นั่นคือ:

$$x = \begin{bmatrix} 459.51 \\ 1681.92 \\ 605.73 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

จากคุณสมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์ ฉะนั้น:

$$x_1 = 459.51$$
$$x_2 = 1681.92$$
$$x_3 = 605.73$$

นั่นคือ จำนวนการใช้ปัจจัยการผลิตรวม (total inputs : x_j) ของหน่วยเศรษฐกิจการเกษตร การอุตสาหกรรม และการบริการ คือ 459.51 พันล้านบาท 1681.92 พันล้านบาท และ 605.73 พันล้านบาท ตามลำดับ

สำหรับการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต: x_{ij} ก็จะสามารถคำนวณหาได้จากสัมพันธ์ภาพ ตามข้อสมมุติที่ 3 ที่ว่า:

$$x_{ij} = a_{ij}x_j \qquad (i,j = 1,2,3)$$

โดยที่ ปริมาณของการใช้ปัจจัยขั้นปฐมฐาน (primary inputs: p_j) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตก็จะได้จาก ผลต่างของปัจจัยทั้งหมดกับผลรวมของปัจจัยที่นำมาหรือซื้อมาจากหน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ (total purchases) คือ:

$$p_j = x_j - \sum_{i=1}^{3} x_{ij} \qquad (j = 1,2,3)$$

และที่สุด ผลิตผลทั้งหมด (total output: x_i) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต ก็จะได้จากผลรวมของสินค้าระหว่างผลิต (intermediate use) กับสินค้าสำเร็จรูป (final use) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตนั่นเอง กล่าวคือ:

$$x_i = \sum_{j=1}^{3} x_{ij} + d_i \qquad (i = 1,2,3)$$

โดยสรุปแล้ว จะสามารถแสดงตารางความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์ ได้ดังต่อไปนี้:

ตาราง 4.3: ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์ (Input-Output Table)

ผู้ใช้ \ ผู้ผลิต	I	II	III	สินค้าระหว่างผลิต	C	I	G	สินค้าสำเร็จรูป	ผลิตผลทั้งหมด
I	57.44	280.88	12.12	350.41	80	0	30	110	460.44
II	114.83	560.08	48.46	723.42	600	200	160	960	1683.42
111	80.41	233.70	121.15	435.26	150	0	30	180	615.26
ปัจจัยที่ซื้อมา	252.73	1074.66	181.73						
ปัจจัยปฐมฐาน	206.78	607.26	424.00					GDP 1250	
ปัจจัยทั้งหมด	459.51	1681.92	605.73						

ข้อสังเกต:

จาก ตาราง 4.2 จะพบว่า $x_i \neq x_j$ แม้ว่า $i=j$ หรือ จำนวนผลิตผลทั้งหมดของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต จะไม่เท่ากับจำนวนการใช้ปัจจัยการผลิตทั้งหมดของตนเอง ทั้งที่โดยหลักการแล้ว ข้อมูลทั้งสองนี้จะต้องเท่ากันพอดีก็ตาม เหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ อันเป็นผลมาจากการปัดเศษของค่าทศนิยมนั่นเอง อย่างไรก็ตาม ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวนี้จะลดน้อยลงและหมดไปในที่สุด ถ้าการคำนวณกระทำอย่างละเอียดโดยใช้ทศนิยมมากตำแหน่งขึ้น

5. แบบจำลองปิด:

แบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด (closed model) หมายถึง แบบจำลองซึ่งประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ ที่ต้องพึ่งพาอาศัยกันโดยตรงทั้งสิ้น ทุกหน่วยเศรษฐกิจจะไม่มีความเป็นอิสระจากหน่วยเศรษฐกิจอื่นแต่อย่างใด กล่าวคือ การใช้ปัจจัย และผลิตผลของทุกหน่วยเศรษฐกิจจะเป็นอย่างไรนั้น ย่อมต้องขึ้นอยู่กับการเสนอและสนองของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่น ๆ ด้วยเช่นกัน นั่นคือ ทุกหน่วยเศรษฐกิจดำเนินการผลิตเพื่อสนองความต้องการของหน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ในระบบทั้งสิ้น ดังนั้นผลิตผลของทุกหน่วยเศรษฐกิจการผลิตในลักษณะนี้ จึงเป็นสินค้าที่เรียกว่า "สินค้าระหว่างผลิต" (intermediate goods) นั่นเอง

อนึ่ง ถ้ากล่าวให้สอดคล้องกับ แบบจำลองเปิด ที่ได้พิจารณามาโดยลำดับแล้ว อาจกล่าวได้ว่า แบบจำลองปิด (closed model) ก็เสมือนกับ แบบจำลองเปิด (open model) ซึ่งมีหน่วยเศรษฐกิจอิสระ แปรเปลี่ยนมาเป็นหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอีกหน่วยหนึ่งของระบบเท่านั้น ทั้งนี้เพราะ ความต้องการสินค้าสำเร็จรูป (final demand) ของหน่วยเศรษฐกิจที่เคยเป็นอิสระดังกล่าว จะกลับกลายมาเป็นความต้องการในปัจจัยการผลิต (input requirements) และในขณะเดียวกัน ปัจจัยปฐมฐาน (primary inputs) ที่หน่วยเศรษฐกิจอิสระเคยสนองต่อระบบเศรษฐกิจ ก็จะแปรเปลี่ยนมาเป็นผลิตผล (output) ของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใหม่นี้

นั่นเอง ดังนั้นถ้าเดิมระบบเศรษฐกิจประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิต n หน่วย และมีหน่วยเศรษฐกิจอิสระอยู่อีกหนึ่งหน่วยแล้ว เมื่อแปรเปลี่ยนมาเป็นแบบจำลองปิด ระบบเศรษฐกิจนี้ก็ไม่ปรากฏหน่วยเศรษฐกิจอิสระอีกต่อไป แต่จะเป็นระบบเศรษฐกิจที่ประกอบด้วยเศรษฐกิจการผลิตทั้งหมด และจะมีหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอยู่ทั้งสิ้น n+1 หน่วย นั่นเอง

