บทที่ 5

การจำลองเบื้องต้น

(INTRODUCTION TO SIMULATION)

บทที่ 5
การจำลองเบื้องต้น
(INTRODUCTION TO SIMULATION)

หัวเรื่อง:

1. ความหมาย
2. วิวัฒนาการ
3. รูปลักษณะปัญหา
4. การจำลองแบบ Monte Carlo Simulation
5. ข้อดีและขีดจำกัดของแบบจำลอง
6. สรุป

วัตถุประสงค์:

เมื่อนักศึกษาได้ศึกษาบทที่ 5 นี้แล้ว สามารถ:

1. อธิบายความหมายเรื่องราวเกี่ยวกับการจำลองได้
2. อธิบายวิวัฒนาการความเป็นมาของการจำลองได้
3. วิเคราะห์รูปลักษณะปัญหาของการจำลองแบบต่างๆ ได้
4. วิเคราะห์หาคำเฉลยตลอดจนอธิบายและตีความคำเฉลยที่ได้จากการจำลองแบบ Monte Carlo Simulation ได้อย่างถูกต้อง
5. อธิบาย ข้อดีและขีดจำกัดของการจำลองได้อย่างเด่นชัด และสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาปัจจุบันได้อย่างเหมาะสม

บทที่ 5
การจำลองเบื้องต้น
(INTRODUCTION TO SIMULATION)

1. ความหมาย :

การจำลอง หมายถึง การสร้างแบบเหมือนเพื่อเลียนแบบของจริงโดยไม่มีของจริงเกี่ยวข้องด้วยเลย การจำลองเป็นเสมือนการถอดแบบของจริง เพื่อให้ได้แบบเหมือนหรือที่เรียกกันว่าแบบจำลอง (model) เพื่อใช้ในการ อธิบาย วิเคราะห์ และตีความของจริง ซึ่งของจริงอาจจะสร้างได้ยากเพราะสลับซับซ้อน เสียเวลาและค่าใช้จ่ายมาก หรืออาจจะสร้างไม่ได้เลย ดังนั้น การจำลอง จึงเป็นการหลีกเลี่ยงความยุ่งยาก ความสิ้นเปลือง และความเสี่ยงต่อการล้มเหลวในการศึกษาจากของจริง ทั้งนี้ เพราะแบบจำลองที่สร้างขึ้นแทนของจริงนั้น สร้างเลียนแบบของจริงโดยอาจจะใช้เพียง กระดาษ ดินสอ และปากกา หรือวัสดุที่หาได้ง่าย เพื่อเขียนหรือสร้างรูปแบบให้มีคุณสมบัติทางกายภาพเหมือนของจริง หรืออาจจะให้มีความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ตามลักษณะของความเป็นจริง โดยใช้เพียงสัญลักษณ์ (symbols) การคิดคำนวณ หรือการให้เหตุผล เพื่ออธิบาย วิเคราะห์ และตีความ ในลักษณะของแบบจำลองที่เรารู้จักกันในนามของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั่นเอง

2. วิวัฒนาการ :

ความจริงแล้ว การจำลองเป็นวิธีการที่เคยใช้กันมาเนิ่นนานแล้ว โดยเฉพาะการจำลองที่มีรูปแบบจำลองทางกายภาพ ซึ่งนักประดิษฐ์และสถาปนิก ได้ใช้ในการสร้างต้นแบบของสิ่งประดิษฐ์หรือสิ่งก่อสร้าง ก่อนที่จะได้ลงมือสร้างของจริง แต่สำหรับการจำลองที่ใช้ในการวิจัยปฏิบัติการนั้น นักคิดที่นับได้ว่าเป็นผู้เริ่มงานด้านนี้ เห็นจะได้แก่ John von Neumann และ

Stanislaw Ulam ซึ่งได้เริ่มงานนี้ในราวช่วงหลังของ คริสต์ศตวรรษ 1940[1/] ณ ห้องวิจัยทางวิทยาศาสตร์ที่ Los Alamos ในเรื่องเกี่ยวกับนิวเคลียร์เป็นเรื่องแรก ๆ ต่อมาภายหลังเมื่อวิทยาการทางด้านการคำนวณ โดยเฉพาะเมื่อได้เริ่มมีการนำเอาเครื่องสมองกล (computer) มาใช้ในราวต้น ๆ คริสต์ศตวรรษ 1950 แล้ว การจำลองจึงได้แพร่หลายในการนำไปใช้เพื่อเป็นแนวทางในการช่วยตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ ซึ่งปัญหาเหล่านั้นจะพิจารณาจากของจริงได้ยาก หรือไม่ได้เลย

3. รูปลักษณะปัญหา :

รูปลักษณะปัญหาของการจำลองโดยทั่วไป จะเป็นรูปแบบตามลักษณะของปัญหาที่เป็นจริงซึ่งได้รับการจำลองนั้น ๆ รูปแบบดังกล่าวอาจจะหมายถึงรูปแบบทางกายภาพหรือรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมที่จะแสดงสภาวะการณ์ของปัญหาที่กำลังศึกษาอยู่นั่นเอง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบและประเภทของแบบจำลองที่สร้างขึ้น รูปแบบและประเภทของการจำลองที่ได้นำมาใช้กันอย่างกว้างขวางที่ควรจะได้ศึกษาในที่นี้เห็นจะได้แก่ การจำลองแบบ Monte Carlo ในที่นี้เพื่อให้เกิดความเข้าใจในลักษณะปัญหาและวิธีการจำลองดังกล่าว จึงจะขอกล่าวถึงการจำลองนี้ ดังต่อไปนี้

4. การจำลองแบบ Monte Carlo Simulation

Monte Carlo Simulation คือวิธีการจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจ ในปัญหาที่ไม่สามารถสร้างเป็นรูปแบบจำลองโดยอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์ การจำลองในลักษณะของ Monte Carlo นี้ อาศัยหลักแห่งโอกาสที่เรียกว่า "Law of chance" การดำเนินการกระทำโดยวิธีการสุ่มตัวอย่าง แต่แทนที่จะสุ่มตัวอย่างจากข้อมูลจริง (real population)

1/ Robert J. Thierauf and Robert C.Klekamp, *Decision Making Through Operations Research* (2nd ed.; New York : John Wiley & Sons, *Inc.*, 1975), p. 449.

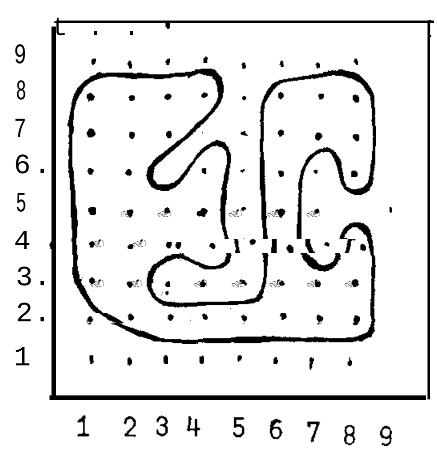
วิธีการนี้กับสุ่มมาจากตัวอย่างสุ่มในทางทฤษฎี โดยอาศัยตัวเลขเชิงสุ่ม (random numbers) และในการสุ่มนี้ ก็จะสุ่มตัวอย่างให้มีลักษณะการกระจายของข้อมูลให้เป็นแบบเดียวกันหรือเลียนแบบให้เป็นแบบเดียวกันกับข้อมูลของปัญหาที่แท้จริงนั้น ๆ

