

เฉลยคำถามท้ายบทที่ 5

วิธีการทางเศรษฐมิติและสมการถดถอยอย่างง่าย

(Econometric Method and Simple Regression)

1. รายได้ (X) และค่าใช้จ่ายเพื่อการบริโภค (Y) ของ 10 ครอบครัว

| ครัวเรือน | i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ค่าใช้จ่ายเพื่อการบริโภค | Y_i | 16 | 26 | 25 | 23 | 19 | 31 | 30 | 26 | 36 | 18 |
| รายได้ | X_i | 20 | 29 | 32 | 35 | 23 | 35 | 32 | 30 | 43 | 21 |

จงหาสมการถดถอยของการบริโภค

$$Y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$$

$(t_{\hat{\alpha}}) \qquad (t_{\hat{\beta}})$

$$R^2 = ?$$

$$F = ?$$

วิธีทำ: แบบจำลองสมการถดถอยของการบริโภค เป็นดังนี้

$$Y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$$

โดยที่: Y = ค่าใช้จ่ายเพื่อการบริโภค

X = รายได้

- 1) คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรด้วยวิธี OLS จากสูตร

$$\hat{\beta} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$
$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

โดยสามารถหาค่า $\sum xy$, $\sum x^2$, \bar{Y} และ \bar{X} ได้ดังตาราง

| Y_i | X_i | $y = Y_i - \bar{Y}$ | y^2 | $x = X_i - \bar{X}$ | x^2 | xy |
|----------------|----------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|-----------------|
| 16 | 20 | -9 | 81 | -10 | 100 | 90 |
| 26 | 29 | 1 | 1 | -1 | 1 | -1 |
| 25 | 32 | 0 | 0 | 2 | 4 | 0 |
| 23 | 35 | -2 | 4 | 5 | 25 | -10 |
| 19 | 23 | -6 | 36 | -7 | 49 | 42 |
| 31 | 35 | 6 | 36 | 5 | 25 | 30 |
| 30 | 32 | 5 | 25 | 2 | 4 | 10 |
| 26 | 30 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 36 | 43 | 11 | 121 | 13 | 169 | 143 |
| 18 | 21 | -7 | 49 | -9 | 81 | 63 |
| $\bar{Y} = 25$ | $\bar{X} = 30$ | | $\sum y^2 = 354$ | | $\sum x^2 = 458$ | $\sum xy = 367$ |

ดังนั้น จะได้ $\hat{\beta} = \frac{367}{458} = 0.8013$
 และ $\hat{\alpha} = 25 - (0.8013 \times 30) = 0.961$

2) สมการถดถอยของการบริโภคที่ได้จากวิธี OLS คือ

$$Y = 0.961 + 0.8013X$$

3) สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (coefficient of determination : R^2)

สูตรในการหา คือ $R^2 = \frac{\hat{\beta} \sum xy}{\sum y^2}$

โดยที่ : $\hat{\beta} = 0.8013$

$$\sum xy = 367$$

และ $\sum y^2 = 354$

ดังนั้น จะได้ $R^2 = \frac{0.8013 \times 367}{354} = 0.8307$

4) t – statistic

สูตรในการหา คือ $t_{\hat{\alpha}} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{S}_{\alpha}}$

$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta}}{\hat{S}_{\beta}}$

โดยที่ : $\hat{S}_{\alpha} = \sqrt{\frac{S^2 \sum x^2}{n \sum x^2}}$

และ $\hat{S}_{\beta} = \sqrt{\frac{S^2}{\sum x^2}}$

หาค่า S^2 จากสูตร $S^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$; $\sum e_i^2 = \sum y^2 - \hat{\beta}^2 \sum x^2$
 $= \frac{\sum y^2 - \hat{\beta} \sum x^2}{n-2}$