นอกจากนี้ ด้วยเหตุที่หน่วยเศรษฐกิจที่เคยเป็นอิสระได้แปรเปลี่ยนมาเป็นหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอีกหน่วยหนึ่งของระบบแล้ว ดังนั้น ความต้องการในผลิตผลและการสนองปัจจัยที่เคยมีต่อหน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ ซึ่งเคยเป็นอิสระของหน่วยเศรษฐกิจนี้ ก็จะต้องแปรเปลี่ยนมาอยู่ในลักษณะตามข้อสมมุติที่ 3 เช่นเดียวกันกับหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่น ๆ ของระบบเช่นกัน นั่นคือ การใช้ปัจจัยของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใหม่นี้ จะต้องอยู่ในลักษณะที่เป็นอัตราคงที่ ต่อผลิตผลของตนเองด้วยเช่นกัน ฉะนั้น ถ้าสมมุติว่าผู้บริโภคในครัวเรือน (household) เคยเป็นหน่วยเศรษฐกิจอิสระของระบบ เมื่อแปรเปลี่ยนมาเป็นแบบจำลองปิดแล้ว ผู้บริโภคในครัวเรือนนี้ ก็จะต้องบริโภคสินค้าแต่ละชนิด เป็นอัตราส่วนที่คงที่ต่อปัจจัยปฐมฐานที่สนองตอบต่อระบบโดยส่วนรวมนั่นเอง

5.1 โครงสร้างทางคณิตศาสตร์:

ลำดับนี้ เมื่อแบบจำลองเปิดได้แปรเปลี่ยนมาเป็นแบบจำลองปิดแล้ว ลักษณะโครงสร้างของแบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตดังกล่าว ก็จะมีลักษณะที่แตกต่างออกไปจากเดิมมาก อันจะเห็นได้จากตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด และ ลักษณะรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะแสดงโดยลำดับต่อไปนี้:

ตาราง 4.4: ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด:

Using \ Producing	Intermediate Use (Goods) (1)	(2)	··· (n)	(n+1)	TOTAL OUTPUT (x_i)
(1)	x_{11}	x_{12}	··· x_{1n}	$x_{1(n+1)}$	x_1
(2)	x_{21}	x_{22}	··· x_{2n}	$x_{2(n+1)}$	x_2
⋮	···········	···········	···········	···········	⋮
(n)	x_{n1}	x_{n2}	··· x_{nn}	$x_{n(n+1)}$	x_n
(n+1)	$x_{(n+1)1}$	$x_{(n+1)2}$	··· $x_{(n+1)n}$	$x_{(n+1)(n+1)}$	x_{n+1}
TOTAL INPUTS (x_j)	x_1	x_2	··· x_n	x_{n+1}	

ข้อสังเกต:

ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด จะไม่ปรากฏแถวตั้งของสินค้าสำเร็จรูป (final-use column) และ แถวนอนของปัจจัยปฐมฐาน (primary-inputs row) อีกต่อไป ทั้งนี้เพราะหน่วยเศรษฐกิจอิสระ (open sector) ได้แปรเปลี่ยนมาเป็นหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ n+1 ของระบบแล้ว

รูปทางคณิตศาสตร์:

TOTAL OUTPUT (x_i) = Intermediate Use (Goods)

$$
\begin{array}{lcl}
x_1 & = & x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} + x_{1(n+1)} \\
x_2 & = & x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} + x_{2(n+1)} \\
\multicolumn{3}{c}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots} \\
x_n & = & x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nn} + x_{n(n+1)} \\
x_{n+1} & = & x_{(n+1)1} + x_{(n+1)2} + \cdots + x_{(n+1)n} + x_{(n+1)(n+1)}
\end{array}
$$

TOTAL INPUTS (x_j) $\quad x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n \quad x_{n+1}$

หมายเหตุ:

1) $$x_i = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,n,n+1)$$

2) $$x_j = \mathop{Px_{ij}}\limits_{i=1}^{n+1} \qquad (j=1,2,\ldots,n,n+1)$$

3) $x_i = x_j$ เมื่อ $i = j$ (total autput = total inputs)

รูปทางคณิตศาสตร์ข้างต้นนี้ แสดงโดยนัยของ ตาราง 4.4 ที่กล่าวมาแล้ว แต่ถ้าได้แยกสมการนิยามการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ ไว้ให้เห็นเด่นชัด จะได้สมการนิยามการผลิต ดังต่อไปนี้:

สมการ 4.4: สมการนิยามการผลิต

$$
\begin{aligned}
X_1 &= X_{11} + X_{12} + \cdots + X_{1n} + X_{1(n+1)}\\
X_2 &= X_{21} + X_{22} + \cdots + X_{2n} + X_{2(n+1)}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
X_n &= X_{n1} + X_{n2} + \cdots + X_{nn} + X_{n(n+1)}\\
X_{n+1} &= X_{(n+1)1} + X_{(n+1)2} + \cdots + X_{(n+1)n} + X_{(n+1)(n+1)}
\end{aligned}
$$

จาก ข้อสมมุติที่ 3 ที่ว่า:

$$\frac{X_{ij}}{X_j} = a_{ij} \qquad (a_{ij} = \text{ค่าคงที่})$$

ดังนั้น: $$X_{ij} = a_{ij} \cdot X_j$$

ฉะนั้น เมื่อแทนค่า X_{ij} ตามข้อสมมุติที่ 3 นี้ ในสมการนิยามการผลิต (สมการ 4.4) จะได้:

$$
\begin{aligned}
X_1 &= a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n + a_{1(n+1)}X_{n+1}\\
X_2 &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n + a_{2(n+1)}X_{n+1}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
X_n &= a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \cdots + a_{nn}X_n + a_{n(n+1)}X_{n+1}\\
X_{n+1} &= a_{(n+1)1}X_1 + a_{(n+1)2}X_2 + \cdots + a_{(n+1)n}X_n + a_{(n+1)(n+1)}X_{n+1}
\end{aligned}
$$

