงอันเป็นสัจธรรมซึ่งมนุษย์ พึงมี นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังแสดงให้เห็นถึงความไม่เที่ยงแท้แน่นอนของสรรพสิ่งทั้งหลายเช่น 1 เมตร มี 100 เซนติเมตร 1 กระรัต เท่ากับ 200 มิลลิกรัม ปริมาณทองคำ 100 % ถือว่ามี 24 กระรัต เป็นต้น ซึ่งไม่มีหลักเกณฑ์อะไรแน่นอนขึ้นอยู่กับความนิยมของมนุษย์เท่านั้น

2.3 คุณค่าทางวัฒนธรรมของคณิตศาสตร์

เนื่องจากคณิตศาสตร์มีสัจจะในตัวเอง ดังนั้นจึงเป็นเครื่องมือที่ดียิ่งสำหรับสอน ให้มนุษย์มีเหตุผล แม้ว่าเวลาจะผ่านมานานแสนนานก็ตาม แต่กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ที่คนสมัยก่อน ๆ ได้คิดขึ้นปัจจุบันก็ยังคงเป็นความจริงและถ่ายทอดต่อเนื่องกันมาเรื่อย ๆ ไม่มีสิ้นสุด

จะเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับตัวเราตั้งแต่ใกล้จนถึงไกล และมีความ จำเป็นจะต้องศึกษาทั้งในปัจจุบันและอนาคตด้วย ถ้าครูได้สอนให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าต่าง ๆ เหล่านี้ให้เกิดความซาบซึ้งในวิชานี้อย่างแท้จริงแล้ว จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมหาศาล โดยเฉพาะ การเป็นเครื่องมือฝึกจิตอันจะก่อให้เกิดนิสัยที่เป็นระเบียบ ละเอียดถี่ถ้วนในการปฏิบัติงาน ใช้ เหตุผลในการตัดสินใจไม่หลงเชื่ออะไรง่าย ๆ มีความรวดเร็ว ถูกต้องแม่นยำ สามารถทดสอบ ผลงานที่ทำได้แล้วว่าถูกต้องเพียงใด ยังสอนให้คนพอใจในสิ่งที่ เป็นสัจจะ รู้จักหลักธรรม ที่ว่า ทุกสิ่งทุกอย่างในโลกนี้เป็นสิ่งที่ไม่แน่นอน อันจะทำให้เกิดความเห็นอกเห็นใจรักใคร่ สามัคคีกัน รู้จักช่วยเหลือกัน และในที่สุดจะก่อให้เกิดความสงบสุขต่อมวลมนุษยชาติโดยทั่วกัน

3. ประโยชน์จากการเรียนคณิตศาสตร์ (Useful of learning Mathematics)

ได้กล่าวมาแล้วว่าการศึกษเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นั้นมีมานานแล้ว 1,000 ปี เป็นอย่างน้อย และถ่ายทอดสืบต่อกันมาจนถึงปัจจุบัน นั้นหมายถึง เราได้รับประโยชน์จากการศึกษานี้พอสมควร

ความเข้าใจโดยทั่วไปเกี่ยวกับประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือ ทำให้สามารถคิดคำนวณอันได้แก่ บวก ลบ คูณ หาร ได้ ซึ่งทุกคนจำเป็นต้องมีและต้องใช้ประกอบการดำเนินชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ยังมีประโยชน์ในด้านอื่นอีกซึ่งได้แก่

3.1 สามารถปรับตัวให้อยู่ในสังคมได้ดีขึ้น การศึกษาคณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วย ข้อตกลงเบื้องต้น ทฤษฎี และนำทฤษฎีไปใช้แก้โจทย์ปัญหาต่างๆ ในสังคมก็มีโครงสร้างในระบบที่คล้ายคลึงกับระบบคณิตศาสตร์ กล่าวคือ มีข้อตกลงเบื้องต้น ได้แก่ รัฐธรรมนูญ มีทฤษฎีต่างๆ ก็คือ กฎหมาย ส่วนโจทย์ปัญหาก็คือคดีความที่เกิดขึ้น การที่ศาลตัดสินคดีต่างๆ ก็คือการนำเอาทฤษฎีหรือกฎหมายไปใช้นั่นเอง เมื่อผู้เรียนได้เข้าใจสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ดีแล้วย่อมจะเข้าใจระบบของสังคมได้ดีขึ้น และสามารถปรับตัวให้อยู่ในสังคมอย่างมีความสุข

