

บทที่ 3

ปัญหาการขนส่ง

(THE TRANSPORTATION PROBLEM)

บทที่ ๑
ปัญหาการขนส่ง
(THE TRANSPORTATION PROBLEM)

หัวเรื่อง:

1. ความหมาย
2. วัฒนาการ
3. ลักษณะปัญหาการขนส่ง
4. การหาค่าเฉลี่ย
5. ลักษณะปัญหาการขนส่ง ในรูปแบบต่างๆ
6. สรุป

วัตถุประสงค์:

เมื่อนักศึกษาได้ศึกษาบทที่ ๑ นี้แล้ว สามารถ:

1. อธิบายความหมายวิธีการที่เรียกว่า "การขนส่ง" ได้
2. อธิบายวิวัฒนาการของปัญหาการขนส่งได้
3. วิเคราะห์รูปแบบลักษณะของปัญหาการขนส่งในรูปแบบต่างๆ ได้อย่างชัดเจน
4. วางแผนจัดสรรการขนส่ง โดยวิธีการที่เหมาะสมของปัญหาการขนส่งแต่ละรูปแบบได้
5. ประยุกต์ความรู้ความเข้าใจในการวางแผนการขนส่งเข้ากับเหตุการณ์ปัจจุบันได้อย่างถูกต้อง

บทที่ 3

ปัญหาการขนส่ง

(THE TRANSPORTATION PROBLEM)

1. ความหมาย

ปัญหาการขนส่ง หมายถึง ปัญหาอันเกี่ยวกับการแจกแจงทรัพยากรต่าง ๆ (Productive resources or facilities) จากแหล่ง (sources) ที่มีประสิทธิภาพต่าง ๆ กันไปสู่จุดหมาย (destinations) ที่ได้กำหนดไว้แล้ว ให้ได้อย่างมีประสิทธิภาพที่สุด ซึ่งลักษณะโดยทั่วไปของปัญหาการขนส่งก็เป็นไปในทำนองเดียวกันกับปัญหาการจัดสรร (assignment problem) ที่ได้กล่าวมาในบทก่อน คือเป็นเครื่องมือเฉพาะแบบที่สร้างขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับ รูปแบบกระบวนการที่สามารถสร้างให้อยู่ในลักษณะกระบวนการเชิงเส้น (linear programming) ได้ หากแต่ว่าปัญหาการขนส่งนี้ เหมาะสำหรับลักษณะกระบวนการเชิงเส้นที่มีรูปแบบเฉพาะตัวเกี่ยวเนื่องในลักษณะปัญหาการขนส่งโดยเฉพาะ ซึ่งโดยความจริงแล้ว วิธีการแก้ปัญหาการขนส่งนี้ สามารถนำไปใช้กับปัญหาใด ๆ ก็ได้ซึ่งมีลักษณะปัญหาทำนองเดียวกันกับการขนส่งทั้ง ๆ ที่ปัญหานั้นไม่เกี่ยวข้องกับการขนส่งเลยก็ได้

ในลักษณะวิธีการของเครื่องมือที่เรียกว่าการขนส่งนี้ เป็นการวิเคราะห์หาวิธีการแจกทรัพยากรไปสู่จุดหมายที่ได้กำหนดไว้เช่นเดียวกับ วิธีการจัดสรร หากแต่ว่าวิธีการขนส่งนั้นเหมาะกับปัญหาการแจกแจงซึ่งแหล่งทรัพยากรและจุดหมายมีหลายแหล่ง โดยที่จำนวนแหล่งทรัพยากรไม่จำเป็นที่จะต้องมีความเท่ากับจำนวนจุดหมาย และทรัพยากรจากแต่ละแหล่งก็จะได้รับการขนส่งแจกแจงไปสู่จุดหมายใดก็ได้ ที่จุดหมายก็ได้ จำนวนเท่าไรก็ได้ ในวงความต้องการและเหมาะสมสำหรับจุดหมายนั้น ๆ ในขณะเดียวกัน แต่ละจุดก็อาจจะได้รับทรัพยากรจากแหล่งใดก็ได้ จำนวนเท่าไรก็ได้ในวงความต้องการและความสามารถของแหล่งทรัพยากรนั้น ๆ

2. วิวัฒนาการ

วิธีการอันเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการขนส่ง ได้เริ่มเผยแพร่ขึ้นในช่วงแรก ๆ โดย F.L.Hitchcock ใน ค.ศ. 1941 และ T.C.Koopmans ได้ขยายขอบข่ายการวิเคราะห์สืบต่อมาอีก ใน ค.ศ.1949 จากนั้น วิธีการของการขนส่งก็ได้รับการปรับใช้กับวิธีการของขบวนการเชิงเส้น (linear programming) โดย George B. Dantzig ใน ค.ศ. 1951^{1/} ปัจจุบันจึงได้มีวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งหลายหลากวิธีการด้วยกัน วิธีการทางสาขาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาการขนส่งข้างต้นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปอย่างน้อยก็รวมถึงวิธีการ 4 วิธีต่อไปนี้ คือ

1. วิธีการพิจารณามุมตะวันตกเฉียงเหนือ (the northwest corner method)
2. วิธีตัด (the shortcut method)

^{1/} F.L.Hitchcock, "Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities," The Journal of Mathematics and Physics, 2C (August, 1941), 224 - 230.

T.C.Koopmans, "Optimum Utilization of the Transportation system," Econometrica, 17 (July, 1949), 136 - 146.