จากนี้ เมื่อปรับปรุงระบบสมการ ให้อยู่ในรูปเชิงเส้นโดยปริยาย (implicit form) จะได้:

สมการ 4.5: ระบบสมการเชิงเส้นในรูปแบบโดยปริยาย:

$$
\begin{aligned}
[1-a_{11}]x_1 - a_{12}x_2 - \cdots - a_{1n}x_n - a_{1(n+1)}x_{n+1} &= 0 \\
-a_{21}x_1 + [1-a_{22}]x_2 - \cdots - a_{2n}x_n - a_{2(n+1)}x_{n+1} &= 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
-a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots + [1-a_{nn}]x_n - a_{n(n+1)}x_{n+1} &= 0 \\
-a_{(n+1)1}x_1 - a_{(n+1)2}x_2 - \cdots - a_{(n+1)n}x_n + [1-a_{(n+1)(n+1)}]x_{n+1} &= 0
\end{aligned}
$$

จาก สมการ 4.5 ข้างต้น จะเห็นว่า สมการทั้งหมดมีอยู่ n+1 สมการ และมีตัวแปรทั้งสิ้น n+1 ตัว ดังนั้นโดยระบบสมการ (system of equations) จะสามารถถอดสมการเพื่อหาค่าตัวแปร: x_j ได้ แต่โดยเหตุที่สมการที่มีอยู่ข้างต้นนี้ เป็นระบบสมการที่เรียกว่า ระบบสมการเอกพันธ์[1] (homogeneous-equation system) ซึ่งถึงแม้ว่าตัวแปรทุกตัวจะไม่มีค่าเป็นศูนย์ไปทั้งหมด (non-trivial solution) แต่ตัวแปรแต่ละตัวก็ไม่มีค่าเฉพาะตัว (no unique) เช่นกัน หากแต่ว่า ตัวแปรแต่ละตัวจะมีค่าอยู่ในรูปสัดส่วนของค่าตัวแปรอีกตัวหนึ่งแทน อันเป็นผลให้ตัวแปรมีค่าได้หลายหลากรูปแบบ (infinitely many solutions) เหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่า สมการเหล่านี้มีความสัมพันธ์เชิงเส้น (linearly dependent) ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ: (1) สัมประสิทธิ์ของตัวแปรทุกตัวในสมการต่าง ๆ จะมีค่าเท่ากับ:-ลบของผลรวม (negative of the sum) ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวเดียวกันจากสมการที่เหลือ หรือ กล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า: (2) ผลรวมของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรแต่ละตัว จากทุกสมการจะมีค่าเท่ากับศูนย์ "0" พอดี ๆ ตัวอย่างเช่น:-

(1): $[1-a_{11}] = -[-a_{21} - a_{31} - \cdots - a_{n1} - a_{(n+1)1}]$

---

[1] สมการเอกพันธ์ (homogeneous equations) กล่าวโดยง่าย ๆ หมายถึง สมการที่มีค่าของสมการ (constant term) เป็นศูนย์

ซึ่งอาจจะแสดงให้เห็นจริงได้โดยการพิสูจน์เอกลักษณ์ ดังต่อไปนี้:

ด้านซ้ายมือ:

$$[1-a_{11}] = 1 - \frac{x_{11}}{x_1} \qquad ; \quad a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$$

$$= \frac{x_1 - x_{11}}{x_1}$$

$$= \frac{[x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{n1} + x_{(n+1)1}] - x_{11}}{x_1}$$

$$= \frac{x_{21} + \cdots + x_{n1} + x_{(n+1)1}}{x_1}$$

$$= \frac{x_{21}}{x_1} + \cdots + \frac{x_{n1}}{x_1} + \frac{x_{(n+1)1}}{x_1}$$

$$= a_{21} + \cdots + a_{n1} + a_{(n+1)1}$$

$$= -[-a_{21} - a_{31} - \cdots - a_{n1} - a_{(n+1)1}]$$

= ด้านขวามือ

ซ.ต.พ.

นั่นคือ: $[1-a_{11}] = -[-a_{21} - a_{31} - \cdots - a_{n1} - a_{(n+1)1}]$

หรือ

(2): $[1-a_{11}] + [-a_{21}] + \cdots + [-a_{n1}] + [-a_{(n+1)1}] = 0$

ซึ่งอาจจะแสดงให้เห็นจริงได้ ด้วยการพิสูจน์เอกลักษณ์ ดังต่อไปนี้

ด้านซ้ายมือ:

$$[1-a_{11}] + [-a_{21}] + \cdots + [-a_{n1}] + [-a_{(n+1)1}]$$

$$= 1 - a_{11} - a_{21} - \cdots - a_{n1} - a_{(n+1)1}$$

$$= 1 - [a_{11} \; t \; a_{21} \; t \; . a^{*} + a_{n1} \; t \; a_{(n+1)1}]$$

$$= 1 - [\frac{X_{11}}{X_1} + \frac{X_{21}}{X_1} + \cdots \; t \; \frac{X_{n1}}{X_1} \; t \; \frac{X_{(n+1)1}}{X_1}]$$

$$= 1 - c\frac{X_{11} + X_{21} + \cdots + X_{n1} + X_{(n+1)1}}{X_1}]$$

$$= 1 - \frac{X_1}{X_1}$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

= ด้านขวามือ

นั่นคือ: $[1-a_{11}] + [-a_{21}] + \cdots + [-a_{n1}] + [-a_{(n+1)1}] = 0$

ช.ต.พ.

