

## เฉลยคำถามท้ายบทที่ 8

### แบบจำลองสมการเกี่ยวเนื่อง

(Simultaneous Equation Model)

กำหนดสมการโครงสร้างคือ

$$Y = C + I + G$$

$$C = c_0 + c_y(Y - T)$$

$$T = t_0 + t_y Y$$

$$I = i_0 - i_r r + i_y Y$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. พิจารณาความชี้ชัดของสมการพฤติกรรม

**ตอบ** จากสมการโครงสร้างจะพบว่า มีตัวแปรภายใน 4 ตัว คือ Y, C, I, T

มีตัวแปรภายนอก 2 ตัว คือ r, G

**เงื่อนไขลำดับของการตรวจสอบความชี้ชัด (the order of identification)**

กำหนดให้: สัญลักษณ์ที่ใช้ในการพิจารณาสมการการชี้ชัดมีดังนี้

G = จำนวนตัวแปรภายในทั้งหมดที่ปรากฏอยู่ในระบบสมการ

G\* = จำนวนตัวแปรภายในที่ปรากฏอยู่ในสมการที่ต้องการพิจารณา

G\*\* = จำนวนตัวแปรภายในที่มีได้ปรากฏในสมการที่ต้องการพิจารณา

K = จำนวนตัวแปรกำหนดค่าล่วงหน้าทั้งหมดที่ปรากฏอยู่ในระบบสมการ

K\* = จำนวนตัวแปรกำหนดค่าล่วงหน้าที่ปรากฏอยู่ในสมการที่ต้องการพิจารณา

K\*\* = จำนวนตัวแปรกำหนดค่าล่วงหน้าที่มีได้อยู่ในสมการที่ต้องการพิจารณา

สมการใดสมการหนึ่ง จะมีความชี้ชัดก็ต่อเมื่อ

ถ้า  $K^{**} = G^{*-1}$  สมการนั้นจะมีลักษณะชี้ชัดพอดี

$K^{**} > G^{*-1}$  สมการนั้นจะมีลักษณะชี้ชัดเกินจำเป็น

$K^{**} < G^{*-1}$  สมการนั้นจะไม่มีลักษณะชี้ชัด

**เงื่อนไขแรงค์สำหรับความซ้ซัด (the rank of identification)**

จัดสมการ โครงสร้างให้อยู่ในรูป implicit function แล้วสร้างตารางค่าพารามิเตอร์ของสมการ โครงสร้าง จะได้

$$Y - C - I - G = 0 \quad \dots(1)$$

$$C - c_0 - c_y Y + c_y T = 0 \quad \dots(2)$$

$$T - t_0 - t_y Y = 0 \quad \dots(3)$$

$$I - i_0 + i_r r - i_y Y = 0 \quad \dots(4)$$

และได้ตารางค่าพารามิเตอร์ของสมการ โครงสร้างเป็นดังนี้

สมการ	ตัวแปรภายใน					
	C	I	G	Y	r	T
(1)	-1	-1	-1	1	0	0
(2)	1	0	0	-c <sub>y</sub>	0	c <sub>y</sub>
(3)	0	0	0	-t <sub>y</sub>	0	-t <sub>0</sub>
(4)	0	1	0	-i <sub>y</sub>	i <sub>r</sub>	0

พิจารณาความซ้ซัดของสมการพฤติกรรมในสมการ โครงสร้างดังนี้

1. สมการการบริโภค :  $C = c_0 + c_y(Y - T)$

**เงื่อนไขลำดับของการตรวจสอบความซ้ซัด**

โดยที่ :  $K^{**} = 2, G^* = 3$

จะได้ :  $K^{**} = 2$  และ  $G^* - 1 = 3 - 1 = 2$

ดังนั้น  $K^{**} = G^* - 1$  แสดงว่า สมการการบริโภคเป็น exactly identification

**เงื่อนไขแรงค์สำหรับความซ้ซัด**

จากตารางค่าพารามิเตอร์ของสมการ โครงสร้าง

สมการ	C	I	G	Y	r	T
(1)	-1	-1	-1	1	0	0
(2)	1	0	0	$-c_y$	0	$c_y$
(3)	0	0	0	$-t_y$	0	$-t_0$
(4)	0	1	0	$-i_y$	$i_r$	0

จะได้ตารางค่าพารามิเตอร์ที่มีได้อยู่ในสมการที่พิจารณา ดังนี้

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & i_r \end{bmatrix} = 0$$

และมีค่า determinants = 0 แสดงว่าเป็นmatrix ที่มี rank < 3 โดยมีค่า rank = 2 ซึ่งน้อยกว่า  $G-1 = 4 - 1 = 3$  นั่นคือ สมการการบริโภคนั้นไม่มีความซ้ซ้ำ

2. สมการภาษี :  $T = t_0 + t_y Y$

เงื่อนไขลำดับของการตรวจสอบความซ้ซ้ำ

โดยที่ :  $K^{**} = 2, G^* = 2$

จะได้ :  $K^{**} = 2$  และ  $G^* - 1 = 2 - 1 = 1$

ดังนั้น  $K^{**} > G^* - 1$  แสดงว่าสมการภาษีเป็น over-identification

เงื่อนไขแรงค์สำหรับความซ้ซ้ำ

จากตารางค่าพารามิเตอร์ของสมการโครงสร้าง

สมการ	C	I	G	Y	r	T
(1)	-1	-1	-1	1	0	0
(2)	1	0	0	$-c_y$	0	$c_y$
(3)	0	0	0	$-t_y$	0	$-t_0$
(4)	0	1	0	$-i_y$	$i_r$	0

