บทที่ 9

สมการลดรูป

(Reduce Form)

วัตถุประสงค์: เพื่อศึกษาถึงเครื่องมือ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ผลของตัวแปรตาม เมื่อกำหนดค่าของตัวแปรอิสระให้ ในชุดสมการอย่างง่ายที่ไม่ซับซ้อน นักศึกษาอาจจะใช้วิธี การแทนค่าทางพีชคณิตธรรมดาหาค่า หรือใช้วิธี Cramer's rule แต่ถ้า ชุดของสมการมีมากขึ้นตัวแปรตามก็จะมีมากตามไปด้วยการที่จะใช้วิธีดังกล่าวข้างต้นอาจจะยุ่งยาก อาจจะต้องใช้วิธีการอื่นเข้าช่วยด้วยเช่น วิธีการทำ Causal ordering และเขียนเป็น arrow diagram เพื่อจัดลำดับขั้นตอนการคำนวณหาค่า ซึ่งวิธีการนี้จะเป็นประโยชน์มากในการหาค่าตัวแปร เมื่อแบบจำลองมีขนาดใหญ่มาก ๆ

บทที่ 9
สมการลดรูป
(Reduce Form)

9.1 บทนำ

ชุดของสมการเกี่ยวเนื่องนั้นไม่ใช่ว่าจะสามารถหาสมการลดรูป คือหาค่าของตัวแปรตามในรูปของตัวแปรอิสระและค่าพารามิเตอร์ทั้งหลายได้เสมอไป นอกจากว่าจะมีเงื่อนไข(Condition)ของสมการที่มีความแน่นอน ชัดเจนจึงจะสามารถหาสมการลดรูปได้ ในบทนี้จะพูดถึงระบบสมการที่เป็นสมการเชิงเส้นเท่านั้น โดยในการหาสมการลดรูปนั้น อาจจะใช้วิธีแทนค่า และอาจจะหาได้จากวิธีอื่นเช่นการใช้กฎของคราเมอร์ (Cramer's rule)

9.2 การทำสมการโครงสร้างให้อยู่ในรูปสมการลดรูป

9.2.1 วิธีการแทนค่า

ตัวอย่างที่ 9.1

$$C_t = c_0 + c_y Y_t \qquad (9.1)$$

$$Y_t = C_t + I_t \qquad (9.2)$$

ทำการหาค่าสมการลดรูปของ C_t ได้โดยการแทนค่าสมการที่ (9.2)ลงสมการที่ (9.1)

จะได้

$$C_t = c_0 + c_y(C_t + I_t)$$

$$C_t = \frac{c_0}{(1-c_y)} + \frac{c_y I_t}{(1-c_y)} \qquad (9.3)$$

และทำการหาค่าสมการลดรูปของ Y_t ได้โดยการแทนค่าสมการที่ (9.1)ลงสมการที่ (9.2)

จะได้

$$Y_t = c_0 + c_y Y_t + I_t$$

$$Y_t = \frac{c_0}{(1-e_y)} + \frac{I_t}{(1-c_y)} \qquad (9.4)$$

9.2.2 วิธีใช้กฎของคราเมอร์ (Cramer's Rule)

ตัวอย่างที่ 9.2 ข้อมูลจากตัวอย่างที่ 9.1 ทำการหาสมการลดรูปโดยใช้กฎของคราเมอร์

จากสมการที่(9.1) และ (9.2) สามารถเขียนในรูปเมตริกได้ว่า

$$\begin{vmatrix} 1 & -c_y \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_t \\ Y_t \end{vmatrix} \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \begin{vmatrix} c_0 \\ I_t \end{vmatrix}$$

ทำการหาค่า Y_t และ C_t โดยใช้กฎของคราเมอร์ จะได้

$$C_t = \begin{vmatrix} c_0 & -c_y \\ I_t & 1 \end{vmatrix} \div \begin{vmatrix} 1 & -c_y \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C_t = \frac{c_0}{(1-c_y)} + \frac{c_y I_t}{(1-c_y)} \qquad (9.5)$$

$$Y_t = \begin{vmatrix} 1 & c_0 \\ -1 & I \end{vmatrix} \div \begin{vmatrix} 1 & -c_y \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Y_t = \frac{c_0}{(1-c_y)} + \frac{I_t}{(1-c_y)} \qquad (9.6)$$

