

บทที่ 4

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต

(Input-Output Analysis)

บทที่ 4

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Analysis)

เค้าโครงเรื่อง :

1. ความทั่วไป
 - 1.1 ความหมาย
 - 1.2 ประโยชน์
 - 1.3 วิวัฒนาการ

2. โครงสร้างของแบบจำลอง
 - 2.1 แบบจำลองตามลักษณะโครงสร้าง
 - 2.1.1 แบบจำลองเปิด
 - 2.1.2 แบบจำลองปิด
 - 2.2 แบบจำลองตามลักษณะการวิเคราะห์
 - 2.2.1 แบบจำลองเชิงสถิติ
 - 2.2.2 แบบจำลองเชิงสถิติเปรียบเทียบ
 - 2.2.3 แบบจำลองเชิงพลวัต

3. สมมุติฐานของการวิเคราะห์

4. แบบจำลองเปิด

4.1 โครงสร้างทางคณิตศาสตร์

4.2 การหาผลเฉลย

5. แบบจำลองปิด

5.1 โครงสร้างทางคณิตศาสตร์

5.2 การหาผลเฉลย

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อศึกษาเรื่องการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตนี้จบแล้ว นักศึกษาสามารถ :

1. อธิบายความหมาย ประโยชน์ และทราบถึงวิวัฒนาการ ของการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต
2. อธิบายโครงสร้างในรูปแบบต่างๆ ของแบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตได้อย่างถูกต้อง
3. เข้าใจและทราบถึงเหตุผลเบื้องหลังของสมมติฐานการวิเคราะห์
4. อธิบายลักษณะการวิเคราะห์แบบจำลองเปิด และสามารถหาผลเฉลยได้อย่างถูกต้อง
5. อธิบายลักษณะการวิเคราะห์แบบจำลองปิด และสามารถหาผลเฉลยได้อย่างถูกต้อง
6. ประยุกต์ความรู้ความเข้าใจ เกี่ยวกับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ให้ไปใช้กับสถานะเศรษฐกิจในเหตุการณ์ปัจจุบันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

บทที่ 4

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Analysis)

1. ความทั่วไป:

1.1 ความหมาย:

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต (input-output analysis) หมายถึง การวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิต และผลผลิตของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ ในระบบเศรษฐกิจ การวิเคราะห์นี้เพื่อให้ได้ทราบว่า ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง หน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ในระบบเศรษฐกิจแต่ละหน่วยจะต้องผลิตผลผลิตออกสนองต่อระบบเศรษฐกิจเป็นปริมาณเท่าไร จึงจะเป็นการเพียงพอแก่ความต้องการ นอกจากนี้ผลผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจ จะต้องมียุทธศาสตร์ที่เหมาะสมพอดี เพื่อสนองตอบซึ่งกันและกันด้วย ทั้งนี้เพราะแต่ละหน่วยเศรษฐกิจย่อมมีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ การที่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตใด ๆ จะทำการผลิตเพื่อให้ได้ผลผลิตออกมานั้น ย่อมจำเป็นที่จะต้องนำผลผลิตของหน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ ในระบบเศรษฐกิจและอาจรวมถึงผลผลิตของตนเองมาเป็นปัจจัยการผลิต เพื่อจะทำการผลิตผลผลิตตามที่ต้องการต่อไป ดังนั้น ผลผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจ ย่อมจำเป็นที่จะต้องสอดคล้องและสัมพันธ์กัน ทั้งนี้ก็เพื่อจุดหมายที่จะให้เศรษฐกิจทั้งระบบ มีเสถียรภาพโดยไม่ให้เกิดปัญหาสินค้าล้นตลาด (surplus) หรือ สินค้าขาดตลาด (shortage)

โดยสรุปแล้ว การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ซึ่งหมายถึง การวิเคราะห์เพื่อให้ได้ทราบว่า หน่วยเศรษฐกิจการผลิตใดจะต้องผลิตผลผลิตออกสนองต่อระบบเศรษฐกิจเป็นจำนวนเท่าไร และในการผลิตนั้น จะต้องใช้ปัจจัยการผลิตอันเป็นผลผลิตของหน่วยเศรษฐกิจใดบ้างและจำนวนเท่าไร ทั้งนี้เพราะหน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ต้องพึ่งพาเกี่ยวพันกันทั้งระบบนั่นเอง

ในการแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตดังกล่าวข้างต้น อาจแสดงความสัมพันธ์ของการใช้ปัจจัยการผลิตและผลผลิต ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ (mathematical model) กล่าวคือ อาจนำความสัมพันธ์ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจที่อยู่ในระบบเศรษฐกิจนั้นมาเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical symbols) และสร้างเป็นแบบสมการแสดงความสัมพันธ์ โดยที่สมการหรือกลุ่มสมการแสดงความสัมพันธ์นี้ เรียกว่า แบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Model) จากนั้นจึงนำวิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม มาทำการคำนวณเพื่อหาค่าตัวแปรที่สร้างขึ้นไป