อนึ่ง สมการ 4.5 อันเป็นระบบสมการเชิงเส้นนั้น อาจจะนำมาแสดงในรูปเมทริกซ์โดยสรุปได้ ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} [1-a_{11}] & -a_{12} & - \cdots & -a_{1n} & -a_{1(n+1)} \\ -a_{21} & +[1-a_{22}] & - \cdots & -a_{2n} & -a_{2(n+1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & - \cdots & +[1-a_{nn}] & -a_{n(n+1)} \\ -a_{(n+1)1} & -a_{(n+1)2} & \cdots & -a_{(n+1)n} & +[1-a_{(n+1)(n+1)}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ x_{(n+1)} \end{bmatrix} \begin{matrix} = \\ = \\ \vdots \\ = \\ = \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

หรืออาจแสดงโดยย่อได้เป็น:

$$[I-A]x = 0 \qquad : \mathbf{0} = \text{เวกเตอร์ศูนย์}$$

5.2 การหาผลเฉลย:

ดังที่ทราบแล้วว่า ความสัมพันธ์ของการผลิตในรูปแบบจำลองปิด (closed input-output model) เป็นรูปแบบของระบบสมการเอกพันธ์ (homogeneous-equation system) ซึ่งตัวแปรแต่ละตัวจะไม่มีค่าเฉพาะตัว แต่ตัวแปรจะมีค่าในรูปสัดส่วนของค่าตัวแปรตัวอื่น (infinitely many solution) ดังนั้น การหาผลเฉลยเพื่อให้ได้ค่าตัวแปร (x_j) อันเป็นผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่ต้องการ จึงไม่สามารถดำเนินการได้ด้วยวิธีการของพีชคณิตเมทริกซ์ ทั้งนี้เพราะ การดำเนินการโดยเมทริกซ์ (matrix operation) จะต้องอาศัยเมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) ซึ่งเมทริกซ์ผกผันจะไม่สามารถหาได้ ถ้าเมทริกซ์นั้นเป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix: $|I-A| = 0$) ซึ่งแบบจำลองปิดในที่นี้ก็มีสมการอยู่ในรูประบบสมการเอกพันธ์ และเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ก็เป็นเมทริกซ์เอกฐานด้วย ดังนั้น การหาเมทริกซ์ผกผัน เพื่อช่วยในการถอดหาค่าตัวแปร จึงกระทำมิได้ หรือถึงแม้เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ไม่ใช่เมทริกซ์เอกฐาน (nonsingular matrix: $|I-A| \neq 0$) แต่ค่าของตัวแปรที่ได้ก็จะเป็นศูนย์ไปเสียทั้งหมด ($x_1 = x_2 = \cdots = x_n = x_{(n+1)} = 0$: trivial solution) ซึ่งจะพิจารณาเห็นได้ ดังต่อไปนี้:

จากระบบสมการ: $\quad [I-A]x = 0$

ดังนั้น $x = [I-A]^{-1}0$

$= 0$; 0 = เวกเตอร์ศูนย์

อนึ่ง ถ้าหาผลเฉลยโดยกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) แม้เมทริกซ์สัมประสิทธิ์จะไม่ใช่เมทริกซ์เอกฐาน แต่ผลเฉลยที่ได้ก็จะเป็นศูนย์ทั้งหมด(trivial solution) เช่นกัน นั่นคือ:

$$x_j = \frac{|[I-A]_j|}{|I-A|} \qquad ; \; j=1,2,\ldots,n,(n+1)$$

$$= \frac{0}{|I-A|}$$

$$= 0$$

หรือถ้าเมทริกซ์สัมประสิทธิ์เป็นเอกฐาน และแม้ว่าผลเฉลยที่ได้จะไม่ใช่ศูนย์ทั้งหมดก็ตาม แต่ผลเฉลยที่ได้ก็จะไม่สามารถระบุแน่ชัดได้ว่าเป็นอย่างไร (undefined) นั่นคือ:

$$x_j = \frac{|[I-A]_j|}{|I-A|}$$

$$= \frac{0}{0} \qquad \text{(หาค่าไม่ได้: undefined)}$$

ข้อสังเกต: $\frac{0}{0}$ มิได้เท่ากับศูนย์หรืออนันต์ $(0,\infty)$ แต่ไม่สามารถหาค่าได้ (undefined)

ดังนั้นสรุปแล้ว การหาผลเฉลยของแบบจำลองปิด (closed model) จึงไม่สามารถดำเนินการได้โดยตรง ด้วยวิธีการทางพีชคณิตเมทริกซ์ (matrix algebra) หรือวิธีการตามกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) แต่อย่างไรก็ตาม การหาผลเฉลยดังกล่าวนี้ก็อาจจะ

ดำเนินการโดย วิธีการที่เรียกว่า การกำจัดตัวแปร (the elimination-of-variables) ซึ่งเป็นหลักการทางพีชคณิตขั้นพื้นฐานนั่นเอง

ในลำดับนี้ จะขอแสดงวิธีการหาผลเฉลยของแบบจำลองปิด (closed model) ด้วยวิธีกำจัดตัวแปร (elimination of variables) ดังต่อไปนี้:

ตัวอย่าง 4.2: ตัวอย่างการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด

สมมุติว่า จากการสำรวจภาวะเศรษฐกิจของสังคมหนึ่ง ณ ขณะหนึ่ง สามารถแบ่งหน่วยเศรษฐกิจการผลิตของสังคมดังกล่าว ได้เป็น 3 ส่วน คือ: I) การเกษตร II) การอุตสาหกรรม และ III) การบริการ ซึ่งสามารถสร้างเป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด (closed input-output table) ได้ ดังต่อไปนี้:

ตาราง 4.5: ตารางความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด (closed input-output table)

(พันล้านบาท)

ผู้ใช้ \ ผู้ผลิต	I	II	III	ผลิตผลทั้งหมด
I	0	1	3	4
II	3	0	1	4
III	2	1	0	3
ปัจจัยทั้งหมด	5	2	4	11

อยากทราบว่า: ถ้าสภาพการณ์ทุกอย่างไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อต้องการให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพ ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์จะเป็นอย่างไร

ข้อพิจารณา:

จาก ตาราง 4.5 อันเป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด จะเห็นว่า ส่วนที่เป็นปัจจัยขั้นปฐมฐาน (primary inputs) และส่วนสินค้าสำเร็จรูป (final demand) จะไม่มีปรากฏอยู่ในตารางแต่อย่างใด เหตุที่เป็นดังนี้ก็เพราะว่า หน่วยเศรษฐกิจอิสระได้แปรเปลี่ยนมาเป็นหน่วยเศรษฐกิจการผลิตของระบบแล้ว