ในการหาค่าสมการลดรูปด้วยวิธีแทนค่าเพื่อลดตัวแปรและลดจำนวนสมการ และวิธีกฎของคราเมอร์นั้น บางครั้งก็เกิดความยุ่งยาก ถ้ามีจำนวนตัวแปรมาก ๆ หรือ มีจำนวนสมการมาก ๆ เพราะ จะต้องหาค่า determinant ของเมตริกที่มีจำนวน order เท่ากับจำนวนตัวแปรตามหรือเท่ากับจำนวนสมการนั่นเอง เรามีวิธีจะช่วยลดขั้นตอน หรือ ลด order ของ determinant โดยการพิจารณาลำดับความสัมพันธ์ ภายใต้ระบบความสัมพันธ์ที่จะได้กล่าวถึงต่อไป

9.3 ระบบความสัมพันธ์ (Causal systems)

จะพบบ่อย ๆในแบบจำลองเศรษฐศาสตร์ ว่าจะมีแบบจำลองย่อยซ้อนอยู่ภายในแบบจำลองใหญ่ ซึ่งแบบจำลองย่อยนี้สามารถคำนวณหาค่าตัวแปรได้โดยไม่ต้องเกี่ยวข้องกับทั้งระบบ หรือไม่ต้องอาศัยข้อมูลจากส่วนที่เหลือ ความสัมพันธ์ของแบบจำลองเกิดในลักษณะทางเดียว คือ เมื่อตัวแปรที่อยู่ในแบบจำลองย่อยถูกคำนวณค่าได้แล้วก็สามารถนำค่าที่คำนวณได้นั้นไปใช้ในการคำนวณค่า แบบจำลองส่วนที่เหลือได้ต่อไป ในการแยกคำนวณความสัมพันธ์ ในลักษณะนี้ทำให้เข้าใจการทำงานของแบบจำลองได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ในการวิเคราะห์แบบจำลองรูปแบบต่าง ๆ นี้จำเป็นจะต้องมีคำจำกัดความบางประการคือ แบบจำลองที่มีลักษณะมีแบบจำลองย่อยภายในแบบจำลองใหญ่นั้นสามารถแบ่งได้เป็น 3 รูปแบบ คือ

9.3.1 แบบ Decomposable

แบบ Decomposable คือ แบบที่สามารถแบ่งแบบจำลองออกเป็น แบบจำลองย่อยตั้งแต่ 2 แบบ จำลองขึ้นไป และแต่ละแบบจำลองย่อยสามารถหาค่า ของตัวแปรจากภายในแบบจำลองย่อยได้โดยไม่ต้องอาศัยแบบจำลองย่อยอื่น

ตารางที่ 9.1 แสดงแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์เป็นแบบ Decomposable

Equation	Endogenous Variable			
	1	2	3	4
(1)	1	1	0	0
(2)	1	1	0	0
(3)	0	0	1	1
(4)	0	0	1	1

สมมติว่ามีสมการโครงสร้างชุดหนึ่ง ที่มีความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้น โดยแสดงตัวแปรตามต่าง ๆ ตามตารางข้างต้น ซึ่งเลข 1 ในตารางมีความหมายว่า ในสมการนั้นมีตัวแปรตัวนั้นอยู่ด้วย แต่ถ้าเป็นเลข 0 หมายความว่าในสมการนั้นไม่มีตัวแปรตัวนั้นรวมอยู่ จากตารางข้างต้นสามารถพิจารณาได้ว่า สมการที่ 1 ประกอบด้วยตัวแปรตามตัวที่ 1 และตัวแปรตามตัวที่ 2 แต่ไม่มีตัวแปรตามตัวที่ 3 และไม่มีตัวแปรตามตัวที่ 4 ดังนั้นสมการโครงสร้างดังตัวอย่าง สามารถแบ่งเป็นแบบจำลองย่อยได้ 2 แบบจำลองย่อย โดยแบบจำลองย่อยชุดที่ 1 จะประกอบด้วยสมการที่ 1 และสมการที่ 2 ส่วนแบบจำลองย่อยอีกชุด จะประกอบด้วยสมการที่ 3 และสมการที่ 4 ซึ่งการคำนวณค่าของตัวแปรตัวที่ 1 กับตัวที่ 2 จะใช้ในสมการที่ 1 และสมการที่ 2 ในขณะที่ค่าของตัวแปรตัวที่ 3 กับตัวที่ 4 จะใช้สมการที่ 3และสมการที่ 4 โดยในการคำนวณค่าของตัวแปรตัวที่ 1 กับตัวที่ 2 เป็นการคำนวณที่ไม่ต้องอาศัย สมการที่ 3 และสมการที่ 4 ในขณะที่การคำนวณค่าของตัวแปรตัวที่ 3 กับตัวแปรตัวที่ 4 ก็ไม่ต้องอาศัยสมการที่ 1 และสมการที่ 2 เช่นกัน