จะได้ $S^2 = \frac{354 - (0.8013)^2 (458)}{8} = 7.4908$

เพราะฉะนั้น $\hat{S}_{\alpha} = \sqrt{\frac{(7.4908)(458)}{10(458)}} = 0.8655$

และ $\hat{S}_{\beta} = \sqrt{\frac{7.4908}{458}} = 0.1279$

ดังนั้น :

$t_{\hat{\alpha}} = \frac{0.961}{0.8655} = 1.1103$

$t_{\hat{\beta}} = \frac{0.8013}{0.1279} = 6.2651$

5) F – statistics

$$\text{หาได้จากสูตร } F = \frac{(n-2)R^2}{1-R^2}$$

$$\text{ในที่นี้ค่า } R^2 = 0.8307$$

ดังนั้น :

$$\begin{aligned} F &= \frac{(10-2)0.8307}{1-0.8307} \\ &= \frac{6.6456}{0.1693} \\ &= 39.2534 \end{aligned}$$

ตอบ :

$$Y = 0.961 + 0.8013X$$

(1.1103) (6.2651)

$$R^2 = 0.8307$$

$$F = 39.2534$$

2. พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ซึ่งเป็นข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออกในช่วง 10 ปี
กับราคาเนื้อวัวในตลาดโลก

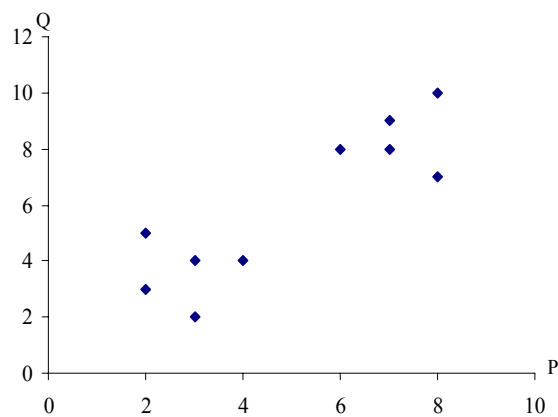
| ปี | 2530 | 2531 | 2532 | 2533 | 2534 | 2535 | 2536 | 2537 | 2538 | 2539 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ปริมาณ (กก.) | 5 | 4 | 3 | 4 | 7 | 9 | 8 | 10 | 8 | 2 |
| ราคา (บาท/หน่วย) | 2 | 4 | 2 | 3 | 8 | 7 | 6 | 8 | 7 | 3 |

ก. วาดกราฟแสดงการกระจายของข้อมูลดังกล่าว

ข. ลากเส้นตรงด้วยตาเปล่าแล้วใช้เส้นตรงนั้นคำนวณค่ามากที่สุด สำหรับจุดตัด และความชันในความสัมพันธ์แบบเส้นตรงระหว่างปริมาณและราคา

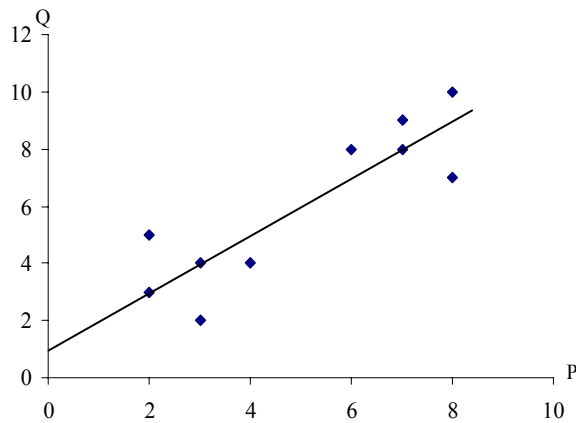
ค. คำนวณค่าประมาณของพารามิเตอร์ของเส้นถดถอยกำลังสองน้อยที่สุดของปริมาณและราคา พร้อมทำการทดสอบสมมุติฐานว่าใช้ได้หรือไม่ มีค่าสัมประสิทธิ์แห่งการกำหนดเท่าใด
วิธีทำ :