George B. Dantzig, "Application of the Simplex Method to a Transportation Problem," in Activity Analysis of Production and Allocation, ed. by T.C.Koopmans. (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1951),

3. วิธีประมาณการแบบรัสเซลล์ (Russell's approximation method)
- และ
4. วิธีประมาณการแบบโวเกิล (Vogel's approximation method)

3. ลักษณะของปัญหาการขนส่ง

ลักษณะทั่วไปของปัญหาการขนส่งนั้น โดยปกติแล้วจำนวนแหล่งทรัพยากรไม่จำเป็นที่จะต้องเท่ากับจำนวนจุดหมาย และแต่ละแหล่งทรัพยากรก็อาจที่จะแจกแจงทรัพยากรนั้น ๆ ไปสู่จุดหมายใดก็ได้ หลายจุดหมายก็ได้ จุดหมายละเท่าใดก็ได้ภายใต้ความต้องการที่กำหนดของจุดหมายนั้น ๆ นอกจากนี้แต่ละจุดหมายก็อาจที่จะได้รับทรัพยากรจากแหล่งใดก็ได้ หลายแหล่งก็ได้ แหล่งละเท่าไรก็ได้ตามความต้องการภายใต้ทรัพยากรตามที่มีอยู่ของแหล่งนั้น ๆ

โดยทั่วไปแล้วลักษณะปัญหาการขนส่งจะแสดงให้เห็นได้ง่าย ๆ ในรูปของตารางการขนส่ง ซึ่งตารางการขนส่งนี้จะแสดงแหล่งทรัพยากร จำนวนทรัพยากร และความต้องการทรัพยากรของแต่ละจุดหมาย ตลอดจนแสดงผลประโยชน์หรือสิ่งที่ต้องสูญเสียไปอันเกิดจากการขนส่งแจกแจง ทรัพยากรแต่ละหน่วยจากแหล่งทรัพยากรแต่ละแหล่งไปสู่จุดหมายต่าง ๆ เหล่านั้น

ในที่นี้เพื่อให้เข้าใจลักษณะตารางปัญหา จะขอยกตัวอย่างปัญหาการขนส่งในรูปแบบทั่วไป ทั่วไป กรณีที่มีแหล่งทรัพยากร m แหล่ง และมีจุดหมายที่ต้องการทรัพยากรนั้น n จุดหมายด้วยกัน ดังตารางการขนส่งต่อไปนี้

ตาราง 3 - 1 ตารางการขนส่ง

จุดหมาย แหล่งทรัพยากร	I	II	...	N	ทรัพยากร
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	s_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	s_2
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	s_m
ความต้องการ	d_1	d_2	...	d_n	$\sum_{i=1}^m s_i = \sum_{j=1}^n d_j$

- โดยที่ :
- s_i หมายถึง จำนวนทรัพยากรของแหล่งทรัพยากรแหล่งที่ "i"
 - d_j หมายถึง จำนวนความต้องการทรัพยากรของจุดหมายที่ "j"
 - x_{ij} หมายถึง จำนวนการขนส่งทรัพยากรจากแหล่งที่ "i"
ไปสู่จุดหมายที่ "j"
 - c_{ij} หมายถึง ค่าขนส่งต่อหน่วยในการขนส่งทรัพยากรจากแหล่งที่ "i"
ไปสู่จุดหมายที่ "j"

จากลักษณะปัญหาการขนส่งโดยตารางข้างต้น สามารถแสดงให้เห็นในรูปแบบ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

รูปแบบกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รูปแบบกระบวนการเชิงเส้น

Minimize (Maximize)

$$\begin{aligned}
 Z &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} \\
 &+ c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} \\
 &+ \dots \\
 &+ c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}
 \end{aligned}$$

subject to :

$$x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = s_1$$

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = s_2$$

...

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = s_m$$

$$x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = d_1$$

$$x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = d_2$$

...

$$x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = d_n$$

and

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn} \geq 0$$

หรือจะเขียนกระบวนการย่อ ๆ ได้ดังนี้

Minimize (Maximize)

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Subject to ;

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i \quad (\text{โดยที่ } i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad (\text{โดยที่ } j = 1, 2, \dots, n)$$

and $x_{ij} \geq 0$ (โดยที่ $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$)

อธิบายในรูปแบบของกระบวนการเชิงเส้นข้างต้น จะพบว่าในสมการเงื่อนไขทั้งสิ้น

$(m + n)$ สมการนั้น จะมีสมการอยู่สมการหนึ่ง ที่เกินความจำเป็น ทั้งนี้เพราะว่าสมการดังกล่าว นั้น สามารถหาได้จากสมการอื่น ๆ ที่มีอยู่นั้นนั่นเอง ดังนั้น สมการที่เป็นอิสระจริง ๆ ในกระบวนการข้างต้นนี้ จะมีเพียง $(m + n - 1)$ สมการอิสระ (independent equations) ความระบบสมการเท่านั้นเอง

4. การหาค่าเฉลย

การหาค่าเฉลยของปัญหาการขนส่งในลักษณะที่ได้แสดงมาข้างต้นนั้น โดยแท้จริงแล้ว สามารถนำวิธีการหาค่าเฉลยทางคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปอื่น เกี่ยวกับการหาค่าตัวแปรของสมการหลายชั้นเชิงเส้น กรณีที่สมการมีเป้าหมาย และเงื่อนไขมาดำเนินการหาค่าตอบได้ เช่น วิธีการของกระบวนการเชิงเส้น (linear programming) เป็นต้น หากแต่ว่าวิธีการเหล่านั้นไม่กระตือรือร้น และยุ่งยากเกินไปสำหรับการหาค่าเฉลยของปัญหาการขนส่ง ซึ่งอาจสร้างเป็นรูปแบบวิธีการหาค่าเฉลยเฉพาะตัวแบบง่าย ๆ ได้ และโดยเหตุที่วิธีการเหล่านั้นมิให้ศึกษาและพบเห็นโดยทั่วไป ดังนั้น ในที่นี้จึงขอกล่าวถึง วิธีการหาค่าเฉลยเฉพาะแบบเท่านั้น

วิธีการเฉพาะแบบสำหรับการหาค่าเฉลยของปัญหาการขนส่งที่ยอมรับกันโดยทั่วไป ในปัจจุบันนี้ เป็นวิธีการเฉพาะแบบเพื่อหาค่าเฉลยที่เป็นไปได้เบื้องต้น (first feasible

solution) เท่านั้น สำหรับการดำเนินการเพื่อให้ได้ค่าเฉลยที่สมบูรณ์ (optimal solution) นั้น อาจจะกระทำได้โดยการปรับปรุงรูปแบบการขนส่งโดยหลักของ เหตุและผลในขั้นต่อไป ซึ่งวิธีเฉพาะแบบเพื่อหาค่าเฉลยที่เป็นไปได้เบื้องต้นนั้น มีอยู่ด้วยกันหลายวิธีการ หากแต่ถ้าวิธีการที่พบเห็นและยอมรับกันมากที่สุดเห็นจะได้แก่