ดังนั้นปัญหาใด ๆ ก็ตาม ซึ่งอยู่บนรากฐานของโอกาสแห่งความน่าจะเป็น หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ การเกิดเหตุการณ์หนึ่งเหตุการณ์ใด สำหรับปัญหานั้น ไม่สามารถจะสร้างเป็นกฎเกณฑ์ใด ๆ ขึ้นเป็นแบบแผนได้ และก็ไม่สามารถที่จะทำการทดลองหรือทดสอบใด ๆ ในทางปฏิบัติ เพื่อให้เกิดผลสรุปนั้น ๆ ได้ หรือถึงแม้ว่าบางครั้งอาจจะทำการทดลองทำแบบแผนพยากรณ์ได้บางขั้นตอน แต่ก็ไม่สามารถจะสรุปผลได้โดยตลอด ปัญหาลักษณะเช่นนี้ย่อมจะสามารถหาผลสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล โดยหลักแห่งโอกาสด้วยวิธีการของ Monte Carlo

ในที่นี้ เพื่อให้เกิดแนวคิดในหลักการของ Monte Carlo Simulation จึงขอยกตัวอย่าง ในการหาพื้นที่ของรูปประหลาดข้างล่างนี้

ตัวอย่าง 5-1 : การประมาณค่าพื้นที่รูปประหลาด

รูป 5-1 : รูปประหลาด



จากรูปพื้นที่ประหลาดข้างต้นนี้ จะเห็นได้ว่ารูปประหลาดนี้มีรูปแบบที่ไม่เป็นไปตามรูปมาตรฐาน ที่จะหาพื้นที่โดยการใช้สูตรสำเร็จดังเช่นการหาพื้นที่ของรูปวงกลม หรือรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ได้ ดังนั้นถ้าจะหาพื้นที่รูปประหลาดนี้ให้ได้ค่าที่แน่นอน ก็จะต้องสร้างแบบสมการของรูปประหลาดนี้ให้ได้ แล้วดำเนินการคำนวณโดยการรวมส่วนย่อยที่เรียกว่า integration โดยหลักของ integral calculus อย่างไรก็ตาม การสร้างรูปแบบสมการของรูปประหลาดนี้ อาจจะสร้างได้ยากมากหรือสร้างขึ้นไม่ได้เลย ซึ่งถ้าแม้นว่ารูปประหลาดนี้จะสามารถสร้างแบบสมการได้ ก็จะสิ้นเปลืองทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายสูงมาก อาจจะไม่คุ้มค่ากับประโยชน์ที่จะได้รับก็ได้ หรือถ้ารูปประหลาดนี้ไม่สามารถที่จะสร้างแบบสมการใด ๆ ได้แล้ว ก็เป็นอันว่าไม่ต้องหาพื้นที่ของรูปประหลาดนี้เสียเลยก็อาจกระทำไม่ได้ ดังนั้นถึงแม้ว่าจะไม่สามารถหาพื้นที่ที่แน่นอนของรูปประหลาดนี้ได้ แต่ก็มีวิธีการของ Monte Carlo ที่จะสามารถประมาณค่าพื้นที่นี้ได้อย่างใกล้เคียงถึงแม้ว่าจะไม่ใช่ค่าพื้นที่ที่ถูกต้องแน่นอนเสียทีเดียว แต่ก็ยังดีกว่าที่จะหาไม่ได้ หรือหาได้แต่ไม่คุ้มค่าเสียเลย

หลักการโดยพื้นฐานวิธีหนึ่งของการประมาณค่าพื้นที่รูปประหลาด โดยวิธีการของ Monte Carlo ก็โดยการนำสิ่งหรือพื้นที่ที่ทราบอยู่แล้วมาคิดคำนวณเปรียบเทียบค่าโดยหลักของโอกาสนั่นเอง ในที่นี้ อาจจะกระทำได้โดยการเขียนรูปสี่เหลี่ยมซึ่งทราบค่าพื้นที่ที่แน่นอนอยู่แล้ว ล้อมรอบรูปประหลาดนี้ไว้ แล้วดำเนินการสร้างจุดตาราง (lattice point) ที่มีระยะห่างเท่า ๆ กัน เพื่อช่วยในการคิดคำนวณเปรียบเทียบโดยหลักแห่งโอกาสได้ง่ายขึ้น จุดตารางที่ง่ายที่สุดในรูปประหลาดนี้เห็นจะได้แก่จุดตารางในตำแหน่งค่าจำนวนเต็มของแต่ละแกนของรูปสี่เหลี่ยมที่ล้อมรอบรูปนั้นเอง ในที่นี้ถ้าสมมุติว่า รูปสี่เหลี่ยมที่ล้อมรอบรูปประหลาดมี พื้นที่เท่ากับ "A" ตารางหน่วยพื้นที่ และในรูปสี่เหลี่ยมนี้มีจุดตารางแห่งจำนวนเต็มอยู่ทั้งสิ้น "N" จุดด้วยกัน โดยหลักการแห่งโอกาส ถ้ารูปประหลาดครอบครองจุดตารางได้มาก พื้นที่ของรูปประหลาดก็จะมากเกือบเท่ากับ A แต่ถ้ารูปประหลาดครอบครองจุดตารางได้น้อย พื้นที่ของรูปประหลาดนี้ก็ควรจะน้อยด้วย ดังนั้นพื้นที่ของรูปประหลาดก็จะสามารถประมาณการได้จากโอกาสในการครอบครองจุดตารางที่สร้างขึ้นแล้วเปรียบเทียบกับพื้นที่ที่ทราบอยู่แล้วนั่นเอง ในที่นี้ ถ้าสมมุติว่า รูปประหลาดนี้สามารถครอบครองจุดตารางได้ "n" จุดเช่นนี้แล้ว รูปประหลาดนี้จะมีพื้นที่ประมาณ "a" ตารางหน่วยพื้นที่ ซึ่งค่าประมาณพื้นที่นี้หาได้จาก $a = A\left(\frac{n}{N}\right)$

เพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนขึ้น ได้เขียนรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีพื้นที่ 25 ตารางเซนติเมตร ล้อมรอบรูปประหลาดนี้แล้ว และได้แบ่งแกนตารางของรูปสี่เหลี่ยมนี้แกนละ 10 ส่วน ซึ่งเมื่อได้สร้างจุดตารางแล้ว ก็จะได้จุดตารางทั้งสิ้น 100 จุดพอดี ซึ่งก็หมายความว่า ถ้ารูปประหลาดนี้มีพื้นที่มากโอกาสที่จะครอบครองจุดตารางไว้ได้เกือบทั้งหมดก็มีมากเช่นกัน ในที่นี้ รูปประหลาดสามารถครอบครองจุดตารางได้ทั้งสิ้น 40 จุด ดังนี้แล้ว พื้นที่ของรูปประหลาดนี้ก็จะมีประมาณ 10 ตารางเซนติเมตร