1.2 ประโยชน์

ในการสร้างแบบจำลองความสัมพันธ์ของการใช้ปัจจัยการผลิตและผลผลิตนี้ ดังได้กล่าวในเบื้องต้นแล้วว่า เป็นการวางแผนการผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจ ทั้งนี้เพื่อที่จะอำนวยความสะดวกทั้งระบบมิเสถียรภาพ โดยไม่ให้เกิดปัญหาการล้นตลาดหรือขาดตลาดทั้งในตลาดสินค้าและตลาดแรงงาน นอกจากประโยชน์ในการวางแผนการผลิต (production planning) ดังข้างต้นนี้แล้ว แบบจำลองนี้ ยังมีประโยชน์ในการวางแผนพัฒนาเศรษฐกิจ (development planning) ของสังคมด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับประเทศที่กำลังพัฒนา ซึ่งต้องการให้ระบบเศรษฐกิจมีโครงสร้างที่เหมาะสมกับสภาวะแวดล้อมของสังคม ซึ่งอาจหมายถึง ความจำเป็นในการต้องเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางเศรษฐกิจและธุรกิจการผลิตของสังคมด้วย นอกจากนี้แบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตนี้ ยังเคยได้รับการนำไปใช้ในการวางแผนด้านกำลังพลในกิจการกลาโหมอีกด้วย ดังนั้นโดยหลักการแล้ว แบบจำลองนี้สามารถนำไปใช้ในการวางแผนเพื่อเป็นแนวทางการแก้ปัญหาและการตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ ที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของปัญหาในรูปแบบเดียวกันกับความสัมพันธ์ของการผลิต ซึ่งกำลังกล่าวถึงนี้ได้เสมอ

1.3 วิวัฒนาการ

แบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิต ได้เริ่มต้นและพัฒนาขึ้นมาในช่วงหลังของทศวรรษปี

ค.ศ. 1930 โดยท่านศาสตราจารย์ Wassily W. Leontief ซึ่งต่อมาในปี ค.ศ. 1941 ท่านได้เผยแพร่แก่สาธารณชนในหนังสือชื่อ "The Structure of American Economy 1919-1939"

โดยเหตุที่ท่านศาสตราจารย์ Leontief เป็นผู้ริเริ่มค้นคว้า และพัฒนาแบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตขึ้น ดังนั้น แบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตนี้ บางครั้งจึงเรียกว่า "Leontief Model"

2. โครงสร้างของแบบจำลอง

การที่จะสร้างรูปแบบจำลองโดยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical symbols) เพื่อการคำนวณและใช้ประโยชน์ต่อไปนั้น เริ่มแรกที่เดวิดจำเป็นที่จะต้องวิเคราะห์เสียก่อนว่า ระบบเศรษฐกิจที่เป็นปัญหาซึ่งกำลังศึกษาอยู่นั้น ประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจ (sectors) ที่สำคัญและมีอิทธิพลต่อผลิตผลรวมของสังคมอยู่เท่าไร และได้แก่หน่วยเศรษฐกิจใดบ้าง ทั้งนี้ก็เพื่อจะได้วางรูปแบบจำลองให้สอดคล้องและเหมาะสมกับสภาวะเศรษฐกิจที่แท้จริง ที่เป็นเช่นนั้น ก็เพราะว่า แต่ละหน่วยเศรษฐกิจอาจจะมี ความแตกต่างกัน ซึ่งลักษณะของหน่วยเศรษฐกิจที่แตกต่างกัน ย่อมหมายถึงอิทธิพลที่หน่วยเศรษฐกิจเหล่านั้นจะมีต่อสภาวะเศรษฐกิจของระบบโดยรวม

2.1 แบบจำลองตามลักษณะโครงสร้าง

แบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตอาจแบ่งตามลักษณะโครงสร้างได้ 2 รูปแบบ คือ:

2.1.1 แบบจำลองเปิด

¹ Wassily W. Leontief, *The Structure of American Economy 1919-1939*, 2d.ed., Oxford University Press, Fair Lawn, N.J., 1951.

แบบจำลองเปิด (open model) หมายถึง แบบจำลองที่มีหน่วยเศรษฐกิจแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ โดยที่กลุ่มหนึ่งประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์โดยตรงต่อกัน กล่าวคือ ผลผลิตและปัจจัยที่แต่ละหน่วยเศรษฐกิจผลิตขึ้นมาและใช้ไป จะต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันและมีผลกระทบกระเทือนต่อกันด้วย สำหรับอีกกลุ่มหนึ่ง เป็นหน่วยเศรษฐกิจที่ประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจอิสระซึ่งการผลิตและการใช้ปัจจัยการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจอิสระนี้ จะมีอิทธิพลและผลกระทบกระเทือนต่อหน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ แต่หน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ จะไม่มีอิทธิพลใด ๆ ต่อหน่วยเศรษฐกิจอิสระนี้แต่อย่างใดเลย หน่วยเศรษฐกิจอิสระนี้ เรียกกันว่า "open sector" ซึ่งตัวอย่างของหน่วยเศรษฐกิจอิสระนี้อาจจะได้แก่ ผู้บริโภคในครัวเรือน (households) ซึ่งมีความต้องการในผลผลิต อันเป็นสินค้าสำเร็จรูป (final demand) จากหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่น ๆ โดยที่ปริมาณความต้องการในผลผลิตสำเร็จรูปดังกล่าว อาจขึ้นอยู่กับจำนวนประชากร โดยมีได้ค้ำึงว่าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตอื่น ๆ จะมีผลผลิตสนองตอบเท่าใด อย่างไรก็ตาม ในขณะที่เดียวกันผู้บริโภคในครัวเรือนก็จะสนองปัจจัยการผลิตพื้นฐาน (primary inputs) อันอาจได้แก่ แรงงานการผลิต และการจัดการ แก่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตในระบบ แต่การสนองปัจจัยต่าง ๆ ดังกล่าวนี้นี้ ก็เป็นไปในลักษณะที่ประชากรจะสนองให้ได้เท่าที่มีอยู่ โดยที่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ ไม่มีอิทธิพลใด ๆ ที่จะกำหนดกฎเกณฑ์แต่อย่างใดเลย ดังนั้น ผู้บริโภคในครัวเรือนจะมีอิทธิพลโดยตรงต่อหน่วยเศรษฐกิจการผลิตให้สนองและยอมรับสิ่งที่เสนอแต่เพียงฝ่ายเดียว โดยที่การเสนอและการสนองของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตไม่มีผลต่อผู้บริโภคในครัวเรือน ที่จะต้องยอมรับและค้ำึงถึงแต่ประการใด