1. วิธีการพิจารณามุมตะวันตกเฉียงเหนือ (the northwest - corner method)
2. วิธีลัด (the shortcut method)
3. วิธีประมาณการแบบรัสเซลล์ (Russell's approximation method) และ
4. วิธีประมาณการแบบโวกเกิล (Vogel's approximation method)

ในที่นี้จะแสดงหลักและวิธีการของการหาค่าเฉลยโดยวิธีเฉพาะแบบทั้ง 4 วิธีข้างต้น เป็นลำดับไป

4.1 วิธีการหาค่าเฉลยโดยวิธีพิจารณามุมตะวันตกเฉียงเหนือ (The Northwest-corner Method)

วิธีพิจารณามุมตะวันตกเฉียงเหนือ เป็นวิธีการหาค่าเฉลยเฉพาะแบบที่อาศัยหลักของตำแหน่ง (position criteria) ของช่อง (cell) การขนส่งเป็นหลักในการพิจารณา วิธีการขนส่งตามหลักการนี้ กระทำโดยดำเนินการจัดสรรการขนส่งลงในช่องการขนส่งตามทิศตะวันตกเฉียงเหนือ หรือช่องการขนส่งซึ่งอยู่ในตำแหน่งมุมบนซ้ายสุดของตารางการขนส่ง และลดหลั่นตามลำดับตำแหน่งของช่องตามทิศตะวันตกเฉียงเหนือหรือลดหลั่นเลื่อนต่อมาทางด้านขวาของตาราง จนกระทั่งถึงตำแหน่งมุมล่างสุดทางด้านขวาของตารางนั่นเอง ทั้งนี้ในการจัดสรรการขนส่งในแต่ละช่องการขนส่งนั้น ให้จัดสรรให้แต่ละช่องการขนส่งมีจำนวนการขนส่งมากที่สุดเท่าที่จะกระทำได้ตามความสามารถของแหล่งทรัพยากรและความต้องการของจุดหมายนั้น ๆ

วิธีการจัดการขนส่งข้างต้น จะเห็นได้ว่าเป็นวิธีที่ยืดลำดับตำแหน่งเป็นหลัก เพื่อให้เกิดการขนส่งตรงตามความสามารถของแหล่งทรัพยากร และตรงตามความต้องการของจุดหมายทำนองซึ่งแบบการขนส่งที่ได้จากหลักการนี้ ย่อมเป็นแบบการขนส่งที่เป็นไปได้และถูกต้องตามเงื่อนไขของทรัพยากรและจุดหมาย หากแต่ถ้าจะเป็นแบบการขนส่งที่ดีและสมบูรณ์ตามเป้าหมายที่ต้องการหรือไม่นั้น จะต้องทดสอบกันต่อไป อย่างไรก็ตามโดยหลักวิธีการแล้ว วิธีการพิจารณาจุดตะวันตกเฉียงเหนือนี้มิได้คำนึงถึงเป้าหมายเลยว่า เป้าหมายคืออะไร ต้องการค่าสูงสุดของประโยชน์ที่จะได้รับ หรือ ต้องการค่าต่ำสุดของความเสียหายที่จะต้องสูญเสีย นั่นคือ ไม่ว่าเป้าหมายต้องการจะหาค่าสูงสุดหรือต้องการจะหาค่าต่ำสุด การจัดสรรก็จะกระทำในรูปแบบเดียวกันทั้งสิ้น

ในที่นี้ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนจะขอยกตัวอย่างปัญหาการขนส่ง ซึ่งแหล่งทรัพยากรคือโรงงานอันเป็นแหล่งผลิตสินค้า และจุดหมายคือตลาดที่ต้องการสินค้า โดยที่แต่ละโรงงานหรือแหล่งผลิต ผลิตสินค้าอย่างเดียวกันด้วยต้นทุนการผลิตต่อหน่วยที่ทำกัน ในการนี้สมมุติให้แหล่งสินค้าดังกล่าวมีอยู่ด้วยกัน 3 โรงงาน และตลาดที่ต้องการสินค้านั้นมีอยู่ด้วยกัน 4 ตลาด ทั้งนี้คำนวณสินค้าที่แต่ละโรงงานผลิตขึ้น และความต้องการสินค้าของแต่ละตลาด ตลอดจนต้นทุนการขนส่งสินค้าต่อหน่วย สามารถแสดงให้ได้ด้วยตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 - 2 ตารางต้นทุนการขนส่ง

ตลาด โรงงาน	I	II	III	IV	ผลผลิต
A	5 (40)	8 (20)	12	6	60
B	5	9 (20)	10 (50)	4 (10)	80
C	3	6	13	7 0	60
ความต้องการ	40	40	50	70	200

4.1.1 การหาค่าเฉลี่ยที่เป็นจริงได้เบื้องต้น

การหาค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้เบื้องต้น ตามวิธีพิจารณามุมตะวันตกเฉียงเหนือ นั้น การดำเนินการเริ่มแรกจะเป็นการดำเนินการจัดสรรให้ข้อการขนส่งด้านมุมบนซ้ายสุดของตาราง (ช่อง A- I) มีการขนส่งผลผลิตมากที่สุดเท่าที่ผลผลิตของโรงงาน A จะมีให้ได้ และเป็นไปตามความต้องการของตลาด I ที่กำหนด ในที่นี้จำนวนการขนส่งในช่อง A - I จะเป็น 40 หน่วยสินค้า ซึ่งกำหนดโดยความต้องการของตลาด I ถึงแม้ว่าโรงงาน A จะมีกำลังผลิตอยู่ 60 หน่วยสินค้าก็ตาม สินค้าที่เหลืออยู่ในโรงงาน A อีก 20 หน่วยสินค้า ($60-40 = 20$) ก็จะต้องจัดส่งไปสู่ตลาด II ต่อไป เมื่อเป็นเช่นนี้ตลาด II ก็จะได้รับสินค้าจากโรงงาน A เป็นจำนวน 20 หน่วยสินค้าเท่าที่โรงงาน A ยังมีสินค้าเหลืออยู่ แต่สำหรับตลาด II เองแล้ว ต้องการสินค้าถึง 40 หน่วยสินค้า ดังนั้นยังคงขาดสินค้าจากความต้องการ