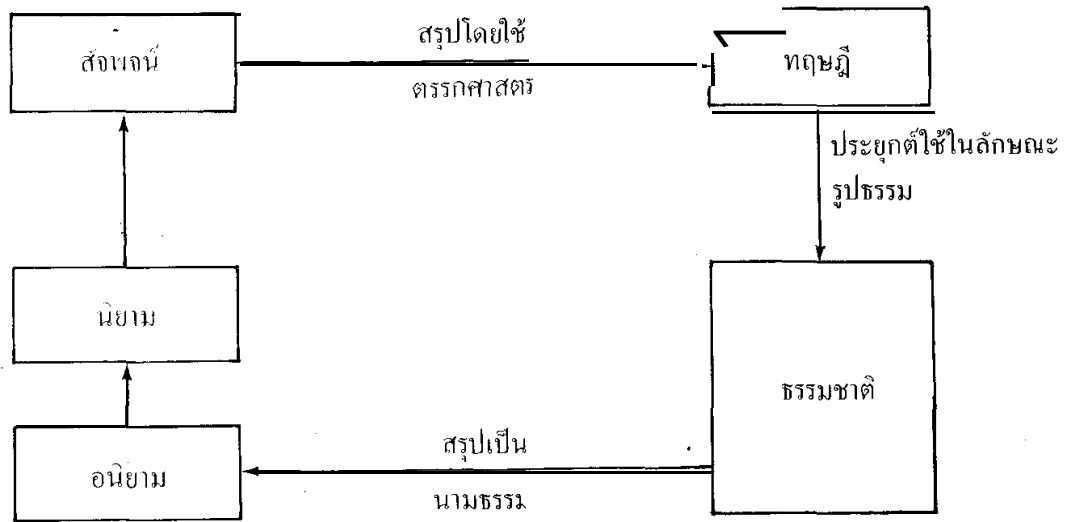
3.2 สามารถคิดอย่างมีเหตุผล มีสัจจะไม่ม้อคติในการแก้ปัญหา เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล ยึดข้อตกลงเบื้องต้นเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหา จะนำเอาสิ่งอื่นนอกเหนือจากที่กำหนดให้มาแก้ปัญหาไม่ได้ และยังสามารถตรวจสอบได้ด้วยว่าวิธีการแก้ปัญหาถูกต้องหรือไม่ โดยอาศัยความสมเหตุสมผล จึงไม่เกิดอคติแต่เกิดสังขรณ์ขึ้น ไม่ว่าจะแก้ปัญหอะไรที่ไหน ก็เป็นที่ยอมรับของสังคมนั้นเสมอ

3.3 สามารถแสดงความคิดเห็นได้อย่างมีระเบียบและถูกต้อง ผู้เรียนคณิตศาสตร์นั้นต้องฝึกลำดับแนวความคิดเป็นขั้นเป็นตอน เพื่อให้ครูได้ทราบว่าคุณสรุปนั้นได้มาอย่างไร ดังนั้น เมื่อคิดและพูดสิ่งใดให้ผู้อื่นฟังก็จะได้รับความชัดเจน เป็นเหตุให้ไม่เกิดความเข้าใจผิดต่อกันได้

4. โครงสร้างของคณิตศาสตร์ (The Structure of Mathematics)