2.1.2 แบบจำลองปิด

แบบจำลองปิด (closed model) หมายถึง แบบจำลองที่ประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ซึ่งต้องพึ่งพาอาศัยกันโดยตรง ทุก ๆ หน่วยเศรษฐกิจจะไม่มีความเป็นอิสระแต่อย่างใด กล่าวคือ การที่ใช้ปัจจัยและผลผลิตของทุกหน่วยเศรษฐกิจจะเป็นอย่างไร ย่อมขึ้นอยู่กับหน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ จะสนองตอบได้เท่าใด และในขณะที่เดียวกันผลผลิตของหน่วยเศรษฐกิจนั้น ๆ ก็จะกลับกลายเป็นปัจจัยการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจอื่น ๆ ด้วย นั่นคือ ทุก ๆ หน่วย

เศรษฐกิจจะมีอิทธิพลกระทบกระเทือนซึ่งกันและกัน และผลิตผลของทุก ๆ หน่วยเศรษฐกิจก็เป็นผลิตผลที่เรียกว่า ผลิตผลหรือสินค้าระหว่างผลิต (intermediate goods) ทั้งสิ้น

2.2 แบบจำลองตามลักษณะการวิเคราะห์

ในการแบ่งประเภทของแบบจำลอง นอกจากจะพิจารณาจากโครงสร้างของแบบจำลองโดยตรงแล้ว ยังจะต้องคำนึงถึงลักษณะการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสภาพของเวลาด้วย ซึ่งการวิเคราะห์รูปแบบจำลองเกี่ยวข้องกับเวลานี้ อาจแบ่งได้ 3 สภาพด้วยกัน คือ:

2.2.1 แบบจำลองเชิงสถิต

แบบจำลองเชิงสถิต (static model) หมายถึง แบบจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อจำลองสภาวะเศรษฐกิจการผลิต ณ ขณะใดขณะหนึ่ง เช่น แบบจำลองการวิเคราะห์การผลิตของปี พ.ศ. 2538 ก็จะแสดงสภาวะเศรษฐกิจ ความสัมพันธ์ของการผลิต และการใช้จ่ายของหน่วยเศรษฐกิจต่าง ๆ ในปี พ.ศ. 2538 นั้น

2.2.2 แบบจำลองเชิงสถิตเปรียบเทียบ

แบบจำลองเชิงสถิตเปรียบเทียบ (comparative-static model) หมายถึง แบบจำลองเชิงสถิตที่สร้างขึ้น เพื่อเทียบเคียงสภาวะการผลิตของระบบเศรษฐกิจต่างขณะต่างเวลา กัน เช่น เปรียบเทียบสภาวะเศรษฐกิจการผลิตของปี พ.ศ. 2538 กับสภาวะเศรษฐกิจการผลิตของปี พ.ศ. 2539 เป็นต้น

2.2.3 แบบจำลองเชิงพลวัต

แบบจำลองเชิงพลวัต (dynamic model) หมายถึง แบบจำลองที่สร้างขึ้นเพื่อ

วิเคราะห์การเคลื่อนไหวของสภาวะการผลิต ตามสภาพของเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป

โดยสรุปแล้ว การพิจารณาแบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต จะต้องคำนึงถึงลักษณะโครงสร้างและสภาพของกาลเวลาพร้อมกันไป ดังนั้น แบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต จึงมีอยู่หลายลักษณะรูปแบบด้วยกัน กล่าวคือ อาจเป็นแบบจำลองเปิด (open model) หรือแบบจำลองปิด (closed model) ก็ได้ และอาจจะอยู่ในสภาพเชิงสถิต (static) เชิงสถิตเปรียบเทียบ (comparative-static) หรือเชิงพลวัต (dynamic) ก็ได้ด้วยเช่นกัน

3. สมมติฐานของการวิเคราะห์

โดยเหตุที่ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต มีได้หลากหลายรูปแบบ กอปรกับการวิเคราะห์นี้ ต้องเกี่ยวข้องกับระบบเศรษฐกิจอันประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจำนวนมาก ซึ่งแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตก็มีลักษณะที่แตกต่างกันไป ดังนั้น เพื่อให้การพิจารณาวิเคราะห์แต่ละหน่วยเศรษฐกิจเป็นไปในแนวทางเดียวกันทั้งระบบ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดขอบข่ายการวิเคราะห์ อันถือเป็นข้อสมมติฐานของแบบจำลอง ดังต่อไปนี้ คือ:

สมมติฐาน (assumptions):