อีก 20 หน่วยสินค้า ซึ่งสินค้าจำนวนนี้โรงงานต่อมาคือโรงงาน B จะต้องเป็นแหล่งที่ส่งสินค้าจำนวนที่ขาดไปนั้น มาทดแทนและเมื่อตลาด II ได้รับสินค้าจากโรงงาน B มาเพิ่มแล้วก็จะได้รับสินค้า 40 หน่วยสินค้าตามที่ต้องการ แต่สำหรับโรงงาน B แล้ว โรงงานนี้มีกำลังผลิต 80 หน่วยสินค้า ดังนั้นจึงยังคงเหลือสินค้าอีก 60 หน่วยสินค้า ($80 - 20 = 60$) ซึ่งก็จะต้องดำเนินการจัดส่งไปยังตลาด III ต่อไป ในที่นี้ตลาด III ต้องการสินค้าเพียง 50 หน่วยสินค้า เช่นนี้แล้ว โรงงาน B ก็ยังคงเหลือสินค้าหลังจากที่ส่งให้ตลาด B แล้วอยู่อีก 10 หน่วยสินค้า ($60 - 50 = 10$) ซึ่งสินค้า 10 หน่วย จำนวนนี้โรงงาน B ก็จะส่งไปยังตลาด IV ต่อไป และเมื่อตลาด IV ได้รับสินค้าจากโรงงาน B แล้วก็ยังไม่ครบตามที่ต้องการ ในการนี้โรงงาน C จะต้องจัดส่งสินค้าจำนวนที่ขาดไปมาทดแทน ดังนั้นโรงงาน C จะส่งสินค้าที่มีอยู่ 60 หน่วยสินค้าให้แก่ตลาด IV เมื่อรวมสินค้าที่ตลาด IV ----- ได้รับจากโรงงาน B และโรงงาน C เข้าด้วยกันแล้ว ($10 + 60$) ตลาด IV ก็จะได้รับสินค้า 70 หน่วยสินค้าตามที่ต้องการ

การจัดสรรการขนส่งดังกล่าวมาข้างต้นนี้ เป็นการจัดสรรให้เป็นไปตามกำลังผลิตของแต่ละโรงงาน และเป็นไปตามความต้องการแต่ละตลาดแล้ว เมื่อเป็นเช่นนี้การจัดสรรการขนส่งย่อมเป็นรูปแบบการขนส่งที่เป็นไปได้ โดยที่จำนวนการขนส่งแต่ละแหล่งผลิตหรือโรงงานที่จะจัดส่งไปแต่ละตลาด ได้แสดงโดย ตัวเลขที่ผิววงกลมล้อมรอบอยู่ดังที่ปรากฏในตาราง 3 - 2 แล้ว

อนึ่ง หากพิจารณาโดยนัยทางคณิตศาสตร์ ตามระบบสมการ ก็จะพบว่าแบบการขนส่งข้างต้นก็จะเป็นรูปแบบค่าเฉลยการขนส่งที่เป็นจริงได้ (feasible solution) ทั้งนี้ด้วยเหตุว่า รูปแบบการขนส่งนี้ มีการจัดสรรจำนวนการขนส่งลงในช่องการขนส่ง 6 ช่องการขนส่งด้วยกัน ซึ่งแต่ละช่องการขนส่งซึ่งมีจำนวนการขนส่งบรรจุอยู่นั้น หมายถึง ค่าของตัวแปรแต่ละตัวตามระบบสมการและโดยเหตุที่ จำนวนตัวแปรดังกล่าว เท่ากับจำนวนสมการเงื่อนไขอิสระ [$\text{จำนวนโรงงาน (m)} + \text{จำนวนตลาด (n)} - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$]พอดี เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับจำนวนสมการ เช่นนี้แล้วตามระบบสมการก็จะหาค่าตัวแปรของสมการได้ และได้ค่าตัวแปรที่แน่นอนตายตัว (unique) อันเป็นค่าเฉลยที่เป็นจริง (basic solution)

สำหรับต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งของแบบค่าเฉลี่ยการขนส่งที่เป็นจริงได้เบื้องต้น (basic feasible solution) อาจคิดคำนวณได้ดังนี้

การขนส่ง	จำนวนการขนส่ง	ค่าขนส่งต่อหน่วย	ค่าใช้จ่าย
A - I	40	5	200
A - II	20	8	160
B - II	20	9	180
B - III	50	10	500
B - IV	10	4	40
C - IV	60	7	420
ต้นทุนค่าใช้จ่ายรวม			1500 หน่วยเงินตรา

4.1.2 การทดสอบความสมบูรณ์ของค่าเฉลี่ย

ต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมในการขนส่งข้างต้นนี้ เป็นต้นทุนการขนส่งเมื่อได้จัดสรรการขนส่งตามรูปแบบในตาราง 3 - 2 แต่โดยที่ได้ทราบแล้วว่าแบบการขนส่งดังกล่าว เป็นแบบค่าเฉลี่ยการขนส่งที่เป็นจริงได้เบื้องต้นเท่านั้น ยังไม่ทราบและไม่สามารถยืนยันได้ว่าเป็นแบบค่าเฉลี่ยการขนส่งที่ดีที่สุดและสมบูรณ์ที่สุด (optimal solution) หรือไม่ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทดสอบความสมบูรณ์ของแบบค่าเฉลี่ย (test for optimality) ต่อไป

การทดสอบความสมบูรณ์ของค่าเฉลี่ย มีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ซึ่งวิธีการที่ยอมรับกันโดยทั่วไปได้แก่วิธีก้าวข้าม (the stepping - stone method) และวิธีการกระจายแจกแจง (the modified - distribution method : MODI) ซึ่งวิธีการทดสอบความสมบูรณ์ทั้งสองวิธี เป็นวิธีการทดสอบโดยหลักของการลองผิดลองถูก ซึ่งเป็นวิธีการที่พื้น ๆ แต่ใช้ได้ผลรวดเร็ว