เมื่อไม่นานมานี้ได้เกิดคำว่าโครงสร้างขึ้นในเอกสารที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเดิมนั้นเริ่มขึ้นในระดับอุดมศึกษา ต่อมาก็มีขึ้นในระดับมัธยมศึกษา และปัจจุบันระดับประถมศึกษา ก็มีคำนี้ใช้ด้วยแล้ว คำว่าโครงสร้างของคณิตศาสตร์นั้น สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ ได้อธิบายว่าเป็นสิ่งที่เริ่มจากธรรมชาติ แล้วสรุปไว้ในรูปแบบนามธรรม และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้น แบบจำลองนี้ก็จะประกอบไปด้วยอนิยาม (undefined terms) นิยาม (defined terms) สัจพจน์ (axioms) ต่อจากนั้นจะใช้ตรรกวิทยา สรุปเป็นกฎหรือทฤษฎี (theorems) แล้วจึงนำผลสรุปนั้น

ไปใช้ในธรรมชาติอีก เมื่อพบสิ่งใหม่ ๆ ก็จะนำเอามาเป็นข้อมูลเพื่อแก้ไขหรือสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ ที่ดีกว่าเดิมแล้วนำไปประยุกต์ใช้กับธรรมชาติ หมุนเวียนเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ และถ้าจะเขียนแผนภูมิโครงสร้างของระบบคณิตศาสตร์ได้ดังนี้



รูปที่ 1 โครงสร้างของระบบคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ Allendoerfer ก็มีความเห็นในทำนองเดียวกันกับ สุเทพ จันท์สมศักดิ์ โดยมีความคิดเห็นว่า โครงสร้างของคณิตศาสตร์จะเริ่มจากธรรมชาติอันได้แก่ความต้องการของมนุษย์ที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ แล้วมนุษย์ก็สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้น และอาศัยการให้เหตุผลแบบตรรกวิทยา สรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือทฤษฎีแล้วนำทฤษฎีไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตต่อไป

ส่วนสำคัญที่สุดในโครงสร้างของคณิตศาสตร์ประกอบด้วย อนิยาม นิยาม สัญพจน์ และทฤษฎี

5. การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรคณิตศาสตร์

เนื่องจากคณิตศาสตร์นั้นเป็นส่วนหนึ่งของสิ่งแวดล้อมของเรา และเป็นวิถีทางของการดำเนินชีวิตของเราด้วย สิ่งแวดล้อมและวิถีทางของการดำเนินชีวิตนั้นมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา หลักสูตรคณิตศาสตร์ก็จะต้องเตรียมนักเรียนให้เป็นผู้ใหญ่ที่อยู่ในสังคมที่เปลี่ยนแปลงอยู่เสมอนี้ได้ การเปลี่ยนแปลงในหลักสูตรก็คือ เปลี่ยนแปลงเนื้อหา การกำหนดระดับคะแนน วิธีการ และสื่อการสอนในทุกระดับชั้นเรียน การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรนั้นไม่ได้

ทำโดยบังเอิญ แต่เป็นผลที่มาจากสิ่งที่เราสามารถอธิบายได้อย่างชัดเจน ซึ่งครู คีษานีเทสก์ และผู้บริหารการศึกษายอมเข้าใจดีในเรื่องนี้ ซึ่งสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงนั้นเกิดจากสิ่งต่อไปนี้

การประยุกต์ใหม่ ๆ ของคณิตศาสตร์นั้นแพร่หลายไปทั่วทุกแห่ง ทำให้เกิดความต้องการขึ้นภายในบ้าน อาชีพ กิจกรรมของประชาชน และกิจกรรมในยามว่าง

การเปลี่ยนแปลงในตัวคณิตศาสตร์เอง มีคณิตศาสตร์ที่ได้ค้นพบขึ้นในศตวรรษที่ 20 นี้ มากกว่าเมื่อ 10 ปี ที่ผ่านมา

สำหรับความคิดในการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์นั้นเกิดขึ้นนานกว่า 30 ปีมาแล้ว แต่ยังไม่ได้ลงมือทำกันอย่างจริงจัง การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรคณิตศาสตร์น่าจะเกิดจากสิ่งต่อไปนี้