- 1) แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต (sector) หรือ แต่ละอุตสาหกรรม (industry) ต้องผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว และสินค้าที่ผลิตนั้นจะต้องมีลักษณะเป็นเอกพันธ์ นั่นคือ สินค้าทุกหน่วยที่ผลิตขึ้น จะต้องมีความคล้ายคลึงเหมือนหนึ่งเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน (only one homogeneous product)

อนึ่ง ถ้าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใด หรืออุตสาหกรรมใด มีผลิตผลของสินค้าเกินกว่าหนึ่งชนิด อาจถือว่า:

- ก) สินค้าแต่ละชนิด ได้มาจากแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่แตกต่างกัน หรือ
- ข) ถ้าสินค้าเหล่านั้นต้องใช้ประกอบกัน ก็อาจถือว่า สินค้าั้นเป็นเพียงชนิดเดียว

- 2) การผลิตของทุก ๆ หน่วยเศรษฐกิจ ต้องกระทำในช่วงการผลิตที่มีผลได้ต่อขนาดคงที่ (constant returns to scale) นั่นคือ เมื่อเปลี่ยนแปลงปริมาณปัจจัยการผลิตทุกชนิดไป t เท่า ผลผลิตก็จะเปลี่ยนแปลงไป t เท่า ด้วยเช่นกัน
- 3) แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต จะต้องใช้ปัจจัยแต่ละชนิดในสัดส่วนที่คงที่ (fixed proportion of inputs) หรือ ต้องใช้ปัจจัยการผลิตแต่ละชนิดต่อผลิตผลที่ได้ในอัตราคงที่ (fixed input ratio for the product of its output)
- 4) ระยะเวลาของแผนการผลิต เพื่อให้ได้ผลผลิตตามเป้าหมาย ไม่สามารถกำหนดได้

จากการที่ได้ศึกษาโครงสร้างและข้อสมมุติฐานต่าง ๆ ของแบบจำลองความสัมพันธ์ของการผลิตมาโดยลำดับแล้วนั้น บัดนี้จะขอกกล่าวถึงแต่ละลักษณะโดยละเอียดเป็นลำดับกันไป ดังนี้:

4. แบบจำลองเปิด

ดังที่ทราบแล้วว่า แบบจำลองเปิด (open model) หมายถึง แบบจำลองการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิต ซึ่งหน่วยเศรษฐกิจการผลิตแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ โดยกลุ่มหนึ่งเป็นส่วนเศรษฐกิจการผลิตในระบบ ซึ่งต้องมีความสัมพันธ์และมีผลกระทบต่อกัน สำหรับอีกกลุ่มหนึ่งเป็นส่วนของเศรษฐกิจอิสระ ดังนั้นเมื่อต้องการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตนี้ ก็ย่อมหมายความว่า ต้องการวิเคราะห์เพื่อให้ทราบว่า ขณะนั้นหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใดควรจะต้องผลิตผลผลิตออกสนองต่อระบบเศรษฐกิจเป็นจำนวนเท่าไร และในการผลิตนี้ ต้องใช้ปัจจัยการผลิตอันเป็นผลิตผลของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใดบ้าง และ จำนวนเท่าไรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ระบบเศรษฐกิจมีเสถียรภาพนั่นเอง

ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตลักษณะดังกล่าวข้างต้นนี้ อาจดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้:

4.1 โครงสร้างทางคณิตศาสตร์

โดยทั่วไป แบบจำลองเปิด ประกอบด้วยหน่วยเศรษฐกิจการผลิตสองกลุ่ม อันได้แก่ หน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่ต้องสัมพันธ์กันโดยตรง และหน่วยเศรษฐกิจอิสระ ในที่นี้ สมมติว่าหน่วยเศรษฐกิจการผลิตที่ต้องสัมพันธ์กันโดยตรงนั้น มีอยู่ n หน่วย และหน่วยเศรษฐกิจอิสระ มีอยู่ 1 หน่วย นั่นคือ ระบบเศรษฐกิจโดยส่วนรวมประกอบด้วย $n+1$ หน่วยเศรษฐกิจนั่นเอง

อย่างไรก็ตาม ด้วยเหตุที่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ ต้องสัมพันธ์กัน ดังนั้น ผลผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะได้รับการแจกแจงออกเป็นสองส่วนด้วยกัน กล่าวคือ ส่วนหนึ่งจะได้รับการจัดสรรให้ไปเป็นปัจจัยการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตในระบบและรวมถึงหน่วยตนเองด้วย ซึ่งผลิตผลส่วนนี้ ย่อมต้องถือเป็นสินค้าระหว่างผลิต (intermediate use or intermediate goods) สำหรับอีกส่วนหนึ่งนั้น ได้รับการจัดสรรไปเป็นสินค้าสำเร็จรูป (final use, final goods or final demand) เพื่อสนองตอบความต้องการของหน่วยเศรษฐกิจอิสระ และถ้ามีการค้าระหว่างประเทศ จะรวมถึงการส่งออกต่างประเทศด้วย ซึ่งที่สุด ผลรวมของสินค้าสำเร็จรูปดังกล่าวนี้ก็คือ ผลิตภัณฑ์รวมแห่งชาติหรือรายได้ประชาชาติ (GNP: Gross National Product) นั่นเอง อนึ่ง หน่วยเศรษฐกิจอิสระจะสนองปัจจัยขั้นปฐมฐาน (primary inputs) อันได้แก่ แรงงาน การจัดการ รวมตลอดถึงปัจจัยจากต่างประเทศ แก่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตในระบบด้วย แต่การสนองตอบนี้ มิได้สัมพันธ์โดยตรง หรือกำหนดโดยความต้องการของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตเหล่านั้นแต่อย่างใด