เร็ว ซึ่งนิยมกันมาก หลักการสำคัญของทั้งสองวิธีการข้างต้นนี้ก็คือ ทิศทางทดลองดูว่าช่อง การขนส่งใดยังไม่มีภาระขนส่งอยู่เลย ให้ประเมินดูว่า ถ้าช่องการขนส่งเหล่านั้นมีการขนส่ง เกิดขึ้นแล้วจะมีผลทำให้ต้นทุนการขนส่งรวมเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่อย่างไร กล่าวคือ

ก) ถ้าผลการประเมินการขนส่งพบว่า หากได้มีการขนส่งลงในช่องการขนส่งที่ว่างอยู่นั้น จะทำให้ต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมเพิ่มขึ้น นั้นย่อมแสดงว่าแบบการขนส่งที่เป็นอยู่เป็นแบบ การขนส่งที่สมบูรณ์ดีอยู่แล้ว ไม่มีแบบการขนส่งอื่นใดที่จะดีกว่าอีก

ข) ถ้าผลการประเมินการขนส่งพบว่า หากได้มีการขนส่งลงในบางช่องการขนส่ง ที่ว่างอยู่ จะทำให้ต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมลดลง นั้นย่อมแสดงว่าแบบการขนส่งที่เป็นอยู่ ยังไม่ใช่แบบ การขนส่งที่สมบูรณ์ หากถ้าสามารถเปลี่ยนแปลงการขนส่งให้ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่มีการขนส่ง เกิดขึ้น จะทำให้ต้นทุนค่าใช้จ่ายการขนส่งรวมลดลงได้ จึงควรปรับปรุงการขนส่งต่อไป

ค) ถ้าผลการประเมินการขนส่งพบว่า หากได้มีการขนส่งลงในบางช่องการขนส่ง ที่ว่างอยู่ จะทำให้ต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมเพิ่มขึ้น แต่บางช่องการขนส่งก็ไม่ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลง ในต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมแต่อย่างใด เช่นนี้ย่อมหมายความว่า แบบการขนส่งที่เป็นอยู่เป็นแบบการ ขนส่งที่สมบูรณ์ดีอยู่แล้วแบบหนึ่ง หากแต่ว่ายังมีแบบการขนส่งแบบอื่น ๆ อีกที่เป็นแบบการขนส่ง ที่สมบูรณ์เช่นกัน นั่นคือ ปัญหาการขนส่งนั้น มีแบบการขนส่งที่สมบูรณ์ได้หลายแบบ หรือมีค่าเฉลย ได้หลายค่าเฉลย (multiple solutions) นั้นเอง

วิธีการทดลองความสมบูรณ์ที่กล่าวถึงทั้งสองวิธีนั้น มีหลักการที่ตนเองเดียวกัน แต่ ต่างกันในลักษณะวิธีการ กล่าวคือ วิธีก้าวข้ามจะทำการประเมินช่องการขนส่งที่ว่างอยู่คราวละ หนึ่งช่องเท่านั้น สำหรับวิธีการกระจายแจกแจง ประเมินช่องการขนส่งที่ว่างอยู่คราวเดียวพร้อม กับทุกช่อง อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่า วิธีก้าวข้ามจะประเมินช่องการขนส่งที่ว่างอยู่คราวละช่องเดียว หากแต่ว่าวิธีการประเมิน เข้าใจได้ง่ายและทำได้รวดเร็ว ดังนั้นในที่นี้จะแสดงวิธีการทดลอง ด้วยวิธีก้าวข้ามเท่านั้น สำหรับวิธีการกระจายแจกแจงถึงแม้ว่าจะสามารถทำการประเมินช่องการ ขนส่งได้ครบทุกช่องในคราวเดียว แต่วิธีการค่อนข้างยุ่งยากและสับสนมากกว่าจึงขอละไว้ให้

ผู้สนใจศึกษาต่อไป^{1/}

วิธีการทดสอบความสมบูรณ์ของค่าเฉลี่ยโดยวิธีก้าวข้าม (the stepping - stone method)

การทดสอบความสมบูรณ์ของค่าเฉลี่ยโดยวิธีก้าวข้ามนี้ ดำเนินการโดยการพิจารณาแต่ละช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ (ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่เรียกว่า "water cell") ว่าถ้าช่องการขนส่งที่ว่างอยู่นั้น มีการขนส่งเกิดขึ้นจะทำให้ ต้นทุนการขนส่งรวมเปลี่ยนแปลงอย่างไร ซึ่งถ้าหากว่าการเปลี่ยนแปลงนั้นเป็นการทำให้ต้นทุนการขนส่งรวมลดลง ก็สรุปได้ว่าช่องที่เคียว่างการขนส่งนั้นน่าจะมีการขนส่งเกิดขึ้น และควรจะจัดสรรให้ช่องการขนส่งดังกล่าวมีการขนส่งมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ตามกำลังผลิตและความต้องการของตลาด

ในการที่จะจัดสรรให้ช่องการขนส่งซึ่งว่างอยู่มีการขนส่งเกิดขึ้นนั้น การเปลี่ยนแปลงการขนส่งนี้จะต้องไม่ทำให้เกิดผลกระทบกระเทือนหรือไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงกำลังผลิตของแต่ละโรงงาน และความต้องการของตลาดด้วย ทั้งนี้เพื่อจะดำรงการเป็นค่าเฉลี่ยที่เป็นไปได้ไว้ในทุกขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงการขนส่งนั่นเอง ดังนั้นในการประเมินค่าขนส่งในช่องที่ว่างการขนส่งอยู่ ก็จะต้องพิจารณามาจากช่องการขนส่งที่มีการขนส่งอยู่แต่เดิม (ช่องการขนส่งที่มีการขนส่งอยู่แต่เดิม เรียกว่า "stone cell" ตัวเลขในวงกลมคือจำนวนการขนส่ง) กล่าวคือการเปลี่ยนแปลงนี้เป็นเพียงการโยกย้ายสินค้าเดิมจากตลาดหนึ่งไปสู่อีกตลาดหนึ่ง เท่านั้น มิได้เปลี่ยนแปลงจำนวนการผลิตสินค้าและความต้องการของตลาดแต่อย่างใด เช่นนี้แล้วในการที่จะจัดสรรให้ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่เกิดการขนส่งขึ้น จำนวนสินค้าที่จัดสรรนั้นจะต้องนำมาจาก

1/

วิธีการกระจายແกกແจง (the modified distribution method :

MODI) สามารถศึกษาได้ใน

Samuel B. Richmond, Operation Research for Management

Decisions. (New York': The Ronald Press Company, 1968), 300 - 306.