9.3.2 แบบ Causal

แบบ Causal เป็นแบบที่ไม่สามารถแบ่งแบบจำลองใหญ่ให้เป็นแบบจำลองย่อยได้อย่างชัดเจน แต่เป็นแบบที่ ภายในแบบจำลองใหญ่สามารถมีแบบจำลองย่อยเป็นส่วนประกอบ คือ แบบจำลองย่อยสามารถ หาค่าตัวแปรตามในแบบจำลอง ย่อยเองได้ โดยไม่ต้องอาศัยแบบจำลองที่เหลือ แต่แบบจำลองที่เหลือหากต้องการคำนวณค่าตัวแปรต่าง ๆ แล้ว จะต้องนำค่าของตัวแปรที่คำนวณได้จากแบบจำลองย่อยมาใช้ด้วยจึงจะหาค่าตัวแปรในแบบจำลองส่วนที่เหลือได้

ตารางที่ 9.2 แสดงแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์แบบ Causal

Equation	Endogenous Variable		
	1	2	3
(1)	1	0	0
(2)	1	1	1
(3)	1	1	1

ตารางข้างต้นแสดงสมการโครงสร้างที่มีระบบสมการเป็นแบบเชิงเส้นโดยสมการที่ 1 เป็นลักษณะแบบจำลองย่อย และสมการโครงสร้างทั้งชุดไม่สามารถแบ่งเป็นแบบจำลองย่อยตั้งแต่ 2 แบบจำลองย่อยขึ้นไปที่แยกจากกันอย่างชัดเจนได้ จึงเรียกว่าเป็นสมการโครงสร้างที่มีความสัมพันธ์ในลักษณะ Causal โดยค่าของตัวแปรตามตัวที่ 1 สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 1 ได้อย่างอิสระ แต่ในการคำนวณค่าตัวแปรตามตัวที่ 2 และ 3 จากสมการที่ 2 และ 3 นั้นจะต้องอาศัยค่าของตัวแปรตามตัวที่ 1 ที่คำนวณได้ จากสมการที่ 1 มาแทนลงในสมการที่ 2 และ 3 ด้วย จึงจะสามารถคำนวณค่าของตัวแปรตัวที่ 2 และ 3 ได้ ลักษณะเช่นนี้ คือ ความสัมพันธ์แบบ Causal คือเริ่มจากตัวแปรตามตัวที่ 1 ที่มีผลต่อตัวแปรตามตัวที่ 2 และ 3

9.3.3 แบบ Indecomposable

แบบ Indecomposable เป็นแบบที่ไม่สามารถแยกเป็นแบบจำลองย่อยได้เลย เพราะการคำนวณค่าของตัวแปรตาม ทุกตัวจะต้อง คำนวณโดยอาศัยความสัมพันธ์ของสมการโครงสร้างแบบระบบสมการเกี่ยวเนื่อง

ตารางที่ 9.3 แสดงแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์แบบ Indecomposable

Equation	Endogenous Variable				
	1	2	3	4	5
(1)	1	1	0	0	0
(2)	1	1	1	0	0
(3)	1	0	0	1	0
(4)	0	0	0	1	1
(5)	0	0	1	0	1

พิจารณาตารางข้างบน พบว่าเป็นระบบสมการแบบสมการเชิงเส้น ที่ไม่สามารถแบ่งสมการโครงสร้างให้เป็นแบบจำลองย่อยได้ นั่นคือการจะคำนวณค่าตัวแปรตามจะไม่สามารถคำนวณตัวแปรตามตัวใดตัวหนึ่งออกมาก่อนได้ ต้องทำการคำนวณค่าออกมาพร้อม ๆ กัน

จากตัวอย่าง แบบจำลองทั้ง 3 ชนิด ที่แสดงเป็นตารางความสัมพันธ์ที่เป็นแบบ Decomposable ดังตารางที่ 1 จะเรียกว่าเป็นเมตริกซ์ แบบ บล็อก-ไดอะโกนอล (block – diagonal) คือ จะมีชุดของตัวแปรตามที่เป็นเมตริกซ์จัตุรัสย่อย (square submatrix) อยู่บนตำแหน่งแนวเส้น