การแจกแจงการผลิต การเสนอและสนองตอบความต้องการของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต $n+1$ หน่วยเศรษฐกิจดังกล่าว สามารถแสดงในรูปแบบตารางความสัมพันธ์ของการผลิต และรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้โดยลำดับ ดังนี้:

ตาราง 4.1: ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Table):

Producing \ Using sector Sector	*Intermediate Use					Final Use	TOTAL OUTPUT
	(1)	(2)	(3)	...	(n)		
(1)	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1n}	d_1	x_1
(2)	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2n}	d_2	x_2
(3)	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3n}	d_3	x_3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(n)	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nn}	d_n	x_n
----- Primary Inputs	p_1	p_2	p_3	...	p_n	t GNP	
TOTAL INPUTS	x_1	x_2	x_3	...	x_n		

รูปทางคณิตศาสตร์:

$$\begin{aligned} \text{TOTAL OUTPUT } (x_i) &= \text{Intermediate Use (Goods)} + \text{Final Use} \\ x_1 &= x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{1n} + d_1 \\ x_2 &= x_{21} + x_{22} + x_{23} + \dots + x_{2n} + d_2 \\ &\dots \\ x_n &= x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} + \dots + x_{nn} + d_n \\ \text{Primary Inputs } (p_j) & \quad p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \dots \quad p_n \quad (\text{GNP}) \\ \text{TOTAL INPUTS } (x_j) & \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n \end{aligned}$$

หมายเหตุ:

$$1) \quad x_i = \sum_{j=1}^n x_{i,j} + d_i \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$$2) \quad x_j = \sum_{i=1}^n x_{i,j} + p_j \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$3) \quad x_i = x_j \quad \text{เมื่อ } i = j \quad (\text{Total Output} = \text{Total Inputs})$$

โดยที่:

- x_i หมายถึง ปริมาณผลผลิตทั้งหมดของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ i ใด ๆ
 ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)
- x_j หมายถึง ปริมาณปัจจัยทั้งหมดที่หน่วย เศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ j ใด ๆ เป็นผู้ใช้
 ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)
- $x_{i,j}$ หมายถึง ปริมาณผลผลิตส่วนหนึ่งของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ i ใด ๆ ที่
 ได้รับการนำไปเป็นปัจจัยการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจ หน่วยที่ j ใด ๆ
- d_i หมายถึง ปริมาณผลผลิตส่วนหนึ่งของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ i ใด ๆ ที่
 ได้รับการนำไปเป็นสินค้าสำเร็จรูปเพื่อตอบสนองความต้องการ (final demand) ของหน่วยเศรษฐกิจอิสระและการส่งออก (ต่างประเทศ)
- p_j หมายถึง ปริมาณผลผลิตขั้นปฐมฐาน เช่น แรงงาน การจัดการ และการสั่งเข้า
 ของหน่วยเศรษฐกิจอิสระ ที่ได้รับการนำไปเป็นปัจจัยขั้นปฐมฐาน (primary inputs) ของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ j ใด ๆ

ข้อสังเกต: ปริมาณผลิตผลจะนับเนื่องอยู่ในรูปของ "หน่วยเงินตรา" ทั้งนี้เพราะ แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต อาจมีผลิตผลอยู่ในรูปของ "หน่วยสินค้า" ที่แตกต่างกัน ดังนั้น การเปรียบเทียบค่านวณจึงต้องปรับให้อยู่ในรูปของหน่วยร่วมเดียวกัน และในการคำนวณเปรียบเทียบดังกล่าว จะต้องเปรียบเทียบกับหน่วยในปฏิฐานเดียวกันเท่านั้น

4.2 การหาผลเฉลย:

การพิจารณารูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวถึงต่อไปนี้จะเป็นการวิเคราะห์ปริมาณการผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต เพื่อให้สภาวะเศรษฐกิจเป็นไปในลักษณะที่มีเสถียรภาพ กล่าวคือ เพื่อให้ทราบว่า แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตจะต้องผลิตสินค้าสนองตอบต่อระบบทั้งสิ้นเท่าไร: x_i ผลิตผลนี้จะถูกนำไปแจกแจงเป็นปัจจัยการผลิตของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตต่าง ๆ อย่างไร: x_{ij} และที่สุดเป็นสินค้าสำเร็จรูปของหน่วยเศรษฐกิจอิสระต่าง ๆ เท่าไร: d_i กล่าวอย่างกว้าง ๆ ก็คือ ต้องการหาค่า x_i และที่สุดก็คือ ต้องการหาค่า x_{ij} ที่จะก่อให้เกิดเสถียรภาพทางเศรษฐกิจนั่นเอง

การหาค่า x_i อาจดำเนินการได้โดยการพิจารณา สมการนิยามการผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต ต่อไปนี้:

สมการ 4.1: สมการนิยามการผลิตของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต

$$x_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{1n} + d_1 \quad \dots (1)$$

$$x_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + \dots + x_{2n} + d_2 \quad \dots (2)$$

.....

$$x_n = x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} + \dots + x_{nn} + d_n \quad \dots (n)$$

จากข้อสมมติที่ 3 ที่ว่า:

"แต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิต จะต้องใช้ปัจจัยแต่ละชนิดในสัดส่วนที่คงที่ (fixed proportion of inputs) หรือ ต้องใช้ปัจจัยการผลิตแต่ละชนิดต่อผลิตผลที่ได้ในอัตราคงที่ fixed input ratio for the product of its output."