ช่องการขนส่งที่มีการขนส่งอยู่แต่เดิม ในช่องอื่นซึ่งอยู่ในรายการผลิตของโรงงานเดียวกัน หรือ
 ไม่ก็อยู่ในสายความต้องการของตลาดเดียวกันนั่นเอง และเมื่อเกิดการโยกย้ายการขนส่งสินค้า
 จากช่องการขนส่งใด ๆ ขึ้นแล้วย่อมทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจำนวนสินค้าในช่องการขนส่ง
 เดิมต่อเนื่องกันไปเป็นวงจรรวดๆ ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะจะต้องดำรงกำลังผลิตและความต้องการ
 ของตลาดไว้ตามเดิมให้เป็นแบบการขนส่งที่เป็นไปได้ไว้ตลอดเวลาตั้งได้กล่าวแล้วนั่นเอง ด้วย
 เหตุนี้การประเมินค่าขนส่งจึงต้องพิจารณาตามความเป็นจริงว่า ช่องการขนส่งใดได้รับสินค้าเพื่อ
 การขนส่งเข้ามา ต้นทุนการขนส่งก็จะเพิ่มขึ้น และช่องการขนส่งใดซึ่งเสียสินค้าเพื่อการขนส่งไป
 ต้นทุนการขนส่งก็จะลดลง เป็นไปอย่างนี้จนครบวงจรของการเปลี่ยนแปลงโยกย้ายการขนส่งนั้น ๆ
 ในขั้นนี้จะได้เห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงการขนส่งในวงจรของช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ช่องใดช่องหนึ่ง
 นั้น วงจรดังกล่าว จะเริ่มจากช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ (water cell) ได้รับสินค้าเข้ามา
 โดยเสียต้นทุนการขนส่งตามที่กำหนด แต่การที่ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่จะได้รับสินค้าเข้ามานั้น จะ
 ต้องมีช่องการขนส่งที่มีการขนส่งอยู่แต่เดิม (stone cell) ซึ่งอยู่ในวงจรเดียวกันเสียสินค้า
 จำนวนนั้นไปให้แก่ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ดังกล่าว และการเสียสินค้าไปก็ทำให้ต้นทุนการขนส่ง
 รวมของช่องการขนส่งนั้นลดลง อย่างไรก็ตามช่องการขนส่งซึ่งมีการขนส่งอยู่แต่เดิมที่กล่าว
 ถึงเมื่อเสียสินค้าไปแล้ว ก็จะทำให้สินค้าที่มีอยู่ไม่ครอบคลุมความต้องการของตลาด หรือสินค้าผลิต
 ไม่ครบตามจำนวน ดังนั้น จะต้องต้องมีช่องการขนส่งซึ่งมีการขนส่งอยู่แต่เดิมช่องอื่นที่อยู่ในวงจร
 เดียวกันได้รับสินค้าเพื่อการขนส่งเพิ่มขึ้นเป็นการชดเชย สินค้าที่ขาดไปนั้น และการเปลี่ยน
 แปลงนี้ก็จะเกิดขึ้นเป็นวงจรจนครบรอบไปสู่ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ที่ต้องการจะประเมินค่าการ
 ขนส่งนั้น ซึ่งวงจรนี้อาจเรียกว่า วงจรปิด "closed loop" หรือ "closed path"
 หนึ่ง ในการประเมินค่าขนส่งของช่องการขนส่งที่ว่างอยู่แต่ละช่องนั้น ควรที่จะพิจารณาค่าประเมิน
 ในลักษณะการเปลี่ยนแปลงต่อหนึ่งหน่วยสินค้าเท่านั้น ทั้งนี้ ด้วยเหตุที่ว่าในการประเมินนี้จะต้องประเมิน
 ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ทุก ๆ ช่อง และเปรียบเทียบกันว่าช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ ช่องใดจะก่อให้เกิด
 การลดต้นทุนการขนส่งรวมมากที่สุด (ซึ่งควรจะเปลี่ยนแปลงโยกย้ายการขนส่งในช่องนั้น) แต่การเปรียบเทียบ
 จะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อค่าประเมินจะต้องอยู่ในลักษณะฐาน เดียวกัน หรือมีหน่วยอย่างเดียวกัน จึงจะ
 กระทำได้ ซึ่งฐาน หรือหน่วยของค่าประเมินที่ง่ายที่สุดก็คือ เปรียบค่าประเมินกันในลักษณะการเปลี่ยนแปลง
 ต่อหนึ่งหน่วยสินค้านั่นเอง

ในที่นี้เพื่อก่อให้เกิดความชัดเจนในการประเมินช่องทางการขนส่ง จึงขอยกตัวอย่าง การหาค่าประเมินของช่องทางการขนส่งที่วางอยู่ตามตาราง 3 - 2 ในช่องทางการขนส่งที่วางอยู่ของ โรงงาน A ที่จะส่งสินค้าไปตลาดที่ III (A-III) ค่าประเมินของช่อง A-III พิจารณา ได้จากว่า ถ้าตลาด III ได้รับสินค้ามาจากโรงงาน A หนึ่งหน่วย ก็จะทำให้ต้นทุนเพิ่มขึ้น 12 หน่วยเงินตรา แต่การที่โรงงาน A จะส่งสินค้าไปตลาด III ได้จะต้องลดการขนส่งไปตลาด II ลงหนึ่งหน่วยด้วยเช่นกัน ต้นทุนจึงลดลง 8 หน่วยเงินตราและเมื่อโรงงาน A ลดการขนส่ง สินค้าไปตลาด II ลงหนึ่งหน่วยแล้ว ตลาด II ก็จะได้รับสินค้าต่ำกว่าความต้องการไปหนึ่ง หน่วยด้วย ดังนั้นเพื่อให้การโยกย้ายนี้ไม่มีผลต่อเนื่องการเปลี่ยนแปลงของความต้องการของตลาด II โรงงาน B ก็จะต้องส่งสินค้าอีกหนึ่งหน่วยมาชดเชยให้แก่ตลาด II และเกิดต้นทุนเพิ่มขึ้น 9 หน่วยเงินตรา แต่การที่โรงงาน B จะส่งสินค้าให้ตลาด II ได้สินค้านี้สินค้าดังกล่าวจะต้อง นำมาจากการลดการขนส่งของโรงงาน B ในตลาด III ซึ่งจะไม่ทำให้การโยกย้ายนี้มีผล ต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณการผลิต เช่นนี้แล้วตลาด II ก็จะได้รับสินค้าจากโรงงาน B ลดลงหนึ่งหน่วย ซึ่งเป็นการทำให้ต้นทุนลดลง 10 หน่วยเงินตรา อย่างไรก็ตามการที่ตลาด III ได้รับสินค้าจากโรงงาน B ลดลงหนึ่งหน่วยก็จะไม่ทำให้ตลาด III ได้รับสินค้าต่ำกว่าความ ต้องการที่กำหนดแต่อย่างใด ทั้งนี้ด้วยเหตุที่ตลาดได้รับสินค้าเพิ่มเข้ามาในเบื้องต้นจากโรงงาน A อยู่แล้ว