1. ความต้องการของสังคมที่จะให้ประชากรมีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์มากขึ้น
2. จากผลของการวิจัยพบว่าครูจะสอนอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนเข้าใจดีขึ้น
3. การขาดความสนใจของผู้เรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. ความต้องการที่จะแนะนำสำหรับคนที่มีความสามารถแตกต่างกัน
5. จากการที่นักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาได้เห็นมาสนใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนเนื้อหาของวิชานี้
6. ต้องการพัฒนาความมีเหตุผลของประชากร

จุดสำคัญอีกประการหนึ่งที่ทำให้หลักสูตรคณิตศาสตร์เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างจริงจังก็คือ ในปี ค.ศ. 1957 รัสเซียได้ส่งดาวเทียมดวงแรกขึ้นไปโคจรรอบโลกได้สำเร็จ ทำให้สหรัฐอเมริกาซึ่งตั้งความหวังไว้ว่าจะต้องก้าวหน้ากว่ารัสเซีย ดังนั้นรัฐบาลกลางของสหรัฐอเมริกาจึงได้จัดหาทุนจากที่ต่าง ๆ เพื่อทำการวิจัยในหลายด้าน เพราะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีต้องการนักคณิตศาสตร์ที่ดีเป็นจำนวนมาก โปรแกรมต่าง ๆ ในโรงเรียนได้ถูกเปลี่ยนแปลงเพราะต้องการผลิตผู้เรียนให้ดีขึ้นตามความต้องการดังกล่าว นักวิชาการก็เริ่มทำการทดลอง โครงการต่าง ๆ ก็มีเพิ่มมากขึ้นด้วย เช่น

The Greater Cleveland Mathematics Program เริ่มในปี ค.ศ. 1959 เป็นการวิจัยของ Council of Greater Cleveland ซึ่งเกี่ยวข้องกับพัฒนาหลักสูตรในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 มีความต้องการให้การสอนคณิตศาสตร์ถูกต้องตามหลักตรรกวิทยา มีระบบแบบแผน เน้นถึงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวความคิดที่จะนำไปพัฒนาการคำนวณ และได้พัฒนาอุปกรณ์ต่าง ๆ สำหรับครูและนักเรียน นอกจากนี้ยังเน้นถึงการเรียนโดยการค้นพบ ใช้การบวกซ้ำ ๆ สำหรับ

การคูณ และการลบซ้ำ ๆ สำหรับการหาร อธิบายหลักเกณฑ์ต่าง ๆ โดยใช้เซต นอกจากนี้ยังทำ
คู่มือสรุปอย่างกว้าง ๆ สำหรับครู

The Stanford Project มี Patrick Supper แห่งมหาวิทยาลัย Stanford เป็นหัวหน้า
โครงการ จุดประสงค์ใหญ่ของโครงการนี้ก็คือ การพัฒนาและวัดผลการใช้อุปกรณ์ของโปรแกรม
คณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงเกรด 6 เพื่อช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาแนวความคิดทาง
คณิตศาสตร์ โดยใช้เซต และปฏิบัติการของเซต สำหรับนักเรียนระดับต้น ๆ ก็จะช่วยให้เกิด
แนวความคิดเกี่ยวกับจำนวนและคุณสมบัติของเซต นักเรียนจะเรียนรู้จากประสบการณ์ต่าง ๆ
ที่จัดให้ในเหตุการณ์นั้น ๆ

The University of Illinois Arithmetic Project มี David A. Page เป็นหัวหน้าโครงการ
Page กับเพื่อนได้ประดิษฐ์วัสดุอุปกรณ์ และวิธีการที่จะช่วยนักเรียนสำรวจปัญหาทางคณิตศาสตร์
ในทางที่ถูกต้อง เน้นถึงการที่นักเรียนต้องเรียนโดยการค้นพบและพัฒนาความเข้าใจโดยการ
หยั่งรู้ (insight) และการรับรู้ (intuitive) คณะของ Page ต้องการพัฒนาหัวข้อใหม่ ๆ โดยการนำ
เรื่องที่เรียนในชั้นสูง ๆ ลงมาสอนในชั้นต้น ๆ และมีความเชื่อว่าครูที่ทำงานเกี่ยวกับวัสดุอุปกรณ์
นี้จะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้มากขึ้นด้วย ทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้จากรูปธรรมไป
สู่นามธรรม เลือกรากแก้ปัญหาก็ได้หลาย ๆ ทาง

