

## เฉลยคำถามท้ายบทที่ 9

### สมการลดรูป

(Reduce Form)

กำหนดสมการโครงสร้างคือ

$$Y = C + I + G \quad \dots(1)$$

$$C = c_0 + c_y(Y - T) \quad \dots(2)$$

$$T = t_0 + t_y Y \quad \dots(3)$$

$$I = i_0 - i_r r + i_y Y \quad \dots(4)$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

#### 1. จงเขียนตารางความสัมพันธ์ และพิจารณา order ด้วย

วิธีทำ: จากสมการโครงสร้างสามารถเขียนตารางความสัมพันธ์ได้ดังนี้

สมการ	Endogenous Variable			
	C	I	Y	T
(1)	1	1	1	0
(2)	1	0	1	1
(3)	0	0	1	1
(4)	0	1	1	0

จากตารางความสัมพันธ์จะพบว่า เป็นความสัมพันธ์แบบ Indecomposable ซึ่งไม่สามารถแยกออกเป็นแบบจำลองย่อยได้เลย การประมาณค่าตัวแปรตามทุกตัวต้องอาศัยโครงสร้างของระบบสมการต่อเนื่อง ไม่สามารถคำนวณตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกมาก่อนได้ จึงไม่สามารถพิจารณา order ได้

## 2. จงเขียน arrow diagram

ตอบ : แบบจำลองนี้ไม่สามารถเขียน Arrow diagram เนื่องจากสมการ โครงสร้างมีความสัมพันธ์กันแบบ Indecomposable ซึ่งการประมาณค่าตัวแปรตามทุกตัวต้องอาศัยโครงสร้างของระบบสมการต่อเนื่อง และไม่สามารถพิจารณา order ได้

## 3. จากคำตอบในข้อ (1) และ(2) จงหาสมการลดรูป

$$\text{วิธีทำ : จากสมการโครงสร้าง : } Y = C + I + G \quad \dots (1)$$

$$C = c_0 + c_y(Y - T) \quad \dots (2)$$

$$T = t_0 + t_y Y \quad \dots (3)$$

$$I = i_0 - i_r + i_y Y \quad \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก (1) แทนค่าจะได้: } Y &= c_0 + c_y(Y - T) + i_0 - i_r + i_y Y + G \\ &= c_0 + c_y Y - c_y(t_0 + t_y Y) + i_0 - i_r + i_y Y + G \\ &= (c_0 - c_y t_0 + i_0) + (c_y - c_y t_y + i_y) Y - i_r + G \end{aligned}$$

$$(1 - c_y + c_y t_y - i_y) Y = (c_0 - c_y t_0 + i_0) - i_r + G$$

$$Y = \frac{c_0 - c_y t_0 + i_0}{1 - c_y + c_y t_y - i_y} - \frac{i_r}{1 - c_y + c_y t_y - i_y} + \frac{G}{1 - c_y + c_y t_y - i_y}$$

$$\text{ดังนั้น : } Y = \pi_{10} - \pi_{11} r + \pi_{12} G$$

$$\text{โดยที่ : } \pi_{10} = \frac{c_0 - c_y t_0 + i_0}{1 - c_y + c_y t_y - i_y}$$

$$\pi_{11} = \frac{i_r}{1 - c_y + c_y t_y - i_y}$$

$$\pi_{12} = \frac{1}{1 - c_y + c_y t_y - i_y}$$

$$\begin{aligned}
\text{จาก (2) แทนค่าจะได้ : } C &= c_0 + c_y(Y - T) \\
&= c_0 + c_y Y - c_y(t_0 + t_y Y) \\
&= (c_0 - c_y t_0) + (c_y - c_y t_y) Y \\
&= (c_0 - c_y t_0) + (c_y - c_y t_y) (\pi_{10} - \pi_{11}r + \pi_{12}G) \\
&= [c_0 - c_y t_0 + (c_y - c_y t_y) \pi_{10}] - (c_y - c_y t_y) \pi_{11}r + (c_y - c_y t_y) \pi_{12}G
\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น : } C = \pi_{20} - \pi_{21}r + \pi_{22}G$$

$$\text{โดยที่ } \pi_{20} = c_0 - c_y t_0 + (c_y - c_y t_y) \pi_{10}$$

$$\pi_{21} = (c_y - c_y t_y) \pi_{11}$$

$$\pi_{22} = (c_y - c_y t_y) \pi_{12}$$

$$\begin{aligned}
\text{จาก (3) แทนค่าจะได้ : } T &= t_0 + t_y Y \\
&= t_0 + t_y (\pi_{10} - \pi_{11}r + \pi_{12}G) \\
&= (t_0 + t_y \pi_{10}) - t_y \pi_{11}r + t_y \pi_{12}G
\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น : } T = \pi_{30} - \pi_{31}r + \pi_{32}G$$

$$\text{โดยที่ : } \pi_{30} = t_0 + t_y \pi_{10}$$

$$\pi_{31} = t_y \pi_{11}$$

$$\pi_{32} = t_y \pi_{12}$$

$$\begin{aligned}
\text{จาก (4) แทนค่าจะได้ : } I &= i_0 - i_r r + i_y Y \\
&= i_0 - i_r r + i_y (\pi_{10} - \pi_{11}r + \pi_{12}G) \\
&= (i_0 + i_y \pi_{10}) - (i_r + i_y \pi_{11})r + i_y \pi_{12}G
\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น : } I = \pi_{40} - \pi_{41}r + \pi_{42}G$$

$$\text{โดยที่ : } \pi_{40} = i_0 + i_y \pi_{10}$$

$$\pi_{41} = i_r + i_y \pi_{11}$$

$$\pi_{42} = i_y \pi_{12}$$

สรุป : สมการลดรูปของแบบจำลองนี้ คือ

$$Y = \pi_{10} - \pi_{11}r + \pi_{12}G$$

$$C = \pi_{20} - \pi_{21}r + \pi_{22}G$$

$$T = \pi_{30} - \pi_{31}r + \pi_{32}G$$

$$I = \pi_{40} - \pi_{41}r + \pi_{42}G$$