จากการโยกย้ายการขนส่งข้างต้นจะเห็นได้ว่า เป็นการโยกย้ายปริมาณการขนส่ง เพียงเพื่อให้ได้ทราบการเปลี่ยนแปลงของต้นทุนการขนส่งรวม อันเป็นค่าประเมินของช่องการ ขนส่งที่วางอยู่ (A-III) เท่านั้น สำหรับตลาดและโรงงานต่าง ๆ ก็ยังคงได้รับและผลิตสินค้า คงเดิม ทั้งนี้เพราะการโยกย้ายดังกล่าวเกิดขึ้นในวงจรปิดของช่องทางการขนส่งที่วางอยู่ (A-III) นั้นเอง ในที่นี้ต้นทุนการขนส่งรวมที่เปลี่ยนแปลงอันเป็นค่าประเมินการขนส่งของช่อง A-III จะหาได้จาก $12 - 8 + 9 - 10 = 3$ หน่วยเงินตรา ซึ่งหมายความว่าถ้าหากมีการโยก ย้ายการขนส่ง ให้โรงงาน A ส่งสินค้าไปตลาด III แต่ละหน่วยสินค้าที่ส่งไปนั้นจะก่อให้เกิด ต้นทุนการขนส่งรวมเพิ่มขึ้น 3 หน่วยเงินตรานั้นเอง

การโยกย้ายการขนส่งในวงจรปิด และค่าประเมินการขนส่งของช่องว่างการขนส่ง

A - III ที่ว่างอยู่ อาจแสดงให้เห็นได้โดยตารางการขนส่งดังต่อไปนี้

ตาราง 3 - 3 : การโยกย้ายการขนส่งในวงจรปิด A - III

ตลาด โรงงาน	I	II	III	IV	ผลผลิต
A	5 (40)	8 (20) -	12 + * 3	6	60
B	5	9 (20) +	10 (50) -	4 (10)	80
C	3	6	13	7 (60)	60
ความต้องการ	40	40	50 I	70 I	200

จากตาราง 3 - 3 แสดงวิธีการประเมินช่องขนส่ง (cell evaluation)

A - III โดยที่การโยกย้ายการขนส่งในแต่ละช่องการขนส่งแสดงด้วยเครื่องหมายบวก (+) และเครื่องหมายลบ (-) บนมุมด้านขวาของช่องการขนส่งนั้น ๆ ทั้งนี้หมายความว่า ถ้าช่องการขนส่งใดได้รับสินค้าเพิ่มเข้ามา จะมีเครื่องหมายบวกและหมายถึงการเพิ่มขึ้นของต้นทุนการขนส่งด้วย สำหรับช่องการขนส่งที่เสียสินค้าไปจะมีเครื่องหมายลบ และหมายถึงการลดต้นทุนการขนส่งด้วยเช่นกัน ซึ่งการโยกย้ายการขนส่งดังกล่าวเกิดขึ้นเป็นวงจรปิด (closed path) และวงจรนั้นแสดงด้วยลูกศรตั้งที่ปรากฏอยู่ในตารางข้างต้น ทั้งนี้ทิศทางของลูกศรไม่มีความสำคัญเป็นอย่างอื่นนอกจากแสดงวงจร สำหรับค่าประเมินผลการเปลี่ยนแปลงการขนส่งได้แสดงไว้แล้วด้วยตัวเลขทางมุมล่างด้านขวาของช่องการขนส่ง A - III นั้น

การประเมินค่าขนส่งของช่องการขนส่งที่โยงอยู่ในช่องอื่น ๆ ก็ดำเนินการโดยหลักวิธีเดียวกันกับการประเมินค่าขนส่งในตัวอย่างข้างต้น ซึ่งค่าประเมินของช่องการขนส่งที่ว่างอยู่เหล่านั้น แสดงได้โดยตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 - 4 ตารางแสดงแบบค่าเฉลยการขนส่งที่เป็นจริงได้เบื้องต้น

ตลาด โรงงาน	I	II	III	IV	ผลผลิต
A	5 40	8 20	12 3	6 3	60
B	5 -1	9 20	10 50	4 10	80
C	3 *	5 -6	13 0	7 60	60
ความต้องการ	40	40	50	70	200

4.1.3 การหาแบบค่าเฉลยการขนส่งที่สมบูรณ์ที่ดีที่สุด

จากการพิจารณาตาราง 3 - 4 จะเห็นได้ว่า ค่าประเมินช่องการขนส่งที่ว่างอยู่บางช่องแสดงค่า "ลบ" ซึ่งหมายความว่า ถ้าช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ดังกล่าวมีการขนส่งเกิดขึ้น แต่ละหน่วยสินค้าที่มีการขนส่งนั้นจะทำให้ต้นทุนการขนส่งรวมลดลงเป็นจำนวนเท่ากันกับตัวเลขติดลบที่ปรากฏอยู่ในช่องการขนส่งนั้น ๆ ดังนั้นแบบการขนส่งในตาราง 3 - 4 ข้างต้น ยังไม่ใช่แบบการขนส่งที่สมบูรณ์ที่ดีที่สุด กล่าวคือ ยังไม่ใช่แบบการขนส่งที่จะทำให้เสียต้นทุนการขนส่งรวมต่ำที่สุด ทั้งนี้เพราะว่า ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่บางช่องซึ่งมีค่าประเมินเป็นลบ แสดงว่า