นอกจากโครงการดังกล่าวแล้วยังมีโครงการที่น่าสนใจอีกโครงการหนึ่ง ซึ่งได้รับการ
สนับสนุนจาก The National Science Foundation ได้จัดการประชุมโดยมีศาสตราจารย์ Edward
G. Begle แห่งมหาวิทยาลัย Stanford เป็นประธาน การประชุมนี้ประกอบด้วยศาสตราจารย์
ทางคณิตศาสตร์ ครูโรงเรียนมัธยมและประถม ผู้อำนวยการทางการศึกษา นักจิตวิทยา บุคคลจาก
องค์กรและหน่วยงานของรัฐบาล ได้แนะนำหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนไว้ว่า

1. ควรจัดเนื้อเรื่องให้เหมาะสมกับระดับชั้น
2. พัฒนา concept และหลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
3. แนะนำหัวข้อใหม่ ๆ เพื่อสอนในโรงเรียน
4. จัดการอบรมครู
5. ควรแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในระดับประถมกับการศึกษาเนื้อหา
ในอนาคต
6. วิธีสอนและวัสดุอุปกรณ์ที่จะทำให้การสอนมีประสิทธิภาพ
7. ติดตามผลจากการเรียนว่าเด็กได้พัฒนาอะไรบ้างหลังจากได้เรียนคณิตศาสตร์แล้ว

โครงการดังกล่าวมีชื่อว่า School Mathematics Study Group (SMSG) และในปี ค.ศ. 1965 ได้ทำหลักสูตรตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 สำเร็จโดยความร่วมมือของนักคณิตศาสตร์และนักการศึกษา ได้นำไปทดลองใช้ในโรงเรียนระดับต่าง ๆ เป็นเวลา 1 ปี แล้วนำมาประเมินผล และปรับปรุงเพื่อให้หลักสูตรมีความสมบูรณ์มากขึ้น

การสร้างหลักสูตรของ SMSG นี้มีผลมาถึงการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทยด้วย เพราะสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ดำเนินการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรตามวิธีของ SMSG

ความเคลื่อนไหวในการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทย

ความเคลื่อนไหวในการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทยได้เริ่มมาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 โดยเลือกอาจารย์ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 19 คน เป็นกรรมการเพื่อพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยม ซึ่งคณะกรรมการได้มีการประชุมและขยายงานเป็นขั้นตอนเรื่อยมา จนกระทั่งในปี พ.ศ. 2515 คณะปฏิวัติได้อนุมัติให้จัดตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สร้างอุปกรณ์การสอนนำเอาเทคโนโลยีใหม่ๆ ทางการศึกษามาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความคิด ความเข้าใจในเนื้อหาของวิชาตามหลักสูตรและยังให้เกิดทัศนคติที่ดีต่อวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

ในระยะแรกสถาบันได้เลือกชั้น มศ.4 - 5 เป็นจุดเริ่มต้นของการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลง เพราะชั้นดังกล่าวเป็นหัวเลี้ยวหัวต่อที่สำคัญตอนหนึ่ง และจะเป็นเวลานานเกินไปกว่าจะถึงระดับมหาวิทยาลัยถ้าจะเริ่มแต่ชั้นต้น ๆ นอกจากนี้สถาบันยังได้เลือก Chelsea College of Science and Technology ของมหาวิทยาลัย London เพื่อร่วมงานและได้ยืมตัว Mr. Millington มาเป็นที่ปรึกษาเพื่อ

1. สํารวจการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถม มัธยม และฝึกหัดครู
2. พบและปรึกษากับครู อาจารย์ ผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ
3. วางแนวจัดเรียงการดูงานของคณะปรับปรุงหลักสูตรในต่างประเทศ