อนึ่ง ถ้าได้สังเกต ตาราง 4.5 ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะพบว่า การใช้ปัจจัยการผลิตทั้งหมด (total inputs) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจ จะมีจำนวนไม่เท่ากันกับ ผลิตผลรวม (total output) ของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตนั้น ๆ ปรากฏการณ์เช่นนี้ย่อมหมายถึงว่า การแจกแจงผลิตผลและปัจจัยของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตเป็นไปอย่างไม่เหมาะสม ซึ่งที่สุดก็จะเป็นผลให้ระบบเศรษฐกิจไร้เสถียรภาพ ดังนั้น ปัญหาในที่นี้ก็คือ การผลิตและการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องเป็นอย่างไร จึงจะดำรงเสถียรภาพของระบบเศรษฐกิจนี้ไว้ได้ดังต้องการ

วิธีทำ:

ตาราง 4.5 สามารถแสดงโดยคณิตศาสตร์ในรูปสมการเชิงเส้นทั่วไป ได้เป็น:

สมการ 4.6: สมการเชิงเส้น

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_{11} + x_{12} + x_{13} \\
x_2 &= x_{21} + x_{22} + x_{23} \\
x_3 &= x_{31} + x_{32} + x_{33}
\end{aligned}
$$

จากข้อสมมุติที่ 3: $$\frac{x_{ij}}{x_j} = a_{ij} \qquad (a_{ij} = \text{ค่าคงที่})$$

ดังนั้น $$x_{ij} = a_{ij} x_j \qquad (i,j = 1,2,3)$$

ฉะนั้น เมื่อแทนค่า x_{ij} ตามข้อสมมุติที่ 3 นี้ ในสมการเชิงเส้นข้างต้น (สมการ 4.6) จะได้:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ x_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ x_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{aligned}$$

จากนี้ เมื่อปรับปรุงระบบสมการให้อยู่ในรูปโดยปริยาย (implicit form) จะได้:

$$\begin{aligned} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 \quad a_{13}x_3 &= 0 \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - a_{23}x_3 &= 0 \\ -a_{31}x_1 - a_{32}x_2 + (1-a_{33})x_3 &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อแทนค่า a_{ij} จากข้อมูลในตาราง 4.5 จะได้:

สมการ 4.7: ระบบสมการเชิงเส้น

$$x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{3}{43}x_3 = 0 \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$-\frac{3}{5}x_1 + x_2 - \frac{1}{43}x_3 = 0 \qquad \ldots\ldots(2)$$

$$-\frac{2}{5}x_1 - \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 0 \qquad \ldots\ldots(3)$$

จากระบบสมการเชิงเส้นข้างต้น จะเห็นได้ว่า สมการทุกสมการดังกล่าวมีค่าของสมการ (constant term) เป็นศูนย์ทั้งหมด ดังนั้น ระบบของสมการนี้จึงเป็นระบบสมการเอกพันธ์ (homogeneous equation system) นอกจากนี้ สมการดังกล่าวก็มีความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear dependent) ซึ่งกันและกันด้วย กล่าวคือ สมการต่าง ๆ ในระบบสมการนี้ จะได้จาก "ลบ" ของผลรวม (negative of the sum) ของอีกสองสมการที่เหลือทั้งสิ้น เช่น สมการ (1) จะได้จาก ลบของผลรวมของสมการ (2) กับสมการ (3) นั่นคือ:

$$(1) \quad = \quad -[(2)+(3)]$$

ดังนั้น เมื่อหาผลเฉลยโดยวิธีกำจัดตัวแปร (elimination of variables) จะได้ผลเฉลยของตัวแปรสองตัว ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่งที่เหลือ เช่น อาจได้ค่า x_1 และ x_2 ในรูปของ x_3 หรือได้ x_1 และ x_3 ในรูปของ x_2 หรือจะได้ x_2 และ x_3 ในรูปของ x_1 ก็ได้เช่นกัน นั่นคือ ค่าของตัวแปรจะมีได้หลายรูปแบบ (infinitely many solutions)

ในลำดับนี้ เมื่อทราบว่าค่าของตัวแปรจะหาได้สองตัว แต่อยู่ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง ดังนั้นในที่นี้ จึงขอเลือกแสดงการหาค่าของตัวแปร x_2 และ x_3 ซึ่งจะอยู่ในรูปของตัวแปร x_1 ดังต่อไปนี้:

โดยวิธีกำจัดตัวแปร (elimination-of-variables method)!

จากระบบสมการ 4.7:

ดังนั้น $(1)/x_1$ คือ:
$$1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = 0 \quad \ldots\ldots(4)$$

และ $[(2)-(3)]/x_1$ คือ:
$$-\frac{1}{5} \;t\; \frac{3}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{5}{4}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = 0 \quad \ldots\ldots(5)$$

เมื่อจัดรูปสมการโดยให้ค่าคงที่อยู่ทางด้านขวามือ จะได้ระบบสมการลดรูปเป็น:

สมการ 4.8: ระบบสมการเชิงเส้นลดรูป[1]:

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = -1 \qquad \ldots\ldots(6)$$

และ

$$\frac{3}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{5}{4}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = \frac{1}{5} \qquad \ldots\ldots(7)$$

จาก สมการ 4.8 อันเป็นระบบสมการลดรูป จะเห็นได้ว่า ขณะนี้ตัวแปรมีทั้งหมดสองตัว อันได้แก่ (x_2/x_1) และ (x_3/x_1) ซึ่งสมการอิสระก็มีอยู่สองสมการเช่นกัน ดังนั้น การหาค่าตัวแปร อาจดำเนินการได้โดยกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งออกไปเสียก่อน ซึ่งในที่นี้ จะขอกำจัด (x_2/x_1) ออกไปก่อน ดังต่อไปนี้:

---

[1] ระบบสมการเชิงเส้นลดรูปนี้ อาจแสดงในรูปเมทริกซ์ ได้เป็น:

$$\begin{bmatrix} -1/2 & -3/4 \\ 3/2 & -5/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2/x_1 \\ x_3/x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

และที่สุด อาจหาผลเฉลยด้วยวิธีพีชคณิตเมทริกซ์ และ กฎของคราเมอร์ ได้ด้วย

จาก สมการ (6) เมื่อคูณตลอดด้วย 3/2 จะได้:

$$-\frac{3}{4}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{9}{8}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = -\frac{3}{2} \qquad \text{......(8)}$$

และจาก สมการ (7) เมื่อคูณตลอดด้วย 1/2 จะได้:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{5}{8}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = \frac{1}{10} \qquad \text{......(9)}$$

แล้ว (8)+(9) ก็จะได้:

$$-\frac{14}{8}\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = \frac{14}{-iii}$$

ดังนั้น

$$\frac{x_3}{x_1} = \frac{4}{5}$$

นั่นคือ

$$x_3 = \frac{4}{5}x_1 \qquad \text{......(I)}$$

และเมื่อแทนค่า (x_3/x_1) ในสมการ (9) จะได้:

$$-\frac{3}{4}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{9}{8}\left(\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{2}$$

ฉะนั้น

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5}$$

นั่นก็คือ

$$x_2 = \frac{4}{5}x_1 \qquad \text{......(II)}$$

โดยสรุปแล้ว จะได้ผลเฉลยของตัวแปร ดังนี้[1]:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5} \quad \text{หรือ} \quad x_2 = \frac{4}{5}x_1$$

และ

$$\frac{x_3}{x_1} = \frac{4}{5} \quad \text{หรือ} \quad x_3 = \frac{4}{5}x_1$$

นั่นคือ

$$x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 4 : 4$$

จากผลเฉลยค่าของตัวแปรข้างต้นนี้ สามารถกล่าวได้ว่า ระบบเศรษฐกิจจะมีเสถียรภาพ ถ้าการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตหน่วยที่สองและหน่วยที่สาม มีผลิตผลเป็น 4 ใน 5 ของจำนวนผลิตผลของหน่วยที่หนึ่ง ทั้งนี้ ไม่ว่าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตหน่วยที่หนึ่งจะมีผลิตผลเท่าไรก็ตาม นั่นคือ ไม่ว่าในเวลาใดก็ตาม ถ้าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตหน่วยที่หนึ่งมีผลิตผลเป็นจำนวน x_1 หน่วย เมื่อต้องการให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพแล้ว การผลิตของหน่วยเศรษฐกิจหน่วยที่สองและหน่วยที่สาม จะต้องมีผลิตผลเป็นจำนวน $(4/5)x_1$ หน่วย เท่ากันนั่นเอง

ลำดับนี้ เมื่อสามารถวิเคราะห์การผลิตที่เหมาะสม ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตได้แล้ว การพิจารณาเพื่อแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตก็จะสามารถดำเนินการได้โดยง่าย กล่าวคือ จะสามารถอาศัยสัมพันธ์ภาพของการผลิต ตามข้อสมมุติที่ 3 ที่ว่า:

$$x_{ij} = a_{ij}x_j \qquad (i,j=1,2,3)$$

และ

$$x_i = x_j \quad \text{เมื่อ} \quad i = j$$

---

[1] ถ้าหาผลเฉลยโดยวิธีพีชคณิตเมทริกซ์ หรือโดยกฎของคราเมอร์ (จาก สมการ 4.8) ก็จะได้ผลเฉลยในรูปเดียวกัน

ซึ่งเมื่อดำเนินการแล้ว จะสามารถแสดงตารางความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิดที่สมบูรณ์และมีเสถียรภาพ ได้ดังนี้

ตาราง 4.6: ตารางความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิดที่สมบูรณ์และมีเสถียรภาพ

(พันล้านบาท)

ผู้ใช้ \ ผู้ผลิต	I	II	III	ผลิตผลทั้งหมด
I	0	2	3	5
II	3	0	1	4
III	2	2	0	4
ปัจจัยทั้งหมด	5	4	4	13

ข้อสังเกต: $x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 4 : 4$

ในที่สุดนี้ จะเห็นได้ว่า การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตในรูปแบบจำลองปิด เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต เมื่อหน่วยเศรษฐกิจการผลิตทุกหน่วยจะต้องพึ่งพาอาศัยและสัมพันธ์กันโดยตรงทั้งสิ้น ดังนั้น ปัญหาของการวิเคราะห์จึงอยู่ในลักษณะที่ว่า แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องมีผลิตผลออกสนองตอบต่อระบบเศรษฐกิจอย่างไร และผลิตผลเหล่านั้นจะต้องได้รับการแจกแจงไปเช่นไร จึงจะทำให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพดังต้องการนั่นเอง

อนึ่ง โดยเหตุที่การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิดนี้ ส่งผลให้แบบจำลองการ

วิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นระบบสมการเอกพันธ์ ดังนั้น การหาผลเฉลยจึงไม่อาจจะดำเนินการโดยตรงได้ด้วยวิธีนีชคณิตเมทริกซ์ หรือโดยวิธีกฎของคราเมอร์ แต่อาจดำเนินการได้ด้วยวิธีกำจัดตัวแปรเป็นสำคัญ ซึ่งที่สุดก็จะได้ผลเฉลยของตัวแปรในลักษณะของผลเฉลยหลายค่า (infinitely many solution) โดยผลเฉลยดังกล่าวก็เป็นแต่เพียงผลเฉลยของอัตราการผลิตที่เหมาะสมของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตเท่านั้น ฉะนั้น การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตแบบปิด จึงเป็นการวิเคราะห์เพื่อให้ทราบว่า แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องมีผลิตผลในอัตราส่วนอย่างไร จึงจะทำให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพเป็นสำคัญ