ทะแยงมุมหลัก (main diagonal) และตำแหน่งอื่น ๆ จะเป็นเลข 0 (ศูนย์) ทั้งหมด สำหรับเมตริกซ์ความสัมพันธ์ที่เป็นแบบ causal ดังตารางที่ 2 จะ เรียกว่าเป็นเมตริกซ์แบบ บล็อก-ไตรแองกูลาร์ (block-triangular) คือจะมีชุดของตัวแปรตามที่เป็นเมตริกซ์จัตุรัสย่อย (square submatrix)อยู่บนตำแหน่งแนวเส้นทะแยงมุมหลัก (main diagonal)เหมือนกัน และในตำแหน่งอื่น ๆ จะมีค่าเป็นศูนย์แต่ไม่เป็นศูนย์ทั้งหมด

9.4 การกำหนดลำดับความสัมพันธ์ (Causal ordering)

ในระบบสมการโครงสร้างที่เป็นแบบ Indecomposable นั้น โดยทั่วไปแล้ว ค่าของตัวแปรตามต่าง ๆ จะถูกคำนวณแบบสมการเกี่ยวเนื่อง คือ จะไม่สามารถบอกได้เลยว่า ความสัมพันธ์ของสมการใดสามารถใช้ คำนวณตัวแปรตามตัวใดบ้าง ส่วนระบบสมการโครงสร้างที่เป็นแบบ Decomposable และ Causal การที่จะบอกได้ว่าสมการความสัมพันธ์ใดจะใช้คำนวณค่าตัวแปรตามตัวใดนั้น ไม่สามารถทราบได้ในขั้นตอนเดียว แต่เราก็จะสามารถทราบได้ว่า สมการความสัมพันธ์ใดสามารถใช้คำนวณค่า ตัวแปรตามตัวใดได้ ด้วย วิธีการที่เรียกว่า Causal Ordering

ตารางที่ 9.4 แสดงแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์แบบ Causal ที่ซับซ้อนขึ้น

Equation	Endogenous Variable								Order
	1	2	3	4	5	6	7	8	
(1)	1	1	0	0	0	0	0	0	-0
(2)	1	1	0	0	0	0	0	0	0
(3)	0	0	1	1	0	0	0	0	0
(4)	0	0	1	1	0	0	0	0	0
(5)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(6)	1	0	1	0	1	1	0	0	2
(7)	0	1	0	1	0	1	1	0	3
(8)	1	0	1	0	1	1	0	1	3

ตารางข้างบนนี้ เป็นแบบจำลองที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นจำนวน 8 สมการ นั่นคือมีตัวแปรตามจำนวน 8 ตัว พิจารณา ตารางข้างบนนี้ ในรูปเมตริกซ์ จะพบว่าเป็นแบบ บล็อก – ไตรแองกูลาร์ (block – triangular)ซึ่งแสดงว่าเป็นแบบจำลองที่มีความสัมพันธ์แบบ Causal โดยแบบ

จำลองนี้จะประกอบด้วยแบบจำลองย่อย จำนวน 2 แบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองย่อยชุดที่ 1 ประกอบด้วย สมการ 1 และ 2 และแบบจำลองย่อยชุดที่ 2 ประกอบด้วยสมการที่ 3 และ 4 ซึ่งแบบจำลองย่อยทั้ง 2 ชุดนี้ สามารถคำนวณค่าตัวแปรตามที่อยู่ภายในแบบจำลองย่อย แต่ละชุด ได้โดยใช้สมการความสัมพันธ์ภายในแบบจำลองย่อยได้เอง ไม่ต้องอาศัยสมการอื่น (ค่าตัวแปรตามจากสมการอื่น) ภายนอกแบบจำลองย่อย ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า เป็นแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ (complete subsystem) จะมีลำดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0 (zero order) ดังนั้นแบบจำลองย่อยชุดที่ 1 ที่ประกอบด้วยสมการที่ 1 และ 2 ที่สามารถคำนวณค่าตัวแปรตามตัวที่ 1 และ 2 ได้ โดยไม่ต้องใช้ค่าตัวแปรตามจากสมการอื่น จึงมี order เท่ากับ 0 เช่นเดียวกับ แบบจำลองย่อยชุดที่ 2 ที่ประกอบด้วย สมการที่ 3 และ 4 ซึ่งสามารถคำนวณ ตัวแปรตามตัวที่ 3 และ 4 ได้ โดยไม่ต้องอาศัย ค่าตัวแปรตามตัวอื่น สำหรับสมการที่เหลือ คือ สมการที่ 5 ถึง 8 ซึ่งถือว่าเป็นส่วนประกอบของแบบจำลองใหญ่ที่ประกอบด้วยตัวแปรตามทั้งหมด 8 ตัว แต่ถ้านำค่าตัวแปรตามที่ 1 ถึง 4 ที่คำนวณได้แล้วจากตอนแรกมาแทนค่าลงสมการที่ 5 ถึง 8 ก็จะทำให้สมการที่ 5 ถึง 8 จะมีตัวแปรตามเหลือ เพียง 4 ตัว และจะทำให้สมการที่ 5 ถึง 8 กลายเป็นแบบจำลองย่อยขึ้นมา