หลังจากนี้ได้มีคำสั่งแต่งตั้งคณะกรรมการขึ้นในการนี้จำนวน 7 คน โดยมี ศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล เป็นหัวหน้าคณะและได้เดินทางไปดูงานการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ประเทศอังกฤษ ฝรั่งเศส เดนมาร์ก และสก็อตแลนด์

การดำเนินงานเขียนแบบเรียนและการทดลองในปี พ.ศ. 2515 สาขาคณิตศาสตร์ได้ ข้าราชการจากกรมสามัญศึกษา และจากสถาบันการศึกษาอื่น ๆ มาร่วมงานเขียนแบบเรียนชั้น มศ.ปลาย นอกจากนี้ยังได้ผู้เชี่ยวชาญจาก UNESCO คือ Miss K. Hart และ อาจารย์ฉวีวรรณ กীরติกร มาร่วมงานในระดับประถมด้วย ในปี พ.ศ. 2516 อาจารย์อรศรี ปุระคำ จากมหาวิทยาลัย ธรรมศาสตร์ ได้รับหน้าที่เป็นหัวหน้าสาขาคณิตศาสตร์ ได้มีการแก้ไขปรับปรุงเปลี่ยนแปลง บทเรียนที่เขียนไว้แต่เดิมให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ในปี พ.ศ. 2517 ได้นำแบบเรียนที่เขียนขึ้นไป ทดลองไปใช้ในโรงเรียนทดลอง พ.ศ. 2518 แบบเรียนและคู่มือครูยังอยู่ระหว่างการทดลองใช้ เริ่มอบรมครูเพื่อเตรียมใช้หลักสูตรใหม่ พ.ศ. 2519 ประชุมผู้อำนวยการสาขาคณิตศาสตร์เพื่อ ปรับปรุงแบบเรียนทุกระดับชั้น และเสนอหลักสูตร มศ.ปลาย ส่งกระทรวงศึกษาธิการเพื่อ ประกาศใช้ต่อไป ยังได้อบรมศึกษานิเทศก์ทุกจังหวัด เพื่อเตรียมการอบรมครูประจำการระดับ ประถมศึกษา ในปี พ.ศ. 2520 ได้เตรียมหลักสูตรประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ส่ง กระทรวงศึกษาธิการเพื่อประกาศใช้ทั่วประเทศในปี พ.ศ. 2521 ต่อไป และปัจจุบันนี้โรงเรียน โดยทั่วไปใช้หลักสูตรซึ่ง สสท. ได้ปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงอยู่

โฉมหน้าของคณิตศาสตร์แนวใหม่

เกิดการเปลี่ยนแปลงครั้งใหญ่ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการเปลี่ยนแปลงทั้งด้าน เนื้อหาและวิธีสอน ผลจากการเปลี่ยนแปลงนี้ทำให้เกิดประโยชน์ทางด้านความรู้ซึ่งเพิ่ม มากมายขึ้น นับว่าเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในโลกปัจจุบันนี้ จากการเปลี่ยนแปลงอย่างมากมาย และรวดเร็วนี้ทำให้เกิดโลกใหม่ทางคณิตศาสตร์ หรืออาจเรียกได้ว่าเป็นคณิตศาสตร์แนวใหม่ หรือคณิตศาสตร์แห่งยุค (Contemporary Mathematics)

แม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์ได้ก่อกำเนิดและวิวัฒนาการมาแล้วกว่า 5,000 ปี ก็ตาม แต่ ไม่เคยปรากฏว่าในยุคใดที่วิชานี้รุ่งเรืองหรือเด่นเท่ายุคปัจจุบันในช่วง 20 ปีเศษมานี้ ได้มีการ ค้นคว้าและค้นพบความรู้แปลก ๆ ใหม่ ๆ ขึ้นในอัตราที่รวดเร็วแทบไม่น่าเชื่อ กล่าวกันว่า คณิตศาสตร์เป็นแขนงวิชาเดียวที่ทฤษฎีซึ่งตั้งเมื่อ 2,000 ปี ยังคงสมเหตุสมผลอยู่ การค้นคว้า เพิ่มเติมพบข้อผิดพลาดเพียงเล็กน้อยเท่านั้น แสดงว่าการพัฒนาวิชาความรู้ทางด้านนี้ ยังเพิ่ง เริ่มก้าวไปเท่านั้น

คณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางตรรกวิทยา จึงไม่จำเป็นต้องพิสูจน์โดยการทดลอง แต่ ผลจากการนำวิชาความรู้นี้ไปใช้ได้ก่อให้เกิดประโยชน์อย่างกว้างขวาง และแพร่หลายทั่วไป บางครั้งมีการค้นพบสิ่งแปลก ๆ ใหม่ ๆ ซึ่งดูแล้วเป็นเพียงของเล่นที่นักคณิตศาสตร์ประดิษฐ์ ขึ้น ให้เกิดความสนุกสนาน แต่เมื่อนำไปใช้กลับเกิดประโยชน์มหาศาล เช่น การพบเลข

ฐานสอง (binary number) โดยปกติแล้วเราใช้เลขฐานสิบในการนับสิ่งของแต่ relays ไฟฟ้าต้องใช้เลขฐานสองในการนับ เพราะมันทำงานได้เพียง 2 จังหวะ คือ เปิดใช้เลขศูนย์ (0) และปิดใช้เลขหนึ่ง (1) นั่นคือการค้นพบเลขฐานสองจึงไม่ไร้สาระ เป็นการให้กำเนิดเครื่องคำนวณไฟฟ้าชนิด digital computer

การนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้งานยังมีอีกมาก และนับวันยิ่งกว้างขวางออกไปเรื่อยๆ เป็นที่รู้กันว่าโลกปัจจุบันต้องการความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นกว่าอดีต ไม่มีใครพยากรณ์ได้แน่ชัดว่าในอนาคตตัวเองจะมีความจำเป็นต้องใช้วิชานี้ในวิชาชีพของตนมากน้อยแค่ไหน ผู้เรียนจึงจำเป็นต้องเรียนให้เข้าใจและรู้แจ้งในวิชานี้ เพื่อความสะดวกในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แนวใหม่ต่อ ซึ่งจะมากน้อยแค่ไหนทุกคนต้องมีโอกาสได้อย่างแน่นอน

คณิตศาสตร์แนวใหม่ (Contemporary Mathematics) เริ่มมีขึ้นใน ค.ศ. 1975 คณิตศาสตร์แนวใหม่นี้ประกอบด้วยความใหม่ 2 ประการ คือ

1. เนื้อหาใหม่ (new subject matter) หมายถึง การนำเอาเนื้อหาใหม่ๆ ที่ยังไม่เคยมีในหลักสูตรระดับโรงเรียนมาบรรจุไว้ในหลักสูตรระดับต่างๆ ตั้งแต่ขั้นต้นๆ เช่น ตรรกวิทยา โทโปโลยี ทฤษฎีเซต ปฏิบัติการของเซต เป็นต้น ส่วนเนื้อหาเก่าบางเรื่องที่เห็นว่าสำคัญก็ยังคงไว้ตามเดิม มิได้ตัดทิ้งแต่ประการใด

2. วิธีสอนใหม่ (new approach) ความใหม่ในวิธีการสอนนั้นน่าจะเป็นกระบวนการที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบหรือเกิด concept ในเรื่องต่างๆ ที่เรียนด้วยตนเอง การอธิบายความหมายอาจใช้ภาษาและสัญลักษณ์ใหม่ๆ เป็นต้น

ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์แนวใหม่

ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์แนวใหม่ประกอบด้วย

1. ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยวิธีค้นพบ
2. สามารถแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล
3. ผู้เรียนเกิด concept แล้วนำไปสู่ข้อสรุป
4. เกิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ นำความรู้ไปแก้ปัญหาได้
5. บทเรียนใหม่ทำให้เกิด concept ได้ดีกว่าบทเก่าๆ