$:a \;=\; A\,(\frac{n}{N}) \;=\; 25\;(\frac{40}{100})$ นั่นเอง

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นได้ว่าการประมาณค่าพื้นที่รูปประหลาดนี้ เป็นการประมาณการโดยอาศัยการเปรียบเทียบกับพื้นที่หรือสิ่งที่รู้แล้วโดยหลักแห่งโอกาส และการสุ่มตัวอย่างอย่างง่ายเท่านั้น ซึ่งวิธีการนี้ก็จะเหมาะสมกับปัญหาที่ไม่สลับซับซ้อน แต่ถ้าปัญหาสลับซับซ้อนมากขึ้น มีข้อมูลที่เกี่ยวข้องมากขึ้น การจำลองก็จะยุ่งยากมากขึ้นตามไปด้วย ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องเลือกใช้วิธีการและลักษณะรูปแบบการคำนวณที่จะเหมาะสมและสะดวกที่สุดสำหรับแต่ละปัญหานั้น ๆ ดังเช่นตัวอย่างการหาพื้นที่ประหลาดที่กล่าวมาแล้วนี้ ถ้าหากว่าพื้นที่ประหลาดนี้มีรูปใหญ่มาก หรือต้องการค่าประมาณที่ละเอียดและใกล้เคียงความจริงมาก ๆ แล้ว ในการประมาณค่าก็คงจะต้องสร้างจุดตารางมาก ๆ เพื่อให้ได้ค่าที่ละเอียดใกล้ความจริงที่สุด เช่น อาจจะต้องสร้างจุดตารางเพิ่มขึ้นอีก 100 เท่า จาก 100 จุด เป็น 10,000 จุด ซึ่งการกระทำเช่นนี้จะทำให้เสียเวลาและสิ้นเปลืองมากขึ้น ดังนั้นการคำนวณพื้นที่โดยการนับจุดแต่ละจุดที่ตกอยู่ในรูปพื้นที่ประหลาดนั้น ๆ ทุกจุดคงจะไม่เหมาะสม จึงควรที่จะหาวิธีการที่จะใช้ผลประโยชน์จากหลักแห่งโอกาสให้ได้ผลดีและง่ายต่อการดำเนินการมากขึ้นด้วย

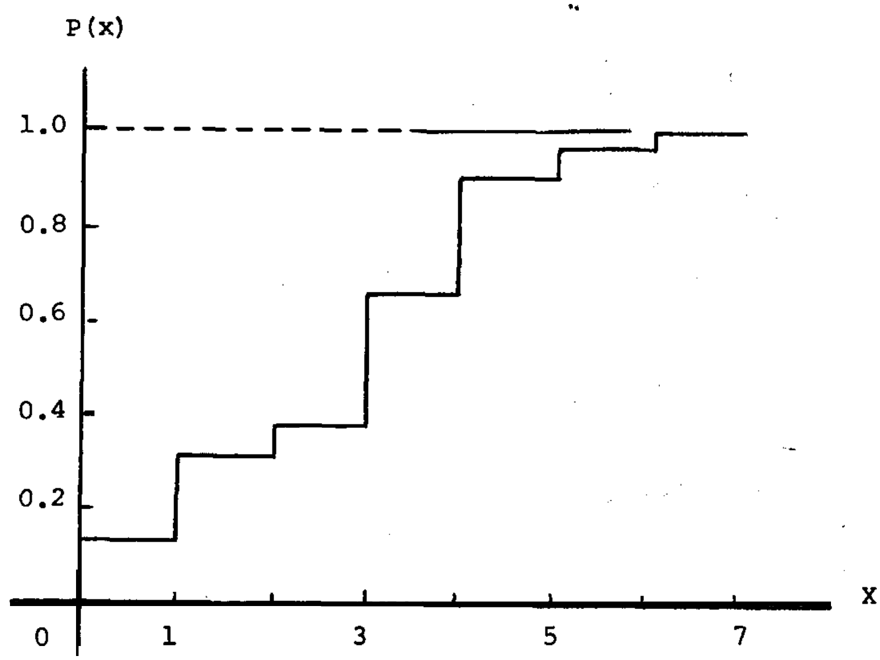
ในที่นี้ วิธีการที่จะอาศัยหลักแห่งโอกาสดังกล่าว ก็อาจจะทำได้โดยวิธีการที่คล้ายคลึงกับวิธีการคาดคะเนจากสิ่งที่รู้แล้ว กล่าวคือสร้างรูปสี่เหลี่ยมซึ่งทราบค่าพื้นที่ที่แน่นอนอยู่แล้วล้อมรอบรูปประหลาดนี้ไว้ แล้วดำเนินการสร้างจุดตาราง (grid point)
ทำนองเดียวกับที่ได้เคยทำไว้แล้วในเบื้องต้น แต่จุดตารางนี้ อาจจะสร้างถึง 10,000 จุด โดยที่แบ่งแกนตารางของรูปสี่เหลี่ยมนี้ให้ได้แกนละ 100 ส่วน ซึ่งจุดตารางที่ได้นี้ไม่จำเป็นที่จะเป็นจุดตารางในตำแหน่งค่าจำนวนเต็มของแต่ละแกนของรูปสี่เหลี่ยม

จากนี้ แทนที่จะใช้วิธีนับจุดตารางที่ตกอยู่ในรูปประหลาดแล้วนำมาเทียบค่าพื้นที่โดยตรง ดังเช่นที่เคยทำไว้แล้วในครั้งก่อน ก็อาจจะใช้วิธีการที่สะดวกขึ้น อาศัยหลักแห่งโอกาสที่ซับซ้อนมากขึ้น กล่าวคือ อาจจะใช้วิธีการสุ่มโดยการเขียนเบี้ยตั้งแต่เลข 00-99 สำหรับแกนแต่ละแกนซึ่งเบี้ยของแต่ละแกนจะมี 100 เบี้ย จากนี้ก็หยิบเบี้ยโดยการสุ่มเป็นครั้ง ๆ ครั้งละ 2 เบี้ย โดยเบี้ยหนึ่งมาจากแกนนอน และอีกเบี้ยหนึ่งมาจากแกนตั้ง ซึ่งเมื่อนำค่าตำแหน่งของแต่ละเบี้ยมาเขียนลงในรูปสี่เหลี่ยม ก็จะสามารถทราบได้ว่า ค่าของเลขสองเบี้ยนี้จะทำให้เกิดจุดตำแหน่งที่ตกอยู่ในรูปประหลาดหรือไม่ ได้ผลอย่างไรก็ให้บันทึกไว้ ให้สุ่มเบี้ยนี้คราวละ 2 เบี้ยไปเรื่อย ๆ จนมีจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนจุดตำแหน่งในรูปสี่เหลี่ยมนั้น จากนี้ก็นำค่าที่บันทึกได้ทำการคำนวณเปรียบเทียบค่าพื้นที่ ดังเช่นที่เคยคำนวณแล้วโดยวิธีการแรก กล่าวคือ ถ้าหยิบเบี้ยทั้งหมด N ครั้ง (เท่ากับ N จุดในรูปสี่เหลี่ยม) และพบว่ามีอยู่ทั้งหมด n ครั้งที่จุดตำแหน่งตกอยู่ในรูปประหลาด ดังนี้พื้นที่รูปประหลาดจะมีเท่ากับ $a = A\left(\frac{n}{N}\right)$ เช่นเดียวกันนั่นเอง จากตัวอย่างข้างต้นนี้ จะเห็นได้ว่า วิธีการหาพื้นที่รูปประหลาดนี้ อาศัยการสุ่มตัวอย่าง โดยไม่ได้คาดคะเนไว้ก่อน การคาดคะเนเกิดจากการสุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น แล้วจึงเปรียบเทียบกับสิ่งที่รู้แล้วภายหลัง