ก. วาดกราฟแสดงการกระจายของข้อมูลดังกล่าว



กราฟแสดงการกระจายของข้อมูล

ข. ลากเส้นตรงด้วยตาเปล่าแล้วใช้เส้นตรงนั้นคำนวณค่ามากที่สุด สำหรับจุดตัด และความชันในความสัมพันธ์แบบเส้นตรงระหว่างปริมาณและราคา



กราฟที่วาดเส้นถดถอยโดยประมาณด้วยสายตา

แบบจำลองสมการถดถอยแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก (Q) กับราคาเนื้อวัวในตลาดโลก (P) คือ $Q_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}P_t$ เมื่อพิจารณาจากรูปแสดงที่การประมาณเส้น ถดถอยด้วยสายตา จะสามารถประมาณค่าจุดตัด ($\hat{\alpha}$) และความชัน ($\hat{\beta}$) ของเส้นถดถอยอย่างคร่าว ๆ ได้ดังนี้

$$\hat{\alpha} = 1.05$$

$$\hat{\beta} = 1.125$$

ดังนั้น จะได้สมการถดถอยของปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก (Q) เป็นดังนี้

$$Q_t = 1.05 + 1.125P_t$$

ค. คำนวณค่าประมาณของพารามิเตอร์ของเส้นถดถอยกำลังสองน้อยที่สุดของปริมาณและราคา พร้อมทำการทดสอบสมมติฐานว่าใช้ได้หรือไม่ มีค่าสัมประสิทธิ์แห่งการกำหนดเท่าใด

1) แบบจำลองสมการถดถอยของปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก คือ

$$Q_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} P_t$$

โดยที่ : Q_t = ปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก
 P_t = ราคาเนื้อวัวในตลาดโลก

2) คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรด้วยวิธี OLS จากสูตร

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (P_t - \bar{P})(Q_t - \bar{Q})}{\sum (P_t - \bar{P})^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Q} - \hat{\beta} \bar{P}$$

โดยสามารถหาค่า $\sum (P_t - \bar{P})(Q_t - \bar{Q})$, $\sum (P_t - \bar{P})^2$, \bar{Q} และ \bar{P} ได้ดังตาราง

| ปี | Q_t | P_t | $Q_t - \bar{Q}$ | $(Q_t - \bar{Q})^2$ | $P_t - \bar{P}$ | $(P_t - \bar{P})^2$ | $(P_t - \bar{P})(Q_t - \bar{Q})$ |
|------|---------------|---------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|----------------------------------|---|
| 2530 | 5 | 2 | -1 | 1 | -3 | 9 | 3 |
| 2531 | 4 | 4 | -2 | 4 | -1 | 1 | 2 |
| 2532 | 3 | 2 | -3 | 9 | -3 | 9 | 9 |
| 2533 | 4 | 3 | -2 | 4 | -2 | 4 | 4 |
| 2534 | 7 | 8 | 1 | 1 | 3 | 9 | 3 |
| 2535 | 9 | 7 | 3 | 9 | 2 | 4 | 6 |
| 2536 | 8 | 6 | 2 | 4 | 1 | 1 | 2 |
| 2537 | 10 | 8 | 4 | 16 | 3 | 9 | 12 |
| 2538 | 8 | 7 | 2 | 4 | 2 | 4 | 4 |
| 2539 | 2 | 3 | -4 | 16 | -2 | 4 | 8 |
| | $\bar{Q} = 6$ | $\bar{P} = 5$ | | $\sum (Q_t - \bar{Q})^2$ = 68 | | $\sum (P_t - \bar{P})^2$ = 54 | $\sum (P_t - \bar{P})(Q_t - \bar{Q})$ = 53 |