6. สรุป

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (input-output analysis) ที่ได้พิจารณามาโดยลำดับแล้วนี้เป็นการวิเคราะห์เพื่อให้ทราบว่า ถ้าต้องการให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพแล้ว แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต (sector) ต้องมีผลิตผลออกสนองตอบต่อระบบเศรษฐกิจอย่างไร และในการผลิตเพื่อให้ได้ผลิตผลเหล่านั้น จำเป็นต้องใช้ปัจจัยการผลิตอันเป็นผลิตผลของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใดบ้างและจำนวนเท่าไร กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เป็นการวิเคราะห์เพื่อให้ทราบถึง การผลิตและการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต เพื่อดำรงเสถียรภาพของระบบเศรษฐกิจไว้นั่นเอง

การวิเคราะห์การผลิตและการแจกแจงผลิตผลดังกล่าวข้างต้นนี้ กระทำได้หลายรูปแบบด้วยกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะโครงสร้างของแบบจำลองและสภาพของกาลเวลาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งถ้าพิจารณาตามโครงสร้างแล้ว แบบจำลองการวิเคราะห์ อาจจะเป็นแบบจำลองเปิด (open model) หรือแบบจำลองปิด (closed model) ก็ได้ และถ้าได้พิจารณาสภาพของเวลาเข้าเกี่ยวข้องด้วย แบบจำลองดังกล่าวอาจอยู่ในสภาพเชิงสถิต (static) เชิงสถิตเปรียบเทียบ (comparative static) หรือเชิงพลวัต (dynamic) ก็ได้ด้วยเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าแบบจำลองจะอยู่ในลักษณะรูปแบบใด การวิเคราะห์ก็จะต้องเกี่ยว

ข้องกับ ระบบเศรษฐกิจที่ประกอบไปด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่หลากหลายแตกต่างกันออกไป ดังนั้นเพื่อให้การวิเคราะห์ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตเป็นไปในทางเดียวกัน แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตก็จะต้องมีลักษณะที่สำคัญบางประการร่วมกัน กล่าวคือ แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว และสินค้าที่ผลิตขึ้นนั้นจะต้องมีลักษณะเอกพันธ์ (only one homogeneous product) นอกจากนี้ การผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจจะต้องกระทำในช่วงการผลิตที่มีผลได้ต่อขนาดคงที่ (constant returns to scale) และที่สุด การผลิตนั้นจะต้องใช้ปัจจัยแต่ละชนิดต่อผลิตผลที่ได้ในอัตราคงที่ (fixed input ratio) ด้วยเช่นกัน

อนึ่ง โดยเหตุที่การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตนี้ กระทำได้หลายลักษณะรูปแบบด้วยกัน ดังนั้นผลของการวิเคราะห์แบบจำลองแต่ละลักษณะก็ย่อมแตกต่างกันออกไป โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อแบบจำลองมีลักษณะโครงสร้างที่ต่างกัน ผลของการวิเคราะห์ก็จะแตกต่างกันโดยเด่นชัด กล่าวคือ ถ้าการวิเคราะห์เป็นลักษณะของแบบจำลองเปิด (open model) ซึ่งแบบจำลองเปิด หมายถึง แบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ที่มีโครงสร้างของหน่วยเศรษฐกิจแบ่งเป็นสองกลุ่มใหญ่ ๆ โดยกลุ่มหนึ่ง เป็นส่วนเศรษฐกิจการผลิตในระบบ อันต้องมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน สำหรับอีกกลุ่มหนึ่ง เป็นส่วนเศรษฐกิจอิสระ ซึ่งมีอิทธิพลกระทบต่อหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่น ๆ แต่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่นไม่มีอิทธิพลใด ๆ ต่อหน่วยอิสระนี้ ดังนั้น หน่วยเศรษฐกิจอิสระ จึงเป็นหน่วยเศรษฐกิจที่ถูกกำหนดโดยอิทธิพลนอกระบบ โดยเหตุนี้ เมื่อดำเนินการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต โดยรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หน่วยเศรษฐกิจอิสระจึงเป็นเสมือนค่าคงที่ของสมการต่าง ๆ ในระบบสมการที่พิจารณานั่นเอง ฉะนั้น เมื่อดำเนินการถอดสมการเพื่อหาค่าตัวแปรโดยวิธีการใด ๆ ก็ตาม จะได้ตัวแปรที่มีค่าเฉพาะตัว (unique) ซึ่งตัวแปรที่กล่าวถึงนี้ แท้ที่จริงก็คือ ผลิตผลที่แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องสนองตอบต่อระบบเศรษฐกิจโดยส่วนรวมนั่นเอง ดังนั้นถ้าแบบจำลองการวิเคราะห์เป็นแบบจำลองเปิดแล้ว การผลิตและการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะสามารถชี้ชัดจำนวนที่ถูกต้องแน่นอนได้เสมอ

ในกรณีที่การวิเคราะห์เป็นลักษณะของแบบจำลองปิด (closed model) ซึ่งแบบจำลอง

ปิด หมายถึง แบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ซึ่งทุก ๆ หน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องมีความสัมพันธ์โดยตรงต่อกัน ดังนั้น หน่วยเศรษฐกิจการผลิตทุกหน่วย จึงถูกกำหนดบทบาทโดยระบบทั้งสิ้น โดยเหตุนี้ เมื่อดำเนินการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองนี้ก็จะมีลักษณะของระบบสมการเอกพันธ์ (homogeneous equation system) ฉะนั้น เมื่อดำเนินการถอดสมการเพื่อหาค่าตัวแปร ก็จะไม่ได้ค่าตัวแปรที่มีค่าเฉพาะตัว หากแต่ว่า จะได้ค่าตัวแปรในลักษณะหลายค่า (infinitely many solutions) กล่าวคือ จะได้ค่าผลเฉลยของตัวแปรบางตัวในรูปของตัวแปรตัวอื่นที่เหลือ หรือนั่นคือจะได้ค่าตัวแปรในลักษณะสัดส่วนซึ่งกันและกันนั่นเอง ดังนั้น ถ้าแบบจำลองการวิเคราะห์เป็นแบบจำลองปิดแล้ว การผลิตและการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่เหมาะสม จะอยู่ในลักษณะของสัดส่วนของผลผลิตซึ่งกันและกันเท่านั้น

ในที่สุดนี้ สามารถกล่าวได้ว่า การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตในลักษณะรูปแบบใดก็ตาม เป้าหมายของการวิเคราะห์จะเป็นเรื่องราวของการพิจารณาเพื่อให้ทราบถึงการผลิตและการแจกแจงผลิตผลของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต ในอันที่จะดำรงไว้ซึ่งเสถียรภาพของระบบเศรษฐกิจเป็นสำคัญ

บรรณานุกรม

ALMON, C. *Matrix* Methods in Economics. Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1967.