อย่างไรก็ตาม ในการคำนวณเพื่อหาคำเฉลยของการจำลอง อาจจะอาศัยหลักการที่สะดวกมากขึ้น แต่สลับซับซ้อนมากขึ้น กว่าที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น แต่ก็ยังคงดำรงหลักการของหลักแห่งโอกาสของ Monte Carlo เช่นเดิม วิธีการที่จะกล่าวต่อไปนี้ เป็นวิธีการประมาณการโดยอาศัยตัวเลขเชิงสุ่ม (RN : random number) เข้าช่วยในการพิจารณาในเรื่องเกี่ยวกับโอกาส ในการใช้ตัวเลขเชิงสุ่มนี้อาจจะกระทำโดยการนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่กำลังพิจารณาอยู่ มาเขียนเป็นรูปแบบสมการ (function) ของการกระจายของความน่าจะเป็นสะสม (cumulative probability distribution) ซึ่งลักษณะการกระจายนี้อาจจะเขียนในรูปของตารางหรือแผนภูมิก็ได้

ถ้าเขียนในรูปของแผนภูมิ ก็มักจะเขียนความน่าจะเป็นสะสมไว้ในแกนตั้ง และค่าตัวแปรในแกนนอน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

รูป 5 - 2 : แผนภูมิแสดงการกระจายของความถี่สะสม



โดยที่ :

P (x) = ความน่าจะเป็นสะสมของ X

X = ตัวแปร

เพื่อความเข้าใจในการสร้าง - การกระจายของความน่าจะเป็นสะสมดังกล่าว จึงขอยกตัวอย่างแสดงดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5 - 2 : ประมาณการการผลิตล่วงหน้า

สมมุติว่า ผู้ผลิตรายหนึ่ง ต้องการจะวางแผนการผลิตสินค้าล่วงหน้า 10 วัน จากการผลิตเพื่อขายในอดีต ผู้ผลิตพบว่าการขายในแต่ละวันมีจำนวนที่ไม่แน่นอน แต่โดยเฉลี่ยแล้วจะขายสินค้าได้ประมาณ 5 หน่วยสินค้า และการขายมีลักษณะการกระจายแบบปัวซอง (Poisson distribution)

วิธีทำ : ต้องการวางแผนการผลิตล่วงหน้า 10 วัน

จากลักษณะการกระจายแบบปัวซอง สามารถหาความน่าจะเป็นสะสมได้โดยรูปแบบต่อไปนี้

$$P\,(s/m) = \sum_{c=o}^{s} \frac{m^c}{c!}\, e^{-m}$$

โดยที่ :

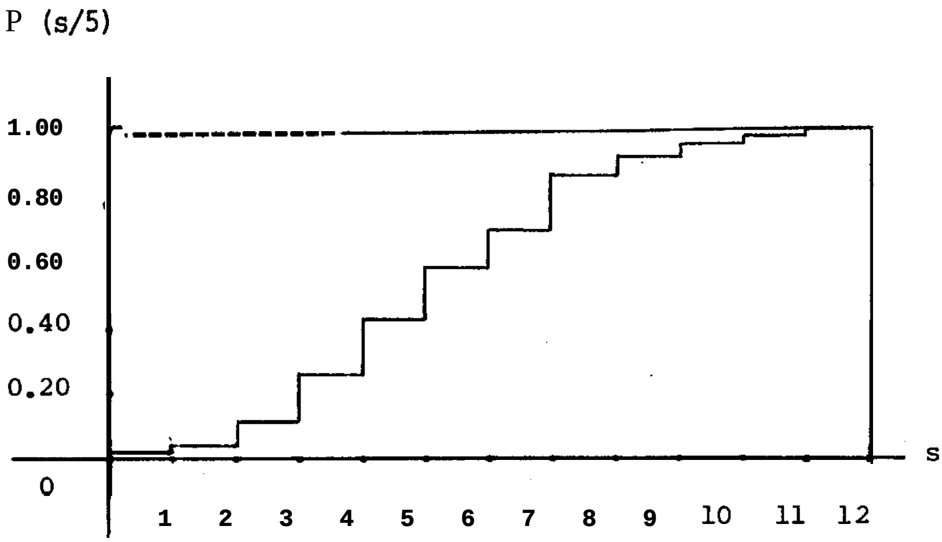
P(s/m) = คือ ความน่าจะเป็นสะสมของการขายที่มีจำนวน s หน่วย หรือต่ำกว่า (c) เมื่อค่าเฉลี่ยของการขายเท่ากับ m หน่วย ซึ่งความน่าจะเป็นสะสมของการขายในแต่ละระดับสามารถแสดงได้ด้วยตารางดังนี้

ตารางความน่าจะเป็นสะสมและช่วงเลขเชิงสุ่ม :

จำนวนการขาย (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ความน่าจะเป็นสะสม(P)	0.01	0.04	0.12	0.26	0.44	0.62	0.76	0.137	0.93	0.97	0.99	1.00
ช่วงเลขเชิงสุ่ม (RN)	01	02-04	05-12	13-26	27-44	45-62	63-76	77-87	88-93	94-97	98-99	00

ตารางข้างต้นนี้ ได้แสดงค่าความน่าจะเป็นสะสม และช่วงของเลขเชิงสุ่ม (RN) ซึ่งคิดคำนวณมาจากช่วงของความน่าจะเป็นสะสมของระดับการขายแต่ละขนาดไว้แล้ว และตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นสะสมนี้ สามารถที่จะเขียนในรูปแผนภูมิดังต่อไปนี้

แผนภูมิ แสดงความน่าจะเป็นสะสม :



จากนี้ ถ้าต้องการจะวางแผนการผลิตเพื่อขายล่วงหน้า 10 วัน ก็สุ่มเลขสองหลัก [1/] จากเลขเชิงสุ่มมาจำนวน 10 ชุด แต่ละชุดใช้เพื่อประมาณการการขายของแต่ละวัน

ในที่นี้ สมมุติว่าเลขเชิงสุ่มที่สุ่มมาได้ (อาจสุ่มมาจากตารางเชิงสุ่มก็ได้) คือ 57 71 73 70 16 53 43 26 06 และ 66 ซึ่งเมื่อนำตัวเลขเชิงสุ่มดังกล่าวนี้มาอ่านค่าในช่วงของตัวเลขเชิงสุ่มที่ได้คำนวณไว้แล้วก็จะได้ผลการประมาณการการขายเพื่อการผลิต ตามลำดับของแต่ละวันล่วงหน้า 10 วัน ดังต่อไปนี้

[1/] จำนวนเลขเชิงสุ่มแต่ละชุดจะมีกี่หลัก ขึ้นอยู่กับจำนวนหลักหลังจุดทศนิยมของค่าความน่าจะเป็นสะสมที่ได้คำนวณไว้แล้ว

วันที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ตัวเลขเชิงสุ่ม	57	71	73	70	16	53	43	26	06	66
ประมาณการขาย (ผลิต)	5	6	6	6	3	5	4	3	2	6