นั่นคือ:
$$\frac{x_{ij}}{x_j} = a_{ij} \quad (a_{ij} = \text{ค่าคงที่})$$

หรือ
$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j$$

โดยที่: a_{ij} หมายถึง อัตราส่วนของการใช้ปัจจัยการผลิตต่อผลิตผลทั้งหมดของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ j ซึ่งได้ปัจจัยมาจากผลิตผลของหน่วยเศรษฐกิจการผลิต หน่วยที่ i

อนึ่ง ผลิตผลทั้งหมด: x_i ของหน่วยเศรษฐกิจการผลิตใด ๆ ก็ตาม จะเท่ากับ ปัจจัยการผลิตทั้งหมด: x_j ที่หน่วยเศรษฐกิจการผลิตนั้น ๆ เป็นผู้ใช้ นั่นคือ: $x_i = x_j$ เมื่อ $i = j$

ฉะนั้น เมื่อแทนค่า x_{ij} ตามข้อสมมติที่ 3 นี้ ในสมการนิยามการผลิต (สมการ 4.1) จะได้:

$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + d_1$$

$$x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n + d_2$$

.....

$$x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n + d_n$$

ข้อสังเกต: ตัวแปร "x" ในที่นี้ หมายถึง x_j เพราะเป็นตัวแปรที่ได้มาจากการแทนค่า x_{ij} ในรูปของ x_j นั่นเอง

จากนี้ เมื่อปรับปรุงระบบสมการ ให้อยู่ในรูปเชิงเส้นโดยปริยาย (implicit form) จะได้:

สมการ 4.2: ระบบสมการเชิงเส้นในรูปแบบโดยปริยาย:

$$\begin{aligned} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n &= d_1 \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n &= d_2 \\ \dots & \dots \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - a_{n3}x_3 - \dots + (1-a_{nn})x_n &= d_n \end{aligned}$$

จาก ระบบสมการ 4.2 ข้างต้น สมการทั้งหมดมี n สมการ และมีตัวแปรทั้งหมด n ตัว ดังนั้น โดยระบบสมการ (system of equations) แล้ว สามารถถอดสมการดังกล่าวเพื่อหาค่าตัวแปร: x_j ได้ และจะได้ตัวแปรที่มีค่าเฉพาะตัว (unique solution) ด้วย

อนึ่ง การถอดสมการกระทำได้หลายวิธีการด้วยกัน เช่น การกำจัดตัวแปร (variable elimination) การใช้กฎของคราเมอร์ (Cramer's Rule) และการใช้วิธีการทางพีชคณิตเมทริกซ์ (matrix algebra) อย่างไรก็ตาม เพื่อความเหมาะสมตามหลักการคำนวณสากลในที่นี้ จึงขอแสดงวิธีการถอดสมการเพื่อหาค่าตัวแปร โดยวิธีการทางพีชคณิตเมทริกซ์เป็นสำคัญ ซึ่งจะสามารถดำเนินการเป็นลำดับได้ ดังต่อไปนี้:

โดยวิธีพีชคณิตเมทริกซ์:

สมการ 4.2 สามารถแสดงในรูปของเมทริกซ์ได้ดังต่อไปนี้ คือ:

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n \\ \dots \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - a_{n3}x_3 - \dots + (1-a_{nn})x_n \end{bmatrix}_{nx1} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{bmatrix}_{nx1}$$

กระจายเมทริกซ์ด้านซ้ายมือในรูปผลคูณ:

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & -a_{13} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & -a_{23} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & -a_{n3} & \dots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

กระจายเมทริกซ์ด้านซ้ายมือสุดในรูปผลต่าง:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} - \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

แสดงโดยสัญลักษณ์ย่อของเมทริกซ์ (matrix notation) ได้เป็น:

$$[I-A]x = d$$

โดยที่:

- I หมายถึง เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) ที่มีขนาด $n \times n$
- A หมายถึง เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ (coefficient matrix) ที่มีขนาด $n \times n$
- x หมายถึง เวกเตอร์แนวตั้ง x (column vector x) ที่มีขนาด $n \times 1$
- d หมายถึง เวกเตอร์แนวตั้ง d (column vector d) ที่มีขนาด $n \times 1$

หมายเหตุ: เมทริกซ์ แสดงโดยตัวพิมพ์ใหญ่ทึบ สำหรับ เวกเตอร์ แสดงโดยตัวพิมพ์เล็กทึบ

จากนี้ ถอดหาค่า เวกเตอร์แนวตั้ง x (column vector x) โดยดำเนินการทางพีชคณิตเมทริกซ์ (matrix algebra) ด้วยวิธีการนำเอา เมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) $[I-A]^{-1}$ คูณเข้าข้างหน้า (pre-multiply) ของทั้งสองข้าง ดังต่อไปนี้:

จาก $[I-A]x = d$

แล้ว $[I-A]^{-1}[I-A]x = [I-A]^{-1}d$: คูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

ดังนั้น $ix = [I-A]^{-1}d$: คุณสมบัติของเมทริกซ์ผกผัน
 $\{ [I-A]^{-1}[I-A] = I \}$