ARCHIBALD, G. C., AND RICHARD G. LIPSEY. *An Introduction to* a *Mathematical* Treatment *of Economics.* 2d ed., London: Cox and Wyman Ltd., 1973.

BAUMOL, W. J. Economic *Theory and Operation Analysis.* 2d ed., Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1965.

CHIANG, A.C. *Fundamental Methods of* Mathematical Economics. 3d ed., New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1984.

CHU, K. *Principle of* Econometrics. 2d ed., Scranton: Intext Education Publishers, 1972.

CHENERY, H. B., AND P. G. CLARK. *Interindustry* Economics* New York: John Wily & Sons, Inc., 1959.

LEONTIEF, W.W. *The* Structure *of* American Economy 1919-1939, 2d ed., Fair Lawn, N. J.: Oxford University Press, 1951.

ROWEROFT, J. E. *Mathematical* Economics : *An* Integrated *Approach.* London: Paul Chapman Publishing, 1994.

แบบฝึกหัด

1. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (input-output analysis) คืออะไร ?

2. ถ้าระบบเศรษฐกิจของสังคมหนึ่ง ประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิต 3 หน่วย และความสัมพันธ์ของการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจดังกล่าว สามารถแสดงได้ด้วยเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ต่อไปนี้:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

อยากทราบว่า:

ถ้าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตแต่ละหน่วย ได้ผลิตสินค้าสำเร็จรูปสนองตอบต่อระบบเศรษฐกิจ เป็นจำนวน 20 พันล้านบาท 5 พันล้านบาท และ 10 พันล้านบาท ตามลำดับ เช่นนี้แล้ว ตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์จะเป็นอย่างไร ?

3. สมมุติว่า จากการสำรวจภาวะเศรษฐกิจของประเทศไทย ปี 2537 ได้แบ่งเศรษฐกิจไทยออกเป็น 3 ส่วน คือ I) การเกษตร II) การอุตสาหกรรม และ III) การบริการ ซึ่งสามารถสร้างเป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิต (input-output table) ได้ดังต่อไปนี้

(พันล้านบาท)

ผู้ผลิต \ ผู้ใช้	I	II	III	สินค้าสำเร็จรูป	ผลิตผลทั้งหมด
I	300	200	80	420	1000
II	200	0	200	100	500
III	100	150	40	110	400
ปัจจัยปฐมฐาน	400	150	80	GOP = 630	
ปัจจัยทั้งหมด	1000	500	400		

อยากทราบว่า:

(ก) ตารางแบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตข้างต้นนี้ เป็นแบบจำลองลักษณะใด เพราะเหตุใด ?

(ข) ถ้าการผลิตในประเทศไทยเป็นแบบผลได้ต่อขนาดคงที่ และเทคนิคในการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อต้องการให้ GDP ในปี 2550 เป็น 850 พันล้านบาท โดยให้สินค้าสำเร็จรูปจากผลิตผลทางการเกษตรเป็น 500 พันล้านบาท จากการอุตสาหกรรมเป็น 200 พันล้านบาท และให้ผลิตผลทางการบริการเป็น 150 พันล้านบาท ดังนี้แล้ว ตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ในปี 2550 ที่สมบูรณ์จะเป็นอย่างไร ?

4. สมมุติว่า จากการสำรวจภาวะเศรษฐกิจของประเทศไทย ปี 2538 ได้แบ่งเศรษฐกิจไทยออกเป็น 3 ส่วน คือ I) การเกษตร II) การอุตสาหกรรม และ III) การบริการ ซึ่งสามารถสร้างเป็นตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (input-output table) ในบางส่วนได้ ดังต่อไปนี้:

(พันล้านบาท)

ผู้ผลิต \ ผู้ใช้	I	II	III	สินค้าสำเร็จรูป
I	100	400	200	300
II	0	300	100	600
III	0	0	200	800

อยากทราบว่า: ถ้าสภาพการณ์ทุกอย่างไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อต้องการให้สินค้าสำเร็จรูปจากผลิตผลทาง การเกษตร การอุตสาหกรรม และการบริการ ในปี 2552 เป็น 1,000 พันล้านบาท 2,000 พันล้านบาท และ 3,000 พันล้านบาท ตามลำดับ ดังนี้แล้ว ตารางแสดงแสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์ สำหรับปี 2552 จะเป็นอย่างไร ?

5. สมมุติว่า จากการสำรวจภาวะเศรษฐกิจของไทย ปี 2538 ได้แบ่งเศรษฐกิจไทย ออกเป็น 3 ส่วน คือ I) การเกษตร II) การอุตสาหกรรม และ III) การบริการ ซึ่งสามารถสร้างเป็นตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตได้ ดังต่อไปนี้:

(พันล้านบาท)

ผู้ผลิต \ ผู้ใช้	I	II	III	ผลิตผลทั้งหมด
I	2	1	2	5
II	1	2	3	6
III	1	2	5	8
ปัจจัยทั้งหมด	4	5	10	19

อยากทราบว่า:

ถ้าสภาพการณ์ทุกอย่างไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อต้องการให้ระบบเศรษฐกิจของไทยมีเสถียรภาพ ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตที่สมบูรณ์ สำหรับปี 2552 ควรเป็นอย่างไร ?