ต้นทุนการขนส่งรวมยังสามารถลดลงได้ หากว่ามีการโยกย้ายการขนส่งให้ข้องการขนส่งที่ว่างอยู่นั้น ๆ

ในการโยกย้ายการขนส่งเพื่อให้ต้นทุนการขนส่งรวมลดลงนั้น โดยหลักความล้มเหลวล้มผล ก็ควรจะตัดให้ข้องการขนส่งที่สามารถลดต้นทุนการขนส่งได้มากที่สุดก่อน และให้โยกย้ายการขนส่งลงในช่องดังกล่าวมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ทั้งนี้เพื่อจะให้ต้นทุนการขนส่งลดลงให้ได้มากที่สุดนั่นเอง ในที่นี้ข้องการขนส่งที่ว่างอยู่ อันเป็นช่องที่สามารถลดต้นทุนต่อหน่วยได้มากที่สุด คือ ช่องที่มีค่าประเมินดีลบมากที่สุด ซึ่งได้แก่ข้องการขนส่ง C - I และ C - II อันเป็นข้องการขนส่งที่มีค่าประเมินเป็น " - 6" เท่า ๆ กัน ในทางปฏิบัติการที่ข้องการขนส่งมีค่าประเมินเท่ากันก็ควรจะตัดพิจารณาต่อไปว่า ช่องการขนส่งใดสามารถตัดสรรการขนส่งได้มากที่สุด ก็ควรตัดสรรให้ข้องการขนส่งนั้นมีการขนส่งเกิดขึ้น เพราะจะทำให้ผลรวมของต้นทุนที่ลดลงมากที่สุดนั่นเอง อย่างไรก็ตามถ้าหากว่าข้องการขนส่งดังกล่าวเหล่านั้น สามารถที่จะตัดให้มีการขนส่งได้ในจำนวนเท่า ๆ กันอีก เช่นนี้แล้วการที่จะตัดสรรให้ข้องการขนส่งใดมีการขนส่งเกิดขึ้นก็จะมีผลต่อการลดต้นทุนรวมเท่า ๆ กัน

ในที่นี้ ช่องการขนส่ง C-I และ C-II สามารถที่จะตัดสรรให้มีการขนส่งในจำนวน 20 หน่วยสินค้าเท่า ๆ กัน^{1/} ดังนั้นจะตัดสรรให้ข้องการขนส่ง C-I และ C-II มีการขนส่งเกิดขึ้นได้ เพราะจะทำให้ต้นทุนการขนส่งรวมลดลง $20 \times 6 = 120$ หน่วยเงินตราเท่า ๆ กัน ในขั้นนี้เพื่อให้การตัดสรรโยกย้ายการขนส่งเป็นไปตามลำดับ จึงขอโยกย้ายการขนส่งให้ข้อง C-I มีการขนส่งเกิดขึ้น ซึ่งการโยกย้ายจะแสดงให้เห็นชัดด้วยการเขียนวงจรปิดของข้องการขนส่ง C-I ไว้ด้วย ดังที่ได้แสดงไว้แล้วในตาราง 3 - 4 และเมื่อโยกย้ายการขนส่งใหม่แล้วก็จะได้แบบการขนส่ง ดังตาราง 3 - 5 ต่อไปนี้

^{1/} การพิจารณาคำนวณการขนส่งที่สามารถโยกย้ายได้ข้องการขนส่งที่ว่างอยู่ข้องใดข้องหนึ่ง พิจารณาได้จาก จำนวนการขนส่งของข้องการขนส่งที่มีอยู่แต่เดิมในวงจรปิดของข้องการขนส่งที่ว่างอยู่นั้น ๆ

ตาราง 3 - 5 ตารางแบบค่าเฉลยการขนส่งที่เป็นจริงได้ลำดับที่สี่

ตลาด โรงงาน	I	II	III	IV	ผลผลิต
A	5 20	8 40	12 *	6 -3	60
B	5 5	9 6	10 50	4 30	80
C	3 20	6 0	13 0	7 40	60
ความต้องการ	40	40	50	50	200

ตาราง 3 - 5 นี้ แสดงแบบค่าเฉลยการขนส่งที่เป็นจริงได้ลำดับที่สี่ ซึ่งถ้าแบบการขนส่งนี้เป็นแบบการขนส่งที่สมบูรณ์ ต้นทุนการขนส่งรวมจะเป็น $1500 - 120 = 1380$ หน่วยเงินตรา แต่เมื่อทำการทดสอบความสมบูรณ์ของแบบค่าเฉลยนี้แล้ว จะเห็นได้ว่าค่าประเมินช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ (โดยวิธีกัวซาม) ได้แสดงว่า แบบค่าเฉลยลำดับที่สี่นี้ ยังไม่ใช่แบบการขนส่งที่จะก่อให้เกิดต้นทุนการขนส่งรวมต่ำที่สุด ทั้งนี้เพราะช่องการขนส่ง A-III และ A-IV ได้ค่าประเมินเป็นลบ ซึ่งแสดงว่าหากได้มีการโยกย้ายการขนส่งให้ช่องการขนส่งดังกล่าวเกิดการขนส่งขึ้นก็จะทำให้ต้นทุนการขนส่งรวมลดลง

ดังนั้น จึงควรที่จะโยกย้ายให้ช่องการขนส่ง A-III หรือ A-IV มีการขนส่งเกิดขึ้น ซึ่งในที่นี้ช่องการขนส่งที่ว่างอยู่ทั้งสองช่องดังกล่าวสามารถลดต้นทุนการขนส่งให้ได้ 3 หน่วยเงินตราต่อหนึ่งหน่วยสินค้าเท่า ๆ กัน และยังสามารถโยกย้ายให้เกิดการขนส่งขึ้นในช่องการ