ลองพิจารณาแบบจำลองย่อยชุดใหม่ที่ได้ (สมการที่ 5 – 8 ที่แทนค่าด้วยตัวแปรตามที่ 1ถึง 4 แล้ว) ว่าเป็นแบบจำลองลักษณะใด คือเป็นแบบ Decomposable หรือ แบบ Causal จะเรียกว่าเป็นแบบจำลองย่อย สมบูรณ์ที่มีลำดับ 1 (first order) ซึ่งถ้าเป็นแบบ Decomposable การหาลำดับความสัมพันธ์ก็จะเสร็จสิ้นลง แต่ถ้าเป็นแบบ causal ก็ต้องพิจารณาต่อไปอีกโดยใช้วิธีการที่ทำมาแล้วว่า สามารถนำค่าตัวแปรจาก order 1 แทนค่าลงสมการที่เหลือแล้ว จะได้แบบจำลองย่อย ขึ้นมาใหม่ มีลักษณะความสัมพันธ์ของแบบจำลองย่อยเป็น Decomposable หรือ Indecomposable ถึงจะเสร็จสิ้นขบวนการ

จากตัวอย่างพบว่าแบบจำลองย่อยชุดใหม่ที่ประกอบด้วยสมการที่ 5 ถึง 8 มีความสัมพันธ์เป็นแบบ causal โดยสมการที่ 5 หลังจากแทนค่าด้วยตัวแปรอื่น ๆ ที่พบค่าแล้ว จะมีลักษณะเป็นแบบจำลองย่อย ซึ่งเป็นแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ ที่มีลำดับที่ 1

พิจารณาสมการส่วนที่เหลือ คือ สมการที่ (6) (7) และ(8) ก็จะเป็นแบบจำลองย่อยที่มีความสัมพันธ์เป็นแบบ causal อีก โดยสมการที่ 6 เมื่อถูกแทนค่าด้วยตัวแปรตามที่ทราบค่าแล้วจาก ตัวแปรตามที่คำนวณได้จาก ลำดับที่ 0 และลำดับที่ 1 ก็สามารถ ที่จะคำนวณค่าออกมาได้ ซึ่งจะเรียกสมการที่ 6 ว่า เป็นแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ ลำดับที่ 2 (second order)