นั่นคือ $x = [I-A]^{-1}d$: คุณสมบัติของเมทริกซ์เอกลักษณ์
 $(Ix = x)$

ฉะนั้น การแก้สมการเชิงเส้น โดยวิธีการทางพีชคณิตเมทริกซ์นี้ ก็คือ:

$$x = [I-A]^{-1}d$$

ลำดับนี้ จะเห็นได้ว่า เวกเตอร์แนวตั้ง x (column vector x) สามารถหาได้โดยง่ายด้วยวิธีทางพีชคณิตเมทริกซ์ (matrix algebra) กล่าวคือ เริ่มจากการหา เมทริกซ์ A (เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของลีดองทีฟ : Leontief coefficient matrix) อันได้มาจาก ข้อสมมติที่ 3 ($x_{ij}/x_j = a_{ij}$) จากนั้นก็นำ เมทริกซ์ A ไปหักออกจาก เมทริกซ์เอกลักษณ์ I จะได้ เมทริกซ์ผลต่าง $[I-A]$ (เมทริกซ์ของลีดองทีฟ : Leontief matrix) แล้วจากนั้นก็นำ เมทริกซ์ผลต่าง $[I-A]$ ไปหา เมทริกซ์ผกผัน $[I-A]^{-1}$ (เมทริกซ์ผกผันของลีดองทีฟ : Leontief inverse matrix) ซึ่งที่สุด เวกเตอร์แนวตั้ง x ก็จะได้จากการนำ $[I-A]^{-1}$ ไปคูณเข้าข้างหน้าของ เวกเตอร์แนวตั้ง d (สินค้าสำเร็จรูป : final demand) นั่นเอง

อนึ่ง โดยปรกติแล้วเมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) สามารถหาได้หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้ในที่นี้ ก็คือ วิธีการของลาปลาซ (Laplace Method) ที่ว่า:

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{adj } B$$

ในที่นี้ คือ: $[I-A]^{-1} = \frac{1}{|I-A|} \text{adj}[I-A]$

โดยที่:

$\text{adj}[I-A]$ หมายถึง เมทริกซ์ผกผัน (adjoint matrix) ซึ่งได้จากการสลับเปลี่ยน (transpose) เมทริกซ์โคแฟกเตอร์ (cofactor matrix)

นั่นคือ: $\text{adj}[I-A] = (\text{cof}[I-A])^T$

โดย $\text{cof}[I-A] = (c_{ij})_{n \times n}$

และ $c_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

ทั้งนี้ M_{ij} คือ ไมเนอร์ของสมาชิกตำแหน่ง $i-j$ ซึ่งได้จากตัวกำหนดย่อย (sub-determinant) ของเมทริกซ์ $[I-A]$ อันเกิดจากการตัดสมาชิกในแถวอนที่ i และตัดสมาชิกในแถวตั้งที่ j ออกไปทั้งหมดนั่นเอง

และ $|I-A|$ หมายถึง ตัวกำหนด (determinant) ของเมทริกซ์ $[I-A]$ ซึ่ง $[I-A]$ นั้น ก็จะต้องไม่ใช่เมทริกซ์เอกฐาน (nonsingular matrix) หรือ $|I-A| \neq 0$ ด้วย

ดังนั้น ในที่สุด เมื่อสามารถหา เวกเตอร์ x ซึ่งก็คือ ปัจจัยการผลิตรวม x_j (total inputs) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจการผลิตแล้ว การแจกแจงผลผลิตและการใช้ปัจจัยการผลิต x_j ก็จะสามารหหาได้โดยง่าย ด้วยสัมพันธภาพตาม ข้อสมมุติที่ 3 ที่ว่า: $x_{ij}/x_j = a_{ij}$ หรือ $x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j$ ซึ่งที่สุดแล้ว $x_i = x_j$ เมื่อ $i = j$ นั่นเอง

ลำดับนี้ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจน จึงยกตัวอย่างประกอบการวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้:

ตัวอย่าง 4.1: ตัวอย่างการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการผลิตแบบเปิด

สมมติว่า จากการสำรวจภาวะเศรษฐกิจของสังคมหนึ่ง ณ หนึ่งปี สามารถแบ่งหน่วยเศรษฐกิจการผลิตของสังคมดังกล่าว ได้เป็น 3 ส่วน คือ: I) การเกษตร II) การอุตสาหกรรม และ III) การบริการ ซึ่งสามารถสร้างเป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Table) ได้ดังต่อไปนี้:

ตาราง 4.2: ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิต (Input-Output Table)

ผู้ใช้ ผู้ผลิต	ผู้ซื้อ			สินค้า ระหว่าง ผลิต	ผู้ขาย			สินค้า สำเร็จ รูป	ผลิต ผล ทั้งหมด
	I	II	III		C	I	G		
I	50	250	10	310	60	0	30	90	400
II	100	500	40	640	500	200	160	660	1500
III	70	200	100	370	100	0	30	130	500
ปัจจัยที่ซื้อ	220	950	150						
ปัจจัยปฐมฐาน	180	550	350					GDP 1080	
ปัจจัยทั้งหมด	400	1500	500						

อยากทราบว่า: ถ้าสภาพการณ์ทุกอย่างไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อต้องการให้การบริโภคใน ส่วนของเอกชน (C: private consumption) เปลี่ยนไปเป็น 80, 600 และ 150 พันล้านบาท ตามลำดับ ซึ่งจะมีผลทำให้ผลิตภัณฑ์รวมของสังคม (Gross Domestic Product: GDP) เปลี่ยนจาก 1080 เป็น 1250 พันล้านบาท เช่นนี้แล้ว ตารางแสดงความสัมพันธ์ของการผลิตที่ สมบูรณ์จะเป็นอย่างไร