จากตัวอย่างข้างต้นนี้ จะเห็นแนวคิดได้ว่า การจำลองแบบ Monte Carlo นี้เป็นการสร้างแบบเหมือน โดยอาศัยหลักที่ว่าเหตุการณ์ใดมีโอกาสที่จะเกิดได้มาก ก็ย่อมจะเกิดได้มาก เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดได้น้อย ก็จะเกิดน้อย ดังตัวอย่างการประมาณการผลิตล่วงหน้านี้ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า จำนวนการขายใดที่มีโอกาสเกิดได้มาก ก็จะมีช่วงของเลขเชิงสุ่มกว้าง ทำให้เมื่อสุ่มตัวเลขมาแล้ว โอกาสที่เลขเชิงสุ่มนี้จะตกลงในช่วงกว้าง ๆ ดังกล่าวก็จะมีมาก เช่น จำนวนการขาย 6 หน่วย มีช่วงเลขเชิงสุ่มที่กว้างตั้งแต่ 63 ถึง 76 นับได้ถึง 14 ช่วง ซึ่งนับว่าเป็นช่วงของเลขเชิงสุ่มที่กว้างมาก ดังนั้นโอกาสที่จำนวนการขายจะเป็น 6 หน่วยในแต่ละวันจึงมีมาก เพราะตัวเลขที่สุ่มมาย่อมจะมีโอกาสตกลงในช่วงนี้มากนั่นเอง

อย่างไรก็ตาม การจำลองตามตัวอย่าง 5-2 ที่ได้แสดงมาแล้วนั้น เป็นการจำลองในกรณีที่สามารถทราบได้ว่า ข้อมูลมีลักษณะการกระจายทางทฤษฎีของสถิติคาสตร์ว่ามีลักษณะอย่างไร แล้วอาศัยลักษณะการกระจายทางทฤษฎีนั้น เข้าช่วยในการสร้างความน่าจะเป็นสะสม แต่โดยทั่วไปแล้วลักษณะการกระจายของข้อมูลอาจจะทราบได้ยาก หรือไม่สามารถทราบได้เลย ดังนั้น การที่จะอาศัยหลักการทฤษฎีการกระจายมาช่วย ก็อาจจะเป็นไปได้ยาก ในกรณีเช่นนี้ใช่ว่าการจำลองจะไม่สามารถที่จะกระทำได้ เพราะการจำลองเป็นวิธีการเลียนแบบให้เหมือนของจริง ดังนั้นถึงแม้จะไม่ทราบลักษณะการกระจายทางทฤษฎี การจำลองนี้ก็จะจำลองโดยไม่อ้างถึงหลักการกระจายทางทฤษฎี เพียงแต่ว่าตัวแบบการจำลองจะต้องมีลักษณะการกระจายเหมือนข้อมูลที่เป็นจริงก็เพียงพอแล้ว ในกรณีดังกล่าวนี้ วิธีการจำลอง ก็อาจจะกระทำเป็นขั้นตอนได้โดยการนำข้อมูลมาหาความถี่ ความถี่สะสม ความน่าจะเป็นสะสม และที่สุดก็จะได้ช่วงของเลขเชิงสุ่มที่ต้องการนั่นเอง การจำลองในลักษณะนี้เรียกกันว่า "Model Sampling"

ในที่นี้ เพื่อให้เข้าใจในวิธีการของการจำลองแบบ Model Sampling จึงขอยกตัวอย่างปัญหาการจำลองต่อไปนี้ เพื่อแสดงหลักการและวิธีการตลอดจนขั้นตอนการจำลองดังกล่าว

ตัวอย่าง 5 - 3 : ประมาณการการผลิตล่วงหน้า กรณีไม่ทราบลักษณะการกระจาย

สมมุติว่า ผู้ผลิตรายหนึ่ง ต้องการจะวางแผนการผลิตสินค้าล่วงหน้า 10 วัน จากการผลิตเพื่อขายในอดีต ผู้ผลิตพบว่าการขายในแต่ละวันมีจำนวนไม่แน่นอน และก็ไม่สามารถที่จะทราบได้ว่าการขายมีลักษณะการกระจายในลักษณะใด

แต่อย่างไรก็ตาม จากการรวบรวมข้อมูลการขายสินค้านี้ 167 วัน สามารถทราบสถิติการจำหน่ายได้ดังนี้ :

จำนวนการขาย	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
จำนวนวัน	3	2	10	22	28	27	24	18	15	6	5	5	2

วิธีทำ : ต้องการวางแผนการผลิต ล่วงหน้า 10 วัน

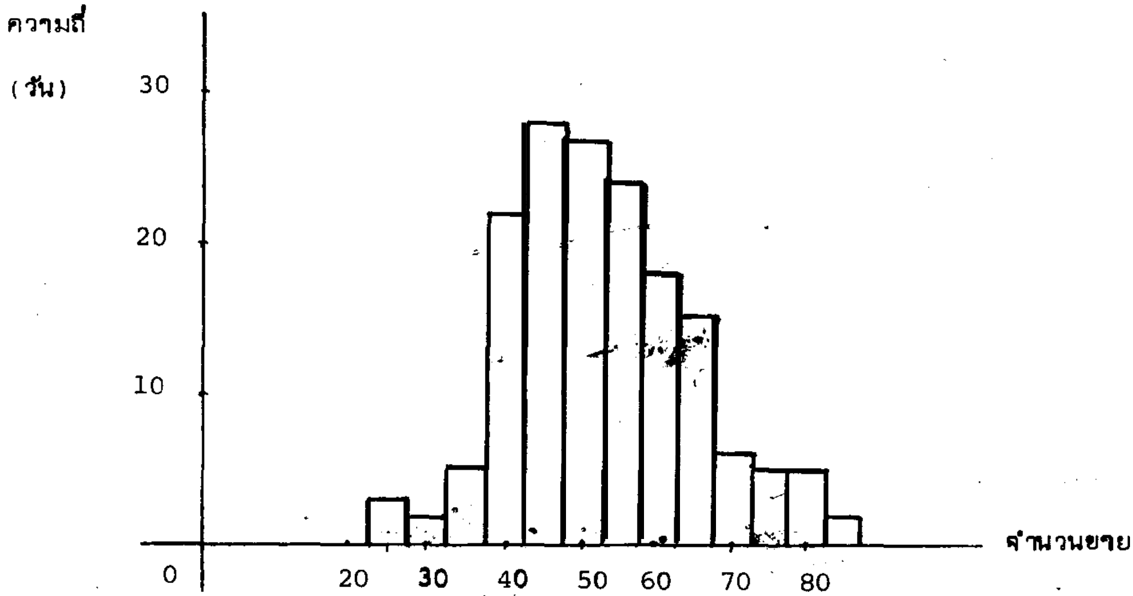
จากข้อมูลสถิติการจำหน่าย สามารถสร้างความถี่สะสม ความน่าจะเป็นสะสม และช่วงของเลขเชิงสุ่มได้ดังต่อไปนี้