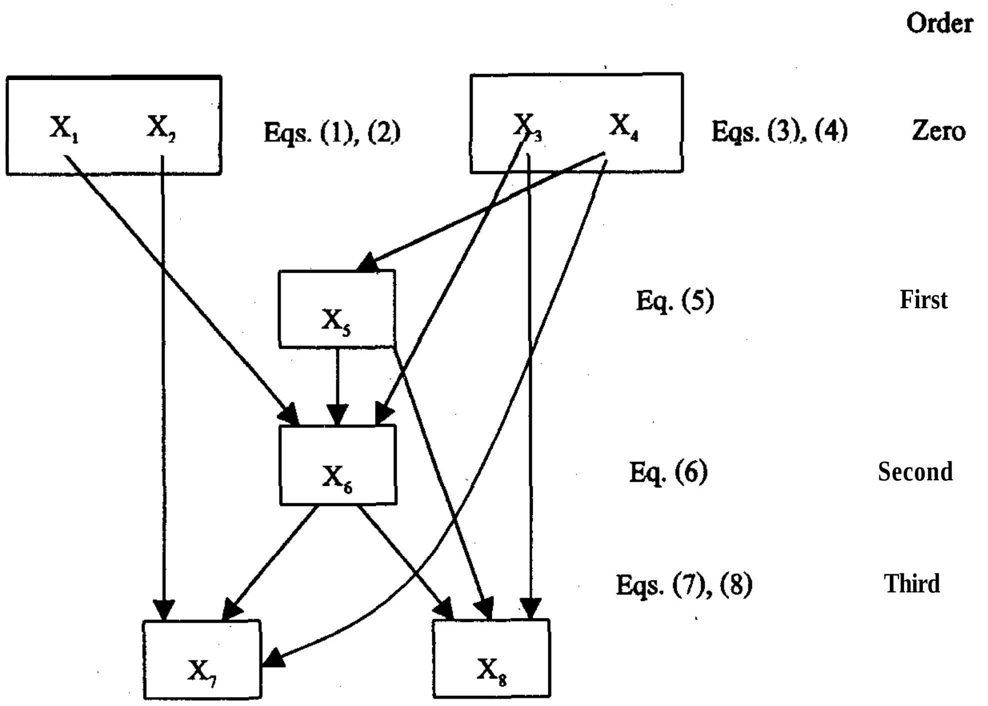
ขั้นต่อไปพิจารณาสมการส่วนที่เหลือคือ สมการที่ (7) และ (8) พบว่าเป็นแบบจำลองย่อยที่มีความสัมพันธ์แบบ Decomposable ซึ่งสามารถคำนวณค่าตัวแปรตามตัวที่ 7 และ 8 ได้หลังจาก

แทนค่าตัวแปรตามที่คำนวณได้จากความสัมพันธ์ลำดับที่ 0 1 และ 2 แล้ว จึงเป็นแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ ลำดับที่ 3 (third order)

9.5 แผนภาพ Arrow Diagram

Arrow Diagram คือการวาดรูปแสดงขั้นตอนการหาสมการลดรูป จากขั้นตอนการกำหนดลำดับความสัมพันธ์ ซึ่งทำให้เราทราบว่าจะต้องหาตัวแปรตามตัวใดก่อน และตัวแปรตามตัวใดจะต้องไปสัมพันธ์กับตัวแปรตามตัวอื่น ๆ ในฐานะเป็นตัวแปรอิสระของลำดับต่อไป

จากการกำหนดลำดับความสัมพันธ์ดังกล่าวมาแล้วสามารถ เขียนให้อยู่ในรูป Arrow diagram ได้ดังนี้



รูปที่ 9.11 แสดงลักษณะของ Arrow Diagram

จากรูป arrow diagram สามารถอธิบายได้ว่า ตัวแปรตามตัวที่ 1 ถึง 4 สามารถหาค่าได้โดยไม่ต้องอาศัยค่าของตัวแปรตามตัวอื่นมาก่อนโดย ตัวแปรตามตัวที่ 1 และ 2 คำนวณค่าได้ จาก แบบจำลองย่อยชุดที่ 1 ที่ประกอบด้วย สมการที่ 1 และ 2 สำหรับค่าของตัวแปรตามตัวที่ 3 และ 4 สามารถ คำนวณค่าได้จากแบบจำลองย่อยที่ 2 สมการที่ 3 และ 4 ดังนั้นจึงมี order เป็น zero order สำหรับแบบจำลองย่อยต่อมาที่ประกอบด้วยสมการที่ 5 นั้นไม่สามารถคำนวณหาค่าตัวแปรตามตัวที่ 5 ได้ตามลำพังต้องอาศัยค่าตัวแปรตามตัวที่ 4 ที่คำนวณค่ามาได้ก่อน จึงอาจเรียกว่าตัวแปรตาม

ตัวที่ 4 เป็นตัวอิสระของแบบจำลองย่อยนี้ดังนั้น แบบจำลองย่อยนี้จึงมี order เพิ่มขึ้น 1 order เป็นจาก zero order เป็น first order กรณี second order จะสามารถคำนวณค่าตัวแปรตามใน order นี้ได้จะต้องทราบค่าตัวแปรตามที่เกิดก่อนคือ ที่ได้จากทั้ง zero order (คือ ค่าตัวแปรตามตัวที่ 1 และค่าตัวแปรตามตัวที่ 3) กับ First order (คือ ค่าของตัวแปรตามตัวที่ 5) และสุดท้าย Third order จะสามารถคำนวณค่าตัวแปรตามในลำดับนี้ได้ต้องอาศัยค่าที่คำนวณได้ก่อน ของตัวแปรตาม จาก zero order first order และ second order (ไม่จำเป็นต้องนำค่าจากทุก order มาใช้แต่ที่สำคัญต้องนำค่าที่เกิดก่อนจาก second order มาใช้ จึงจะเรียกว่า Third order ดังนั้นสรุปว่าการเขียน arrow diagram นี้ แนวคิดหลักก็คือ การอาศัยความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรตามที่สามารถคำนวณได้ก่อนมาใช้เรียงลำดับนั่นเอง