$$\text{จะได้ } \hat{\beta} = \frac{53}{54} = 0.9815$$

$$\hat{\alpha} = 6 - (0.9815 \times 5) = 1.0925$$

ดังนั้น สมการถดถอยของปริมาณเนื้อวัวในตลาดโลกที่ประมาณด้วยวิธี OLS คือ

$$Q_t = 1.0925 + 0.9815P_t$$

3) สัมประสิทธิ์แห่งการตัดสินใจ : R^2

$$\text{สูตร } R^2 = \frac{\hat{\beta} \sum (P_t - \bar{P})(Q_t - \bar{Q})}{\sum (Q_t - \bar{Q})^2}$$

$$\text{ดังนั้น } R^2 = \frac{(0.9815)(53)}{68} = 0.7650$$

4) t - statistic

$$\text{สูตรในการหา คือ } t_{\hat{\alpha}} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{S}_{\alpha}}$$

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta}}{\hat{S}_{\beta}}$$

$$\text{โดยที่ : } \hat{S}_{\alpha} = \sqrt{\frac{S^2 \sum (P_t - \bar{P})^2}{n \sum (P_t - \bar{P})^2}}$$

$$\text{และ } \hat{S}_{\beta} = \sqrt{\frac{S^2}{\sum (P_t - \bar{P})^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{หาค่า } S^2 \text{ จากสูตร } S^2 &= \frac{\sum e_i^2}{n-2} ; \sum e_i^2 = \sum (Q_t - \bar{Q})^2 - \hat{\beta}^2 \sum (P_t - \bar{P})^2 \\ &= \frac{\sum (Q_t - \bar{Q})^2 - \hat{\beta}^2 \sum (P_t - \bar{P})^2}{n-2} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } S^2 = \frac{68 - (0.9815)^2 (54)}{8}$$

$$= 1.9977$$

เพราะฉะนั้น

$$\hat{S}_{\alpha} = \sqrt{\frac{(1.9977)(54)}{10(54)}}$$

$$= 0.4469$$

และ
$$\hat{S}_\beta = \sqrt{\frac{1.9977}{54}}$$

$$= 0.1923$$

ดังนั้น :
$$t_{\hat{\alpha}} = \frac{1.0925}{0.4469}$$

$$= 2.4446$$

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{0.9815}{0.1923}$$

$$= 5.104$$

5) F – statistics

หาได้จากสูตร
$$F = \frac{(n-2)R^2}{1-R^2}$$

ในที่นี้ค่า
$$R^2 = 0.7650$$

ดังนั้น :
$$F = \frac{(10-2)0.7650}{1-0.7650}$$

$$= \frac{6.12}{0.235}$$

$$= 26.04$$

สรุป : ผลการประมาณค่าด้วยวิธี OLS เป็นดังนี้

$$Q_t = 1.0925 + 0.9815P_t$$

(2.4446) (5.104)

$$R^2 = 0.7650$$

$$F = 26.04$$

จากผลการประมาณที่ได้พบว่า ราคาเนื้อวัวในตลาดโลก (P) นั้นมีความสัมพันธ์กับ ปริมาณปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก (Q) ในทิศทางเดียวกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ ระดับความเชื่อมั่น 95 % นั่นคือ เมื่อราคาเนื้อวัวในตลาดโลก (P) เพิ่มขึ้น 1 % จะส่งผลให้ปริมาณ เนื้อวัวในตลาดส่งออก (Q) เพิ่มขึ้น 0.9815 หน่วย ซึ่งเป็นไปตามกฎของอุปทานที่ว่า ปริมาณการ เสนอขายสินค้าชนิดใดชนิดหนึ่งจะมีความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางเดียวกันกับราคาสินค้าชนิด นั้น

โดยที่แบบจำลองนี้มีค่าสัมประสิทธิ์แห่งการกำหนด (R^2) เท่ากับ 0.7650 หมายความว่า ราคาเนื้อวัวในตลาดโลก (P) สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของปริมาณเนื้อวัวในตลาดส่งออก (Q) ได้ประมาณร้อยละ 76.50