ตารางความน่าจะเป็นสะสมและช่วงเลขเชิงสุ่ม

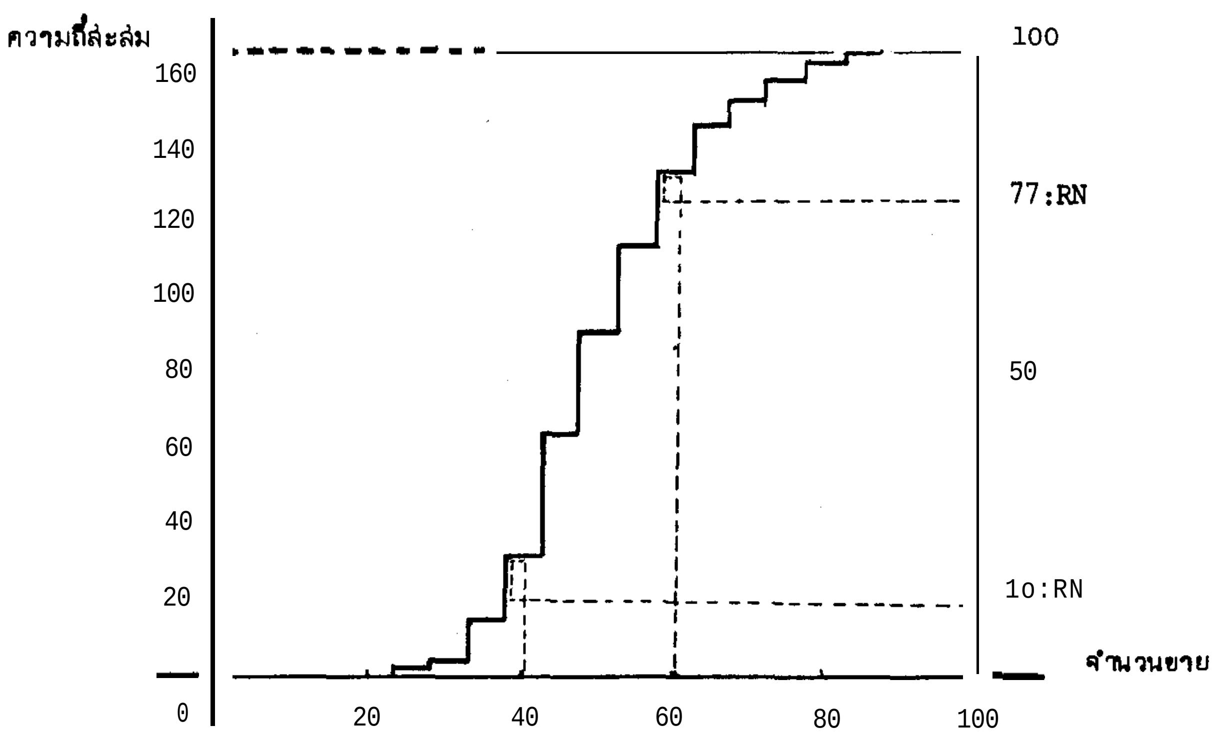
จำนวนการขาย	ความถี่	ความถี่สะสม	ความน่าจะเป็นสะสม	ช่วงเลขเชิงสุ่ม
25	3	3	0.02	01 - 02
30	2	5	0.03	03
35	10	15	0.09	04 - 09
40	22	37	0.22	10 - 22
45	28	65	0.39	23 - 39
50	27	92	0.55	40 - 55
55	24	116	0.69	56 - 69
60	18	134	0.80	70 - 80
65	15	149	0.89	81 - 89
70	6	155	0.93	90 - 93
75	5	160	0.96	94 - 96
80	5	165	0.99	97 - 99
85	2	167	1.00	00
	167			

จากตารางข้างต้น สามารถแสดงในรูปแผนภูมิของความถี่ และความถี่สะสม ตลอดจนความน่าจะเป็นสะสมได้ดังนี้

แผนภูมิ แสดงความถี่ :



แผนภูมิ แสดงความถี่สะสม และความน่าจะเป็นสะสม :



ถ้าต้องการประมาณการการผลิตล่วงหน้า 10 วัน ก็สุ่มเลขสองหลักจากเลขเชิงสุ่มมาจำนวน 10 ชุด แต่ละชุดใช้เพื่อประมาณการการผลิต (ขาย) ของแต่ละวัน

ในที่นี้ สมมุติว่าเลขเชิงสุ่มที่สุ่มมาได้ คือ 10 22 24 42 37 77 99 96 89 และ 85 ซึ่งเมื่อนำตัวเลขเชิงสุ่มดังกล่าวนี้มาอ่านค่าในช่วงของตัวเลขเชิงสุ่มที่ได้คำนวณไว้แล้ว หรืออ่านค่าในแผนภูมิความน่าจะเป็นสะสมก็จะได้ผลการประมาณการการผลิต ตามลำดับของแต่ละวันล่วงหน้า 10 วัน ดังนี้ :

วันที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ตัวเลขเชิงสุ่ม	10	22	24	42	37	77	99	96	89	85
ประมาณการผลิต	40	40	45	50	45	60	80	75	65	65

จากตัวอย่างทั้งหมดที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการจำลองแบบ Monte Carlo สามารถใช้ได้กับปัญหาซึ่งไม่สามารถสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้โดยง่ายหรือไม่ได้เลย โดยอาศัยหลักแห่งโอกาสเป็นฐานการคำนวณ ทั้งนี้ไม่ว่าปัญหานั้น ๆ จะเป็นปัญหาเดี่ยวดังตัวอย่างที่กล่าวแล้ว ๆ มา หรือถึงแม้ปัญหาที่เผชิญอยู่จะเป็นปัญหาที่มีขอบเขตกว้างขวาง มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน ก็จะสามารถนำวิธีการของ Monte Carlo เข้าช่วยหาคำเฉลยได้ อนึ่งการพิจารณาปัญหาที่สลับซับซ้อนมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน การดำเนินการก็อาจจะกระทำโดยถือเสมือนหนึ่งว่าปัญหาที่สลับซับซ้อนนั้น แท้ที่จริงก็คือ ปัญหาเดี่ยวหลาย ๆ ปัญหาที่มาสัมพันธ์ต่อเนื่องกันนั่นเอง ดังนั้น ถ้าหากพิจารณาหาคำเฉลยของแต่ละปัญหาเดี่ยวย่อย ๆ นั้น แล้วนำมาประสานสัมพันธ์กันให้ต่อเนื่องในแนวเดียวกันกับปัญหาที่แท้จริง จากนั้นก็สรุปผลการพิจารณาโดยต่อเนื่องของปัญหานั้น ๆ ก็จะได้แบบการจำลองของปัญหาที่สลับซับซ้อนดังต้องการ

5. ข้อดีและขีดจำกัดของแบบจำลอง

ด้วยเหตุที่การจำลอง เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการหาคำเฉลย เพื่อช่วยในการตัดสินใจ ย่อมจะต้องมีข้อดีและขีดจำกัดในการพิจารณาใช้เครื่องมือนี้เช่นเดียวกับเครื่องมืออื่นๆ เช่นกัน ข้อดีและขีดจำกัดของการจำลองนี้อาจจะพอแสดงให้เห็นเป็นข้อ ๆ ได้ดังนี้ คือ :

ข้อดี :

1) การจำลอง เป็นวิธีการที่สะดวกและง่ายต่อการดำเนินการและการวิเคราะห์ตีความ ทั้งนี้เนื่องจากการจำลองเป็นการพิจารณาจากแบบจำลองแทนการวิเคราะห์จากปัญหาที่เป็นจริง ซึ่งปัญหาที่เป็นจริงอาจจะยุ่งยากและสับสน

2) วิธีการจำลอง เป็นวิธีที่ประหยัด และมีความเสี่ยงน้อยต่อการล้มเหลวในการวิเคราะห์ เพื่อหาคำเฉลย ทั้งนี้เพราะการจำลอง อาจใช้เพียงกระดาษ ดินสอ และโต๊ะทำงานเท่านั้น ไม่จำเป็นที่จะต้องออกสำรวจ เก็บข้อมูลและทดลองจากของจริงแต่อย่างใด