ตารางที่ 9.5 แสดงแบบจำลองที่ยังไม่ได้รับการจัดอันดับ

Equation		Endogenous Variable					
		1	4	5	2	3	6
		r	Y	P	N	W	W
1	(1)	1	0	0	0	0	0
5	(2)	0	1	1	0	0	0
4	(3)	0	1	0	1	0	0
2	(4)	0	0	0	1	1	0
3	(5)	0	0	0	1	1	0
6	(6)	0	0	1	o	1	1

แบบจำลองสมการโครงสร้างข้างบนนี้ แสดงอยู่ในรูปเมตริกซ์จัตุรัส ในการที่จะคำนวณหาค่าตัวแปรตามทั้งหลายจะอาศัยคุณสมบัติของ บล็อก-ไดอะโกนัล(Block Diagonal) และบล็อก – ไตรแองกูลาร์(Block Triangular) เพื่อพิจารณา order ต่าง ๆ

ทำการพิจารณาแบบจำลองข้างต้นดูว่า สามารถหาแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ลำดับศูนย์ได้หรือไม่ ถ้าไม่สามารถหาได้เลยแสดงว่าแบบจำลองนี้จะมีความสัมพันธ์เป็นแบบ Indecomposable แต่สำหรับแบบจำลองข้างบนนี้สามารถหาแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ลำดับศูนย์ได้ โดยมีสมการที่ 1 สามารถ คำนวณค่าตัวแปรตาม r ได้ และสมการที่ 4 กับสมการที่ 5 สามารถ คำนวณค่าตัวแปรตาม

N และ W ได้ ดังนั้นเราจะทำเครื่องหมายให้กับสมการที่ (1) (4) และ (5) ด้วยตัวเลข 1 2 และ3 ตามลำดับ และทำเครื่องหมายให้กับตัวแปรตาม r n และ w ด้วยตัวเลข 1 2 และ 3 ตามลำดับ วิธีนี้ถ้าถือว่าเป็นการเลือกสมการตามแนวนอน และตัวแปรตามตามแนวตั้งไปแล้ว ทำให้เหลือเมตริกซ์ขนาด 3 $\times$ 3 เท่านั้น จากเมตริกซ์ที่เหลือ นี้พิจารณาหาแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ลำดับที่1 พบว่ามีตัวแปรตาม Y ในสมการที่ 3 มีลักษณะเป็นแบบจำลองย่อยจึงทำเครื่องหมายให้กับสมการที่ 3 และตัวแปรตาม Y ด้วยตัวเลข 4 เมื่อสมการที่ 3และตัวแปร Y ถูกเลือกไปแล้วก็จะเหลือ เมตริกซ์ขนาด 2 $\times$ 2 พิจารณาเมตริกซ์นี้เพื่อหา แบบจำลองย่อยสมบูรณ์ลำดับที่ 2 พบว่ามีเพียงสมการที่ 2 และตัวแปรตาม P เท่านั้น ที่เป็นแบบจำลองย่อยลำดับที่ 2 จึงทำเครื่องหมายไว้ให้เท่ากับเลข 5 เมื่อเลือกสมการที่ 2 และตัวแปรตาม P ไปแล้ว จะเหลือเมตริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงตัวเดียวคือตัวแปรตาม W ในสมการที่ 6 ซึ่งสามารถเรียกว่าเป็นแบบจำลองย่อยสมบูรณ์ลำดับ 3

ต่อจากนี้จะทำการเขียนเมตริกซ์ความสัมพันธ์ใหม่โดยยึดแนวนอนเป็นหลักก่อน โดยสมการที่(1) ให้เป็นแถวนอน ที่ 1 สมการที่ (4) เป็นแนวนอนที่ 2 สมการที่(5) เป็นแถวนอนที่ 3 สมการที่ 3 2และ 6 เป็นแถวนอนที่ 4 5 และ 6 ตามลำดับ