จะได้ตารางค่าพารามิเตอร์ที่มีอยู่ในสมการที่พิจารณา ดังนี้

-1	-1	-1	0
1	0	0	0
0	1	0	$i_r$

จากตารางค่าพารามิเตอร์ที่มีอยู่ในสมการที่พิจารณาสามารถแยกเป็น Matrix $_{3 \times 3}$  ได้จำนวน 4 Matrix เราจะพิจารณาโดยการตัด Column ที่ 3 ออกดังนี้

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & i_r \end{bmatrix} = i_r$$

จะพบว่ามีค่า determinants  $\neq 0$  แสดงว่า สมการการถายมีค่า rank = 3 ซึ่ง  $= G - 1 = 4 - 1 = 3$ พอดี แสดงว่าเป็นสมการที่มีความชี้ชัด

3. สมการการลงทุน :  $I = i_0 - i_r + i_y Y$

เงื่อนไขลำดับของการตรวจสอบความชี้ชัด

โดยที่ :  $K^{**} = 1, G^* = 2$

จะได้ :  $K^{**} = 1$  และ  $G^* - 1 = 2 - 1 = 1$

ดังนั้น  $K^{**} = G^* - 1$  แสดงว่า สมการการลงทุนเป็น exactly identification

เงื่อนไขแรงค์สำหรับความชี้ชัด

จากตารางค่าพารามิเตอร์ของสมการ โครงสร้าง

สมการ	C	I	G	Y	r	T
(1)	-1	-1	-1	1	0	0
(2)	1	0	0	$-c_y$	0	$c_y$
(3)	0	0	0	$-t_y$	0	$-t_0$
(4)	0	1	0	$-i_y$	$i_r$	0

จะได้ตารางค่าพารามิเตอร์ที่มีอยู่ในสมการที่พิจารณา ดังนี้

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1$$

จะพบว่าค่า determinants  $\neq 0$  แสดงว่า สมการการลงทุน rank = 3 ซึ่ง  $= G - 1 = 4 - 1 = 3$ พอดี แสดงว่าเป็นสมการที่มีความชี้ชัด

## 2. ถ้าสมการใดไม่มีความชี้ชัด หรือมีความชี้ชัดมากเกินไปจนเสนอวิธีการแก้ไข

ตอบ

สมการที่ไม่มีความชี้ชัดหรือชี้ชัดไม่ได้ คือ สมการที่เราไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของสมการโครงสร้างสมการนั้นได้

ดังนั้น หากสมการใดมีลักษณะไม่สามารถชี้ชัดได้ เราจำเป็นต้องมีการปรับปรุงตัวแบบใหม่ ซึ่งทำได้โดยเพิ่มตัวแปรหรือเพิ่มสมการเข้าไปในตัวแบบเพื่อให้มีความสำคัญมากขึ้น จะสามารถอธิบายตัวแปรตามที่ไม่มีความชี้ชัดได้

สมการที่มีความชี้ชัดเกินไป คือการสมการที่สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ได้มากกว่า 1 ค่า

ดังนั้น หากสมการใดมีความชี้ชัดเกินไปเราแก้ไขได้โดยการตัดตัวแปรที่ไม่มีความสำคัญออกจากตัวแบบ เพื่อจะได้ค่าพารามิเตอร์ที่ชัดเจนเพียงชุดเดียว แต่สมการที่ชี้ชัดเกินไป เราจะทำหาค่าพารามิเตอร์ที่มีเพียงชุดเดียวได้โดยใช้วิธี two-stage least squares (2SLS) คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของสมการในกรณีนี้ได้เลย

## 3. จงอธิบายปัญหาสมการเกี่ยวเนื่อง วิธีพิจารณาตลอดจนเสนอแนวทางแก้ไขปัญหา

ตอบ

ปัญหาสมการเกี่ยวเนื่อง คือ ปัญหาที่เกิดจากตัวแปรตามของสมการหนึ่งไปเป็นตัวแปรอิสระของอีกสมการหนึ่ง ขณะเดียวกันตัวแปรตามของสมการหลังก็ไปเป็นตัวแปรอิสระของสมการแรกและสมการอื่น ๆ หรือ พูดให้ชัดเจนคือการที่ตัวคลาดเคลื่อนที่เป็นตัวแปรสุ่มไปมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระในสมการ ทำให้การประมาณค่าด้วยวิธี OLS เกิดปัญหา multicollinearity และทำให้การประมาณค่าด้วยวิธี OLS เกิดความลำเอียง และไม่แน่นอน

ตัวอย่างสมการเกี่ยวเนื่อง

$$Y = C + I + G$$

$$C = c_0 + c_y Y + u_t$$

ดังนั้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์เราจะใช้วิธีอื่น เช่น 2SLS หรือ ILS

ประมาณค่าสมการเกี่ยวเนื่องจะต้องทำการลดรูปสมการก่อน และหากมีสมการมากจะทำให้ยุ่งยากในการลดรูป และไม่แน่ว่าค่าพารามิเตอร์จากสมการลดรูปจะนำไปหาค่าพารามิเตอร์ได้ทุกสมการ การแก้ปัญหาคงยุ่งยากนี้จะใช้วิธีพิจารณาความซ้ซัดเป็นเครื่องมือพิจารณาว่าสมการใดสามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้ โดยสมการสามารถแบ่งได้เป็น 3 ลักษณะ ได้แก่

1. สมการมีลักษณะซ้ซัดพอดี คือ สามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้เพียงค่าเดียว
2. สมการมีลักษณะซ้ซัดเกิดจำเป็น คือ สามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้หลายค่า
3. สมการไม่มีความซ้ซัด คือ ไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ได้