ข้อพิจารณา:

จากข้อมูลใน ตาราง 4.2 ข้างต้น ถ้าการผลิตภายในสังคมนี้อยู่ในลักษณะผลได้ต่อขนาด คงที่ และเทคนิคการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง หรือกล่าวโดยรวมว่า สภาพการณ์ทุกอย่างไม่เปลี่ยนแปลงแล้ว ข้อมูลในอดีตที่ปรากฏอยู่ใน ตาราง 4.2 ดังกล่าว ก็จะสามารถนำมาพิจารณาเพื่อ วางแผนการผลิต และหาความสัมพันธ์ของการผลิต เพื่อสนองเป้าหมายที่กำหนดไว้ได้โดยง่าย กล่าวคือ เมื่อเป้าหมายของระบบเศรษฐกิจในสังคม ต้องการให้ผลิตภัณฑ์รวมของสังคม (GDP) เพิ่มขึ้นจาก 1,080 พันล้านบาท เป็น 1,250 พันล้านบาท อันเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลง การบริโภคในส่วนของเอกชน เปลี่ยนไปเป็น 80 พันล้านบาท 600 พันล้านบาท และ 150 พัน ล้านบาท ตามลำดับนั้น การหาผลผลิต (output) ของแต่ละหน่วยเศรษฐกิจ และการแจกแจง ผลผลิตดังกล่าวก็จะสามารถดำเนินการได้โดยวิธีการของนิชคณิตเมทริกซ์ ดังต่อไปนี้:

วิธีทำ:

โดยนิชคณิตเมทริกซ์:

เมื่อต้องการให้ GDP เปลี่ยนจาก 1080 เป็น 1250

โดย:

$$C = \begin{bmatrix} 60 \\ 500 \\ 100 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 80 \\ 600 \\ 150 \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะมีผลทำให้ $d' = \begin{bmatrix} 90 \\ 860 \\ 130 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 110 \\ 960 \\ 180 \end{bmatrix}$

ในที่นี้การคิดคำนวณ อาจดำเนินการเป็นขั้นตอนได้ดังต่อไปนี้:

จาก $X = [I-A]^{-1}d$

และ $[I-A]^{-1} = \frac{1}{|I-A|} \text{adj}[I-A]$

1) ดำเนินการหาเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของลีดองทึฟ (Leontief coefficient matrix: A)

โดยที่: $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$

ซึ่ง $a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_i}$: ตามข้อสมมติที่ 3

จากข้อมูลในตาราง จะได้:

$A = \begin{bmatrix} .125 & .167 & .020 \\ .250 & .333 & .080 \\ .175 & .133 & .200 \end{bmatrix}$ เช่น: $a_{11} = x_{11}/x_1 = 50/400 = .125$

2) จะได้เมทริกซ์ของลีดองทึฟ (Leontief matrix): $[I-A]$ ดังนี้:

$[I-A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .250 & .333 & .080 \\ .175 & .133 & .200 \end{bmatrix}$

และแล้ว:

$$[I-A] = \begin{bmatrix} .875 & -.167 & -.020 \\ -.250 & .667 & -.080 \\ -.175 & -.133 & .800 \end{bmatrix}$$

และจะได้ค่าตัวกำหนด (determinant) ของ $[I-A]$ เป็น:

$|I-A| = 0.42$: อาจใช้วิธีการกระจายแบบ Laplace หรือ กฎการคูณไขว้ ก็ได้

3) พิจารณาหาเมทริกซ์ผกผัน (adjoint) ซึ่งเป็นองค์ประกอบของเมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) ดังนี้:

จาก $\text{adj}[I-A] = [\text{cof}(I-A)]^T$

ซึ่ง $c_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

ดังนั้น:

$$\text{cof}[I-A] = \begin{bmatrix} .523 & .214 & .150 \\ .136 & .697 & .147 \\ .027 & .075 & .542 \end{bmatrix}$$

เช่น: $c_{12} = (-1)^{1+2} M_{12}$
 $= -[(-.250)(.800) - (-.175)(-.080)]$
 $= .214$

* ข้อสังเกต : c_{ij} ทุกตัวจะมีค่าเป็นบวก

และแล้ว:

$$\text{adj}[I-A] = \begin{bmatrix} .523 & .136 & .027 \\ .214 & .697 & .075 \\ .150 & .147 & .542 \end{bmatrix}$$

4) จากนั้นจะได้เมทริกซ์ผกผันของลีออนทีฟ (Leontief inverse matrix : $[I-A]^{-1}$) :

โดยที่: $[I-A]^{-1} = \frac{1}{|I-A|} \text{adj}[I-A]$

นั่นคือ:

$$[I-A]^{-1} = \frac{1}{0.42} \begin{bmatrix} .523 & .136 & .027 \\ .214 & .697 & .075 \\ .150 & .147 & .542 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.245 & .324 & .068 \\ .510 & 1.660 & .179 \\ .357 & .348 & 1.291 \end{bmatrix}$$

5) ที่สุด จะได้เวกเตอร์แนวตั้ง x (column vector $x: x_j$) ตามต้องการ ดังต่อไปนี้:

จาก: $x = [I-A]^{-1}d$

ดังนั้น:

$$x = \begin{bmatrix} 1.245 & .324 & .068 \\ .510 & 1.660 & .179 \\ .357 & .348 & 1.291 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110 \\ 960 \\ 180 \end{bmatrix}$$