3) การจำลองปัญหาที่สลับซับซ้อน โดยการแยกปัญหานั้น ๆ ให้เป็นปัญหาเดี่ยวย่อย ๆ หลายปัญหา แล้วจึงนำมาประสานสัมพันธ์กัน ทำให้ผู้วิเคราะห์มีความเข้าใจความเป็นไปของแต่ละปัญหาย่อยซึ่งเป็นขั้นตอนของปัญหารวมนั้น ๆ ได้ดี

4) ในกรณีที่ วิธีการหาคำเฉลยโดยวิธีอื่น ๆ ซึ่งอาศัยแบบจำลองคณิตศาสตร์เต็มรูปแบบ โดยการสร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายปัญหาต่าง ๆ ทำได้ยากหรือไม่ได้เลย วิธีการจำลองของ Monte Carlo ย่อมจะเป็นวิธีการเพื่อหาคำเฉลยที่ดีที่สุด

5) การจำลอง สามารถทำขึ้นได้หลาย ๆ ชุดในเวลาเดียวกัน ทำให้สามารถเลือกพิจารณาเปรียบเทียบแบบจำลองชุดที่ดีที่สุดได้

6) การจำลอง เป็นวิธีการที่ใช้ในการศึกษาและฝึกฝน เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจต่อปัญหาที่แท้จริง ที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต ทำให้ผู้ที่ได้รับการศึกษาและฝึกฝนมีความเชื่อมั่นและตัดสินใจได้อย่างดีมีประสิทธิภาพ

7) การจำลอง เป็นวิธีการที่สามารถใช้ในการทดสอบคำเฉลย ซึ่งได้จากการวิเคราะห์ของวิธีการอื่น ๆ ได้อย่างสะดวก ประหยัด และเข้าใจได้ง่าย

ขีดจำกัด

1) การจำลอง เป็นวิธีการหาคำเฉลยเพื่อเป็นแนวทางในการดำเนินงาน ช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินงาน แต่ไม่อาจใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการทำงานได้โดยสมบูรณ์ ทั้งนี้ เพราะคำเฉลยที่ได้จากการจำลองเป็นเพียงคำเฉลยที่ช่วยชี้ให้การดำเนินงานสามารถทำไปได้โดยสะดวกแต่อาจจะไม่ใช่วิธีทางที่ดีที่สุดก็ได้ เพราะวิธีการจำลอง ไม่ใช่วิธีการที่จะทำให้เกิดคำเฉลยที่ดีที่สุด (optimal solution) แต่เป็นวิธีการที่จะทำให้ได้คำเฉลยที่เป็นไปได้เท่านั้น

2) ในกรณีที่ต้องการจะเลือกใช้คำเฉลยที่ค่อนข้างจะดีที่สุดโดยวิธีการจำลองนี้ ผู้วิเคราะห์จะต้องทำการจำลองหลาย ๆ รูปแบบเพื่อเปรียบเทียบกัน วิธีการนี้อาจจะทำให้สิ้นเปลืองทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายสูงมากก็ได้

3) การจำลองเป็นวิธีการที่อาศัยหลักแห่งโอกาสและการสุ่ม อาจทำให้ดูไม่สมจริงจนผู้ปฏิบัติขาดความเชื่อมั่น ที่จะนำไปใช้ในการดำเนินงาน

6. สรุป

การจำลอง เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการหาคำเฉลยเพื่อช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาต่าง ๆ ซึ่งปัญหาเหล่านั้นจะนำมาสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้ยากหรือไม่ได้เลย การจำลอง เป็นเพียงการสร้างแบบเหมือนเพื่อเลียนแบบของจริง และอธิบาย วิเคราะห์และตีความจากแบบจำลองนี้แทนของจริง ทั้งนี้ก็เพื่อหลีกเลี่ยง ความยุ่งยาก ความสิ้นเปลือง และความเสี่ยงต่อการล้มเหลวในการพิจารณาจากของจริงนั้นนั่นเอง

การจำลอง เป็นการพิจารณา วิเคราะห์และตีความ ปัญหาต่าง ๆ โดยอาศัยหลักแห่งโอกาสเป็นพื้นฐาน การจำลองในลักษณะนี้ได้แก่ การจำลองแบบ Monte Carlo ซึ่งการจำลองแบบนี้ เป็นการสร้างแบบเหมือน โดยอาศัยหลักที่ว่าเหตุการณ์ใดมีโอกาสที่จะเกิดได้มากก็ย่อมเกิดได้มาก เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดได้น้อยก็ย่อมจะเกิดได้น้อย ดังนั้นในการจำลองจึงพยายามที่จะสร้างแบบจำลองให้มีคุณลักษณะเหมือนของจริง กล่าวคือ ถ้าของจริงมีลักษณะการกระจายของข้อมูล

อย่างไร แบบจำลองที่สร้างขึ้นก็มีลักษณะการกระจายของข้อมูลเช่นนั้น ทั้งนี้ ก็เพื่อให้แบบจำลองมีฐานของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ เช่นเดียวกันกับของจริงนั่นเอง จากนี้ก็อาศัยตัวเลขเชิงสุ่มเข้าช่วยในการคาดการณ์หรือประมาณการเหตุการณ์ที่ต้องการทราบนั้น ๆ การที่ใช้เลขเชิงสุ่มก็ด้วยเหตุผลที่ว่า เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงไม่สามารถชี้ชัดได้ว่า เหตุการณ์นั้นจะเกิดขึ้นหรือไม่ ถ้าเกิดขึ้น จะเกิดขึ้นเมื่อใด นั่นคือ ทราบถึงเหตุและผล แต่ไม่สามารถที่จะอธิบายได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลว่า เมื่อใดจะเกิดเหตุหรือไม่เกิดเหตุอย่างไร ซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้ เป็นลักษณะของการสุ่มที่อาศัยหลักของโอกาสเป็นสำคัญนั่นเอง

วิธีดำเนินการของ Monte Carlo Simulation เพื่อให้ได้รูปแบบการจำลองที่เหมือนของจริง หรือมีลักษณะการกระจายของเหตุการณ์ให้เหมือนการกระจายของข้อมูลที่เป็นจริงก็คือ การสร้างช่วงแห่งเลขเชิงสุ่มให้มีลักษณะกระจายเช่นเดียวกับของจริงนั่นเอง ในกรณีที่ทราบว่า ข้อมูลที่เป็นจริงมีลักษณะกระจายในลักษณะใด การจำลองก็อาจจะอาศัยหลักทางทฤษฎีของการกระจายนั้น สร้างช่วงของเลขเชิงสุ่มได้โดยง่าย แต่ถ้าหากว่า การกระจายของข้อมูลไม่สามารถที่จะวิเคราะห์ได้ว่ามีลักษณะการกระจายอย่างไร การสร้างเลขเชิงสุ่มก็อาจจะกระทำได้โดยนำข้อมูลมาหาความถี่สะสม ความน่าจะเป็นสะสม และที่สุดก็จะสร้างช่วงแห่งเลขเชิงสุ่มนั้นได้

การจำลอง เป็นเสมือนวิธีการสุดท้าย เป็นวิธีการที่ดีที่สุดตราบเท่าที่ไม่มีวิธีการอื่นใดที่จะสามารถนำมาใช้ได้

บรรณานุกรม

Basil, D.C.; Cone, H.; and Fleming, J.A. *Executive Decision Making Through Simulation.* Columbus, O. : Charles E. Merrill, 1965.

Bonini, C.P. *Simulation of Information and Decision System in the Firm.* Englewood Ciffs, N.J. : Prentice - Hall, 1963.