ตารางที่ 9.6 แสดงแบบจำลองที่ได้รับการจัดอันดับโดยยึดแนวนอนเป็นหลัก

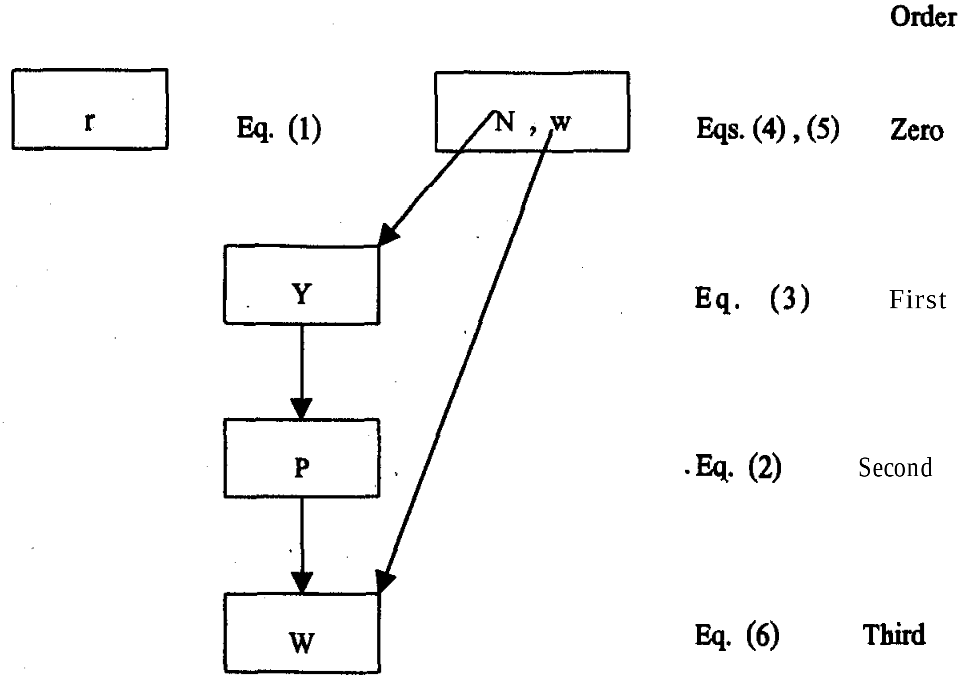
Equation	Endogenous Variable					
	1	4	5	2	3	6
	r	Y	P	N	w	W
(1)	1	0	0	0	0	0
(4)	0	0	0	1	1	0
(5)	0	0	0	1	1	0
(3)	0	1	0	1	0	0
(2)	0	1	1	0	0	0
(6)	0	0	1	0	0	1

ขั้นต่อไปจะเขียนเมตริกซ์นี้ใหม่อีกครั้งโดยคราวนี้จะยึดตามแนวตั้งเป็นหลัก โดยให้ตัวแปรตาม r เป็นคอลัมน์ที่ 1 N เป็นคอลัมน์ที่ 2 w เป็นคอลัมน์ที่ 3 Y P และ W เป็นคอลัมน์ที่ 4 5 และ 6 ตามลำดับ

ตารางที่ 9.7 แสดงแบบจำลองที่ได้รับการจัดอันดับโดยยึดแนวตั้งเป็นหลัก

Equation	Endogenous Variable						Order
	r	N	w	Y	P	W	
(1)	1	0	0	0	0	0	0
(4)	0	1	1	0	0	0	0
(5)	0	1	1	0	0	0	0
(3)	0	1	0	1	0	0	1
(2)	0	0	0	1	1	0	2
(6)	0	0	1	0	1	1	3

จากตารางสุดท้ายนี้สามารถนำความสัมพันธ์มาเขียนเป็น arrow diagram ได้ดังนี้



รูปที่ 9.2 แสดง arrow diagram ของแบบจำลอง

คำถามท้ายบทที่ 9

กำหนดสมการโครงสร้างดังต่อไปนี้

$$Y = C + I + G$$

$$C = c_0 + c_y(Y-T)$$

$$T = t_0 + t_yY$$

$$I = i_0 - i_rr + i_yY$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนตารางความสัมพันธ์ และพิจารณา order ด้วย
2. จงเขียน Arrow Diagrm
3. จากคำตอบในข้อ 1 และ 2 จงหาสมการลดรูป