Bonini, C.P.; Jaedicke, R.K.; and Wagner H.M. *Mangement Controls : New Direction in Basic Research.* New York : -McGraw - Hill Book Co., Inc., 1964.

Charafas, D.N. *System and Simulation.* New York : Academic Press, 1965.

Greenlaw, P.S.; Herron, L.W.; and Rawden, R.H. *Business Simulation : Industrial and University Education.* Englewood Cliffs, N.J. : Prentice - Hall, 1968.

Hellier, F.S.; and Lieberman, G.J. *Introduction to Operations Research.* San Francisco : Holden - Day, 1967.

Meier, R. ; Newell, W.T.; and Pazer, H.L. *Simulation in Business and Economics.* Englewood Cliffs, N.J. : Prentice - Hall, 1969.

Mize, J.H.; and cox, J.G. *Essentials of Simulation.* Englewood Cliffs, N.J. : Prentice - Hall, 1968.

Orcutt, G.H. ; Greenberger, M.; Korbel, J. and Rivlin, A.H. *Microanalysis of Socio - Economic Systems.* New York : Harper & Row, 1961.

Tocher, K.D. *The Art of Simulation.* Princeton, N.J. : Van Nostrand Co., Inc., 1963.

แบบฝึกหัด

ถ้าผู้ผลิตรายหนึ่งพบว่าการขายสินค้าของเขาในแต่ละวันมีจำนวนไม่แน่นอน และก็ไม่สามารถที่จะทราบได้ว่าการขายมีลักษณะการกระจายในลักษณะใด อย่างไรก็ตาม จากการรวบรวมข้อมูลการขายสินค้านี้ 115 วัน สามารถทราบสถิติการจำหน่าย ดังนี้

จำนวนการขาย	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
จำนวนวัน	2	10	17	20	18	13	10	6	5	5	4	3	2

อยากทราบว่า ถ้าเขาจะวางแผนการผลิตล่วงหน้า 20 วัน เขาจะประมาณการขายในแต่ละวันว่าเป็นเท่าไร

หมายเหตุ : อาจใช้เลขเชิงสุ่มสองหลักจำนวน 20 ชุด ดังนี้ : 79 69 33 52 13 16 04 14 06 30 25 38 00 92 82 20 40 44 25

ถ้าบริษัทขายรถยนต์แห่งหนึ่ง มีสถิติการขายในแต่ละเดือนดังต่อไปนี้

7	9	1	8	0	7	4	2	7	8
9	5	3	2	7	9	4	8	3	8
3	6	4	4	8	2	0	0	7	9
5	2	3	3	1	0	8	9	8	4
6	3	6	6	6	5	3	9	6	6

อยากทราบว่า : ถ้าท่านเป็นนักวิจัยประจำบริษัท และจำเป็นต้องวางแผนการสั่งรถยนต์ดังกล่าวมาจำหน่ายล่วงหน้า 10 เดือน โดยมิได้มีข้อมูลอื่นใดอีกเลย นอกจาก ตัวเลขเชิงสุ่มอีกชุดหนึ่ง คือ : 14 06 30 25 38 00 92 82 20 40 เช่นนี้แล้ว ท่านจะวางแผนสั่งรถยนต์ในแต่ละเดือนอย่างไร

3. สมมุติว่า วันหนึ่งเพื่อนของข้าพเจ้าได้มาพบกับข้าพเจ้าเพื่อขอให้ทายเลขท้ายสองตัว ของสลากกินแบ่งรัฐบาลที่จะออกในงวดหน้า

ด้วยความเห็นใจที่ปัจจุบันภาวะการครองชีพกำลังบีบคั้น และเพื่อนของข้าพเจ้าก็หวังที่จะหาที่พึ่งทางใจเพื่อเป็นลาภเล็ก ๆ น้อย ๆ แหล่งสุดท้าย

ดังนั้นข้าพเจ้าจึงตัดสินใจที่จะทายเลขท้ายสองตัวของสลากกินแบ่งรัฐบาลดังกล่าวให้แก่เพื่อนข้าพเจ้า

ด้วยเหตุที่ข้าพเจ้าเป็นผู้สนใจเกี่ยวกับเศรษฐกิจเชิงปริมาณและใคร่ที่จะทดสอบวิชาความรู้ที่ศึกษามา ข้าพเจ้าจึงได้ไปเก็บสถิติของการออกเลขท้ายสองตัวของสลากกินแบ่งในงวดก่อน ๆ มาจำนวนหนึ่งเป็นดังนี้ :

08	99	53	81	01	38	35	50	93	38
29	53	20	62	39	92	62	22	30	96
15	01	98	37	16	60	24	13	35	86
91	03	67	23	21	32	44	35	80	93
05	46	92	22	59	99	16	92	83	53

เนื่องจากเพื่อนของข้าพเจ้าอาศัยอยู่ต่างจังหวัดและมีเวลาน้อยต้องรีบกลับ ข้าพเจ้าจึงแจ้งให้เพื่อนทราบว่าจะทายเลขท้ายสองตัวให้เฉพาะเลขตัวหน้า (หลักสิบ) เท่านั้น หลังจากได้ใคร่ครวญแล้ว ข้าพเจ้าจึงได้นำเลขเชิงสุ่ม (Random Number) จำนวน 10 ชุด ชุดละสองหลักเพื่อนำมาใช้เป็นตัวเชื่อม เพื่อการคำนวณในการทายสลากกินแบ่งรัฐบาลดังกล่าว ซึ่งเลขเชิงสุ่มที่ข้าพเจ้านำมาเพื่อคำนวณนั้นได้แก่

03 79 85 18 08 79 92 23 09 50

หลังจากที่ได้คำนวณตามวิธีการที่ข้าพเจ้าเห็นว่าเหมาะสมแล้ว ข้าพเจ้าได้ทายเลขตัวหน้าของเลขท้ายสองตัว จำนวน 10 งวด ล่วงหน้า ให้แก่เพื่อนของข้าพเจ้าไป

อยากทราบว่า : ข้าพเจ้าใช้เครื่องคำนวณที่มีชื่อว่าอะไรในการทายเลขท้ายสองตัวของสลากกินแบ่งนี้ และข้าพเจ้าได้ทายเลขท้ายสองตัว เฉพาะเลขตัวหน้าจำนวน 10 งวดดังกล่าว ว่าเป็นเลขอะไรบ้างในแต่ละงวด

4. ถ้าผลการออกสลากกินแบ่งรัฐบาล รางวัลเลขท้ายสองตัวในงวดต่าง ๆ จำนวนหนึ่งได้แก่ :

60	85	96	15	69	12	64	66	48	17
17	46	64	49	48	36	31	22	42	45
34	20	06	93	70	32	08	06	59	94
07	83	53	18	82	54	60	07	09	60
57	26	41	69	88	60	85	67	41	96

และจากการสุ่ม ได้เลขเชิงสุ่มสองหลัก เรียงตามลำดับ จำนวนหนึ่ง ดังต่อไปนี้

15	01	98	37	16	60	24	13	35	86
91	03	67	23	21	32	44	35	80	93

อยากทราบว่า : ถ้าท่านจำเป็นที่จะต้องทายรางวัลที่ออกของเลขท้ายสองตัวล่วงหน้า 10 งวด ให้ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยข้อมูลข้างต้น ท่านจะดำเนินการอย่างไร และรางวัลเลขท้าย ที่ทายในแต่ละงวดจะคือเลขอะไร